

В.С. Хілов, О.О. Койфман, А.В. Рухлов

ПРАКТИКУМ З ДИСЦИПЛІНИ "ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ"

Частина 1.

Стаціонарні процеси у лінійних колах
постійних, гармонійних однофазних,
трифазних і полігармонійних струмів

Навчальний посібник

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА”»

В. С. ХІЛОВ, О. О. КОЙФМАН, А. В. РУХЛОВ

**ПРАКТИКУМ З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ
ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»**

ЧАСТИНА 1

**Стаціонарні процеси у лінійних колах
постійних, гармонійних однофазних,
трифазних і полігармонійних струмів**

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Одеса • 2024 • Олді+

Рецензенти:

Папаїка Ю. А., доктор технічних наук, професор, професор кафедри електроенергетики Національного ТУ «Дніпровська політехніка»;

Василець С. В., доктор технічних наук, професор, професор кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій НУВГП;

Фролов К. І., головний енергетик - начальник Управління головного енергетика ПРАТ «КАМЕТ-СТАЛЬ», Група МЕТІНВЕСТ;

Гаркушин О. А., головний фахівець з електрогосподарства Управління головного енергетика ПРАТ «КАМЕТ-СТАЛЬ», Група МЕТІНВЕСТ

Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА"»
(протокол № 4 від 21.03.2024 р.)

Хілов В. С.

Х45 Практикум з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки»: навч. посіб. : у 2 ч. Ч. 1 / Стаціонарні процеси у лінійних колах постійних, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів; В. С. Хілов, О. О. Койфман, А. В. Рухлов. – Одеса : Олді+, 2024. – 186 с.

ISBN 978-966-289-865-1

Навчальний посібник спрямовано на поглиблення вивчення бакалаврами фундаментальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». У наданій першій частині посібника проаналізовані стаціонарні процеси в лінійних колах постійного, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів. У стислій формі узагальнено та викладено особливості методів аналізу електричних кіл, приведені характерні електричні кола, числові приклади розрахунків, індивідуальні завдання для виконання самостійної роботи, задачі та питання для самоконтролю отриманих знань. Наведено приклади розв'язання розрахунково-графічних робіт з аналізу кіл постійного струму, синусоїдального струму та трифазних кіл, надані методичні вказівки щодо їх виконання. Навчальний посібник дозволяє полегшити вивчення курсу «Теоретичні основи електротехніки» та є доповненням до лекційного та лабораторного курсу з цієї дисципліни.

Посібник призначений для здобувачів вищої освіти за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та може використовуватись інженерно-технічним персоналом при розрахунках електротехнічного обладнання підприємств гірничо-металургійного виробництва.

УДК 621.3.01(076.5)(075.8)

© В. С. Хілов, О. О. Койфман, А. В. Рухлов, 2024
© ТОВ «ТУ "МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА"», 2024

ISBN 978-966-289-865-1

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	6
Розділ 1	
АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	10
1.1 Методичні рекомендації з вибору методів розрахунку кіл постійного струму	10
1.2 Застосування закону Ома	11
1.3 Визначення параметрів кола за законами Кірхгофа	13
1.4 Розрахунок струмів віток методом вузлових потенціалів. Перевірка розрахунку за балансом потужностей	16
1.5 Визначення струмів віток методом контурних струмів. Перетворення джерел енергії	20
1.6 Застосування принципу суперпозиції для розрахунку параметрів кола постійного струму. Метод двох вузлів	24
1.7 Особливості застосування методу еквівалентного генератора для розрахунку параметрів кіл постійного струму	27
1.8 Індивідуальне розрахунково-графічне завдання на тему «Аналіз лінійних кіл постійного струму»	30
1.9 Приклад розрахунку індивідуального розрахунково-графічного завдання на тему «Аналіз лінійних кіл постійного струму»	38
1.10 Задачі для самоконтролю по колам постійного струму	47
1.11 Питання для самоконтролю по колам постійного струму	54
Розділ 2	
АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНИХ ОДНОФАЗНИХ КІЛ ГАРМОНІЙНОГО СТРУМУ	63
2.1 Методичні підходи до розрахунку параметрів лінійних однофазних кіл гармонійного струму	63
2.2 Методи аналізу кіл змінного струму	67
2.2.1 Використання законів Кірхгофа	70
2.2.2 Аналіз контурними струмами	70
2.2.3 Аналіз вузловими потенціалами	71
2.2.4 Аналіз методом накладення (суперпозиції)	72

2.2.5	Аналіз методом еквівалентного генератора.	75
2.3	Використання топографічних і векторних діаграм для аналізу кіл змінного струму.	76
2.4	Аналіз потужностей кіл змінного струму.	79
2.5	Аналіз параметрів гармонійного однофазного кола за наявності магнітно-зв'язаних котушок.	81
2.6	Задачі для самоконтролю по однофазним колам гармонійного струму.	90
2.7	Питання для самоконтролю по однофазним колам гармонійного струму.	94
2.8	Питання для самоконтролю по магнітно-зв'язаним електричним колам гармонійного струму.	97
2.9	Індивідуальне розрахунково-графічне завдання на тему «Аналіз лінійних гармонійних кіл однофазного змінного струму».	99
2.10	Приклад розрахунку індивідуального розрахунково-графічного завдання на тему «Лінійні гармонійні кола однофазного змінного струму».	107
Розділ 3		
МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ТРИФАЗНИХ КІЛ.		114
3.1	Методичні вказівки з розрахунку трифазних гармонійних кіл.	114
3.2	Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник.	118
3.3	Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку.	121
3.4	Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в несиметричну зірку по три- і чотирипровідній схемі.	122
3.5	Розрахунково-графічне завдання на тему «Розрахунок електричних трифазних кіл при гармонійних напругах».	126
3.6	Приклад розрахунку індивідуального завдання на тему «Розрахунок параметрів кола при несиметричному навантаженні та наявності опорів у лініях».	130
3.7	Задачі для самоконтролю по методам розрахунку трифазних гармонійних кіл.	140
3.8	Питання для самоконтролю по методам розрахунку трифазних гармонійних кіл.	145

Розділ 4		
МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ ОДНОФАЗНИХ І ТРИФАЗНИХ КІЛ ПРИ НЕГАРМОНІЙНИХ НАПРУГАХ		151
4.1	Методичні вказівки з розрахунку однофазних негармонійних кіл.	151
4.2	Методичні вказівки з розрахунку трифазних негармонійних кіл.	156
4.3	Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-ємнісного кола.	158
4.4	Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при послідовному з'єднанні.	160
4.5	Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при змішаному з'єднанні.	162
4.6	Розрахунок параметрів трифазного кола при негармонійному симетричному джерелі енергії.	164
4.7	Розрахунок параметрів негармонійного трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку з нульовим проводом.	167
4.8	Розрахунок параметрів негармонійного трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник за наявності опорів у провадах лінії.	170
4.9	Задачі для самоперевірки по методам розрахунку однофазних кіл при негармонійних напругах.	173
4.10	Питання для самоперевірки по методам розрахунку однофазних кіл при негармонійних напругах.	177
ЗАКЛЮЧЕННЯ.		182
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.		183

ПЕРЕДМОВА

На теперішній час у ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА» успішно впроваджена та розвивається денна форма здобуття вищої освіти з елементами онлайн-навчання. Основу становить найбільш мобільна та перспективна технологія, заснована на застосуванні комп'ютерних телекомунікаційних мереж, насамперед Інтернет. Мережевий навчальний процес з успіхом застосовується для очної форми навчання та являє собою програмний комплекс, що реалізує типовий набір сервісних служб, які забезпечують організацію навчального процесу через мережу Інтернет за навчальними програмами закладу вищої освіти. Пропонований навчальний посібник є складовою навчального процесу, реалізованого через мережу Інтернет.

Навчальний посібник до самостійної та практичної роботи з розрахунку електричних кіл охоплює першу частину дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (ТОЕ) і відповідає освітньо-професійній програмі «Інжиніринг електропостачання та електромеханічних систем у металургії та гірництві», затвердженій Вченою радою для здобувачів першого (бакалаврський) рівня вищої освіти за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» у ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА».

Одне з основних підґрунть активізації роботи студентів при вивченні курсу ТОЕ – виконання розрахунково-графічних завдань. Студенти при вивченні даної дисципліни отримують необхідні знання про фундаментальні закони функціонування та основні методи аналізу електромагнітних процесів, з якими доводиться зустрічатися на практиці при експлуатації електротехнічного обладнання.

При опануванні теорії електричних кіл слід приділити увагу методам складання алгоритмів розрахунку на підставі теоретичних положень і подальшому аналізу одержаних результатів фізичних процесів у колах. Нехтувати фундаментальними положеннями неприпустимо, тому що це призводить до некоректних розрахункових математичних моделей і, в кінцевому рахунку, до отримання невірних результатів.

Після того, як вивчена теорія, необхідно попрактикуватися в розв'язанні задач за цією темою. Для полегшення аналізу процесів в електричних колах у посібнику надані числові приклади розрахунків процесів у характерних електричних колах. Після вивчення методів розрахунку здобувач вищої освіти переходить до виконання індивідуальних розрахунково-графічних завдань відповідно до свого варіанту. Розв'язання задач і відповідь на питання самоперевірки є остаточним самоконтролем вивчення студентами відповідних розділів курсу. Необхідно підкреслити, що теорія процесів, які виникають в електричних колах або електромагнітних полях, викладається на математичній основі, тому від студента вимагається здатність вільного використання певного математичного апарату.

Схеми, креслення, графіки повинні бути виконані відповідно до вимог загальної системи конструкторської документації. У розрахунках необхідно наводити розрахункові формули та розмірності. Результати виділяються від загального тексту. Під час розрахунків (кожен етап повинен бути коротко пояснений) не показують всі алгебраїчні перетворення, а лише основні. При розрахунках параметрів кіл (з точністю до третьої значущої цифри) рекомендується використовувати калькулятори або ПЕОМ. У розрахунково-графічних завданнях (зразок виконання показаний) відомі теоретичні формули та рівняння, що не використовуються в розрахунках, не наводяться. Наприкінці роботи наводиться список використаної літератури, дата закінчення розрахунку та підпис студента.

Обсяг виконання розрахунково-графічного завдання встановлюється викладачем. Розрахунково-графічні завдання, включені в ці методичні вказівки, не охоплюють всієї програми. Тому окремі розділи курсу необхідно вивчити самостійно, причому кожен розділ важливий рівною мірою. Неможливо приступати до вивчення наступних розділів, не вивчивши попередні.

Номер виконуваного варіанту вибирається відповідно номеру залікової книжки студента (індивідуального навчального плану) і відповідає двом останнім цифрам. До наданим на рецензію розрахунково-графічним завданням висувуються такі вимоги:

1. Основні положення розрахунків мають бути аргументовано обґрунтовані.

2. Рисунки, графіки, схеми, у тому числі задані умовою задачі, не варто розміщувати серед тексту.

3. Звіт з розрахунково-графічного завдання складають на одній стороні аркуша формату А4.

4. У звіті з розрахунково-графічного завдання треба залишати поля для зауважень рецензента.

5. Розрахунково-графічне завдання має бути датоване та підписане здобувачем.

6. Не зараховані розрахунково-графічні завдання необхідно виправити та надіслати на додаткову рецензію разом із початковою роботою і зауваженнями рецензента. Виправлення помилок у відрецензованій роботі не допускається.

Розрахунково-графічне завдання зараховується, якщо розрахунки не містять помилок принципового характеру, а звіт виконаний згідно з перерахованими вище вимогами.

Робота над розрахунково-графічним завданням допомагає студентам перевірити ступінь засвоєння ними навчального матеріалу, виробляє в них навички чітко й коротко викладати хід розв'язання задачі. Для успішного досягнення цієї мети необхідно керуватися такими правилами [1; 2]:

1. Починаючи розв'язання завдання, вказати, які фізичні закони або розрахункові методи передбачається використовувати при вирішенні, навести кількісні співвідношення в загальному вигляді, що виражають ці закони і методи.

2. Позначити через літерні символи значення параметрів електричних кіл і електромагнітних полів. Пояснити значення кожного літерного символу, який вперше зустрічається у вирішенні завдання.

3. У ході розв'язання задачі прийняті на початку передбачувані напрямки струмів, позначення вузлів, опорів, електроорушійної сили (ЕРС) тощо, після знаходження дійсних струмів, потенціалів вузлів не слід змінювати. Також не рекомендується змінювати позначення, задані за умовою задачі. При розв'язанні однієї задачі різними методами одну й ту ж величину слід позначати тим самим літерним символом.

4. Розрахунок кожної вихідної величини слід виконувати спочатку в загальному вигляді, а потім в отриману формулу

підставляти числові значення й наводити остаточний результат із зазначенням одиниці виміру. При розв'язанні системи рівнянь доцільно скористатися відомими методами спрощення розрахунку визначників.

5. Проміжний і кінцевий результати повинні бути чітко виділені із загального тексту.

6. Розрахунки не слід перевантажувати наведенням усіх алгебраїчних перетворень і арифметичних розрахунків.

7. Для позначення елементів електричних схем слід застосовувати позначення, прийняті в курсі ТОЕ та наведені в підручниках з ТОЕ.

8. Кожному етапу рішення необхідно давати короткі пояснення.

9. При побудові кривих вибирати такий масштаб, щоб на 1 см осі координат доводилося 1×10^{2n} або 2×10^{2n} одиниць виміру фізичної величини, де n – ціле число. Градування осей виконати, починаючи з нуля, рівномірно через один або два сантиметри. Числові значення координат точок, за якими будуються криві, не наводити. Графік в цілому та окремі криві на ньому повинні мати назви.

Остаточна перевірка набутих знань і компетенцій з курсу ТОЕ відбувається на іспиті за безпосередньої участі викладача.

Розділ 1

АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1.1 Методичні рекомендації з вибору методів розрахунку кіл постійного струму

При розрахунку струмів електричного кола слід враховувати, що:

1. Всі змінні є множиною дійсних чисел зі знаком, які розташовуються на одній числовій осі. Розрахунок заснований на алгебраїчних рівняннях з використанням матричного апарату розв'язання системи рівнянь.

2. Струм ідеального джерела струму не залежить від опору навантаження. Внутрішній опір ідеального джерела струму дорівнює нескінченності.

3. Напруга ідеального джерела ЕРС не залежить від струму навантаження. Внутрішній опір ідеального джерела ЕРС дорівнює нулю.

4. У стаціонарних режимах роботи електричних кіл постійного струму опір протіканню струму чинять тільки резистивні елементи. Ідеальні котушки індуктивності не чинять опір постійному струму, а ідеальні ємнісні елементи розривають вітки кіл постійного струму.

5. Розрахунок лінійних кіл постійного струму в стаціонарних режимах роботи здійснюється на основі системи алгебраїчних рівнянь, які складаються з використанням законів Кірхгофа, методу контурних струмів, метод накладання або методу вузлових потенціалів.

6. В окремих випадках, коли в колі єдине джерело енергії – розрахунок раціонально вести методом перетворення з використанням закону Ома.

7. У тих випадках, коли кількість незалежних контурів менше, ніж число віток у схемі, розрахунок раціонально здійснювати на основі методу контурних струмів.

8. Якщо число вузлів у схемі менше числа незалежних контурів, то доцільно розраховувати струми на основі методу вузлових потенціалів, а в окремому випадку на основі методу двох вузлів.

9. Коли потрібно прорахувати параметри кола тільки однієї вітки, то розрахунок раціонально здійснювати на основі методу еквівалентного генератора.

10. Перевірка правильності розрахунку здійснюється шляхом складання балансу потужностей.

11. При складанні балансу потужностей необхідно враховувати, що резистивні елементи завжди поглинають електричну енергію та безповоротно її розсіюють у тепловій енергії. Джерела енергії можуть як поглинати, так і генерувати електричну енергію. Якщо напруга і струм на затискачах джерела енергії збігаються за напрямом, то джерело поглинає енергію, в іншому випадку – генерує. Перетворення джерела струму до джерела ЕРС і зворотне перетворення може призвести до зміни режиму роботи джерела.

12. Потенційна діаграма – графік розподілу напруги уздовж будь-якої ділянки кола. Якщо ділянка кола не замкнута, то це графічне представлення закону Ома. Потенційною діаграмою замкнутого контуру є графічне зображення другого закону Кірхгофа.

1.2 Застосування закону Ома

Закон Ома показує зв'язок між струмом, напругою і опором вітки в нерозгалужених колах: струм прямо пропорційний різниці потенціалів на кінцевих виводах ділянки і обернено пропорційний опорю цієї ділянки. Для запису закону Ома в математичній формі обирається довільно додатний напрямок струму I (рис. 1.1, див. с. 12).

Розрахунковий приклад 1.1

Для віток без електрорушійних сил (ЕРС) (рис. 1.1) для параметрів: $E_2=10$ В; $E_3=20$ В; $R_1=10$ Ом; $R_2=15$ Ом; $R_3=20$ Ом; $R_4=10$ Ом; $R_5=5$ Ом; $R_6=10$ Ом можемо обрати довільно додатні

напрями струмів: I_1 – від вузла d до a ; I_4 – від b до a ; I_5 – від c до b ; I_6 – від a до c .

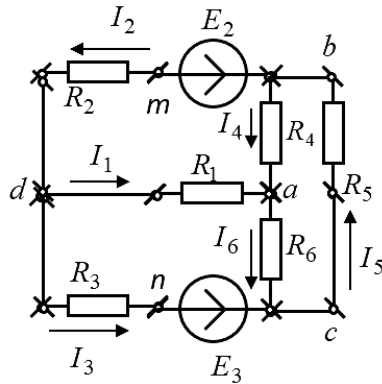


Рис. 1.1. Схема прикладу 1.1

Розв'язання прикладу 1.1

Чисельні значення струмів можна отримати, безпосередньо застосувавши до віток схеми закон Ома:

$$I_1 = (V_d - V_a) / R_1 = (0 - 6,09) / 10 = -0,609 \text{ А};$$

$$I_4 = (V_b - V_a) / R_4 = (8,7 - 6,09) / 10 = 0,261 \text{ А};$$

$$I_5 = (V_c - V_b) / R_5 = (9,57 - 8,7) / 5 = 0,174 \text{ А};$$

$$I_6 = (V_a - V_c) / R_6 = (6,09 - 9,57) / 10 = -0,348 \text{ А},$$

де V_a, V_b, V_c, V_d – відомі потенціали вузлів a, b, c та d , відповідно ($V_c = 9,57 \text{ В}$; $V_d = 0,0 \text{ В}$; $V_a = 6,09 \text{ В}$; $V_b = 8,7 \text{ В}$); $U_{da} = V_d - V_a$, $U_{ba} = V_b - V_a$, $U_{ac} = V_a - V_c$ – спад напруги на ділянках віток між вузлами d і a , b і a , a і c . Вузол d заземлено.

Для віток, які містять ЕРС, принцип довільності вибору додатного напрямку струму зберігається: струм I_2 – від вузла b до d ; I_3 – від d до c .

Для ділянок з джерелами ЕРС і опорами закон Ома перетворюється до виду:

$$I = (V_1 - V_2 \pm E) / R, \text{ А.}$$

При використанні закону Ома на ділянці кола з джерелом ЕРС враховуємо правило знаків для ЕРС. Знак ЕРС вибирається

додатний «+», коли напрямки ЕРС і струму на ділянці кола однакові (збігаються), знак обирається від'ємний «-», якщо напрямки ЕРС і струму протилежні (не збігаються). Так, для ділянок кола (рис. 1.1) з джерелами ЕРС маємо:

$$I_2 = (V_b - V_d + E_2) / R_2 = (8,7 - 0 - 10) / 15 = -0,087 \text{ А};$$

$$I_3 = (V_d - V_c - E_3) / R_3 = (0 - 9,57 + 20) / 20 = 0,522 \text{ А}.$$

1.3 Визначення параметрів кола за законами Кірхгофа

Закон струмів Кірхгофа (ЗСК). Перший закон Кірхгофа називається «законом струмів». Кількість електричних зарядів, що входять у будь-який вузол кола, дорівнює кількості електричних зарядів, що виходять з цього вузла, або, якщо визначити кількість зарядів у вузлі за обмежений проміжок часу, то алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

де k – поточний номер вітки, що приєднана до вузла; всього до вузла підключено n віток.

Закон напруг Кірхгофа (ЗНК). Другий закон Кірхгофа визначає, що алгебраїчна сума спадів напруг у будь-якому замкнутому контурі дорівнює алгебраїчній сумі напруг джерел енергії, ввімкнених у цей контур

$$\sum_{k=1}^n R_k I_k = \sum_{k=1}^n E_k,$$

де k – номер вітки, з'єднаної в контур; в контурі знаходяться n віток.

Порядок розрахунку параметрів схеми за законами Кірхгофа

Метод використовується для розрахунку складних розгалужених кіл з декількома джерелами електричної енергії. Основна ідея у використанні цих законів полягає в знаходженні спільних рівнянь, розв'язання яких дозволяє знайти шукані параметри кола. При складанні рівнянь використовуються наступні правила [1–3]:

- визначається кількість невідомих величин, які необхідно розрахувати;
 - обираються додатні напрямки невідомих струмів і напруг у схемі;
 - підраховуються кількість вузлів, віток і незалежних контурів у схемі;
 - складаються спільні рівняння за першим законом Кірхгофа, кількість яких обирається на одиницю менше числа вузлів;
 - складають відсутні рівняння, використовуючи другий закон Кірхгофа для незалежних контурів.
- Загальна кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості невідомих параметрів.

Розрахунковий приклад 1.2

Визначити струми віток в схемі (рис. 1.2), використовуючи закони Кірхгофа, якщо відомо:

$$J_{S1}=1 \text{ А}; J_{S3}=0,5 \text{ А}; E_1=10 \text{ В}; E_3=20 \text{ В};$$

$$R_1=10 \text{ Ом}; R_2=15 \text{ Ом}; R_3=20 \text{ Ом}; R_4=10 \text{ Ом}; R_5=5 \text{ Ом}; R_6=10 \text{ Ом}.$$

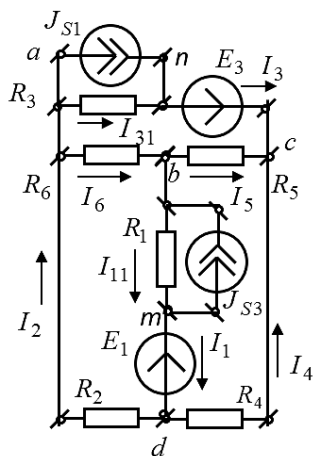


Рис. 1.2. Схема прикладу 1.2

Розв'язання прикладу 1.2

Схема містить шість вузлів і десять віток. Ми знаємо струми в першій і третій вітках $J_{S1}=1 \text{ А}$, $J_{S3}=0,5 \text{ А}$. Треба визначити вісім струмів. Вибираємо додатні напрямки для струмів $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8$ і вказуємо їх на схемі. Можемо скласти п'ять лінійно незалежних рівнянь за першим законом Кірхгофа:

- для вузла «a»: $-J_{S3}+I_{31}-I_6+I_2=0;$ (1)

- для вузла «b»: $I_6-I_5+J_{S1}-I_{11}=0;$ (2)

- для вузла «c»: $I_3+I_4-I_5=0;$ (3)

- для вузла «d»: $I_1-I_2-I_4=0;$ (4)

- для вузла «n»: $J_{S3}+I_{31}-I_3=0.$ (5)

За другим законом Кірхгофа складаємо три рівняння, обравши напрямки обходу контурів за ходом годинникової стрілки:

- для контуру «ancba»: $I_{31}R_3-I_5R_5-I_6R_6=E_3;$ (6)

- для контуру «abmda»: $I_6R_6+I_{11}R_1+I_2R_2=-E_1;$ (7)

- для контуру «bcdmb»: $I_5R_5-I_4R_4-I_{11}R_1=E_3.$ (8)

Записуємо систему рівнянь (1)–(8), яка містить шість невідомих струмів:

$$-0,5+I_{31}-I_6+I_2=0;$$

$$I_6-I_5+1-I_{11}=0;$$

$$I_3+I_4-I_5=0;$$

$$I_1-I_2-I_4=0;$$

$$0,5+I_{31}-I_3=0;$$

$$I_{31}R_3-I_5R_5-I_6R_6=20;$$

$$I_6R_6+I_{11}R_1+I_2R_2=-10;$$

$$I_5R_5-I_4R_4-I_{11}R_1=10.$$

Розв'язок системи рівнянь дає результат:

$$I_1=-1,25 \text{ А}; I_{11}=-0,747 \text{ А}; I_2=0,33 \text{ А}; I_3=1,34 \text{ А}; I_{31}=0,335 \text{ А};$$

$$I_4=-1,28 \text{ А}; I_5=-0,549 \text{ А}; I_6=-1,3 \text{ А}.$$

$$-G_{da}V_a - G_{dc}V_c + G_{dd}V_d - G_{dn}V_n = I_{dd} + G_{db}V_b;$$

$$-G_{na}V_a - G_{nc}V_c - G_{nd}V_d + G_{nn}V_n = I_{nn} + G_{nb}V_b.$$

Визначаємо коефіцієнти та струми вузлів:

$$G_{aa} = \frac{1}{0} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} = \infty + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \infty;$$

$$G_{ab} = G_{ba} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ СМ};$$

$$G_{ac} = G_{ca} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ СМ};$$

$$G_{ad} = G_{da} = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ СМ}; \quad G_{an} = G_{na} = \frac{1}{0} = \infty \text{ СМ};$$

$$I_{aa} = \frac{E_3}{0} = \infty E_3;$$

$$G_{ad} = G_{da} = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ СМ}; \quad G_{an} = G_{na} = \frac{1}{0} = \infty \text{ СМ};$$

$$G_{bb} = \frac{1}{0} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} = \infty; \quad G_{bc} = G_{cb} = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ СМ};$$

$$I_{bb} = \frac{-E_2}{0} = -\infty E_2;$$

$$G_{cc} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} = 0 + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = 0,267 \text{ СМ};$$

$$G_{cd} = G_{dc} = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ СМ}; \quad G_{cn} = G_{nc} = 0;$$

$$I_{cc} = J_{s2} = 1 \text{ А};$$

$$G_{dd} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} = 0 + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 0,25 \text{ СМ};$$

$$G_{dn} = G_{nd} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ СМ}; \quad I_{dd} = -J_{s3} = -0,5 \text{ А};$$

$$G_{nn} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{0} + \frac{1}{R_3} = \infty; \quad I_{nn} = J_{s3} - \frac{E_3}{0} = 0,5 - \infty E_3 \text{ А}.$$

Записуємо рівняння, в які підставляємо чисельні значення:

$$\infty V_a - 0,1 V_c - 0 V_d - \infty V_n = \infty E_3 + 0,2 V_b;$$

$$-0,2 V_a - 0 V_c - 0,1 V_d - 0 V_n = -\infty E_2 - \infty V_b;$$

$$-0,1 V_a + 0,267 V_c - 0,1 V_d - 0 V_n = 1 + 0 V_b;$$

$$-0 V_a - 0,1 V_c + 0,25 V_d - 0,05 V_n = -0,5 + 0,1 V_b;$$

$$-\infty V_a - 0 V_c - 0,05 V_d + \infty V_n = 0,5 - \infty E_3 + 0 V_b.$$

Спростуємо отриману систему рівнянь за допомогою поділу доданків першого, другого та п'ятого рівнянь на нескінченну величину:

$$V_a - V_n = E_3;$$

$$0 = -E_2 - V_b;$$

$$-0,1 V_a + 0,267 V_c - 0,1 V_d = 1;$$

$$-0,1 V_c + 0,25 V_d - 0,05 V_n = -0,5 + 0,1 V_b;$$

$$-V_a + V_n = -E_3.$$

Після чисельного розв'язку отримаємо:

$$V_n = -23,6 \text{ В}; \quad V_c = -1,91 \text{ В}; \quad V_d = -11,5 \text{ В};$$

$$V_a = -3,62 \text{ В}; \quad V_b = -E_2 = -10,0 \text{ В}; \quad V_m = 0 \text{ В}.$$

Вказавши додатні напрямки струмів у вітках схеми, за законом Ома можемо визначити невідомі струми:

$$I_1 = \frac{V_a - V_c}{R_1} = \frac{-3,62 + 1,91}{10} = -0,171 \text{ А};$$

$$I_{21} = \frac{V_m - V_c}{R_2} = \frac{0 + 1,91}{15} = 0,127 \text{ А};$$

$$I_{31} = \frac{V_d - V_n}{R_2} = \frac{-11,5 + 23,6}{15} = 0,805 \text{ А};$$

$$I_2 = I_{21} + J_{s2} = 0,127 + 1 = 1,127 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{31} + J_{s3} = 0,805 + 0,5 = 1,305 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{V_b - V_d}{R_4} = \frac{-10 + 11,5}{10} = 0,15 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{V_a - V_b}{R_5} = \frac{-3,62 + 10}{5} = 1,276 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{V_c - V_d}{R_6} = \frac{-1,91 + 11,5}{10} = 0,959 \text{ А}.$$

У балансі потужностей для джерел енергії враховуємо потужність, що генерується зі знаком плюс (струм і напруга на джерелі не збігаються за напрямком), і вживаємо джерелом потужність зі знаком мінус (струм і напруга збігаються на джерелі на напрямком).

Сумарна потужність джерел:

$$\sum_{i=1}^4 P_i^S = E_2 I_2 + E_3 I_3 - I_{S3} R_3 I_{31} - I_{S2} R_2 I_{21} = 10 \times 1,127 + 20 \times 1,105 - 0,5 \times 20 \times 0,605 - 1 \times 15 \times 0,127 = 26,06 \text{ Вт.}$$

Сумарна потужність навантажень:

$$\sum_{j=1}^6 P_j^L = I_1^2 R_1 + I_{21}^2 R_2 + I_{31}^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 10 \times (-0,171)^2 + 15 \times 0,127^2 + 20 \times 0,605^2 + 10 \times 0,15^2 + 5 \times 1,276^2 + 10 \times 0,959^2 = 25,423 \text{ Вт.}$$

Відносна похибка обчислення:

$$\eta = \frac{P_S - P_L}{P_S} 100 \% = \frac{26,06 - 25,423}{26,06} 100 \% = 2,44 \%$$

Така похибка цілком допустима для інженерних розрахунків, які виконані вручну.

1.5 Визначення струмів віток методом контурних струмів. Перетворення джерел енергії

Метод ґрунтується на припущенні, що контурні струми не залежать від струмів, які протікають в інших контурах. На цій підставі розрахунок проводиться у наступній послідовності [5].

Спочатку визначають кількість незалежних контурів у схемі. Вітки з джерелами струму повинні входити тільки в один контур. Тоді контурний струм цього контуру відомий і дорівнює току джерела струму.

Довільно обирають додатні напрямки контурних струмів у кожному контурі та позначають їх на схемі (наприклад: I_{11} – контурний струм першого контуру, I_{22} – другого тощо).

Записують систему рівнянь за другим законом Кірхгофа:

$$\begin{aligned} R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} + \dots + R_{1k} I_{kk} &= E_{11}; \\ R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + \dots + R_{2k} I_{kk} &= E_{22}; \\ \dots & \\ R_{k1} I_{11} + R_{k2} I_{22} + \dots + R_{kk} I_{kk} &= E_{kk}. \end{aligned}$$

Кількість доданків у лівій частині рівнянь дорівнює кількості контурних струмів без джерела струму.

Визначають коефіцієнти при невідомих контурних струмах і праві частини рівнянь – контурні ЕРС. Так R_{11} , R_{22} ... R_{kk} дорівнюють сумі опорів елементів, які входять у перший, другий і наступні контури (власні контурні опори); $R_{12}=R_{21}$... $R_{1k}=R_{k1}$ – сума опорів елементів у суміжних вітках (суміжні опори – між першим та другим контурами, першим і k -м контуром тощо). Ці коефіцієнти мають знак «плюс» або «мінус».

Якщо контурні струми двох суміжних контурів збігаються за напрямком в суміжних вітках, величини R_{12} ... R_{1k} і так далі мають знак «плюс», якщо ні, то знак «мінус». Аналогічно з напрямками джерел енергії: E_{11} , E_{22} ... E_{kk} – алгебраїчні суми першого, другого, k -го контурів, тобто $E_{11} = \sum E_i$, де E_i – ЕРС джерел, які входять у перший контур, $E_{22} = \sum E_j$, де E_j – ЕРС джерел другого контуру тощо. Знаки E_i , E_j визначаються відповідно до додатного напрямку контурного струму. Якщо напрямки контурного струму і ЕРС збігаються, то відповідна ЕРС приймається в розрахунках зі знаком «плюс», якщо напрямки протилежні – то зі знаком «мінус».

Розв’язують систему рівнянь відповідно до невідомих параметрів (наприклад, розраховуються контурні струми I_{11} , I_{22} тощо).

Відзначають на схемі додатні напрямки струмів у вітках і знаходять їх величини як алгебраїчну суму контурних струмів, що протікають в цих вітках.

Розрахунковий приклад 1.4

Визначте струми у вітках електричного кола (рис. 1.4), якщо $I_{S3}=0,5$ А; $E_1=10$ В; $E_3=20$ В; $R_1=10$ Ом; $R_2=15$ Ом; $R_6=10$ Ом; $R_4=10$ Ом; $R_7=R_{31}=5$ Ом; $R_5=5$ Ом; $R_3=20$ Ом.

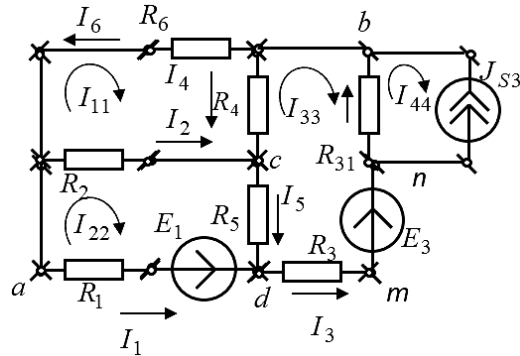


Рис. 1.4. Схема прикладу 1.4

Розв'язання прикладу 1.4

Ця схема має чотири незалежних контури (комірки), кожен з яких обтикається єдиним власним незалежним контурним струмом I_{11} , I_{22} , I_{33} , I_{44} .

Обираємо додатні напрямки контурних струмів та вказуємо їх на схемі. Контурний струм I_{44} відомий і дорівнює J_{S3} ($I_{44} = -J_{S3}$). Тоді можна записати рівняння для першого, другого і третього контурів у загальному вигляді:

$$R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} - R_{13}I_{33} - R_{14}I_{44} = E_{11}; \quad (1)$$

$$-R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} - R_{23}I_{33} - R_{24}I_{44} = E_{22}; \quad (2)$$

$$-R_{31}I_{11} - R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} - R_{34}I_{44} = E_{32}. \quad (3)$$

Визначаємо коефіцієнти при невідомих доданках рівнянь:

$$R_{11} = R_2 + R_4 + R_6 = 15 + 10 + 10 = 35 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 15 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_5 = 10 + 15 + 5 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = R_4 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_{32} = R_5 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_{14} = R_{41} = 0 \text{ Ом};$$

$$R_{24} = R_{42} = 0 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = R_{43} = R_7 = R_{31} = 5 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 + R_7 = 20 + 10 + 5 + 5 = 40 \text{ Ом}.$$

Спад напруги на суміжних опорах R_{12} , R_{23} , R_7 , R_{34} мають знак «плюс», тому що напрям струмів у вітках з резисторами R_{31} , R_2 , R_4 та R_5 збігається з вибраним напрямком обходу контуру; спад напруги на R_{23} має знак «мінус» ($-R_4$), так як струми I_{22} і $I_{44} = J$ у резисторі R_4 спрямовані в протилежні боки щодо обраного напрямку обходу.

Визначаємо контурні ЕРС:

$$E_{11} = 0, \text{ В}; E_{22} = -E_1 = -10, \text{ В}; E_{33} = -E_3 = -20 \text{ В}.$$

Після цього переписуємо рівняння (1), (2) і (3), у яких коефіцієнти замінюємо числовими значеннями:

$$35I_{11} - 15I_{22} - 10I_{33} - 0 \times I_{44} = 0;$$

$$-15I_{11} + 30I_{22} - 5I_{33} - 0 \times I_{44} = -10;$$

$$-10I_{11} - 5I_{22} + 40I_{33} + 5 \times 0,5 = -20.$$

Розв'язавши отриману систему рівнянь, знаходимо значення контурних (коміркових) струмів:

$$I_{11} = -0,541 \text{ А}; I_{22} = -0,735 \text{ А}; I_{33} = -0,79 \text{ А}; I_{44} = -0,5 \text{ А}.$$

Визначаємо струми віток. Спочатку вказуємо додатні напрямки струмів у схемі. Знаючи додатні напрямки, отримуємо:

$$I_1 = -I_{22} = 0,735 \text{ А};$$

$$I_2 = -I_{11} + I_{22} = -(-0,541) + (-0,735) = -0,194 \text{ А};$$

$$I_3 = -I_{33} = -(-0,79) = 0,79 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{33} = -0,541 - (-0,79) = 0,249 \text{ А};$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = -0,735 - (-0,79) = 0,055 \text{ А};$$

$$I_6 = -I_{11} = 0,541 \text{ А}.$$

Якщо паралельно ідеальному джерелу струму включено внутрішній опір, то таке джерело струму може бути перетворене в еквівалентне ідеальне джерело напруги з послідовно включеним внутрішнім опором. Зворотнє перетворення також правомірно.

Наприклад, перетворимо ідеальне джерело струму J_{S3} (на рис. 1.4 розрахункова схема містить ідеальні джерела струму та ЕРС) в ідеальне джерело ЕРС (на рис. 1.5, а (див. с. 24) розрахункова схема містить тільки ідеальні джерела ЕРС) $E_{31} = R_{31}J_{S3} = 2,5 \text{ В}.$

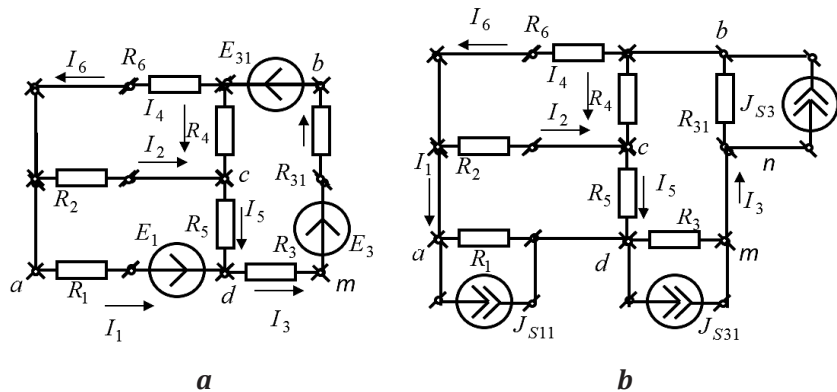


Рис. 1.5. Перетворення схеми на рис. 1.4

Або перетворимо ідеальне джерело ЕРС (на рис. 1.4 розрахункова схема містить ідеальні джерела струму та ЕРС) в ідеальні джерела струму $J_{S11}=E_1/R_1$, $J_{S31}=E_3/R_3$ (на рис. 1.5, *b* розрахункова схема містить тільки ідеальні джерела струму). При перетворенні джерел енергії необхідно брати до уваги, що після перетворення може бути змінений режим роботи джерела енергії – від генерування енергії можна перейти до її споживання і навпаки.

1.6 Застосування принципу суперпозиції для розрахунку параметрів кола постійного струму. Метод двох вузлів

Метод заснований на умові, що від кожного джерела енергії в електричній вітці створюється свій частковий струм, незалежно від дії інших джерел. Дійсні струми у вітках від дії всіх джерел енергії знаходять як алгебраїчну суму часткових струмів від дії кожного джерела. Виходячи з цього положення, розрахунок виконується в наступній послідовності [6]:

1. Видаляють зі схеми всі, крім одного, джерела енергії, які приймаються рівними нулю, але їх внутрішні опори в схемі залишаються. Одне джерело енергії в схемі зберігають;
2. Обчислюють часткові струми у вітках від дії кожного окремого джерела енергії в схемі;

3. Вказують додатні напрямки струмів у кожній вітці та визначають ці струми як алгебраїчну суму від часткових струмів.

Розрахунковий приклад 1.5

Визначити струми віток наданої на рис. 1.6, *a* (див. с. 26) електричної схеми, якщо $J_{S2}=0,5$ А; $E_1=10$ В; $R_1=10$ Ом; $R_2=5$ Ом; $R_3=20$ Ом; $R_4=10$ Ом; $R_5=5$ Ом.

Розв'язання прикладу 1.5

На першому етапі вважаємо $J_{S2}=0$ і обчислюємо часткові струми віток від дії. Вказуємо на схемі додатні напрямки часткових струмів I'_1 , $I'_2 = I'_{21}$, I'_3 , які з'являються від дії джерела $E_1=10$ В (рис. 1.6, *b* (див. с. 26)). Напрямки часткових струмів безпосередньо визначаються напрямком дії джерела потужності E_1 . Визначаються ці часткові струми одним з раніше розглянутих методів, наприклад у цьому випадку ми можемо використовувати метод двох вузлів, як найбільш раціональний. Метод двох вузлів є окремим випадком методу вузлових потенціалів.

Різниця потенціалів або напруга між вузлами схеми:

$$U_{bd} = \frac{-\frac{E_1}{R_1 + R_4}}{\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{\frac{(R_3 + R_5)R_2}{R_2 + R_5 + R_3}}} = \frac{-0,5}{0,05 + 0,24} = -1,72 \text{ В.}$$

Часткові струми віток знаходимо за законом Ома:

$$I'_1 = \frac{E_1 + U_{bd}}{R_4 + R_1} = \frac{10 - 1,72}{10 + 10} = 0,414 \text{ А;}$$

$$I'_3 = \frac{-U_{bd}}{R_3 + R_5} = \frac{1,72}{25} = 0,068 \text{ А;}$$

$$I'_2 = \frac{-U_{bd}}{R_2} = \frac{1,72}{5} = 0,344 \text{ А.}$$

На другому етапі вважаємо $E_1=0$ і розраховуємо струми тільки від дії джерела струму $J_{S2}=0,5$ А (рис. 1.6, *c* (див. с. 26)). Розрахунок проводимо, використовуючи метод перетворення схем.

Еквівалентний опір двох паралельних віток

$$R_e = \frac{(R_1 + R_4) \times (R_3 + R_5)}{R_1 + R_4 + R_3 + R_5} = \frac{(10 + 10) \times (20 + 5)}{10 + 10 + 20 + 5} = 11,11 \text{ Ом.}$$

За правилом подільника струмів у двох паралельних вітках отримаємо:

$$I_{21}'' = -I_{S2} \frac{R_e}{R_e + R_2} = -0,5 \frac{11,11}{11,11 + 5} = -0,345 \text{ А.}$$

У розрахунку використано *правило подільника струмів між двома паралельно включеними вітками*: струм в паралельній вітці прямо пропорційний добутку вхідного струму двох віток на опір протилежно ввімкненої вітці і обернено пропорційний сумі опорів паралельно ввімкнених віток.

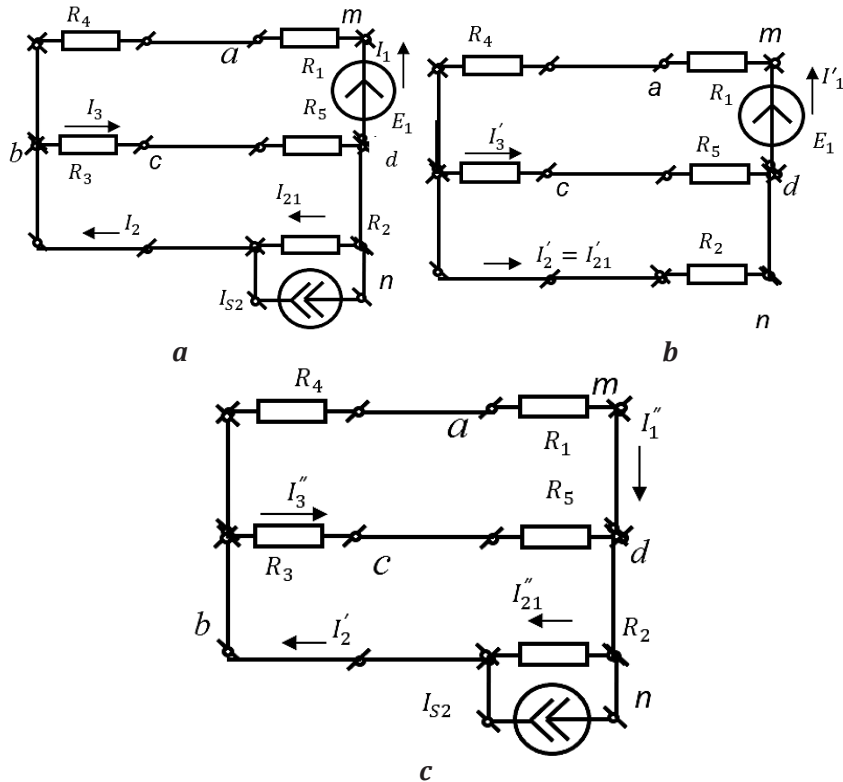


Рис. 1.6. Схеми прикладу 1.5

Відповідно до першого закону Кірхгофа

$$I_2'' = I_{S2} - I_{21}'' = 0,5 - 0,345 = 0,155 \text{ А;}$$

$$I_1'' = I_2'' \frac{R_3 + R_5}{R_3 + R_5 + R_4 + R_1} = 0,1555 \frac{20 + 5}{20 + 5 + 10 + 10} = 0,0861 \text{ А;}$$

$$I_3'' = I_2'' - I_1'' = 0,155 - 0,0861 = 0,0689 \text{ А.}$$

На третьому етапі знаходимо струми віток у початковій схемі як алгебраїчну суму від часткових струмів віток:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 0,414 - 0,0861 = 0,3229 \text{ А;}$$

$$I_2 = -I_2' + I_2'' = -0,344 + 0,155 = -0,189 \text{ А;}$$

$$I_{21} = -I_{21}' + I_{21}'' = -0,344 - 0,345 = -0,689 \text{ А;}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0,0688 + 0,0689 = 0,1377 \text{ А.}$$

1.7 Особливості застосування методу еквівалентного генератора для розрахунку параметрів кіл постійного струму

Метод головним чином використовується у випадках, коли необхідно визначити струм, напругу або потужність в одній вітці схеми. Тоді вся схема умовно ділиться на дві частини: досліджуваний пасивний двополюсник, підключений до активного двополюсника. У досліджуваний двополюсник входить вітка, в якій треба визначити електричні параметри, у вигляді пасивної двополюсної схеми. До активного двополюсника відносять всю решту схеми та представляють її як джерело енергії [7].

Метод ґрунтується на положенні, що активна двополюсна схема може бути замінена еквівалентним генератором. ЕРС еквівалентного генератора дорівнює напрузі на виході активної двополюсної схеми в режимі холостого ходу (напруга холостого ходу U_{xx}), тоді внутрішній опір $R_{кз}$ дорівнює еквівалентному опору (вхідний опір) активної двополюсної схем щодо вхідних затискачів у режимі короткого замикання.

Використовуючи ці позначення, струм у досліджуваній гілці визначається відповідно до формули

$$I = \frac{U_{xx}}{R + R_{кз}},$$

де R представляє внутрішній опір досліджуваної вітки.

Розрахунок методом еквівалентного генератора проводиться в такій послідовності:

1. Визначити в схемі досліджуваній пасивний двополюсник і активний двополюсник.

2. Досліджувану вітку відокремлюють від схеми. Одним із відомих методів обчислення електричних кіл визначають напругу між затискачами кола, до яких досліджувана вітка була під'єднана.

3. ЕРС і струми джерел електроенергії приймаються рівними нулю, але їх внутрішні опори враховуються в розрахунку і вхідний опір визначається по відношенню затискачів, де досліджувана вітка підключена.

4. Після того, як визначили напругу холостого ходу U_{xx} і вхідний опір активної двополюсної схеми $R_{кз}$, визначаємо в досліджуваній вітці струм за законом Ома.

Розрахунковий приклад 1.6

Визначте струм у вітці $b-d$ електричної схеми (рис. 1.7, a (див. с. 29)), якщо $J_{S2}=0,5$ А; $E_1=10$ В; $R_1=10$ Ом; $R_2=5$ Ом; $R_3=20$ Ом; $R_4=10$ Ом; $R_5=5$ Ом; $R_6=10$ Ом.

Розв'язання прикладу 1.6

Розділяємо щодо затискачів $b-d$ всю схему на активний і пасивний двополюсники (останній – це досліджувана вітка $b-d$ із відомим опором R_6). Від'єднуємо досліджувану вітку від клем $b-d$ і отримуємо схему активного двополюсника.

На першому етапі розрахунку знаходимо ЕРС холостого ходу E_{xx} (рис. 1.7, b (див. с. 29)). Використовуючи один з відомих методів, визначаємо різницю потенціалів між точками $b-d$, наприклад методом перетворення. Різниця потенціалів між точками $b-d$ дорівнює:

$$E_{xx} = V_b - V_d = I_5 R_5 - I_3 R_3,$$

де струми холостого ходу двополюсника (рис. 1.7, b) знайдений як:

$$I_2 = -I_5 = \frac{I_{S2} R_2 - E_2}{R_2 + R_5 + \frac{R_4 \times (R_1 + R_3)}{R_4 + R_1 + R_3}} = \frac{0,5 \times 5 - 10}{5 + 5 + \frac{10 \times (10 + 20)}{10 + 10 + 20}} = -0,428 \text{ А};$$

$$I_4 = I_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = -0,428 \frac{10 + 20}{10 + 20 + 10} = -0,321 \text{ А};$$

$$I_1 = I_3 = I_2 - I_4 = -0,428 + 0,321 = -0,107 \text{ А}.$$

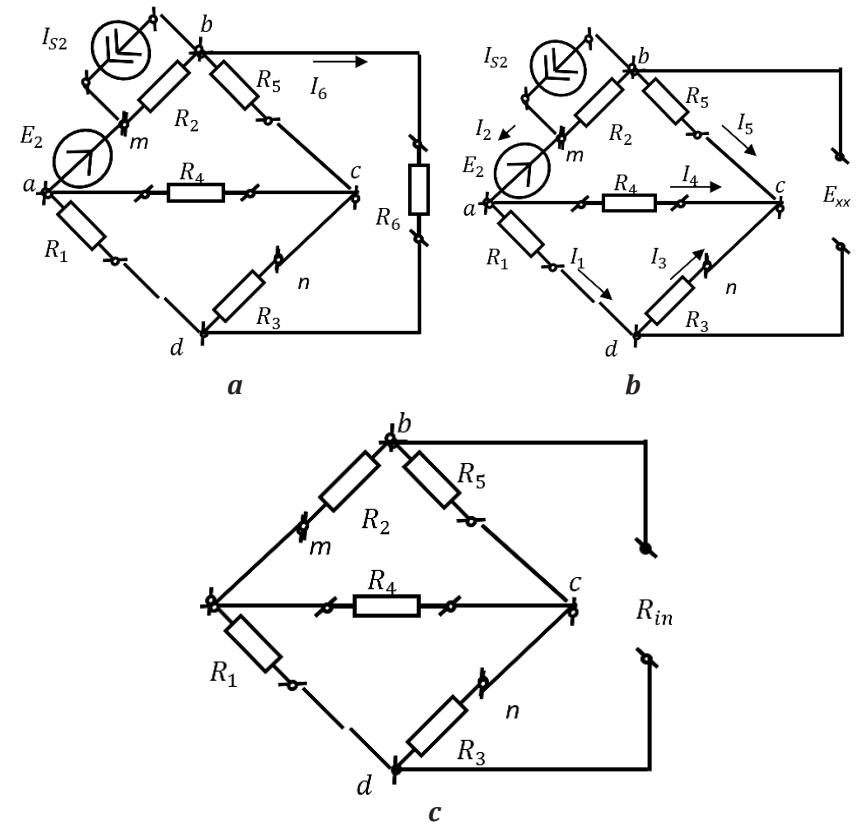


Рис. 1.7. Схема прикладу 1.6

Тоді:

$$E_{xx} = V_b - V_d = I_3 R_5 - I_3 R_3 = 0,428 \times 5 - (-0,107) \times 20 = 4,28 \text{ В.}$$

На другому етапі розрахунку знаходимо внутрішній опір $R_{кз}$ активного двополюсника (рис. 1.7, с (див. с. 29)). Попередньо перетворимо трикутник опорів в еквівалентне з'єднання зіркою.

Визначаємо еквівалентні опори:

$$R_b = \frac{R_2 \times R_5}{R_2 + R_5 + R_4} = \frac{5 \times 10}{5 + 5 + 10} = 1,25 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_4 \times R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{5 \times 10}{5 + 5 + 10} = 1,25 \text{ Ом};$$

$$R_a = \frac{R_4 \times R_2}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{10 \times 10}{5 + 5 + 10} = 2,5 \text{ Ом.}$$

Внутрішній опір еквівалентного генератора:

$$R_{кз} = R_b + \frac{(R_a + R_1) \times (R_c + R_3)}{R_a + R_1 + R_c + R_3} =$$

$$= 1,25 + \frac{(2,5 + 10) \times (1,25 + 20)}{2,5 + 10 + 1,25 + 20} = 9,12 \text{ Ом.}$$

На третьому етапі розрахунку, використовуючи значення відомої ЕРС холостого ходу E_{xx} і внутрішній опір активного двополюсника $R_{кз}$, визначаємо струм I_6 за законом Ома:

$$I_6 = \frac{E_{xx}}{R_6 + R_{кз}} = \frac{4,28}{10 + 9,12} = 0,224 \text{ А.}$$

1.8 Індивідуальне розрахунково-графічне завдання на тему «Аналіз лінійних кіл постійного струму»

Задача. Для електричної схеми, яка відповідає номеру виконаного варіанта і наведена на рис. 1.8 (див. с. 31), необхідно виконати наступне (вихідні дані наведено у табл. 1.1 (див. с. 33–37)):

1. За законами Кірхгофа скласти систему рівнянь для розрахунку струмів у всіх вітках схеми.
2. Визначити струми у всіх вітках схеми методом контурних струмів.

3. Визначити струми у всіх вітках схеми методом вузлових потенціалів.

4. Результати розрахунку струмів звести в таблицю і порівняти їх між собою.

5. Скласти баланс потужностей у початковій схемі, обчисливши сумарну потужність джерел і сумарну потужність навантажень (опорів).

6. Визначити струм через опір R_{i1} в першій вітці I_{i1} початкової схеми методом еквівалентного генератора.

7. Побудувати потенційну діаграму для будь-якого замкненого контуру схеми, який включає в себе два джерела потужності.

Вказівки:

1. Всі внутрішні опори джерел ЕРС дорівнюють 1 Ом.
2. Всі внутрішні опори джерел струму дорівнюють 10 кОм.
3. Відгалуження до джерела струму, які відповідно до початкових умов дорівнює нулю, на розрахунковій схемі не показується.

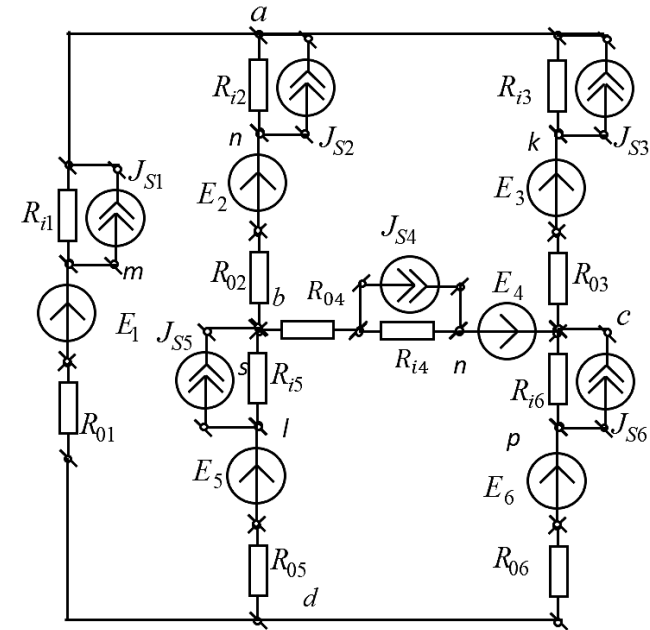


Рис. 1.8. Схема для виконання розрахункового завдання

4. Джерело ЕРС, яке відповідно до початкових умов дорівнює нулю, на розрахунковій схемі не показується.

5. Вказуючи в схемі струми у вітках необхідно врахувати, що струм через опір, який паралельний до джерела струму, буде відрізнятися від струму джерела.

6. Для студентів, прізвище яких починається з літер А-Е, за нульовий потенціал прийняти потенціал вузла a ; з букв Ж-М – потенціал вузла b ; з букв Н-Т – потенціал вузла c ; з букв У-Я – потенціал вузла d .

7. У пункті 6 завдання при визначенні вхідного опору активного двополюсника слід перетворити трикутник опорів в еквівалентну зірку.

Таблиця 1.1

Вихідні дані для виконання розрахункового завдання

Варіант	R_{01}		R_{02}		R_{03}		R_{04}		R_{05}		R_{06}		E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	J_{S1}	J_{S2}	J_{S3}	J_{S4}	J_{S5}	J_{S6}
	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	В	В	В	А	А	А	А	А	А
01	13	5	9	7	10	4	0	0	0	10	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
02	13	5	2	8	11	15	0	0	0	12	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
03	4	8	6	10	13	10	0	30	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
04	20	80	100	35	150	40	0	100	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
05	10	18	5	10	8	6	0	0	0	20	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
06	4	13	9	10	5	6	0	0	0	16	8,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2
07	130	40	60	80	110	45	12	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0	0	0	0
08	6	5	8	14	7	8	20	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
09	55	80	100	40	70	120	0	0	0	25	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05
10	110	60	45	150	80	50	0	0	0	25	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
11	7	12	4	9	15	8	0	0	0	20	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5
12	30	40	22	10	14	50	0	23	9,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0
13	15	12	10	9	8	7	0	0	0	13	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0
14	12	35	22	6	10	15	0	20	7,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0
15	4	7	10	12	20	5,5	20	0	0	0	10	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
16	4	11	5	12	7	8	25	4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0
17	9	20	16	40	30	22	0	0	0	30	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0
18	5	10	12	7	8	15	0	0	0	15	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
19	5	7	10	4	15	20	15	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
20	8	10	6	15	21	26	0	0	0	25	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Продовження таблиці 1.1

Варіант	R ₀₁		R ₀₂		R ₀₃		R ₀₄		R ₀₅		R ₀₆		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	J ₅₁	J ₅₂	J ₅₃	J ₅₄	J ₅₅	J ₅₆
	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	В	В	В	А	А	А	А	А	А
21	19,5	7,5	13,5	10,5	15	6	6	22,5	15	6	6	9	45	0	0	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0
22	19,5	7,5	3	12	16,5	22,5	12	16,5	15	0	0	12	30	0	0	0	21	22	0	0	0	0	0	0
23	6	12	9	15	19,5	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
24	30	120	150	52,5	225	60	0	90	375	0	0	375	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0
25	15	27	7,5	15	12	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16,5	52,5	0	0	0	0	0	0,5	0
26	6	19,5	13,5	15	7,5	9	0	16,2	15	0	0	15	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0
27	195	60	90	120	165	67,5	0	0	0	10,2	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0,04	0	0	0	0	0
28	9	7,5	12	21	10,5	12	0	15	33	0	0	33	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
29	82,5	120	150	60	105	180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25,5	22,5	0	0	0	0	0	0,1	0
30	165	90	67,5	225	120	75	21	21	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0
31	10,5	18	6	13,5	22,5	12	0	0	0	12	0	12	0	0	0	15	0	0	0	0	1	0	0	0
32	45	60	33	15	21	75	0	0	0	0	0	0	0	0	16,5	22,5	0	0	0	0	0	0	0,3	0
33	22,5	18	15	13,5	12	10,5	0	0	0	15	30	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0
34	18	52,5	33	9	15	22,5	0	9	18	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0
35	6	10,5	15	18	30	8,25	0	9	30	0	0	30	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
36	6	16,5	7,5	18	10,5	12	25,5	15	0	0	0	15	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
37	13,5	30	24	60	45	33	0	15	27	0	0	27	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
38	7,5	15	18	10,5	12	22,5	0	0	0	0	0	0	0	0	15	37,5	0	0	0	0	0	0	0,5	0
39	7,5	10,5	15	6	22,5	30	0	0	0	15	0	45	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
40	12	15	9	22,5	31,5	39	25,5	0	30	0	0	30	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
41	6,5	2,5	4,5	3,5	5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	15	0	0	0	0	0	0,4	0

Продовження таблиці 1.1

Варіант	R ₀₁		R ₀₂		R ₀₃		R ₀₄		R ₀₅		R ₀₆		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	J ₅₁	J ₅₂	J ₅₃	J ₅₄	J ₅₅	J ₅₆
	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	В	В	В	А	А	А	А	А	А
42	6,5	2,5	1	4	5,5	7,5	0	5	10	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0
43	2	4	3	5	6,5	5	0	0	0	11	7,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
44	10	40	50	17,5	75	20	0	0	0	34	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0
45	5	9	2,5	5	4	3	0	0	0	8,2	17,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0
46	2	6,5	4,5	5	2,5	3	0	6,7	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0
47	65	20	30	40	55	22,5	4,7	12,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0
48	3	2,5	4	7	3,5	4	0	7,5	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
49	27,5	40	50	20	53	0	0	0	0	60	0	6,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,15	0
50	55	30	22,5	75	40	0	0	0	0	25	8,1	7	0	0	0	0	0	0,08	0	0	0	0	0	0
51	3,5	6	2	4,5	7,5	0	0	0	0	4	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
52	15	20	11	5	7	25	0	7,5	7,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0
53	7,5	6	5	4,5	4	3,5	3,5	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0
54	6	17,5	11	3	5	7,5	0	6,5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0
55	2	3,5	5	6	10	2,75	0	0	0	6,5	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
56	2	5,5	2,5	6	6,5	4	0	0	0	10,5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
57	4,5	10	8	20	15	11	0	0	0	0	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
58	2,5	5	6	3,5	4	7,5	0	6	12,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0	0	0	0
59	2,5	3,5	5	2	7,5	10	7	0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0
60	4	5	3	7,5	10,5	13	10,5	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0
61	26	10	18	14	20	8	0	0	0	0	0	20	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
62	26	10	4	16	22	30	0	0	0	0	24	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2

Продовження таблиці 1.1

Варіант	R ₀₁		R ₀₂		R ₀₃		R ₀₄		R ₀₅		R ₀₆		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	J ₅₁	J ₅₂	J ₅₃	J ₅₄	J ₅₅	J ₅₆
	Ом	А	Ом	А	Ом	А	Ом	А	Ом	А	Ом	А	В	В	В	В	В	В	А	А	А	А	А	А
63	8	16	12	20	26	20	80	80	200	200	0	0	0	0	0	0	60	24	0	0	0	0	0	0,5
64	40	160	200	70	300	80	200	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,5	0	0
65	20	36	10	29	16	12	12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
66	8	26	18	20	10	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0
67	260	80	120	160	220	90	24	34	0	0	0	0	0	0	0	0	40	12	0	0	0	0	0	0,2
68	12	10	16	28	14	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	22	0	0	0	0	0	2
69	110	160	200	80	140	240	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	12	0	0	0	0	0	0,04
70	229	120	90	300	160	100	50	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0
71	14	24	8	18	30	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
72	60	80	44	20	28	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0
73	30	24	20	18	16	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26	28	0	0	0	0	0	0	0,5
74	24	70	44	12	20	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	19,6	0	0	0	0	0	0,1
75	8	124	20	24	40	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	10	0	0	0	0	0	1,5
76	8	22	10	24	14	16	50	16,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0
77	18	40	32	80	60	44	0	60	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0
78	10	20	24	14	16	30	0	30	38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0
79	10	14	20	8	30	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	20	0	0	0	0	0	2
80	16	20	12	30	42	52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	34	0	0	0	0	0	0,5
81	32,5	12,5	22,5	17,5	25	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	75	0	0	0	0	0	0,4
82	32,5	12,5	5	20	27,5	37,5	0	25	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0
83	10	20	15	25	32,5	25	0	35	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0

Закінчення таблиці 1.1

Варіант	R ₀₁		R ₀₂		R ₀₃		R ₀₄		R ₀₅		R ₀₆		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	J ₅₁	J ₅₂	J ₅₃	J ₅₄	J ₅₅	J ₅₆
	Ом	А	Ом	А	Ом	А	Ом	А	Ом	А	Ом	А	В	В	В	В	В	В	А	А	А	А	А	А
84	50	200	250	87	375	100	0	150	625	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0
85	25	45	12,5	25	20	15	0	32	87,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0
86	10	32,5	22,5	25	12,5	15	0	27	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0
87	325	100	150	200	275	112	17	62,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04	0	0	0	0	0
88	15	12,5	20	35	17,5	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	55	0	0	0	0	0	2	0
89	137	200	250	100	175	300	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,5	37,5	0	0	0	0	0	0,14	0
90	275	150	112	375	200	225	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	35	0	0	0	0	0	0,14	0
91	17,5	30	10	22,5	37,5	20	0	26	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0
92	75	100	55	25	35	125	0	32,5	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0
93	37,5	30	25	22,5	20	17,5	25	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0
94	30	87,5	55	15	25	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	30	0	0	0	0	0	0,4	0
95	10	17,5	25	30	50	13,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	50	0	0	0	0	0	2	0
96	10	27,5	12,5	30	17,5	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32,5	25	0	0	0	0	0	3	0
97	22,5	50	40	100	75	55	0	35	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0
98	12,5	25	30	17,5	20	37,5	0	35	62,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0
99	12,5	17,5	25	10	37,5	50	30	0	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0
00	20	25	15	37,5	52,5	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50,5	0	50	0	0	0	0	0,6	0

1.9 Приклад розрахунку індивідуального розрахунково-графічного завдання на тему «Аналіз лінійних кіл постійного струму»

Задача. Для електричної схеми, наведеної на рис. 1.9, виконати наступне:

1. Скласти систему рівнянь для розрахунку струмів у всіх вітках схеми за законами Кірхгофа.

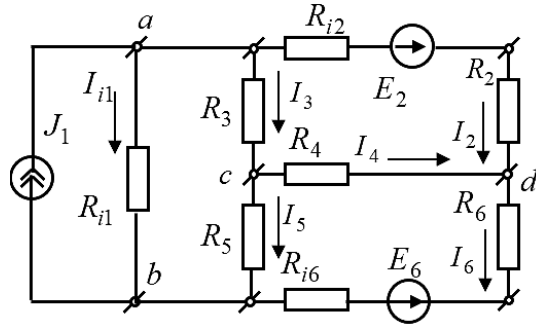


Рис. 1.9. Схема для завдання 1

Таблиця 1.2

Вихідні дані для розрахунку завдання

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_{i1}	R_{i2}	R_{i6}	E_2	E_6	J_1
Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	А
13	5	9	7	10	4	1	1	1	19	20	1

Відповідно до першого закону Кірхгофа: струм, що входить у будь-яку точку з'єднання кола, дорівнює струму, що виходить з цього з'єднання (закон струмів Кірхгофа):

- для вузла a : $J_1 - I_{i1} - I_2 - I_3 = 0$;
- для вузла c : $I_3 - I_4 - I_5 = 0$;
- для вузла d : $I_2 + I_4 - I_6 = 0$.

Згідно з другим законом Кірхгофа: сума спадів напруг в замкненому контурі дорівнює сумі ЕРС джерел цього контуру (закон напруг Кірхгофа):

- для контуру $R_{i1} - R_3 - R_5$ маємо: $-R_{i1}I_{i1} + R_3I_3 + R_5I_5 = 0$;
- для контуру $R_{i2} - R_2 - R_3 - R_4$ запишемо: $I_2(R_{i2} + R_2) - I_3R_3 - I_4R_4 = E_2$;

- для контуру $R_{i6} - R_6 - R_5 - R_4$ відповідно:
 $-I_6(R_{i6} + R_6) + I_4R_4 - I_5R_5 = -E_6$.

Запишемо систему рівнянь за законами Кірхгофа, що містить шість невідомих струмів:

$$\begin{cases} J_1 - I_{i1} - I_2 - I_3 = 0; \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0; \\ I_2 + I_4 - I_6 = 0; \\ -R_{i1}I_{i1} + R_3I_3 + R_5I_5 = 0; \\ I_2(R_{i2} + R_2) - R_3I_3 - R_4I_4 = E_2; \\ -I_6(R_{i6} + R_6) + R_4I_4 - R_5I_5 = -E_6. \end{cases}$$

Після підстановки числових значень отримуємо:

$$\begin{cases} 1 - I_{i1} - I_2 - I_3 = 0; \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0; \\ I_2 + I_4 - I_6 = 0; \\ -1 \times I_{i1} + 9 \times I_3 + 10 \times I_5 = 0; \\ I_2(1 + 5) - 9 \times I_3 - 7 \times I_4 = 19; \\ -I_6(1 + 4) + 7 \times I_4 - 10 \times I_5 = -20. \end{cases}$$

Розв'язавши систему рівнянь відносно струмів віток, одержимо:

$$\begin{aligned} I_{i1} &= 1,04 \text{ А}; I_2 = 0,615 \text{ А}; I_3 = -0,654 \text{ А}; I_4 = -1,35 \text{ А}; \\ I_5 &= 0,692 \text{ А}; I_6 = -0,731 \text{ А}. \end{aligned}$$

2. Визначити струми у всіх вітках схеми методом контурних струмів.

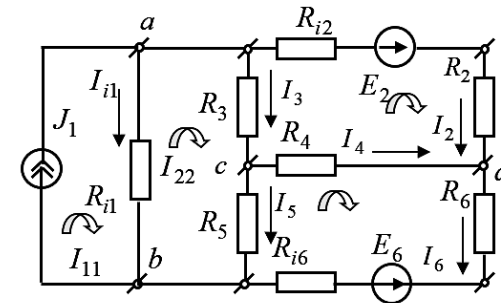


Рис. 1.10. Схема для завдання 2

Застосування основних принципів цього методу ми продемонструємо на схемі рис. 1.10, яка містить джерело струму. У цій схемі містяться чотири незалежних контури (комірки). У кожну комірку вводимо контурний струм: I_{11} , I_{22} , I_{33} та I_{44} . Всі контурні струми спрямовуємо «за годинниковою стрілкою». Для кожного контуру складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому, слід зазначити, що загальні елементи суміжних віток (вітки з опорами R_{11} , R_3 , R_4 та R_5) обтикаються різницею струмів, відповідно $I_{11}-I_{22}$, $I_{22}-I_{33}$, $I_{33}-I_{44}$ та $I_{22}-I_{44}$. У цій схемі немає суміжних опорів між 1-3 і 1-4 контурами, тому $R_{13}=R_{31}=0$, $R_{14}=R_{41}=0$. Додатний напрямок обходу контурів вибрано також «за годинниковою стрілкою». Для першого контуру (J_1-R_{11}) маємо:

$$I_{11}(R_{11}+\alpha)+(I_{11}-I_{22})R_{11}=J_1\alpha.$$

Позбуваємося невизначеності (нескінченності), і визначаємо, що $I_{11}=J_1$.

Для другого контуру ($R_{11}-R_3-R_5$) за другим законом Кірхгофа:

$$-(I_{11}-I_{22})R_{11}+(I_{22}-I_{33})R_3+(I_{22}-I_{44})R_5=0.$$

Для третього контуру ($R_{12}-R_2-R_3$) одержимо:

$$-(I_{22}-I_{33})R_3+(I_{33}-I_{44})R_4=E_2.$$

Для четвертого контуру ($R_{16}-R_6-R_5-R_4$) відповідно:

$$-(I_{22}-I_{44})R_5-(I_{33}-I_{44})R_4+I_4(R_{16}+R_6)=-E_6.$$

Перетворимо ці рівняння до наступного вигляду:

$$I_{11}=J_1;$$

$$-I_{11}R_{11}+I_{22}(R_{11}+R_3+R_5)-I_{33}R_3-I_{44}R_5=0;$$

$$-I_{22}R_3+I_{33}(R_{12}+R_2+R_3+R_4)-I_{44}R_4=E_2;$$

$$-I_{22}R_5-I_{33}R_4+I_{44}(R_{16}+R_6+R_4+R_5)=-E_6.$$

Вводимо наступні позначення:

- $R_{11}+R_3+R_5=R_{22}$ - сума опорів всередині другого контуру (власний опір контуру);

- $R_{12}+R_2+R_3+R_4=R_{33}$ - сума опорів третього контуру;

- $R_{16}+R_6+R_4+R_5=R_{44}$ - сума опорів четвертого контуру;

- $R_{12}=R_{21}=-R_{11}$ - опір у загальних вітках двох суміжних контурів, відповідно до першого і другого контурів;

- $R_{24}=R_{42}=-R_5$ - опір у загальній вітці другого і четвертого контурів;

- $R_{34}=R_{43}=-R_4$ - опір у загальній вітці третього і четвертого контурів;

- $R_{23}=R_{32}=-R_3$ - опір у загальній вітці другого і третього контурів.

Якщо два контури не мають загальної вітки, то відповідний опір приймається рівним нулю. Таким чином, в нашому випадку (рис. 1.10) перший і третій контури не мають загальних віток. Тому опір $R_{13}=R_{31}=0$, $R_{14}=R_{41}=0$.

ЕРС E_{11} - це контурна ЕРС, яка дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у першому контурі. У цю суму входить ЕРС зі знаком плюс, якщо напрямок ЕРС збігається з напрямком обходу контуру.

Тоді можемо визначити:

- $E_{22}=0$ - контурна ЕРС другого контуру;

- $E_{33}=E_2$ - контурна ЕРС третього контуру;

- $E_{44}=-E_6$ - контурна ЕРС четвертого контуру.

Переписуємо останню систему рівнянь у загальному вигляді:

$$I_{11}R_{11}+I_{22}R_{12}+I_{33}R_{13}+I_{44}R_{14}=E_{11};$$

$$I_{11}R_{21}+I_{22}R_{22}+I_{33}R_{23}+I_{44}R_{24}=E_{22};$$

$$I_{11}R_{31}+I_{22}R_{32}+I_{33}R_{33}+I_{44}R_{34}=E_{33};$$

$$I_{11}R_{41}+I_{22}R_{42}+I_{33}R_{43}+I_{44}R_{44}=E_{44}.$$

Враховуючи в цій системі, що струм $I_{11}=J_1$, та суміжні опори контурів $R_{13}=R_{31}=0$, $R_{14}=R_{41}=0$, одержимо:

$$\begin{cases} I_{11} = 1; \\ -I_{11} \times 1 + I_{22}(1 + 9 + 10) - I_{33} \times 9 - I_{44} \times 10 = 0; \\ -I_{22} \times 9 + I_{33}(1 + 5 + 9 + 7) - I_{44} \times 7 = 19; \\ -I_{22} \times 10 - I_{33} \times 7 + I_{44}(1 + 4 + 7 + 10) = -20. \end{cases}$$

Невідомі контурні струми знаходяться з розв'язання останніх рівнянь:

$$I_{11}=1 \text{ А}; I_{22}=-0,0385 \text{ А}; I_{33}=0,615 \text{ А}; I_{44}=-0,731 \text{ А},$$

і після чого обчислюємо струми у вітках через відомі контурні струми (рис. 1.10):

$$I_{11}=J_1-I_{22}=1+0,0385=1,0385 \text{ А};$$

$$I_2 = I_{33} = 0,615 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{22} - I_{33} = -0,0385 - 0,615 = -0,6535 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{44} - I_{33} = -0,731 - 0,615 = -1,346 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} - I_{44} = -0,0385 + 0,731 = 0,6925 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{44} = -0,731 \text{ A}.$$

3. Визначити струми віток схеми методом вузлових потенціалів.

Вузол d схеми рис. 1.11 електрично заземляємо, а для інших a, b, c вузлів схеми складаємо систему з трьох рівнянь.

Для вузла a розрахункове рівняння записуємо в такій формі:

$$V_a (G_{i1} + G_{i2} + G_3) - V_b G_{i1} - V_c G_3 = J_1 - E_2 G_2$$

або

$$V_a G_{aa} - V_b G_{ab} - V_c G_{ac} = \sum_a EG,$$

де введено наступні позначення:

- $J_1 - E_2 G_2 = I_{aa} = \sum EG$ - вузловий струм вузла a , який визначений як алгебраїчна сума добутків ЕРС на свою провідність вітки і додано джерело струму;
- $G_{i1} + G_{i2} + G_3 = G_{aa}$ - сума провідностей віток, які під'єднані до вузла a ;
- $G_{i1} = G_{ab}$ - сума провідності віток, які з'єднані між a і b вузлами;
- $G_3 = G_{ac}$ - сума провідності віток, які з'єднані між a і c вузлами.

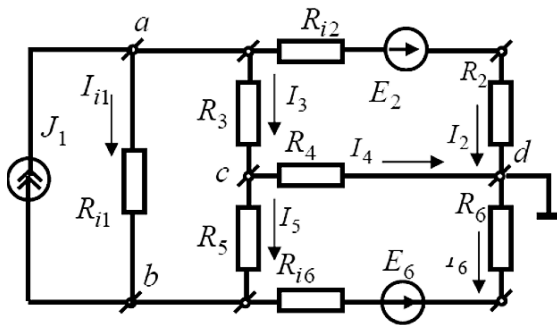


Рис. 1.11. Схема для завдання 3

Аналогічно запишемо рівняння для вузлів b і c :

$$-V_{ba} G_{aa} + V_b G_{bb} - V_c G_{bc} = \sum_b EG;$$

$$-V_{ca} G_{aa} - V_b G_{cb} - V_c G_{cc} = \sum_c EG.$$

Спільним розв'язком останніх трьох рівнянь визначаємо значення потенціалів вузлів V_a, V_b, V_c (потенціал $V_d=0$), після чого можемо обчислити струми у вітках.

Необхідно відзначити, що коли знаходимо алгебраїчну суму вузлових струмів, то якщо ЕРС спрямована до вузла, вона береться із додатним знаком, якщо спрямована від вузла - то із від'ємним знаком. Якщо вітка не має джерела ЕРС, то відповідний доданок дорівнюватиме нулю.

Підставляємо числові значення у рівняння:

$$V_a \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+5} + \frac{1}{9} \right) - V_b \frac{1}{1} - V_c \frac{1}{9} = 1 - \frac{19}{1+5};$$

$$-V_a \frac{1}{1} + V_b \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{10} + \frac{1}{1+4} \right) - V_c \frac{1}{10} = -1 - \frac{20}{1+4};$$

$$-V_a \frac{1}{9} - V_b \frac{1}{10} + V_c \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} \right) = 0.$$

З чисельного розв'язку останньої системи рівнянь, знаходимо потенціали вузлів a, b, c :

$$V_a = -15,3 \text{ В}; V_b = -16,3 \text{ В}; V_c = -9,42 \text{ В}; V_d = 0 \text{ В}.$$

Знаючи чисельні значення вузлових потенціалів, можемо знайти струми у вітках схеми за законом Ома:

$$I_{i1} = (V_a - V_b) G_{i1} = \frac{-15,3 + 16,3}{1} = 1,0 \text{ А};$$

$$I_2 = (V_a + E_2) G_2 = \frac{-15,3 + 19}{1+5} = 0,616 \text{ А};$$

$$I_3 = (V_a - V_c) G_3 = \frac{-15,3 + 9,42}{9} = -0,6533 \text{ А};$$

$$I_4 = V_c G_4 = \frac{-9,42}{7} = -1,345 \text{ А};$$

$$I_5 = (V_c - V_b) G_5 = \frac{-9,42 + 16,3}{10} = 0,688 \text{ А};$$

$$I_6 = (-V_b - E_6)G_6 = \frac{16,3 - 20}{1 + 4} = -0,74 \text{ А.}$$

Результати розрахунків струмів зведемо до таблиці 1.3.

Таблиця 1.3

Результати розрахунків за трьома методами

Метод розрахунку	$I_{11}, \text{А}$	$I_2, \text{А}$	$I_3, \text{А}$	$I_4, \text{А}$	$I_5, \text{А}$	$I_6, \text{А}$
Закони Кірхгофа	1,04	0,615	-0,654	-1,35	0,692	-0,731
Контурні струми	1,0385	0,615	-0,653	-1,346	0,6925	-0,731
Вузлові потенціали	1,0	0,616	-0,653	-1,345	0,688	-0,74

4. Скласти баланс потужностей у початковій схемі.

Потужності, що генеруються джерелами енергії:

$$P_{дж} = J_1 \times I_{11} \times R_{i1} + E_2 I_2 + E_6 I_6 = 1 \times 1,04 \times 1 + 19 \times 0,615 - 20 \times (-0,731) = 27,345 \text{ Вт.}$$

Потужності, що споживаються навантаженням:

$$P_n = I_{11}^2 R_{i1} + (R_{i2} + R_2) \times I_2^2 + R_3 \times I_3^2 + R_4 \times I_4^2 + R_5 \times I_5^2 + (R_{i6} + R_6) \times I_6^2 = 1 \times 1,04^2 + (1 + 5) \times 0,615^2 + 9 \times 0,654^2 + 7 \times 1,35^2 + 10 \times 0,692^2 + (1 + 4) \times 0,731^2 = 27,418 \text{ Вт.}$$

Відносна похибка інженерних обчислення δ не повинна перебільшувати значення 5 %. Для виконаних обчислень маємо відносну похибку:

$$\delta = \frac{P_n - P_{дж}}{P_n} \times 100 \% = \frac{27,418 - 27,345}{27,418} \times 100 \% = 0,266 \%.$$

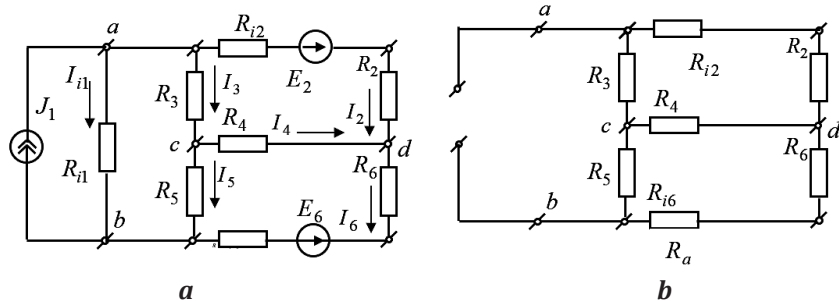


Рис. 1.12. Схема для завдання 5 (перший етап)

5. Визначити струм I_{i1} через опір R_{i1} у першій вітці початкової схеми методом еквівалентного генератора (рис. 1.12, а).

Розрахунок внутрішнього опору еквівалентного генератора. На першому етапі розрахунку видаляємо всі джерела енергії зі схеми (рис. 1.12, б), але їх внутрішні опори в схемі зберігаємо.

З метою спрощення розрахунку електричної схеми перетворимо трикутник опорів $R_{i2} + R_2, R_3, R_4$ (рис. 1.12, б) у зірку з'єднання опорів R_a, R_b, R_c (рис. 1.13, а), або можливо зробити зворотне перетворення зірки в трикутник:

$$R_a = \frac{(R_{i2} + R_2) \times R_3}{R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(1 + 5) \times 9}{1 + 5 + 9 + 7} = 2,45 \text{ Ом;}$$

$$R_b = \frac{(R_{i2} + R_2) \times R_4}{R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(1 + 5) \times 7}{1 + 5 + 9 + 7} = 1,91 \text{ Ом;}$$

$$R_c = \frac{R_3 \times R_4}{R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{7 \times 9}{1 + 5 + 9 + 7} = 2,86 \text{ Ом;}$$

$$R_m = \frac{(R_b + R_c + R_{i6}) \times (R_c + R_5)}{R_b + R_c + R_{i6} + R_5} + R_a = \frac{(1,91 + 2,86 + 1) \times (2,86 + 10)}{1,91 + 2,86 + 1 + 2,86 + 10} + 2,45 = 6,94 \text{ Ом.}$$

На другому етапі розрахунку визначаємо ЕРС холостого ходу еквівалентного генератора (рис. 1.13, б). Струм холостого ходу еквівалентного генератора знаходимо методом контурних струмів:

$$I_{xx11} = J_1;$$

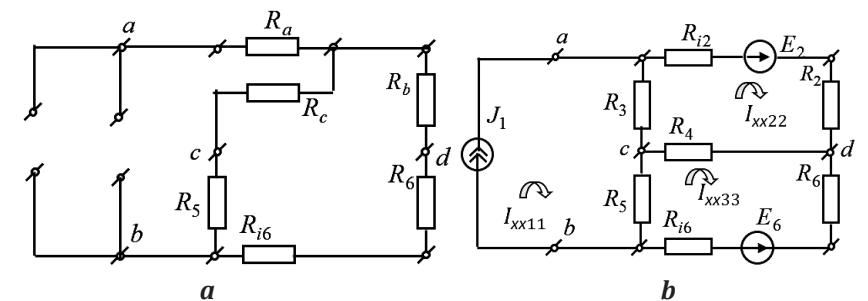


Рис. 1.13. Схема для завдання 5 (другий етап)

$$-I_{xx11}R_3 + I_{xx22}(R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4) - I_{xx33}R_4 = E_2;$$

$$-I_{xx11}R_5 - I_{xx22}R_4 + I_{4xx33}(R_{i6} + R_6 + R_4 + R_5) = -E_6.$$

Підставляємо числові дані:

$$\begin{cases} I_{xx11} = 1; \\ -I_{xx11} \times 9 + I_{xx22}(1 + 5 + 9 + 7) - I_{xx33} \times 7 = 19; \\ -I_{xx11} \times 10 - I_{xx22} \times 7 + I_{xx33}(1 + 4 + 7 + 10) = -20. \end{cases}$$

$$I_{xx22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 28 & -7 \\ -10 & 22 \\ 22 & -7 \\ -7 & 22 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 22 & 28 \\ -7 & -10 \\ 22 & -7 \\ -7 & 22 \end{vmatrix}} = 1,255 \text{ A}; \quad I_{xx33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 28 \\ -7 & -10 \\ 22 & -7 \\ -7 & 22 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 22 & 28 \\ -7 & -10 \\ 22 & -7 \\ -7 & 22 \end{vmatrix}} = -0,055 \text{ A};$$

$$E_{xxab} = V_a - V_b = (I_{xx11} - I_{xx22}) \times R_3 + (I_{xx11} - I_{xx33}) \times R_5 =$$

$$= (1 - 1,255) \times 9 + (1 - 0,055) \times 10 = 7,155 \text{ B};$$

$$I_{i1} = \frac{E_{xxab}}{R_m + R_{i1}} = \frac{7,155}{6,94 + 1} = 0,9 \text{ A}.$$

ЕРС холостого ходу еквівалентного генератора:

$$E_{xxab} = V_a - V_b = (I_{xx11} - I_{xx22}) \times R_3 + (I_{xx11} - I_{xx33}) \times R_5 =$$

$$= (1 - 1,255) \times 9 + (1 - 0,055) \times 10 = 7,155 \text{ B}.$$

Струм I_{i1} через опір R_{i1} у першій вітці початкової схеми:

$$I_{i1} = \frac{E_{xxab}}{R_m + R_{i1}} = \frac{7,155}{6,94 + 1} = 0,9 \text{ A}.$$

6. Побудувати потенціальну діаграму для d - s - a - d замкнутого контуру, який включає в себе дві ЕРС джерел E_2 та E_6 .

Розраховуємо потенціали вузлів схеми:

$$V_d = 0; \quad V_{R6} = V_d - I_6 \times R_6 = V_d + 0,74 \times 4 = V_d + 2,96 \text{ B};$$

$$V_{E6} = V_{R6} - E_6 = V_{R6} - 20 \text{ B};$$

$$V_b = V_{E6} - I_6 \times R_{i6} = V_d + 0,74 \times 1 = V_d + 0,74 \text{ B};$$

$$V_c = V_b + I_5 \times R_5 = V_b + 0,688 \times 10 = V_b + 6,88 \text{ B};$$

$$V_a = V_c + I_3 \times R_3 = V_c + I_3 \times R_3 = V_c - 0,6533 \times 9 = V_c - 5,879 \text{ B};$$

$$V_{Ri2} = V_a - I_2 \times R_{i2} = V_2 - 0,616 \times 1 = V_a - 0,616 \text{ B};$$

$$V_{E2} = V_{Ri2} + E_2 = V_{Ri2} + 19 \text{ B};$$

$$V_d = V_{E2} - I_2 \times R_2 = V_{E2} - 0,616 \times 5 = V_{E2} - 3,08 \text{ B}.$$

За знайденими потенціалами вузлів, значенням ЕДС та опорів віток, будуємо потенціальну діаграму (рис. 1.14).

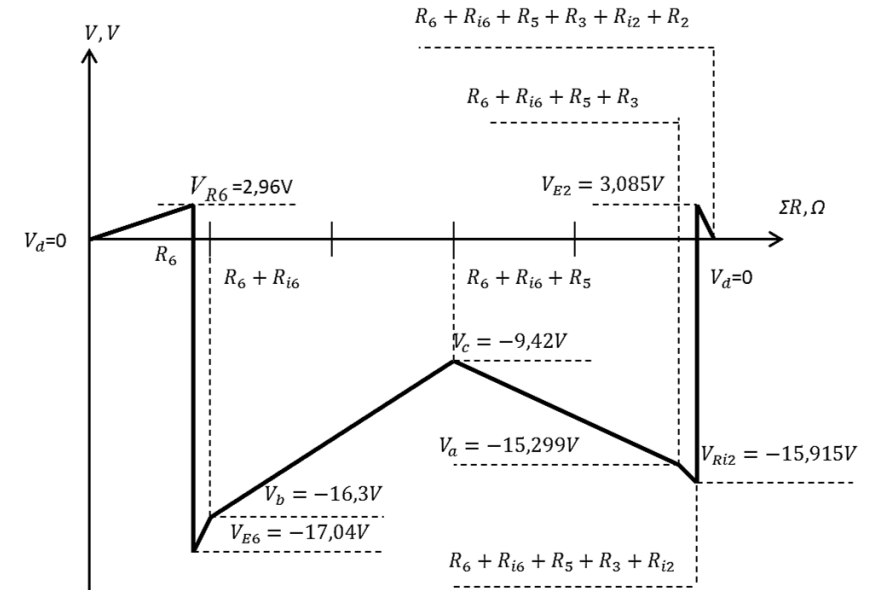
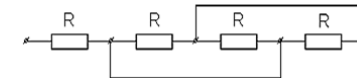


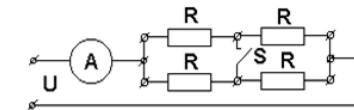
Рис. 1.14. Потенціальна діаграма

1.10 Задачі для самоконтролю по колах постійного струму

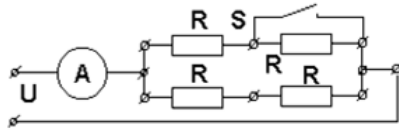
1. Обчислити еквівалентний опір кола, $R=100 \text{ Ом}$.



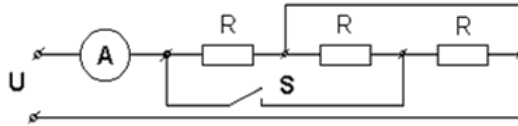
2. Як зміняться покази амперметра, якщо ключ S замкнути. Вхідна напруга U незмінна.



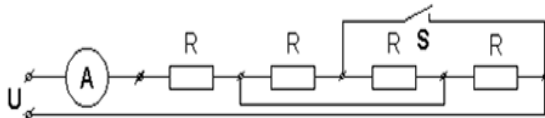
3. Якими будуть покази амперметра А, якщо ключ S замкнути? До замикання ключа S покази амперметра А були 9 А і вхідна напруга незмінна.



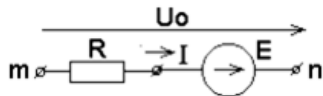
4. До замикання ключа S показання амперметра 6 А. Якими будуть показання амперметра після замикання ключа S? Вхідна напруга U незмінна.



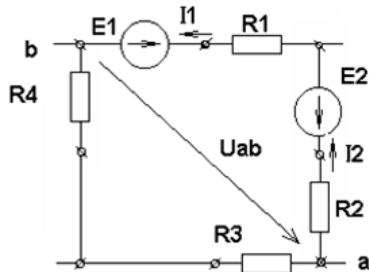
5. До замикання ключа S показання амперметра 2 А. Якими будуть показання амперметра після замикання ключа S? Вхідна напруга U незмінна.



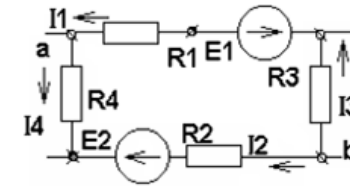
6. Дана вітка mn постійного струму. Визначте струм I у вітці mn у загальному вигляді через параметри вітки E, U₀, R.



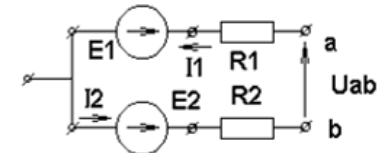
7. Дано контур кола постійного струму. Виразіть напругу U_{ab} через значення E₁, R₁, I₁, E₂, R₂, I₂.



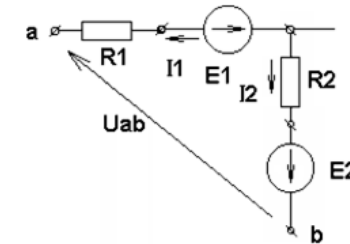
8. Дано контур кола постійного струму. Складіть рівняння за другим законом Кірхгофа.



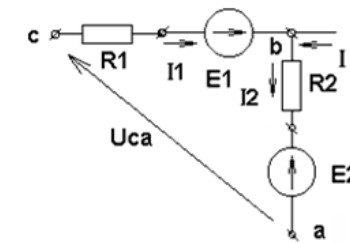
9. На рисунку показана частина кола постійного струму. Дано: I₁=3 А, I₂=2,4 А, E₁=70 В, E₂=20 В, R₁=8 Ом, R₂=5 Ом. Знайти напругу U_{ab}.



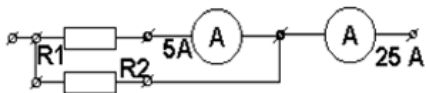
10. Запишіть напругу U_{ab} через параметри I₁, I₂, R₁, R₂, E₁, E₂.



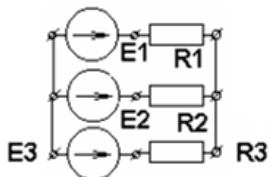
11. На рисунку наведено ділянку складного кола постійного струму. Скласти рівняння за законами Кірхгофа і знайти струми віток якщо E₁=100 В, E₂=130 В, I=8 А, R₁=3 Ом, R₂=5 Ом, U_{ca}=70 В.



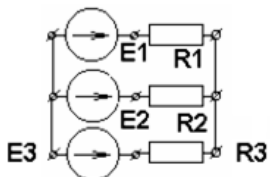
12. Знайдіть опір R_2 постійному струму, якщо $R_1=3$ Ом, показання амперметра надані на рисунку.



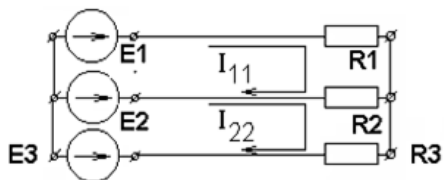
13. Визначте, які з трьох джерел ЕРС генерують енергію, а які з них цю енергію поглинають, якщо $R_1=6$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=3$ Ом, $E_1=10$ В, $E_2=E_3=30$ В.



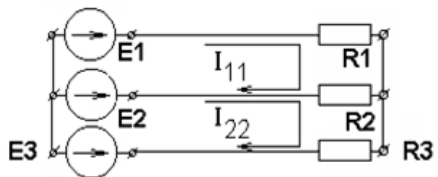
14. Визначте режими роботи трьох джерел ЕРС, якщо $R_1=6$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=3$ Ом, $E_1=30$ В, $E_2=10$ В, $E_3=5$ В.



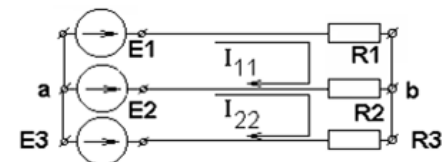
15. Методом контурних струмів знайти струм у першому джерелі, якщо $R_1=6$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=3$ Ом, $E_1=10$ В, $E_2=20$ В, $E_3=30$ В.



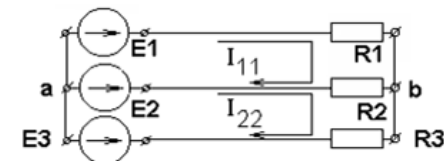
16. Методом контурних струмів знайти струм другого джерела, якщо $R_1=10$ Ом, $R_2=15$ Ом, $R_3=5$ Ом, $E_1=10$ В, $E_2=E_3=30$ В.



17. Скласти в загальному вигляді рівняння вузлових потенціалів для вузла b у випадку, коли точка a схеми заземлена. Знайти в загальному вигляді струм першого джерела енергії.



18. Скласти в загальному вигляді рівняння вузлових потенціалів для вузла a у випадку, коли точка b схеми заземлена. Знайти в загальному вигляді струм другого джерела енергії.



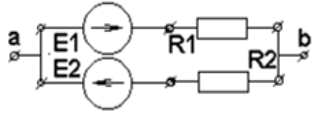
19. Для вузла 1 електричного кола записати рівняння вузлових потенціалів, коли заземлений вузол 2. Знайти в загальному вигляді струм третього джерела.



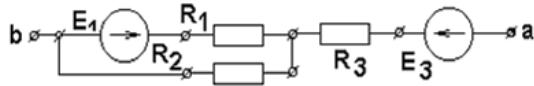
20. Для вузла 2 електричного кола записати рівняння вузлових потенціалів, коли заземлений вузол. Знайти в загальному вигляді струм третього джерела.



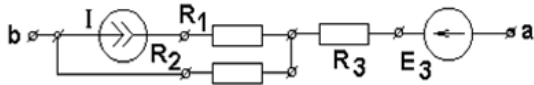
21. Знайти заступну схему двополюсника ЕРС еквівалентного генератора відносно затискачів $a-b$, представленого на рисунку, якщо $E_1=50$ В, $E_2=70$ В, $R_1=15$ Ом, $R_2=9$ Ом.



22. Дано: $E_1=54$ В, $E_3=36$ В, $R_1=9$ Ом, $R_2=18$ Ом, $R_3=5$ Ом. Знайти заступну схему двополюсника ЕРС еквівалентного генератора для даного кола відносно затискачів $a-b$, представленого на рисунку.



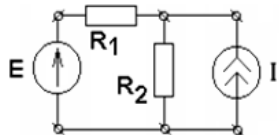
23. Дано: $I=2$ А, $R_1=9$ Ом, $R_2=18$ Ом, $R_3=5$ Ом, $E_3=12$ В. Знайти у заступній схемі двополюсника внутрішній опір еквівалентного генератора для даного кола, представленого на рисунку.



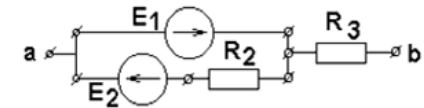
24. Дано: $I=2$ А, $R_1=9$ Ом, $R_2=12$ Ом, $R_3=5$ Ом, $E_3=12$ В. Знайти у заступній схемі двополюсника ЕРС еквівалентного генератора, представленого на рисунку.



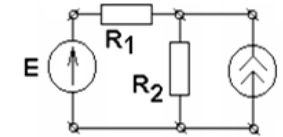
25. Методом контурних струмів знайти струми віток, якщо: $E=10$ В, $I=1$ А, $R_1=R_2=5$ Ом.



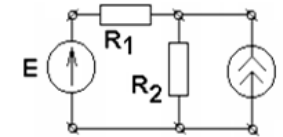
26. Знайти ЕРС еквівалентного генератора для даного кола, відносно затискачів $a-b$, представленого на рисунку, якщо $E_1=50$ В, $E_2=70$ В, $R_2=10$ Ом, $R_3=20$ Ом.



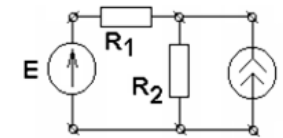
27. Методом вузлових потенціалів знайти струми віток, якщо: $E=10$ В, $I=1$ А, $R_1=R_2=5$ Ом.



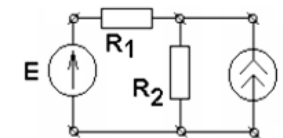
28. Методом накладення знайти струми віток, якщо: $E=10$ В, $I=1$ А, $R_1=R_2=5$ Ом.



29. Методом еквівалентного генератора знайти струм в резисторі R_2 , якщо $E=10$ В, $I=1$ А, $R_1=R_2=5$ Ом.



30. Використовуючи закони Кірхгофа знайти струми віток, якщо: $E=10$ В, $R_1=R_2=5$ Ом, $I=1$ А.



1.11 Питання для самоконтролю по колам постійного струму

1. Розмірність струму:
 - вмпер;
 - вольт;
 - ват;
 - ом;
 - сименс.
2. Розмірність напруги:
 - ампер;
 - вольт;
 - ват;
 - ом;
 - сименс.
3. Розмірність потужності:
 - ампер;
 - вольт;
 - ват;
 - ом;
 - сименс.
4. Розмірність опору:
 - ампер;
 - вольт;
 - ват;
 - ом;
 - сименс.
5. Розмірність провідності:
 - ампер;
 - вольт;
 - ват;
 - ом;
 - сименс.
6. Розмірність енергії:
 - ампер;
 - вольт;
 - ват · с;

- ом;
 - сименс.
7. Перший закон Кірхгофа:
 - сума струмів дорівнює нулю;
 - сума добутків напруг і струмів дорівнює нулю;
 - алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю;
 - сума напруг дорівнює нулю;
 - у контурі алгебраїчна сума спадів напруг дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС.
 8. Скільки незалежних рівнянь складається за першим законом Кірхгофа:
 - за кількістю незалежних контурів;
 - за кількістю вузлів;
 - за кількістю джерел живлення;
 - на одне менше, ніж кількість вузлів;
 - на одне менше, ніж кількість незалежних контурів.
 9. Другий закон Кірхгофа:
 - сума струмів дорівнює нулю;
 - сума добутків напруг і струмів дорівнює нулю;
 - алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю;
 - сума напруг дорівнює нулю;
 - у контурі алгебраїчна сума спадів напруг дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС.
 10. Скільки незалежних рівнянь складається за другим законом Кірхгофа:
 - за кількістю незалежних контурів;
 - за кількістю вузлів;
 - за кількістю джерел живлення;
 - на одне менше, ніж кількість вузлів;
 - на одне менше, ніж кількість незалежних контурів.
 11. Незалежний контур визначається:
 - за кількістю комірок;
 - за кількістю вузлів;
 - за кількістю джерел живлення;
 - на одне менше ніж кількість вузлів;
 - на одне менше ніж кількість віток.

12. Умови, за яких резистивний опір споживає потужність:
- при холостому ході;
 - напрямок спаду напруги не співпадає з напрямком струму;
 - споживає завжди;
 - ні за яких умов не споживає потужність;
 - при короткому замиканні ідеального джерела живлення.
13. Умови, за яких резистивний опір генерує потужність:
- при холостому ході;
 - напрямок спаду напруги співпадає з напрямком струму;
 - генерує завжди;
 - ні за яких умов не генерує потужність;
 - при короткому замиканні ідеального джерела живлення.
14. Умови, за яких джерело енергії генерує потужність:
- при холостому ході;
 - напрямок спаду напруги не співпадає з напрямком струму;
 - генерує завжди;
 - ні за яких умов не генерує потужність;
 - при короткому замиканні ідеального джерела живлення.
15. Умови за яких джерело енергії споживає потужність:
- при холостому ході;
 - напрямок спаду напруги співпадає з напрямком струму;
 - генерує завжди;
 - ні за яких умов не генерує потужність;
 - при короткому замиканні ідеального джерела живлення.
16. Холостий хід:
- опір навантаження дорівнює нескінченості;
 - опір навантаження дорівнює нулю;
 - не залежить від опору навантаження;
 - за наявності другого джерела живлення;
 - при короткому замиканні ідеального джерела живлення.
17. Коротке замикання:
- опір навантаження дорівнює нескінченості;
 - опір навантаження дорівнює нулю;
 - не залежить від опору навантаження;
 - за наявності другого джерела живлення;
 - при холостому ході ідеального джерела струму.

18. Ідеальне джерело ЕРС:
- опір внутрішній має кінцеве значення;
 - опір внутрішній має нескінченно велике значення;
 - не залежить від внутрішнього опору;
 - підтримує значення струму незалежно від навантаження;
 - опір внутрішній має нулеві значення.
19. Реальне джерело ЕРС:
- опір внутрішній має кінцеве значення;
 - опір внутрішній має нескінченно велике значення;
 - не залежить від внутрішнього опору;
 - підтримує значення струму незалежно від навантаження;
 - опір внутрішній має нулеві значення.
20. Ідеальне джерело струму:
- опір внутрішній має кінцеве значення;
 - опір внутрішній має нескінченно велике значення;
 - не залежить від внутрішнього опору;
 - підтримує значення струму незалежно від навантаження;
 - опір внутрішній має нулеві значення.
21. Напрямок контурних струмів у методі контурних струмів:
- спрямовані за годинниковою стрілкою;
 - спрямовані проти годинникової стрілки;
 - зліва направо;
 - зправа наліво;
 - довільно.
22. Реальне джерело струму:
- опір внутрішній має кінцеве значення;
 - опір внутрішній має нескінченно велике значення;
 - не залежить від внутрішнього опору;
 - підтримує значення струму незалежно від навантаження;
 - опір внутрішній має нулеві значення.
23. Електричний вузол:
- точка з'єднання джерела і навантаження;
 - точка з'єднання трьох віток;
 - точка з'єднання чотирьох віток;
 - точка з'єднання двох віток;
 - це елемент з'єднання трикутником.

24. Електричне коло:

- з'єднання елементів, які обтикаються однаковим струмом;
- з'єднання елементів, до яких прикладена однакова напруга;
- точка з'єднання чотирьох віток;
- замкнений шлях з декілька віток;
- це елемент з'єднання зіркою.

25. Електрична вітка:

- з'єднання елементів, які обтикаються однаковим струмом;
- з'єднання елементів, до яких прикладена однакова напруга;
- точка з'єднання чотирьох віток;
- замкнений шлях з декілька віток;
- це елемент з'єднання зіркою.

26. Послідовне з'єднання елементів:

- з'єднання елементів, які обтикаються однаковим струмом;
- з'єднання елементів, до яких прикладена однакова напруга;
- точка з'єднання чотирьох віток;
- замкнений шлях з декілька віток;
- це елемент з'єднання зіркою.

27. Паралельне з'єднання елементів:

- з'єднання елементів, які обтикаються однаковим струмом;
- з'єднання елементів, до яких прикладена однакова напруга;
- точка з'єднання чотирьох віток;
- замкнений шлях з декілька віток;
- це елемент з'єднання зіркою.

28. Після визначення контурних струмів струми віток у несуміжних вітках визначаються:

- як алгебраїчна сума контурних струмів;
- як контурний струм;
- за законом Ома;
- за правилом подільника струмів;
- відповідно до обраного обходу контуру.

29. Після визначення контурних струмів струми віток в суміжних вітках визначаються:

- Як алгебраїчна сума контурних струмів;
- Як контурний струм;
- За законом Ома;
- За правилом подільника струмів;
- Відповідно до обраного обходу контуру.

30. Метод вузлових потенціалів спирається:

- на перший закон Кірхгофа;
- на другий закон Кірхгофа;
- на метод суперпозиції;
- на баланс потужностей;
- на кількість джерел енергії.

31. Розмірність рівнянь у методі вузлових потенціалів:

- ампер;
- вольт;
- ват;
- ом;
- сименс.

32. У методі вузлових потенціалів власні провідності:

- внутрішня провідність джерела струму;
- внутрішня провідність джерела напруги;
- внутрішня провідність джерела ЕРС;
- сума провідностей віток, під'єднаних до вузла схеми;
- сума провідностей віток між вузлами схеми.

33. У методі вузлових потенціалів взаємні провідності:

- внутрішня провідність джерела струму;
- внутрішня провідність джерела напруги;
- внутрішня провідність джерела ЕРС;
- сума провідностей віток, під'єднаних до вузла схеми;
- сума провідностей віток між вузлами схеми.

34. У методі вузлових потенціалів вузлові струми:

- алгебраїчна сума струмів від джерел енергії, що під'єднані до вузла;
- сума струмів джерел струмів віток;
- сума струмів джерел ЕРС віток;

- визначається режимом роботи джерела енергії;
 - визначається режимом роботи навантаження.
35. У впорядкованому запису метода вузлових потенціалів у лівій частині рівнянь:
- усі доданки мають додатний знак;
 - усі доданки мають від'ємний знак;
 - парні доданки мають додатний знак;
 - непарні доданки мають додатний знак;
 - усі доданки на головній діагоналі мають додатний знак.
36. У впорядкованому запису метода вузлових потенціалів у лівій частині рівнянь:
- усі доданки мають додатний знак;
 - усі доданки мають від'ємний знак;
 - парні доданки мають додатний знак;
 - непарні доданки мають додатний знак;
 - усі доданки, що розташовані не на головній діагоналі, мають від'ємний знак.
37. У методі вузлових потенціалів після визначення вузлових потенціалів струми:
- знаходяться за першим законом Кірхгофа;
 - знаходяться за другим законом Кірхгофа;
 - за законом Ома;
 - визначаються режимом роботи джерела енергії;
 - визначаються режимом роботи навантаження.
38. На якому методі базується метод накладення:
- на першому законом Кірхгофа;
 - на другому законі Кірхгофа;
 - на законі Ома;
 - на принципі суперпозиції;
 - на балансі потужностей.
39. Часткові струми у методі накладення:
- це струми віток від одного джерела енергії;
 - це струми віток тільки від джерел струмів;
 - це струми у зовнішніх вітках схеми;
 - це струми у внутрішніх вітках схеми;
 - це струми віток тільки від джерел ЕРС.

40. Часткові струми у методі накладення:
- це струми віток від одного джерела енергії;
 - це струми віток тільки від джерел струмів;
 - це струми у зовнішніх вітках схеми;
 - це струми у внутрішніх вітках схеми;
 - це струми віток тільки від джерел ЕРС.
41. Правило подільника струмів:
- повний струм за частковими значеннями струмів;
 - дозволяє перейти від джерел ЕРС до джерел струмів;
 - дозволяє перейти від джерел струмів до джерел ЕРС;
 - визначає струм у зовнішніх контурах;
 - визначає струм у одній з двох паралельних віток;
42. Результируючі (дійсні) струми у методі накладення:
- знаходяться як сума часткових струмів.
 - знаходяться як алгебраїчна сума часткових струмів;
 - знаходяться як алгебраїчна сума контурних струмів;
 - знаходяться за законом Ома;
 - визначаються відповідно до правила подільника струмів віток.
43. Часткові струми при визначені дійсних струмів у методі накладення:
- обираються з додатним знаком, якщо співпадають з дійсним струмом;
 - обираються з від'ємним знаком, якщо співпадають з дійсним струмом;
 - знаходяться як сума контурних струмів;
 - знаходяться як алгебраїчна сума контурних струмів;
 - знаходяться як алгебраїчна сума вузлових струмів.
44. Метод еквівалентного генератора:
- застосовується при визначені параметрів кола тільки в одній вітці;
 - дозволяє визначити потенціали усіх вузлів кола;
 - дозволяє визначити усі контурні струми кола;
 - дозволяє визначити режими роботи усіх ЕРС кола;
 - дозволяє визначити режими роботи усіх споживачів кола.

45. Метод еквівалентного генератора потребує визначення параметрів еквівалентного генератора:
- ЕРС холостого ходу;
 - струм короткого замикання;
 - струм короткого замикання та внутрішній опір;
 - режим роботи навантаження;
 - режими роботи усіх споживачів кола.
46. Узгоджений режим роботи навантаження та джерела енергії:
- опір навантаження дорівнює нескінченості;
 - опір навантаження дорівнює внутрішньому опору джерела;
 - опір навантаження дорівнює нулю;
 - опір навантаження дорівнює половині від внутрішнього опору джерела;
 - опір навантаження дорівнює подвійному значенню внутрішнього опору джерела.
47. ККД в узгодженому режимі роботи навантаження та джерела енергії:
- 100 %;
 - 75 %;
 - 50 %;
 - 25 %;
 - 0 %.

Розділ 2 АНАЛІЗ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНИХ ОДНОФАЗНИХ КІЛ ГАРМОНІЙНОГО СТРУМУ

2.1 Методичні підходи до розрахунку параметрів лінійних однофазних кіл гармонійного струму

При розрахунку струмів електричного кола слід враховувати, що:

1. Розрахунок кіл гармонійного струму при сталому режимі раціонально здійснювати на основі символічного методу. При цьому переходимо від рівнянь для миттєвих значень змінних, що містять тригонометричні функції, до алгебраїчних рівнянь з комплексними змінними і комплексними (повними) опорами. При розрахунку гармонійних кіл комплексним методом записують комплексні опори для всіх віток.

2. При розрахунку кіл з гармонійними струмами комплексним методом визначають комплексні (повні) опори у всіх вітках:

$$\underline{Z}_k = R_k \pm jx_k = \sqrt{R_k^2 + x_k^2} e^{j \arctan(x_k / R_k)} = Z_k e^{j\psi_k} = Z_k \angle \psi_k, \text{ Ом}$$

і комплексні значення джерел енергії електрорушійних сил $\underline{E}_k = E_k e^{j\psi E_k}$, В і струмів $\underline{I}_k = I_k e^{j\psi I_k}$, А.

Комплексний еквівалентний опір:

- при послідовному з'єднанні n елементів у вітці

$$\underline{Z}_e = \sum_{n=1}^k \underline{Z}_n = \sum_{n=1}^k R_n \pm \sum_{n=1}^k jx_n, \text{ Ом};$$

- при паралельному з'єднанні елементів у вітці (для кожної пари повних опорів)

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}, \text{ Ом.}$$

Після спрощення схеми за допомогою введення еквівалентних опорів віток, розрахунок схеми за наявності одного джерела енергії може бути виконаний методом перетворення з використанням закону Ома.

Струм єдиного джерела ЕРС (вхідний струм) розраховується як

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_E}, \text{ А.}$$

Решта струмів віток знаходяться за законами Кірхгофа в комплексній формі з використанням *правила подільника струмів*, тобто: струм в кожній з двох паралельних віток прямо пропорційний вхідному струму віток, який множиться на опір протилежної вітки, і обернено пропорційний сумі опорів віток, включених паралельно.

У більш складних колах, які мають більше одного джерела живлення, розрахунок комплексів струмів роблять з використанням законів Кірхгофа, методом контурних струмів, вузлових потенціалів, накладання.

За необхідності визначення струму тільки в одній вітці схеми найбільш раціонально застосувати метод еквівалентного генератора.

3. Для того, щоб знайти по комплексним значенням миттєві значення напруги, струму, ЕРС, необхідно та достатньо знайти уявну частину J_m від відповідного комплексного значення та врахувати безперервну зміну поточної фази коливання:

$$i_k(t) = J_m(\underline{I}_k) = J_m(I_k e^{j\psi_{I_k}}) = \sqrt{2} I_k \sin(\omega t + \psi_{I_k}), \text{ А;}$$

$$u_k(t) = J_m(\underline{U}_k) = J_m(U_k e^{j\psi_{U_k}}) = \sqrt{2} U_k \sin(\omega t + \psi_{U_k}), \text{ В;}$$

$$e_k(t) = J_m(\underline{E}_k) = J_m(E_k e^{j\psi_{E_k}}) = \sqrt{2} E_k \sin(\omega t + \psi_{E_k}), \text{ В.}$$

4. В електричних колах виконується баланс повних потужностей та їх активних і реактивних складових: сума комплексів потужностей, що генеруються джерелами енергії, дорівнює сумі комплексів потужностей, які споживаються у пасивних двополюсниках цього кола:

$$\tilde{S} = \sum_{k=1}^n I_k^2 \underline{Z}_k, \text{ ВА.}$$

Розрахунок балансу повних потужностей у колах гармонійного струму може бути зведений до розрахунку балансу активних і реактивних потужностей:

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k, \text{ Вт; } \sum_{k=1}^n \operatorname{Im}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^n I_k^2 X_k, \text{ вар.}$$

В індуктивному елементі виділяється додатна реактивна потужність, а у ємнісному елементі виділяється від'ємна реактивна потужність.

5. Для наочності будуються векторні діаграми струмів і напруг в одній комплексній площині.

В ідеальному індуктивному елементі струм на 90° відстає від напруги, а в ідеальному ємнісному елементі струм випереджає напругу на 90° . В ідеальному резистивному (активному) елементі струм збігається за фазою з напругою.

6. Електричне коло працює в резонансному режимі, коли за наявності різномірних реактивних елементів струм і напруга на ділянці кола збігаються за фазою. При резонансі сума уявних частин комплексів опорів, ввімкнених послідовно (якщо з'єднання опорів паралельне, то береться сума провідностей), дорівнює нулю. У рівнянні повного опору (провідності) уявна частина відділяється і прирівнюється до нуля. З отриманого рівняння визначають значення та знак опору (провідності), при якому ділянка кола буде працювати в резонансному режимі.

7. За наявності кіл з магнітно-зв'язаними елементами розрахунок струмів раціонально проводити на основі застосування законів Кірхгофа або методом контурних струмів. Застосування інших методів розрахунку не раціонально, тому що це призводить до складних і громіздких розрахунків. З метою застосування всіх відомих методів розрахунку для магнітно-пов'язаних кіл, необхідно провести магнітну розв'язку кіл.

Треба враховувати, що спад комплексної напруги на опорі, обумовленої магнітним зв'язком з k -ою котушкою, вздовж якої протікає p -ий контурний струм, входить до рівняння зі знаком «плюс», якщо напрямок обходу вздовж k -ої котушки і напрям p -го контурного струму збігаються відносно однойменних виводів. При визначенні власного контурного опору, опір взаємної індукції включається тільки у разі, якщо обидві магнітно-пов'язані котушки знаходяться в цьому контурі. При цьому опір взаємної індукції враховується двічі, і знак його визначається напрямом

струму. Знак «плюс» відповідає однаково спрямованим струмам відносно однойменних виводів.

Знак опору взаємної індукції, у тому числі суміжних опорів, обирають відносно напрямку контурних струмів до однойменних виводів. При збігу напрямків обирається знак «плюс», а при різних напрямках – знак «мінус», незалежно від того, якого взаємного напрямку контурні струми в суміжних опорах. Після знаходження контурних струмів розраховуються струми у всіх вітках. Можливо обчислити струми, попередньо «розв'язавши» індуктивні зв'язки.

8. При побудові векторних діаграм за наявності магнітного зв'язку між k -ою і p -ою котушками необхідно враховувати, що комплекс напруг k -ої котушки складається з двох доданків: $\underline{I}_k \underline{Z}_k$ та $\underline{I}_p \underline{Z}_{mkp}$. Відповідно до цих векторів показуються на векторній діаграмі напруги в будь-якій послідовності.

9. При складанні балансу потужностей необхідно враховувати, що при наявності індуктивних зв'язків між елементами частина енергії може бути передана від одного індуктивно пов'язаного елемента до іншого. Генерована активна потужність джерелом енергії в такому елементі не буде дорівнює потужності теплових втрат в ньому. Частина активної потужності споживається на теплові втрати, а інша частина спрямована в магнітне поле, звідки внаслідок взаємної індукції передається в індуктивно пов'язаний елемент. Тому баланс потужності зводиться до порівняння дійсних P_k і уявних Q_k частин комплексних потужностей, відповідних окремих ділянкам кола [1; 2]:

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re} \left(\underline{E}_k \underline{I}_k^* \right) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k \underline{I}_k, \operatorname{Вт};$$

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Im} \left(\underline{E}_k \underline{I}_k^* \right) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k \underline{I}_k, \operatorname{вар},$$

де \underline{U}_k – спад комплексної напруги на елементах схеми, які обтікаються струмом \underline{I}_k .

10. Потужність, що передається магнітним потоком взаємної індукції, можна визначити як різницю потужностей, яка отримана від джерела даним індуктивно зв'язаним елементом і потужністю його теплових втрат, тобто

$$P_{mk} = \left(\underline{E}_k \underline{I}_k^* \right) - P_{kh} = P_k - I_k^2 R_k; \quad P_k = \operatorname{Re} \left(\underline{E}_k \underline{I}_k^* \right).$$

Це відповідає потужності, переданої магнітним полем від однієї котушки в іншу. Дійсно, напруга взаємної індуктивності k -тої котушки, з'єднаної магнітно з p -тою котушкою, дорівнює $\underline{U}_{mk} = \underline{Z}_{mpk} \underline{I}_p$, і потужність, що передається від однієї котушки через індуктивну пов'язану з нею іншої котушкою, $P_{mk} = \operatorname{Re} (\underline{U}_{mk} \underline{I}_k)$. Аналогічно $P_{mp} = \operatorname{Re} (\underline{U}_{mp} \underline{I}_p)$ та $\underline{U}_{mp} = \underline{Z}_{mpk} \underline{I}_k$, у цьому випадку $P_{mk} + P_{mp} = 0$, тобто $P_{mk} = -P_{mp}$;

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re} \left(\underline{U}_k \underline{I}_k^* \right) = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k, \text{ тобто } P_k + P_p = I_k^2 R_k + I_p^2 R_p.$$

2.2 Методи аналізу кіл змінного струму

Закони Ома і Кірхгофа в алгебраїчній формі застосовуються для аналізу кіл постійного струму. Доведено, що методи вузлових потенціалів, контурних струмів, накладення, перетворення та еквівалентного генератора можна використовувати для аналізу кіл змінного струму. Так як ці методи розрахунку вже були введені й використовувалися для кіл постійного струму, наша основна увага буде спрямована на застосування ілюстрованих прикладів розрахунку цими методами в колах однофазного гармонійного струму.

Аналіз кіл змінного струму символічним методом більш зручний, ніж аналіз кіл у часовій області. Такий аналіз вимагає виконання трьох етапів:

Етап 1. Подання кола в символічній формі.

Етап 2. Розв'язок задачі, використовуючи методи аналізу кіл (вузловий аналіз, контурний аналіз, накладення тощо).

Етап 3. Повернення з символічною форми в часову область.

Етап 1 не потрібен, якщо завдання вже визначено в символічній формі. На етапі 2 виконується аналіз аналогічно, як і для кіл постійного струму, при цьому алгебраїчні рівняння замінюються на комплексні [8; 9].

Розглянемо застосування символічного методу аналізу до кіл змінного струму на наступному прикладі.

Розрахунковий приклад 2.1

Визначити струми у вітках електричного кола, наведеного на рис. 2.1, якщо задані початкові значення у часовій області:

$$e_1(\omega t + \psi_1) = 10 \sin(\omega t + 20^\circ), \text{ В};$$

$$e_3 = 20 \cos(\omega t + 20^\circ) = 20 \sin(\omega t + 90^\circ + 20^\circ), \text{ В};$$

$$R_1 = 100 \text{ Ом}; \quad R_2 = 15 \text{ Ом}; \quad R_3 = 20 \text{ Ом};$$

$$L_1 = 10 \text{ мН}; \quad L_2 = 20 \text{ мН}; \quad C_2 = 50 \text{ мкФ};$$

$$C_3 = 400 \text{ мкФ}; \quad f = 50 \text{ Гц}.$$

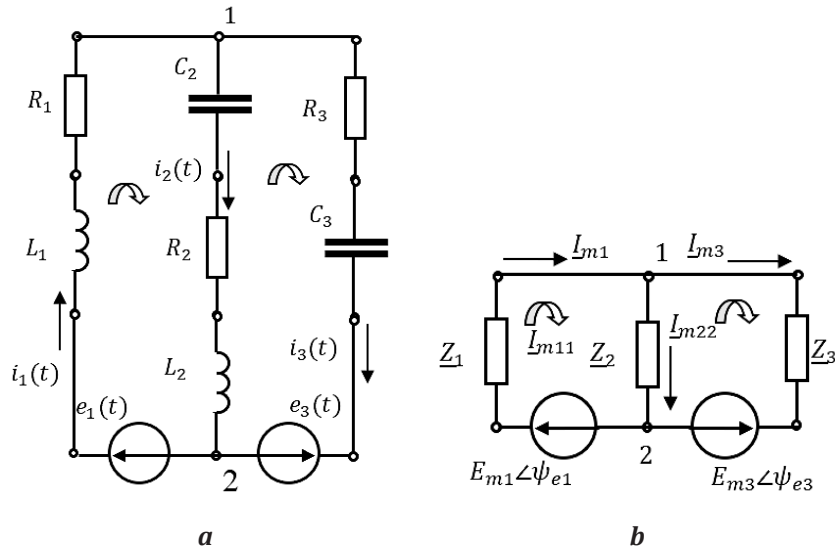


Рис. 2.1. Схема прикладу 2.1

Розв'язання прикладу 2.1

1. Представлення в часовій області. Відповідно до першого і другого законів Кірхгофа для схеми рис. 2.1, а маємо три незалежних (спільних) рівняння

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) &= 0; \\ L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} &= e_1(t); \\ -L_2 \frac{di_2}{dt} - i_2 R_2 - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_3 R_3 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt &= -e_3(t), \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

де $e_3(t) = E_{m3} \sin(\omega t + \psi_{e3})$; $e_1(t) = E_{m1} \sin(\omega t + \psi_{e1})$;
 $\omega = 2\pi f = 314 \text{ рад/с}$; $i_1(t) = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1})$;
 $i_2(t) = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_{i2})$; $i_3(t) = I_{m3} \sin(\omega t + \psi_{i3})$.

Отримали інтегро-диференціальні рівняння, що зводяться до диференціальних диференціюванням у часі другого і третього рівнянь системи. Розв'язок цієї системи рівнянь знаходиться шляхом інтегрування рівнянь у часовій області, що призводить до громіздких обчислень.

2. Для полегшення розрахунків використовуємо символічний метод.

Еквівалентна схема в символічному вигляді приведена на рис. 2.1, б, де використані наступні комплексні значення:

- ЕДС джерел: $\underline{E}_{m1} = E_{m1} e^{j\psi_{e1}} = 10 e^{j20^\circ} = 9,39 + j3,42 \text{ В};$

$$\underline{E}_{m3} = E_{m3} e^{j\psi_{e3}} = 20 e^{j110^\circ} = -6,84 + j18,79 \text{ В};$$

- повні опори віток:

$$\underline{Z}_1 = Z_1 e^{j\psi_{Z1}} = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j314 \times 10 \times 10^{-3} = \sqrt{10 + 3,14^2} e^{j \arctg(3,13/10)} = 10,48 e^{j17,4^\circ} = 10 + j3,14 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = Z_2 e^{j\psi_{Z2}} = R_2 + j\omega L_2 - j \frac{1}{\omega C_2} = 15 + j314 \times 20 \times 10^{-3} -$$

$$-j \frac{1}{314 \times 500 \times 10^{-6}} = 15 + j6,28 - j6,37 =$$

$$= \sqrt{15^2 + (6,28 - 6,37)^2} e^{j \arctg(6,28-6,37/15)} = 15 e^{j0^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = Z_3 e^{j\psi_{Z3}} = R_3 - j \frac{1}{\omega C_3} = 20 - j \frac{1}{314 \times 400 \times 10^{-6}} = 20 - j7,96 = 21,5 e^{j21^\circ} \text{ Ом}.$$

2.2.1 Використання законів Кірхгофа

Перетворимо кожний доданок системи рівнянь (2.1) із часової в частотну області, тобто в символічну форму.

Маємо три незалежних рівняння на основі першого і другого законів Кірхгофа для схеми рис. 2.1, *b*:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m1} - \underline{I}_{m2} - \underline{I}_{m3} &= 0; \\ \underline{Z}_1 \underline{I}_{m1} + \underline{Z}_2 \underline{I}_{m2} &= \underline{E}_{m1}; \\ -\underline{Z}_2 \underline{I}_{m2} + \underline{Z}_3 \underline{I}_{m3} &= -\underline{E}_{m3}, \end{aligned} \right\}$$

або

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m1} - \underline{I}_{m2} - \underline{I}_{m3} &= 0; \\ 10,48e^{j17,4^\circ} \underline{I}_{m1} + 15e^{j0^\circ} \underline{I}_{m2} &= 10e^{j120^\circ}; \\ -15e^{j0^\circ} \underline{I}_{m2} + 21,5e^{j21^\circ} \underline{I}_{m3} &= -20e^{j110^\circ}. \end{aligned} \right\}$$

Після чисельного розв'язку цієї системи з трьох рівнянь з трьома невідомими струмами, отримаємо наступні значення $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= 0,713 - 0,257j = 0,758e^{-j19,8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m2} &= 0,0968 + 0,25j = 0,268e^{j68,8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m3} &= 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ А}. \end{aligned} \right\}$$

2.2.2 Аналіз контурними струмами

Відповідно до цього методу кожен контур (комірка) обтикається власним контурним струмом. Рівняння складаються для контурних струмів за другим законом Кірхгофа, які вважаються невідомими. Грунтуючись на загальних відношеннях для цього методу, ми отримуємо систему рівнянь для схеми рис. 2.1, *b*, яка містить два незалежних контурних струми. Кожному незалежному контуру призначають власний контурний струм: \underline{I}_{m11} та \underline{I}_{m22} . Всі контурні струми спрямовані «за годинниковою стрілкою». Для кожного контуру складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому, необхідно зазначити, що спільні контури суміжних віток (вітка з опором \underline{Z}_2) обтикаються різницею струмів, відповідно $(\underline{I}_{m11} - \underline{I}_{m22})$. Напрямок додатного обходу контурів

у записаних рівняннях також за «годинниковою стрілкою». Маємо

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{11} \underline{I}_{m11} - \underline{Z}_{12} \underline{I}_{m22} &= \underline{E}_{m11}; \\ -\underline{Z}_{21} \underline{I}_{m22} + \underline{Z}_{22} \underline{I}_{m22} &= \underline{E}_{m22}, \end{aligned} \right\}$$

де $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 25 + 3,14j$ Ом, $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 35 - 7,96j$ Ом – власні контурні опори для першого і другого контурів відповідно; $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_2 = 15$ Ом – суміжні контурні опори між першим та другим контурами; $\underline{E}_{m11} = \underline{E}_{m1} = 9,39 + 3,42j$ В, $\underline{E}_{m22} = -\underline{E}_{m3} = 6,84 - 18,79j$ В – власні контурні ЕРС для першого і другого контурів відповідно.

Після чисельного розв'язку цієї лінійної системи з двох рівнянь з двома невідомими контурними струмами отримуємо наступні значення контурних струмів \underline{I}_{11} та \underline{I}_{22} :

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m11} &= 0,713 - 0,257j = 0,758e^{-j19,8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m22} &= 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ А}. \end{aligned} \right\}$$

Знайшовши контурні струми, можна обчислити шукані струми віток:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= \underline{I}_{m1} = 0,713 - 0,257j = 0,758e^{-j19,8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m2} &= \underline{I}_{m11} - \underline{I}_{m22} = 0,713 - 0,257j - 0,616 + 0,507j = 0,0968 + 0,25j = \\ &= 0,268e^{j68,8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m3} &= \underline{I}_{m22} = 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

2.2.3 Аналіз вузловими потенціалами

Методом невідомих потенціалів знаходяться потенціали вузлів, які визначаються на першій стадії розрахунку. На другій стадії через потенціали вузлів знаходять значення струмів у вітках. Застосування цього методу покажемо на прикладі схеми, що показана на рис. 2.1, *b*. За першим законом Кірхгофа можемо скласти $(q-1)=1$ незалежних рівнянь, де $q=2$ – кількість вузлів. Приймаємо потенціал одного вузла рівним нулю, тобто умовно цей вузол заземлюємо, так як один вузол кола може бути заземлений без зміни струмо-розподілу в схемі.

Тому потенціал вузла з номером 2 приймається рівним нулю в схемі рис. 2.1, *b*.

Складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла 1:

$$V_{m1} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \frac{E_{m1}}{Z_1} + \frac{E_{m3}}{Z_3}$$

або

$$V_{m1} \left(\frac{1}{10 + 3,14j} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20 - 7,96j} \right) = \frac{9,39 + 3,42j}{10 + 3,14j} + \frac{-6,84 + 18,79j}{20 - 7,96j}$$

Розв'язок лінійного рівняння з одним невідомим V_{m1} дає значення:

$$V_{m1} = 4,02e^{68,8^\circ} = 1,452 + 3,747j \text{ В.}$$

Після визначення вузлових потенціалів знаходимо струми у вітках схеми:

$$I_{m1} = \frac{V_{m1} - E_{m1}}{Z_1} = \frac{(1,452 + 3,747j) - (9,39 + 3,42j)}{10 + 3,14j} =$$

$$= 0,713 - 0,257j = 0,758e^{-j19,8^\circ} \text{ А;}$$

$$I_{m2} = \frac{V_{m1}}{Z_2} = \frac{1,452 + 3,747j}{15} = 0,0968 + 0,2498j = 0,268e^{j68,8^\circ} \text{ А;}$$

$$I_{m3} = \frac{V_{m1} - E_{m3}}{Z_3} = \frac{(1,452 + 3,747j) - (-6,84 + 18,79j)}{20 - 7,96j} =$$

$$= 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ А.}$$

2.2.4 Аналіз методом накладення (суперпозиції)

Цей метод можна застосовувати для розрахунку лінійних електричних кіл, тобто таких кіл, які містять тільки елементи з лінійними вольт-амперними характеристиками. Відповідно до цього методу, коли коло містить n джерел енергії, струм в k -тій вітці знаходиться як алгебраїчна сума часткових струмів, які протікають через вітку окремо (незалежно) від кожного джерела енергії.

Розрахунок параметрів кола виконують наступним чином: на початку обчислюють часткові струми віток окремо від

кожного джерела енергії, видаливши інші джерела енергії зі схеми, але зберігши в схемі їх внутрішні опори, а потім знаходять струми у вітках як алгебраїчну суму часткових струмів.

Цей метод розрахунку виконуємо на прикладі схеми, представленої на рис. 2.2, *a*. Припустимо, що $E_{m1} > E_{m2}$. Щоб розрахувати струм у вітках схеми (рис. 2.2, *a*) методом накладення ми виділяємо дві часткові схеми, які представлені на рис. 2.2, *b* і *c*.

Спочатку знаходимо часткові струми в колі рис. 2.2, *b*:

$$\begin{aligned} I'_{m1} &= \frac{E_{m1}}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} = \frac{E_{m1} (Z_2 + Z_3)}{Z_1 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3} = \\ &= \frac{(9,39 + 3,42j)(35 - 7,96j)}{(10 + 3,14j)(35 - 7,96j) + 15(20 - 7,96j)} = \\ &= \frac{355,87 + 44,95j}{374,99 + 30,3j + 300 - 119,4j} = 0,5 + 0,14j = 0,53e^{j14,7^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

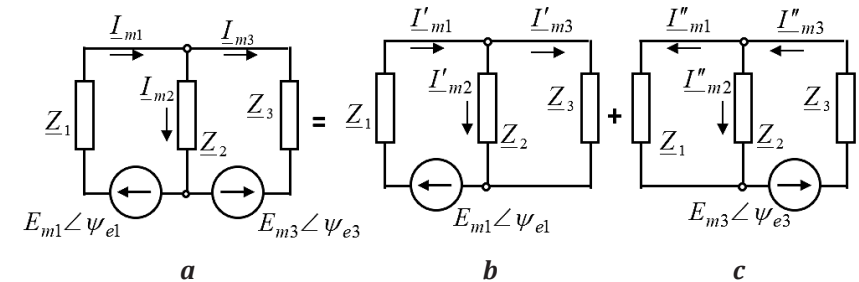


Рис. 2.2. Схема для методу суперпозиції

Аналогічно знаходимо струми в схемі рис. 2.2, *c*:

$$\begin{aligned} I''_{m3} &= \frac{E_{m3}}{Z_3 + \frac{Z_2 Z_1}{Z_2 + Z_1}} = \frac{E_{m3} (Z_2 + Z_1)}{Z_3 (Z_2 + Z_1) + Z_2 Z_1} = \\ &= \frac{(-6,84 + 18,79j)(25 + 3,14j)}{(20 - 7,96j)(25 + 3,14j) + 15(10 + 3,14j)} = \\ &= -0,421 + 0,609j = 0,74e^{j124,7^\circ} \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}''_{m1} &= \underline{I}''_{m3} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{\underline{E}_{m3} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_1} = \\ &= \frac{(-6,84 + 18,79j)15}{(20 - 7,96j)(25 + 3,14j) + 15(10 + 3,14j)} = \\ &= 0,213 - 0,397j = 0,45e^{-j61,8^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}''_{m2} &= \underline{I}''_{m3} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{\underline{E}_{m3} \underline{Z}_1}{\underline{Z}_3 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_1} = \\ &= \underline{I}''_{m3} - \underline{I}''_{m1} = -0,421 + 0,609j - (0,213 - 0,397j) = \\ &= -0,2082 + 0,2118j = 0,297e^{j143,5^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Нарешті визначаємо струми в початковій схемі у вітках. Ці струми визначаються як алгебраїчна сума часткових струмів та враховуються додатні напрями струмів у початковій схемі рис. 2.2, а:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= \underline{I}'_{m1} - \underline{I}''_{m1} = 0,5 + 0,14j - (0,213 - 0,397j) = \\ &= 0,713 - 0,257j = 0,758e^{-j19,8^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m2} &= \underline{I}'_{m2} + \underline{I}''_{m2} = 0,305 + 0,038j + (-0,2082 + 0,2118j) = \\ &= 0,0968 + 0,2498j = 0,268e^{j68,8^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m3} &= \underline{I}'_{m3} - \underline{I}''_{m3} = 0,195 + 0,102j - (-0,421 + 0,609j) = \\ &= 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Перетворивши струми в часову область, отримаємо:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \text{Im}(\underline{I}_{m1}) = \text{Im}(\underline{I}_{m1} e^{j\psi_{i1}}) = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1}) = \\ &= 0,758 \sin(314t - 19,8^\circ), \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \text{Im}(\underline{I}_{m2}) = \text{Im}(\underline{I}_{m2} \angle \psi_{i2}) = \\ &= I_{m2} \sin(\omega t + \psi_{i2}) = 0,268 \sin(314t + 68,8^\circ), \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_3(t) &= \text{Im}(\underline{I}_{m3}) = \text{Im}(\underline{I}_{m3} e^{j\psi_{i3}}) = \text{Im}(I_{m3} \angle \psi_{i3}) = \\ &= I_{m3} \sin(\omega t + \psi_{i3}) = 0,798 \sin(314t - 39,5^\circ), \text{ A}. \end{aligned}$$

2.2.5 Аналіз методом еквівалентного генератора

Будь-який активний двополюсник можна замінити, відповідно до методу еквівалентного генератора, на схему, що містить ЕРС еквівалентного генератора, яка дорівнює напрузі холостого ходу, або джерело струму з струмом короткого замикання і внутрішнім опором або провідністю, відповідною до опору [10].

Застосування ідеї методу еквівалентного генератора для розрахунку параметрів в одній вітці схеми представлено на рис. 2.3, а.

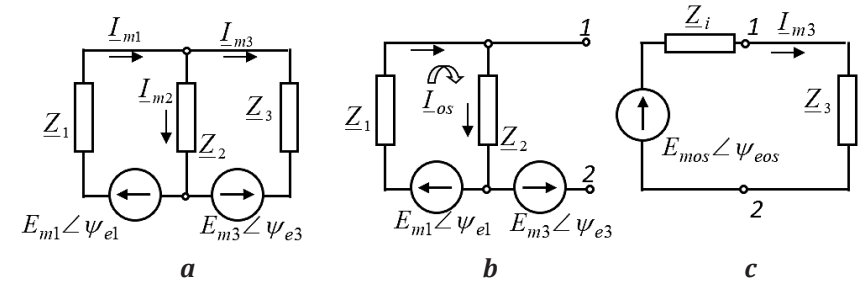


Рис. 2.3. Схема для методу еквівалентного генератора

Визначимо струм в опорі \underline{Z}_2 у режимі холостого ходу. Для цього від'єднуємо вітку з опором \underline{Z}_3 (рис. 2.3, b) і знаходимо напругу холостого ходу:

$$\underline{V}_{m1} = \underline{V}_{m2} + \underline{I}_{mxx} \underline{Z}_2 - \underline{E}_{m3} = \underline{V}_{m2} + \frac{\underline{E}_{m1} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \underline{E}_{m3}$$

або

$$\begin{aligned} \underline{E}_{mxx} &= -\underline{U}_{mxx} = \underline{V}_{m1} - \underline{V}_{m2} = \underline{I}_{mxx} \underline{Z}_2 - \underline{E}_{m3} = \frac{\underline{E}_{m1} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \underline{E}_{m3} = \\ &= \frac{(9,39 + 3,42j)15}{35 + 3,14j} + 6,84 - 18,79j = -0,862 - 6,53j = 6,59e^{-j97,5^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Вхідний опір між клемми 1-2 визначаємо в режимі холостого ходу без джерел енергії (рис. 2.3, b). Клеми 1 і 2 роз'єднані як у режимі холостого ходу. Тому

$$\underline{Z}_i = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{15(10 + 3,14j)}{15 + 10 + 3,14j} = 4,37 + 0,95j = 4,47e^{j12,3^\circ} \text{ Ом}.$$

І остаточно струм в третій вітці:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m3} &= \frac{\underline{E}_{m3}}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_i} = \frac{-0,862 - 6,53j}{20 - 7,96j + 4,37 + 0,95j} = \\ &= 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

2.3 Використання топографічних і векторних діаграм для аналізу кіл змінного струму

Для параметрів схеми (рис. 2.4), використавши будь-який метод розрахунку кіл змінного струму, ми отримуємо наступні струми віток:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= 0,713 - 0,257j = 0,758e^{-j19,8^\circ} \text{ А;} \\ \underline{I}_{m2} &= 0,0968 + 0,25j = 0,268e^{j68,8^\circ} \text{ А;} \\ \underline{I}_{m3} &= 0,616 - 0,507j = 0,798e^{-j39,5^\circ} \text{ А.} \end{aligned} \right\}$$

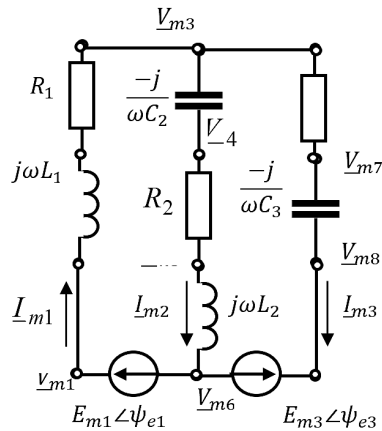


Рис. 2.4. Схема для побудови діаграм

Параметри кола розраховані на основі наступних початкових даних:

$$\begin{aligned} \underline{E}_{m1} &= E_{m1}e^{j\psi_{e1}} = 10e^{j20^\circ} = 9,39 + j3,42 \text{ В;} \\ \underline{E}_{m3} &= E_{m3}e^{j\psi_{e3}} = 20e^{j110^\circ} = -6,84 + j18,79 \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= Z_1e^{j\psi_{z1}} = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j314 \times 10 \times 10^{-3} = \\ &= \sqrt{10 + 3,14e^{j\arctg(3,13/10)}} = 10,48e^{j17,4^\circ} = 10 + 3,14j \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 &= Z_2e^{j\psi_{z2}} = R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2} = \\ &= 15 + j314 \times 20 \times 10^{-3} - j\frac{1}{314 \times 500 \times 10^{-6}} = 15 + j6,28 - j6,37 = \\ &= \sqrt{15^2 + (6,28 - 6,37)^2} e^{j\arctg\left(\frac{6,28-6,37}{15}\right)} = 15e^{j0^\circ} = 15 \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 &= Z_3e^{j\psi_{z3}} = R_3 - j\frac{1}{\omega C_3} = 20 - j\frac{1}{314 \times 400 \times 10^{-6}} = \\ &= 20 - 7,96j = 21,5e^{j21^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Топографічна діаграма показує розподіл потенціалу вздовж ділянки електричного кола [11].

Одна точка (як правило це один з вузлів) схеми приймається як початкова точка з потенціалом, рівним нулю (це вузол з номером 1 – у схемі заземлений), тобто $\underline{V}_{m1} = 0$.

Відносно обраної точки 1 знаходимо всі інші потенціали схеми:

$$\begin{aligned} \underline{V}_{m2} &= \underline{V}_{m1} + j\omega L_1 \underline{I}_{m1} = \underline{V}_{m1} + jx_{L1} \underline{I}_{m1} = \underline{V}_{m1} + \underline{U}_{L1} = \\ &= \underline{V}_{m1} + j3,14 \times 0,758e^{-j19,8^\circ} = \underline{V}_{m1} + 2,38e^{j70,2^\circ} \text{ В;} \\ \underline{V}_{m3} &= \underline{V}_{m2} + R_1 \underline{I}_{m1} = \underline{V}_{m1} + \underline{U}_{R1} = \underline{V}_{m1} + 10 \times 0,758e^{-j19,8^\circ} = \\ &= \underline{V}_{m1} + 7,58e^{-j19,8^\circ} \text{ В;} \\ \underline{V}_{m4} &= \underline{V}_{m3} - j / \omega C_2 \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m1} - jx_{C2} \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m1} + \underline{U}_{C2} = \\ &= \underline{V}_{m1} - j6,37 \times 0,268e^{j68,8^\circ} = \underline{V}_{m1} + 1,707e^{-j21,2^\circ} \text{ В;} \\ \underline{V}_{m5} &= \underline{V}_{m4} + R_2 \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m4} + \underline{U}_{R2} = \\ &= \underline{V}_{m4} + 15 \times 0,268e^{j68,8^\circ} = \underline{V}_{m4} + 4,02e^{j68,8^\circ} \text{ В;} \\ \underline{V}_{m6} &= \underline{V}_{m5} + j\omega L_2 \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m2} + jx_{L2} \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m5} + \underline{U}_{L2} = \\ &= \underline{V}_{m5} + j6,28 \times 0,268e^{j68,8^\circ} = \underline{V}_{m5} + 1,68e^{j158,8^\circ} \text{ В;} \\ \underline{V}_{m1} &= \underline{V}_{m6} + \underline{E}_{m1} = \underline{V}_{m6} + 10e^{j20^\circ} = 0 \text{ В;} \\ \underline{V}_{m7} &= \underline{V}_{m3} + R_3 \underline{I}_{m3} = \underline{V}_{m3} + \underline{U}_{R3} = \\ &= \underline{V}_{m3} + 20 \times 0,798e^{-j39,5^\circ} = \underline{V}_{m3} + 15,96e^{-j39,5^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{V}_{m8} &= \underline{V}_{m7} - j / \omega C_3 \underline{I}_{m3} = \underline{V}_{m7} - jx_{C3} \underline{I}_{m3} = \underline{V}_{m7} + \underline{U}_{C3} = \\ &= \underline{V}_{m7} - 7,96j \times 0,798e^{-j39,5^\circ} = \underline{V}_{m7} + 6,35e^{j50,5^\circ} \text{ В;} \\ \underline{V}_{m6} &= \underline{V}_{m8} - \underline{E}_{m3} = \underline{V}_{m8} - 20e^{j110^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Топографічна діаграма для схеми рис. 2.4 показана на рис. 2.5, а. Між точками топографічної діаграми знаходяться спади напруг на елементах схеми.

Векторні діаграми спадів напруг знаходяться з топографічних діаграм за допомогою з'єднання потенційних точок через вектори напруг (рис. 2.5, б).

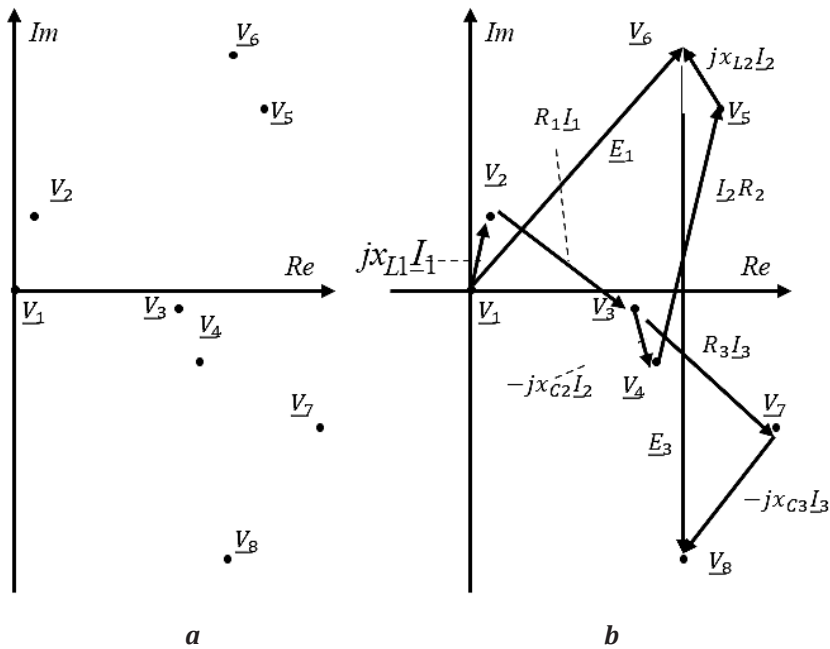


Рис. 2.5. Топографічна та векторна діаграми

Векторна діаграма струмів (рис. 2.6, а (див. с. 79)), поєднана з векторною діаграмою напруг (рис. 2.5, б (див. с. 79)), показана на рис. 2.6, б.

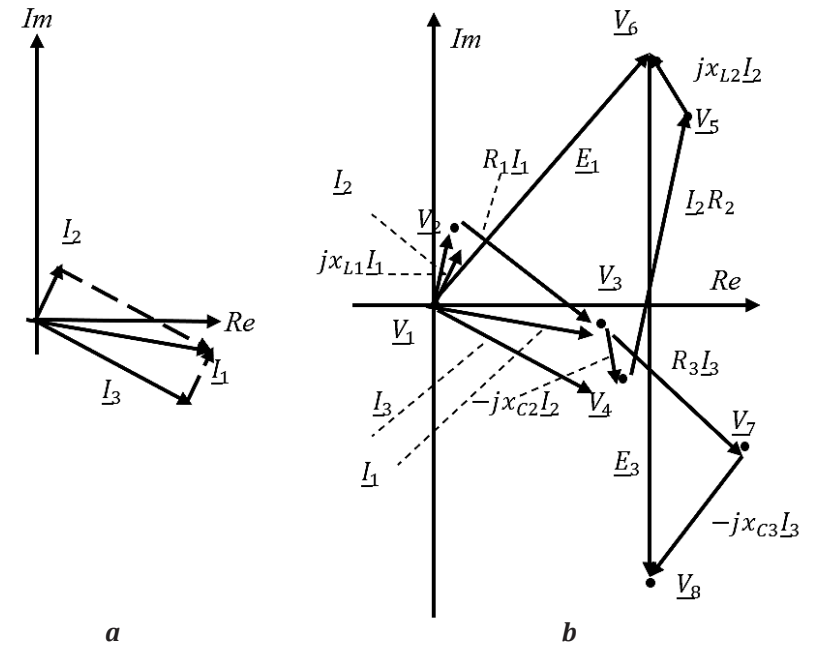


Рис. 2.6. Векторні діаграми струмів і напруг

2.4 Аналіз потужностей кіл змінного струму

Складемо баланс потужностей (рис. 2.7) для параметрів схеми, що наведена на рис. 2.4.

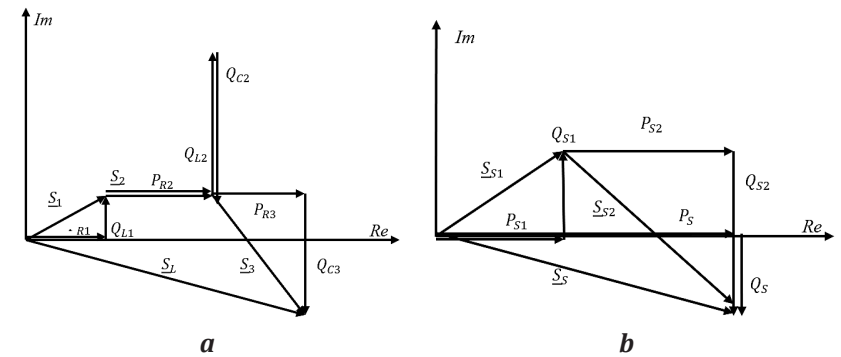


Рис. 2.7. Баланс потужностей

Знаходимо складові повної потужності, яка споживається навантаженням схеми, через значення активних і реактивних потужностей:

$$\begin{aligned} P_H &= P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 = \\ &= 10 \times \left(\frac{0,758}{\sqrt{2}} \right)^2 + 15 \times \left(\frac{0,268}{\sqrt{2}} \right)^2 + 20 \times \left(\frac{0,798}{\sqrt{2}} \right)^2 = \\ &= 2,87 + 0,53 + 6,36 = 9,76 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_H &= Q_{L1} + Q_{L2} - Q_{C2} - Q_{C3} = x_{L1} I_1^2 + x_{L2} I_2^2 - x_{C3} I_3^2 = \\ &= 3,14 \times \left(\frac{0,758}{\sqrt{2}} \right)^2 + (6,28 - 6,37) \times \left(\frac{0,268}{\sqrt{2}} \right)^2 - 7,96 \times \left(\frac{0,798}{\sqrt{2}} \right)^2 = \\ &= 1,8 - 0,006 - 5,07 = -3,276 \text{ вар.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_H &= P_H \pm jQ_H = S_L \angle \text{tg}^{-1}(P_H / Q_H) = \sqrt{P_H^2 + Q_H^2} e^{j\varphi} = \\ &= S_H e^{j\varphi} = 9,76 - 3,276j = 10,29 e^{-j18,55^\circ} \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Коефіцієнт потужності показує ефективність використання електромагнітної енергії:

$$\cos \varphi = \frac{P_H}{S_H} = \frac{9,76}{10,29} = 0,948.$$

На рис. 2.7, а побудована векторна діаграма потужностей навантаження.

Активна та реактивна потужності, які генеруються джерелами (рис. 2.7, b):

$$\underline{S}_{\text{дж1}} = \underline{E}_1 \underline{I}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j20^\circ} \times \frac{0,758}{\sqrt{2}} e^{j19,8^\circ} = 2,91 + 0,78j = P_{\text{дж1}} \pm jQ_{\text{дж1}};$$

$$\underline{S}_{\text{дж3}} = -\underline{E}_3 \underline{I}_3 = -\frac{20}{\sqrt{2}} e^{j110^\circ} \times \frac{0,798}{\sqrt{2}} e^{j39,5^\circ} = 6,88 - 4,05j = P_{\text{дж3}} \pm jQ_{\text{дж3}};$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{дж}} &= \underline{S}_{\text{дж1}} + \underline{S}_{\text{дж3}} = \underline{E}_1 \underline{I}_1 + \underline{E}_3 \underline{I}_3 = P_{\text{дж1}} \pm jQ_{\text{дж1}} + P_{\text{дж3}} \pm jQ_{\text{дж3}} = \\ &= P_{\text{дж}} \pm jQ_{\text{дж}} = 2,91 + 0,78j + 6,88 - 4,05j = 9,79 - 3,25j = \\ &= 10,32 e^{-j18,37^\circ} \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Баланс повних потужностей в електричному колі (рис. 2.4) визначаємо за активними та реактивними складовими:

$$P_{\text{дж}} = P_{\text{дж1}} + P_{\text{дж3}} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = P_H;$$

$$\pm Q_{\text{дж}} = \pm Q_{\text{дж1}} \pm Q_{\text{дж3}} = Q_{L1} + Q_{L2} - Q_{C2} - Q_{C3} = \pm Q_H;$$

$$\underline{S}_{\text{дж}} = P_{\text{дж}} \pm jQ_{\text{дж}} = P_H \pm jQ_H = \underline{S}_H.$$

2.5 Аналіз параметрів гармонійного однофазного кола за наявності магнітно-зв'язаних котушок

Розрахунковий приклад 2.2

Початкові дані для розрахунку параметрів кола, наведеного на рис. 2.8:

$$E = 220 \text{ В}; \psi_e = 30^\circ; f = 60 \text{ Гц}; k = 0,8;$$

$$x_1 = 30 \text{ Ом}; x_2 = 25 \text{ Ом}; x_3 = -15 \text{ Ом}; x_4 = -20 \text{ Ом};$$

$$R_0 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 15 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом}; R_4 = 10 \text{ Ом}.$$

Розв'язання прикладу 2.2

Етап 1. Розрахунок параметрів схеми за відсутності магнітно-зв'язаних елементів (коефіцієнт магнітного зв'язку $k=0$).

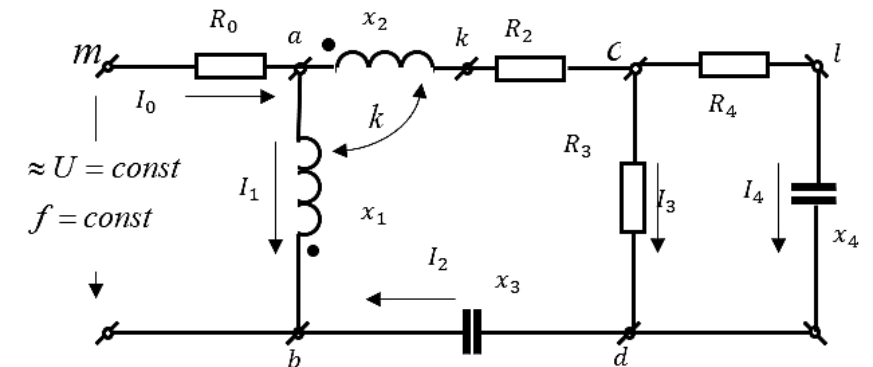


Рис. 2.8. Схема прикладу 2.2

Повні опори віток:

$$\underline{Z}_0 = R_0 = 20 \angle 0^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = jx_1 = j30 = 30 \angle 90^\circ \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jx_2 - jx_3 = 15 + j25 - j15 = 15 + j10 = 18,03 \angle 33,7^\circ \text{ Ом.}$$

Примітка: у розрахунку враховано, що опори x_2, R_2, x_3 обтікаються однаковим струмом I_2 , тому вони сполучені послідовно:

$$\underline{Z}_3 = R_3 = 10 \angle 0^\circ \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_4 = R_4 - jx_4 = 10 - j20 = 22,36 \angle -63,4^\circ \text{ Ом.}$$

Опори з'єднань віток схеми:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{cd} &= \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = \frac{R_3 (R_4 + jx_4)}{R_3 + R_2 + jx_2} = \frac{10(10 - j20)}{10 + 10 - j20} \\ &= 7,9 \angle -18,4^\circ = 7,5 - j2,5 = R_{cd} - jx_{cd} \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{234} &= R_2 + jx_2 - jx_3 + R_{cd} - jx_{cd} = 15 + j25 - j15 + 7,5 - j2,5 = \\ &= 22,5 + j7,5 = R_{234} + jx_{234} = 23,72 \angle 18,4^\circ \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ab} &= \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_{234}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{234}} = \frac{jx_1 (R_{234} + jx_{234})}{jx_1 + R_{234} + jx_{234}} = \frac{j30(22,5 + j7,5)}{j30 + 22,5 + j7,5} \\ &= 16,27 \angle 49,4^\circ = 10,59 + j12,35 = R_{ab} + jx_{ab} \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{mb} &= R_0 + \underline{Z}_{ab} = 20 + 10,59 + j12,35 = \\ &= 30,59 + j12,35 = R_{ab} + jx_{ab} = 32,99 \angle 21,9^\circ \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Комплексне значення ЕРС джерела енергії:

$$\underline{E} = E \angle \psi_e = 220 \angle 30^\circ = 190,52 + 110j \text{ В.}$$

Кутова частота ω знаходиться відповідно до циклічної частоти f :

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3,14 \times 60 = 376,8 \text{ Гц.}$$

Струм джерела знаходимо за законом Ома:

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{mb}} = \frac{220 \angle 30^\circ}{32,99 \angle 21,9^\circ} = 6,67 \angle 8^\circ = 6,6 + j0,93 \text{ А.}$$

Інші струми віток знаходимо за правилом подільника струмів у паралельних вітках:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_0 \frac{\underline{Z}_{234}}{jx_1 + \underline{Z}_{234}} = (6,6 + j0,93) \frac{22,5 + j7,5}{j30 + 22,5 + j7,5} = \\ &= 3,05 - j1,95 = 3,62 \angle -32,6^\circ \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \underline{I}_0 \frac{jx_1}{jx_1 + \underline{Z}_{234}} = (6,6 + j0,93) \frac{j30}{j30 + 22,5 + j7,5} = \\ &= 3,55 + j2,88 = 4,57 \angle 39^\circ \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \underline{I}_2 \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = (3,55 + j2,88) \frac{10 - j20}{10 + 10 - j20} = \\ &= 3,38 + j1,28 = 3,62 \angle 20,6^\circ \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_4 &= \underline{I}_2 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = (3,55 + j2,88) \frac{10}{10 + 10 - j20} = \\ &= 0,15 + j1,59 = 1,61 \angle 84,6^\circ \text{ А.} \end{aligned}$$

Зауваження: після знаходження струму в одній паралельній вітці, струм іншої вітки може бути знайдений не тільки за правилом подільника струмів, а й за першим законом Кірхгофа:

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \underline{I}_0 - \underline{I}_1 = 6,6 + j0,93 - 3,05 + j1,95 = \\ &= 3,55 + j2,88 = 4,57 \angle 39^\circ \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_4 &= \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 3,55 + j2,88 - 3,38 - j1,28 = \\ &= 0,15 + j1,59 = 1,61 \angle 84,6^\circ \text{ А.} \end{aligned}$$

Миттєві значення струмів знаходимо як уявні частини від комплексних значень струмів:

$$i_0(t) = \text{Im}(6,67 \angle 8^\circ) = 6,67 \sqrt{2} \sin(\omega t + 8^\circ), \text{ А;}$$

$$i_1(t) = \text{Im}(3,62 \angle -32,6^\circ) = 3,62 \sqrt{2} \sin(\omega t - 32,6^\circ), \text{ А;}$$

$$i_2(t) = \text{Im}(4,57 \angle 39^\circ) = 4,57 \sqrt{2} \sin(\omega t + 39^\circ), \text{ А;}$$

$$i_3(t) = \text{Im}(3,62 \angle 20,6^\circ) = 3,62 \sqrt{2} \sin(\omega t + 20,6^\circ), \text{ А;}$$

$$i_4(t) = \text{Im}(1,61 \angle 84,6^\circ) = 1,61 \sqrt{2} \sin(\omega t + 84,6^\circ), \text{ А.}$$

Баланс потужностей:

- повна $S_{дж}$, активна $P_{дж}$ і реактивна $Q_{дж}$ потужності джерела енергії:

$$\begin{aligned} \check{S}_{дж} &= \underline{E} \times \underline{I}_0^* = 220 \angle 30^\circ \times 6,67 \angle -8^\circ = 1467,4 \angle 22^\circ = \\ &= 1360,55 + j549,7 = P_{дж} + jQ_{дж} = S \angle \psi_S; \end{aligned}$$

$$P_S = 1360,55 \text{ Вт; } Q_S = 549,7 \text{ вар; } S_{дж} = 1467,4 \text{ ВА.}$$

– повна S_H , активна P_H і реактивна Q_H потужності навантаження:

$$P_H = \sum_{k=0}^4 R_k I_k^2 = R_0 I_0^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 =$$

$$= 20 \times 3,67^2 + 15 \times 4,57^2 + 10 \times 3,62^2 + 10 \times 1,61^2 = 1360,34 \text{ Вт};$$

$$Q_H = x_1 I_1^2 + x_2 I_2^2 - x_3 I_3^2 - x_4 I_4^2 =$$

$$= 30 \times 3,62^2 + 25 \times 4,57^2 - 15 \times 4,57^2 - 20 \times 1,61^2 = 549,49 \text{ вар};$$

$$S_H = \sqrt{P_H^2 + Q_H^2} = \sqrt{1360,34^2 + 549,49^2} = 1467,13 \text{ ВА.}$$

Похибка пов'язана з округленням значень при розрахунку повних потужностей:

$$\frac{S_{\text{дж}} - S_H}{S_{\text{дж}}} 100 \% = \frac{1467,4 - 1467,13}{1467,4} 100 \% = 0,0184 \%$$

Потенційна топографічна діаграма і векторна діаграма струмів і напруг

Точку схеми b заземляємо, тобто $V_b=0$.

Відносно обраної точки b знаходимо інші потенціали точок схеми:

$$V_d = V_b - jx_3 I_2 = V_b - j15 \times 4,57 \angle 39^\circ =$$

$$= V_b + 68,55 \angle -50,9^\circ = V_b - U_{x3} \text{ В};$$

$$V_l = V_d - jx_4 I_4 = V_d - j20 \times 1,61 \angle 84,6^\circ =$$

$$= V_d + 32,4 \angle -5,8^\circ = V_d - U_{x4} \text{ В};$$

$$V_c = V_l + R_4 I_4 = V_l + U_{R4} = V_l + 10 \times 1,61 \angle 84,6^\circ = V_l + 16,2 \angle 84,6^\circ \text{ В};$$

$$V_c = V_d + R_3 I_3 = V_d + U_{R3} =$$

$$= V_d + 10 \times 3,62 \angle 20,6^\circ = V_d + 36,2 \angle 20,6^\circ \text{ В};$$

$$V_k = V_c + R_2 I_2 = V_c + 15 \times 4,57 \angle 39^\circ = V_c + 68,55 \angle 39^\circ = V_c + U_{R2} \text{ В};$$

$$V_a = V_k + jx_2 I_2 = V_k + j25 \times 4,57 \angle 39^\circ =$$

$$= V_k + 114,25 \angle 129^\circ = V_k + U_{x2} \text{ В};$$

$$V_a = V_b + jx_1 I_1 = V_b + j30 \times 3,62 \angle -32,6^\circ =$$

$$= V_b + 108,6 \angle 57,4^\circ = V_b + U_{x1} \text{ В};$$

$$V_m = V_a + R_0 I_0 = V_a + 20 \times 3,67 \angle 8^\circ = V_a + 73,4 \angle 8^\circ = V_a + U_{R0} \text{ В.}$$

На рис. 2.9 представлені потенційна та векторна діаграми напруг.

Вважаючи, що x_1 невідомо, знайдемо його з умови резонансу всього кола. Так як реактивний елемент x_1 приєднаний паралельно в схемі, тому його знаходимо з умови резонансу струмів, коли вхідна реактивна провідність схеми дорівнює нулю. Провідність ділянки схеми, де паралельно з'єднаний x_1 :

$$Y_{234} = \frac{1}{Z_{234}} = \frac{1}{22,5 + j7,5} = 0,04 - j0,0133 = g_{234} - jb_{234}$$

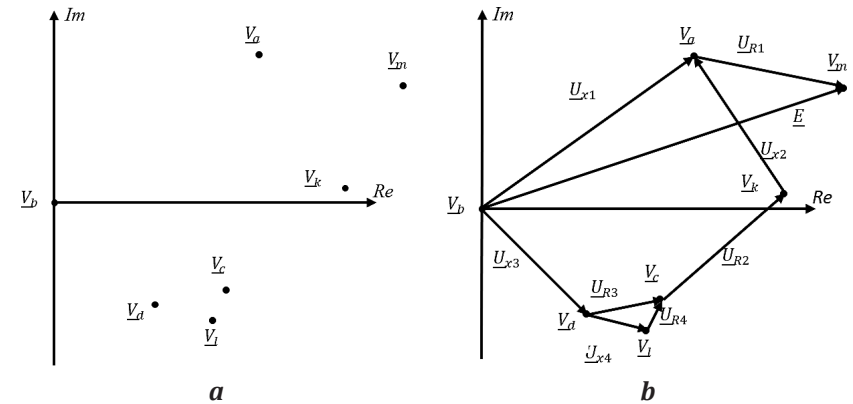


Рис. 2.9. Потенційна та векторна діаграми напруг

Умова резонансу $b_{ab}=0$, звідки знаходимо, що $b_1 + b_{234}=0$, тобто:

$$b_1 = -b_{234} = 0,0133 \text{ См.}$$

Отже, опір має бути індуктивним, а його значення дорівнює

$$x_1 = \frac{1}{b_1} = \frac{1}{0,0133} = 750 \text{ Ом.}$$

Знаючи кутову частоту, можна обчислити величину індуктивності реактивного опору x_1 .

На рис. 2.10 (див. с. 86) наведена векторна діаграма струмів віток.

Етап 2. Розрахунок параметрів схеми за наявності магнітно-зв'язаних елементів (коефіцієнт магнітного зв'язку $k=0,8$).

Відповідно до початкових даних з урахуванням магнітного зв'язку між котушками, струми віток розраховуємо методом

контурних струмів. Магнітний опір, обумовлений потоком взаємної індукції, знаходиться як

$$x_m = k\sqrt{x_1 x_2} = 0,8\sqrt{30 \times 25} = 21,9 \text{ Ом.}$$

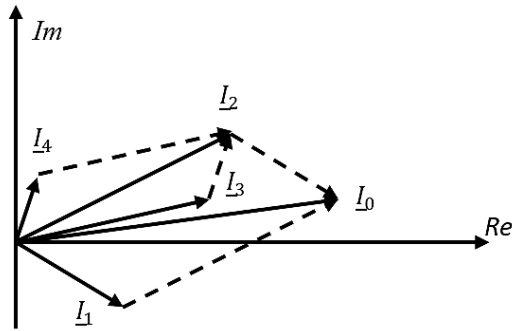


Рис. 2.10. Векторна діаграма струмів

Рівняння для контурних струмів після магнітної розв'язки катушок:

$$\begin{cases} \underline{E}_{11} = \underline{I}_{11} \underline{Z}_{11} - \underline{I}_{22} \underline{Z}_{12} - \underline{I}_{33} \underline{Z}_{13}; \\ \underline{E}_{22} = -\underline{I}_{11} \underline{Z}_{21} + \underline{I}_{22} \underline{Z}_{22} - \underline{I}_{33} \underline{Z}_{23}; \\ \underline{E}_{33} = -\underline{I}_{11} \underline{Z}_{31} - \underline{I}_{22} \underline{Z}_{32} + \underline{I}_{33} \underline{Z}_{33}, \end{cases}$$

де $\underline{E}_{11} = 220 \angle 30^\circ \text{ В}$, $\underline{E}_{22} = 0 \text{ В}$, $\underline{E}_{33} = 0 \text{ В}$ – контурні ЕРС.

Контурні та суміжні повні опори:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} &= R_0 + jx_1 = 10 + j30 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{12} &= jx_1 + jx_m = j30 + j21,9 = j51,9 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{13} &= \underline{Z}_{31} = 0; \quad \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12}; \\ \underline{Z}_{22} &= R_2 + R_3 + jx_1 + jx_2 - jx_3 + 2jx_m = \\ &= 15 + 10 + j30 + j25 - j15 + j21,9 = 25 + j83,8 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{23} &= \underline{Z}_{32} = R_3 = 10 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{33} &= R_3 + R_4 - jx_4 = 10 + 10 - j20 = 20 - j20 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Підставляємо в початкову систему рівнянь для контурних струмів знайдені чисельні значення параметрів кола:

$$\begin{cases} 190,52 + j110 = \underline{I}_{11}(10 + j30) - \underline{I}_{22}j51,9 - \underline{I}_{33}0; \\ 0 = -\underline{I}_{11}j51,9 + \underline{I}_{22}(25 + j83,8) - \underline{I}_{33}10; \\ 0 = -\underline{I}_{11}0 - \underline{I}_{22}10 + \underline{I}_{33}(20 - j20). \end{cases}$$

Із розв'язку системи рівнянь отримуємо:

$$\begin{cases} \underline{I}_{11} = 6,64 + j3,91 = 7,71 \angle 31,5^\circ \text{ А}; \\ \underline{I}_{22} = 3,24 + j3,48 = 4,76 \angle 47,06^\circ \text{ А}; \\ \underline{I}_{33} = -0,05 + j1,67 = 1,67 \angle 91,7^\circ \text{ А}. \end{cases}$$

Від контурних струмів переходимо до струмів віток:

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 &= \underline{I}_{11} = 7,71 \angle 31,5^\circ \text{ А}; \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 7,71 \angle 31,5^\circ - 4,76 \angle 47,06^\circ = 3,38 \angle 9,17^\circ \text{ А}; \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_{22} = 4,76 \angle 47,06^\circ \text{ А}; \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_{22} - \underline{I}_{33} = 4,76 \angle 47,06^\circ - 1,67 \angle 91,7^\circ = \\ &= 3,29 + j1,82 = 3,75 \angle 28,87^\circ \text{ А}; \\ \underline{I}_4 &= \underline{I}_{33} = 1,67 \angle 91,7^\circ \text{ А}. \end{aligned}$$

Побудова суміщених векторних діаграм струмів і напруг
Точку схеми d заземляємо, тобто $\underline{V}_d = 0$.

Відносно обраної точки d знаходимо всі інші потенціали точок схеми:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{db} &= -jx_3 \underline{I}_2 = -j15 \times 4,76 \angle 47,06^\circ = 71,4 \angle -43,06^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{cd} &= \underline{Z}_{cd} \underline{I}_2 = 7,9 \angle -18,4^\circ \times 4,76 \angle 47,06^\circ = 37,6 \angle 28,66^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{kc} &= R_2 \underline{I}_2 = 15 \times 4,76 \angle 47,06^\circ = 66,9 \angle 47,06^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{ak} &= jx_2 \underline{I}_2 - jx_m \underline{I}_1 = j25 \times 4,76 \angle 47,06^\circ - j21,9 \times 3,38 \angle 9,17^\circ = \\ &= 75,7 \angle 173,87^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{ab} &= jx_1 \underline{I}_1 - jx_m \underline{I}_2 = j30 \times 3,38 \angle 9,17^\circ - j21,9 \times 4,76 \angle 47,06^\circ = \\ &= 66,8 \angle 25,84^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{ma} &= R_0 \underline{I}_0 = 10 \times 7,71 \angle 31,5^\circ = 77,1 \angle 30,5^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{ld} &= -jx_4 \underline{I}_4 = -j20 \times 1,67 \angle 91,7^\circ = 33,4 \angle 1,7^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{cl} &= R_4 \underline{I}_4 = 10 \times 1,67 \angle 91,7^\circ = 16,7 \angle 91,7^\circ \text{ В}; \\ \underline{U}_{cd} &= R_3 \underline{I}_3 = 10 \times 3,75 \angle 28,87^\circ = 37,5 \angle 28,87^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

На рис. 2.11 наведені суміщені векторні діаграми струмів і напруг.

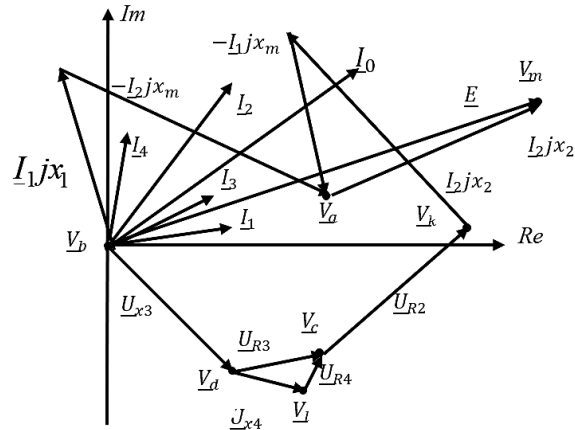


Рис. 2.11. Суміщені векторні діаграми

Баланс потужностей

Повна $S_{дж}$, активна $P_{дж}$ і реактивна $Q_{дж}$ потужності джерела енергії:

$$\begin{aligned} \check{S}_{дж} &= \underline{E} \times \underline{I}_0 = 220 \angle 30^\circ \times 7,71 \angle -31,5^\circ = 1696,2 \angle -1,5^\circ = \\ &= 1695,62 - j44,4 = P_{дж} + jQ_{дж} = S \angle \psi_S; \quad P_{дж} = 1696,2 \text{ Вт}; \\ Q_{дж} &= -44,4 \text{ вар}; \quad S_{дж} = 1696,2 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Повна S_n , активна P_n і реактивна Q_n потужності навантаження.

При розрахунку повної потужності навантаження враховуємо обмін потужностями між магнітно-зв'язаними котушками:

$$\begin{aligned} \check{S}_n &= \sum_{k=0}^4 I_k^2 Z_k + \check{S}_{m1} + \check{S}_{m2}; \\ \check{S}_{m1} &= \underline{U}_{m1} \underline{I}_1 = -I_2 jx_m \underline{I}_1 = \\ &= -4,76 \angle 47,06^\circ \times 21,9 \angle 90^\circ \times 3,38 \angle -9,17^\circ = \\ &= 352,34 \angle -52,15^\circ = 216,9 - j278,21 \text{ ВА}; \\ \check{S}_{m2} &= \underline{U}_{m2} \underline{I}_2 = -I_1 jx_m \underline{I}_2 = \\ &= -3,38 \angle 9,17^\circ \times 21,9 \angle 90^\circ \times 4,76 \angle -47,06^\circ = \\ &= 352,34 \angle -127,85^\circ = -216,9 - j278,21 \text{ ВА}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \check{S}_n &= \sum_{k=0}^4 I_k^2 Z_k + \check{S}_{m1} + \check{S}_{m2} = \\ &= R_0 I_0^2 + jx_1 I_1^2 + I_2^2 (R_2 + R_{cd} + jx_2 - jx_3 - jx_{cd}) + \check{S}_{m1} + \check{S}_{m2} = \\ &= 20 \times 7,71^2 + j30 \times 3,38^2 + 4,76^2 (22,5 + j7,5) + 216,9 - \\ &- j278,21 - 216,9 - j278,2 = 1698,67 - j43,813 \text{ ВА}; \\ P_n &= 1698,67 \text{ Вт}; \quad Q_n = 43,813 \text{ вар}; \\ S_n &= \sqrt{P_n^2 + Q_n^2} = \sqrt{1698,67^2 + 43,813^2} = 1699,23 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Похибка розрахунків визначається округленням значень у проведених розрахунках:

$$\frac{S_{дж} - S_n}{S_{дж}} 100 \% = \frac{1696,2 - 1699,23}{1696,2} 100 \% = -0,179 \%$$

Аналіз передачі активних потужностей між магнітно-зв'язаними котушками

Перша котушка отримує від джерела енергії активну потужність:

$$P_1 = \text{Re}(\underline{U}_{ab} \underline{I}_1) = P_{1m} = 216,19 \text{ Вт}.$$

Так як у першій котушці відсутні теплові втрати, тому вся потужність першої котушки x_1 передається через магнітне поле в другу котушку x_2 , яка має теплові втрати:

$$P_{2m} = I_2^2 R_2 = 4,76^2 \cdot 15 = 338 \text{ Вт}.$$

Від джерела енергії друга котушка споживає активну потужність:

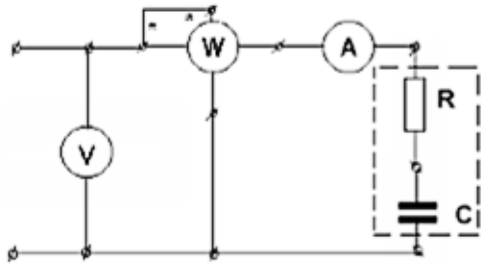
$$\begin{aligned} P_2 &= \text{Re}(\underline{U}_{ac} \underline{I}_2) = \text{Re} \left\{ \left[I_2 (R_2 + jx_2) - I_1 jx_m \right] \underline{I}_2 \right\} = \\ &= I_2^2 R_2 - I_1 I_2 x_m \sin(\psi_{i1} - \psi_{i2}) = \\ &= 4,76^2 \cdot 15 - 3,38 \times 4,76 \times 21,9 \sin(9,17^\circ - 47,06^\circ) = 121,9 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Відсутню активну потужність друга котушка отримує через магнітне поле від першої котушки

$$P_{m2} = P_2 - P_{2m} = 121,9 - 338 = -216,1 \text{ Вт}.$$

2.6 Задачі для самоконтролю по однофазним колам гармонійного струму

1. Для визначення R та C параметрів кола були проведені досліди. При циклічній частоті 50 Гц покази вимірювальних приладів складають: $U=220$ В, $I=13$ А, $P=19$ Вт. Знайти R та C параметри кола.



2. У колі при циклічній частоті $f=50$ Гц покази вимірювальних приладів відомі: $P=800$ Вт, $U=100$ В, $I=10$ А. Знайти омичний опір кола R та індуктивність котушки L .

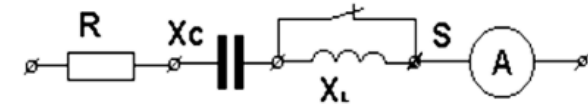


3. Параметри індуктивності L і омичного опору R котушки треба визначити експериментально. При частоті $f=50$ Гц покази приладів: $P=40$ Вт, $U=80$ В, $I=2$ А. Визначте омичний опір R і індуктивність котушки L кола.

4. Відомі миттєві значення вхідних струмів та напруг: $i=2\sin(\omega t+120^\circ)$, А; $u=100\sin(\omega t+75^\circ)$, В. Необхідно визначити активну, реактивну та повну потужності.

5. Відомі струм $i=14,1\sin(\omega t+30^\circ)$, А і напруга $u=14,1\sin(\omega t+60^\circ)$, В двополюсника. Знайдіть активну, реактивну та повну потужності двополюсника.

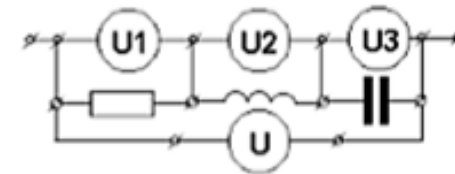
6. У колі гармонійного струму дано: $R=8$ Ом, $x_c=6$ Ом. Яким повинно бути x_L , щоб покази амперметра не змінилися після замикання ключа S ?



7. У колі гармонійного струму дано: $R=8$ Ом, $x_L=6$ Ом. Яким повинно бути x_c , щоб покази амперметра не змінилися після замикання ключа S ?

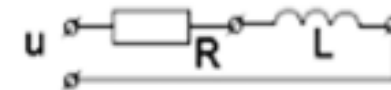


8. У колі гармонійного струму вольтметри U_1 , U_2 , U_3 мають однакові вимірювальні показання 54 В. Запишіть для прикладеної напруги миттєве значення u , якщо початкова фаза напруги на котушці u_L прийнята рівною 38° .



9. Визначити напругу на ємності C при резонансі в колі з послідовно з'єднаними R , L , C елементами, якщо відомо, що прикладена напруга $u=100\sin\omega t$, В, а параметри кола $C=50$ мкФ, $L=20$ мГ, $R=20$ Ом.

10. Визначте середню потужність P кола, яка містить послідовно з'єднані R , L елементи, якщо $i=3\sqrt{2}\sin\omega t$, $R=4$ Ом, $\omega L=3$ Ом.

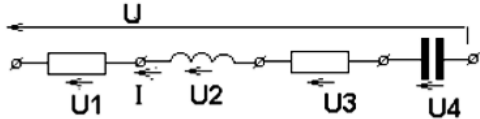


11. Визначити напругу на індуктивності L при резонансі в колі з послідовно з'єднаними R , L , C елементами, якщо відомо, що прикладена напруга $u=100\sin\omega t$, В, а параметри кола $C=50$ мкФ, $L=20$ мГ, $R=20$ Ом.

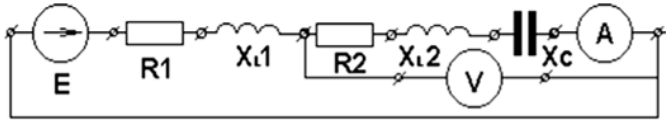
12. Визначте кутову частоту f і реактивні опори при резонансі в колі, що має послідовно з'єднані R , L , C елементи, якщо $R=10$ Ом, $C=10$ мкФ, $L=100$ мГн.

13. Знайти активну потужність P , яка споживається в колі, якщо відомо $u = 100\sqrt{2} \sin \omega t$, В, $R=20$ Ом, $\omega L=20$ Ом.

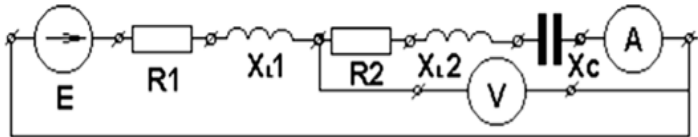
14. Побудуйте векторну діаграму, вважаючи, що відомі діючі значення струму та спади напруг на елементах кола та їх додатні напрямки вказані стрілками.



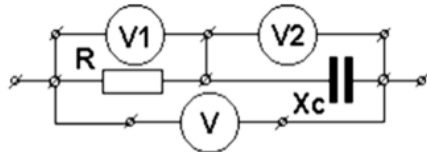
15. На схемі представлено коло гармонійного струму з відомими параметрами: $E=200$ В, $R_1=8,86$ Ом, $x_{L1}=5$ Ом, $R_2=10$ Ом, $x_{L2}=17,32$ Ом, $R_3=1,34$ Ом, $x_C=7,32$ Ом. Знайти покази вольметра електромагнітної схеми.



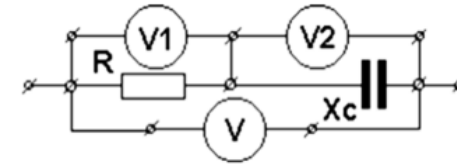
16. На схемі надано коло гармонійного струму з відомими параметрами: $E=100$ В, $R_1=12,4$ Ом, $x_{L1}=9$ Ом, $R_2=16$ Ом, $x_{L2}=14,1$ Ом, $R_3=4$ Ом, $x_C=5,16$ Ом. Знайти покази вольметра електромагнітної схеми.



17. Чому дорівнюватимуть покази вольметра V , який ввімкнено в коло гармонійного струму, якщо відомо $V_1=48$ В, $V_2=57,7$ В (вольметри електромагнітної схеми).

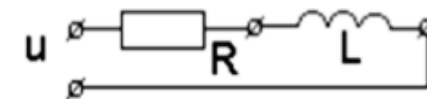


18. Чому дорівнюватимуть покази вольметра V , який ввімкнено в коло гармонійного струму, якщо $V_1=24$ В, $R=16$ Ом, $x_C=12$ Ом (вольметри електромагнітної схеми).



19. Задано коло гармонійного струму та його параметри: $R=6$ Ом, $x_L=8$ Ом. Знайти миттєві значення струму i та напруги u_L на ідеальній котушці, якщо значення прикладеної напруги $u=100\sin(\omega t+37^\circ)$, В. У колі RL елементи з'єднані послідовно.

20. Задано коло гармонійного струму з параметрами: $R=32$ Ом, $x_L=24$ Ом. Визначити миттєве значення напруги живлення на входних клеммах кола, якщо задана напруга на індуктивності: $u_L=240\sin(\omega t+150^\circ)$, В. У колі RL елементи з'єднані послідовно.



21. Задано коло гармонійного струму з параметрами: $R=32$ Ом, $x_L=24$ Ом. Визначити миттєве значення напруги живлення на входних клеммах кола, якщо струм у колі заданий як функція часу $i=4\sin(\omega t-120^\circ)$, А. У колі RL елементи з'єднані послідовно.

22. Задано коло гармонійного струму з параметрами: $R=12$ Ом, $x_C=16$ Ом. У колі RC елементи з'єднані послідовно. Визначити миттєве значення струму в колі, якщо миттєве значення прикладеної напруги змінюється в функції часу відповідно до закону $u=240\sin(\omega t-23^\circ)$, В.

23. У колі з послідовно з'єднаними RC елементами відомо, що $R=10$ Ом, $C=318$ мкФ. Напруга на конденсаторі дорівнює $u_C=50\sin 314t$, В. Визначити миттєве значення напруги живлення на входних клеммах кола u .

24. У колі з послідовно-з'єднаними RC елементами відомо, що $R=10$ Ом, $C=318$ мкФ та напруга живлення $u=71\sin 314t$, В. Визначити миттєве значення напруги u_C на конденсаторі C .

25. Накреслити еквівалентну заступну схему кола, якщо відомі напруга та струм як функції часу: $u=U_m \sin(\omega t+30^\circ)$, В;

$i = I_m \sin(\omega t + 60^\circ)$, А. Знайти кут зсуву фаз φ між кривими струму та напруги.

26. У колі з послідовно з'єднаними RC елементами відомо, що $R=20$ Ом, $C=218$ мкФ, і напруга на конденсаторі $u_c=100\sin 314t$, В. Визначити миттєве значення напруги джерела живлення на вхідних клеммах кола u .

27. Задано коло гармонійного струму та його параметри: $R=16$ Ом, $x_L=12$ Ом. Визначити миттєве значення напруги джерела живлення на вхідних клеммах кола, якщо струм у колі заданий функцією часу $i=12\sin(\omega t - 240^\circ)$, А. У колі RL елементи з'єднані послідовно.

28. Задано коло гармонійного струму та його параметри: $R=10$ Ом, $x_C=20$ Ом. У колі RC елементи з'єднані послідовно. Визначити миттєве значення струму в колі, якщо напруга живлення змінюється в часі відповідно до закону $u=120\sin(\omega t - 58^\circ)$, В.

29. Задано коло гармонійного струму та його параметри: $R=32$ Ом, $x_L=32$ Ом. Визначити миттєве значення на вхідних клеммах кола, якщо напругу на індуктивності задано $u_L=120\sin(\omega t + 50^\circ)$, В. У колі RL елементи з'єднані послідовно.

30. Задано коло гармонійного струму та його параметри: $R=7$ Ω , $x_L=9$ Ω . Визначити миттєве значення струму i в колі і напругу u_2 на котушці, якщо значення напруги живлення $u=150\sin(\omega t + 67^\circ)$, В. У колі RL елементи з'єднані послідовно.

2.7 Питання для самоконтролю по однофазним колам гармонійного струму

1. Яка розмірність індуктивності L ?
 - генрі;
 - фаради;
 - міліоми.
2. Яка розмірність електричної ємності C ?
 - генрі;
 - фаради;
 - міліоми.

3. Яка розмірність омичного опору R ?

- генрі;
 - фаради;
 - оми.
4. Реактивний опір індуктивного елемента X_L вимірюється:
 - у сименсах;
 - в омах;
 - у ватах.
 5. Реактивний опір ємнісного елемента X_C вимірюється:
 - у сименсах;
 - в омах;
 - у ватах.
 6. Реактивна провідність індуктивного елемента Y_L вимірюється:
 - у сименсах;
 - в омах;
 - у ватах.
 7. Реактивна провідність ємнісного елемента Y_C вимірюється:
 - у сименсах;
 - в омах;
 - у ватах.
 8. Активна потужність P у колах гармонійного струму вимірюється:
 - у сименсах;
 - в омах;
 - у ватах.
 9. Реактивна потужність Q у колах гармонійного струму вимірюється:
 - у ВА;
 - у вар;
 - у ватах.
 10. Повна потужність S у колах гармонійного струму вимірюється:
 - у ВА;
 - у вар;
 - у ватах.

11. Повний опір Z у колах гармонійного струму вимірюється:
- у сименсах;
 - в омах;
 - у ватах.
12. Струм у активному опорі R по відношенню до напруги:
- співпадає за фазою;
 - випереджає на 90° ;
 - відстає на 90° .
13. Напруга у ідеальному індуктивному елементі L по відношенню до струму:
- співпадає за фазою;
 - випереджає на 90° ;
 - відстає на 90° .
14. Напруга в ідеальному ємнісному елементі C по відношенню до струму:
- співпадає за фазою;
 - випереджає на 90° ;
 - відстає на 90° .
15. При послідовному з'єднанні R та L елементів прикладена напруга та вхідний струм:
- співпадають за фазою;
 - напруга випереджає струм;
 - напруга відстає від струму.
16. При послідовному з'єднанні R та C елементів прикладена напруга та вхідний струм:
- співпадають за фазою;
 - напруга випереджає струм;
 - напруга відстає від струму.
17. В ідеальній котушці індуктивності L виділяється потужність:
- активна;
 - від'ємна реактивна;
 - додатна реактивна.
18. В ідеальному ємнісному елементі кола виділяється потужність:
- активна;
 - від'ємна реактивна;
 - додатна реактивна.

19. В омичному опорі R виділяється потужність:
- активна;
 - від'ємна реактивна;
 - додатна реактивна.
20. При послідовному з'єднанні R та L елементів у колі виділяється:
- додатна активна та додатна реактивна;
 - додатна активна та від'ємна реактивна;
 - від'ємна активна та від'ємна реактивна.

2.8 Питання для самоконтролю по магнітно-зв'язаним електричним колам гармонійного струму

1. При послідовному з'єднанні R і C елементів у колі виділяється:
- додатна активна та додатна реактивна;
 - додатна активна та від'ємна реактивна;
 - від'ємна активна та від'ємна реактивна.
2. При послідовному з'єднанні R , C і L елементів у колі може виникнути:
- резонанс струмів;
 - резонанс напруг;
 - резонанс потужностей.
3. При паралельному з'єднанні R , C і L елементів у колі може виникнути:
- резонанс струмів;
 - резонанс напруг;
 - резонанс потужностей.
4. У скільки разів миттєве значення струму перевищує його діюче значення?
- у 2,82 рази;
 - у 1,73 рази;
 - у 1,41 рази.
5. Резонансні явища виникають у колах, які містять:
- R і L елементи;
 - R і C елементи;
 - R , C і L елементи.

6. Яка розмірність коефіцієнту взаємної індуктивності M ?
- генрі;
 - фаради;
 - міліоми.
7. Узгоджений зв'язок між індуктивно-зв'язаними котушками, це коли:
- магнітні потоки самоіндукції та взаємної індукції спрямовані в один бік;
 - магнітні потоки самоіндукції та взаємної індукції спрямовані назустріч;
 - магнітні потоки самоіндукції та взаємної індукції не перетинаються.
8. Зустрічне вмикання індуктивно-зв'язаних котушок, це коли:
- магнітні потоки самоіндукції та взаємної індукції спрямовані в один бік;
 - магнітні потоки самоіндукції та взаємної індукції спрямовані назустріч;
 - магнітні потоки самоіндукції та взаємної індукції не перетинаються.
9. Коефіцієнт зв'язку між індуктивно-зв'язаними котушками змінюється у межах:
- від нуля до нескінченості;
 - від нуля до 1,41;
 - від нуля до одиниці.
10. Коефіцієнт зв'язку між індуктивно зв'язаними котушками дорівнює одиниці в разі:
- потоки розсіювання складають половину від основного потоку;
 - відсутності потоку розсіювання;
 - магнітний зв'язок між котушками відсутній.
11. Коефіцієнт зв'язку між індуктивно-зв'язаними котушками дорівнює нулю в разі:
- потоки розсіювання складають половину від основного потоку;
 - відсутності потоку розсіювання;
 - магнітний зв'язок між котушками відсутній.

12. У індуктивно-зв'язаних елементах ємнісний ефект спостерігається:
- при послідовному з'єднанні;
 - при паралельному з'єднанні;
 - такий ефект неможливий.
13. Розв'язка індуктивно-зв'язаних елементів – це:
- переніс індуктивних елементів у іншу вітку;
 - введення додаткових елементів у вітки;
 - розв'язка неможлива.
14. ЕРС взаємної індукції наводиться коли:
- магнітний потік перетинає вітки своєї котушки;
 - магнітний потік замикається в навколишньому просторі;
 - магнітний потік перетинає вітки іншої котушки.
15. ЕРС взаємної індукції визначається:
- коефіцієнтом самоіндукції;
 - коефіцієнтом взаємної індукції;
 - коефіцієнтом розсіювання.
16. Напрямок зміни ЕРС взаємної індукції спрямований на:
- перешкоджання зміні магнітного потоку;
 - зменшення магнітного потоку;
 - збільшення магнітного потоку.

2.9 Індивідуальне розрахунково-графічне завдання на тему «Аналіз лінійних гармонійних кіл однофазного змінного струму»

Задача. Для електричної схеми, яка відповідає номеру варіанта у табл. 2.1 (див. с. 102–106) і представлена на рис. 2.12 (див. с. 100), необхідно виконати:

1. На підставі законів Кірхгофа скласти в загальному вигляді систему рівнянь для розрахунку струмів в усіх вітках, записавши рівняння у двох формах:

- а) для миттєвих значень;
- б) у символічній формі.

2. Визначити комплексні значення струмів у всіх вітках, скориставшись одним з методів розрахунку лінійних електричних кіл.

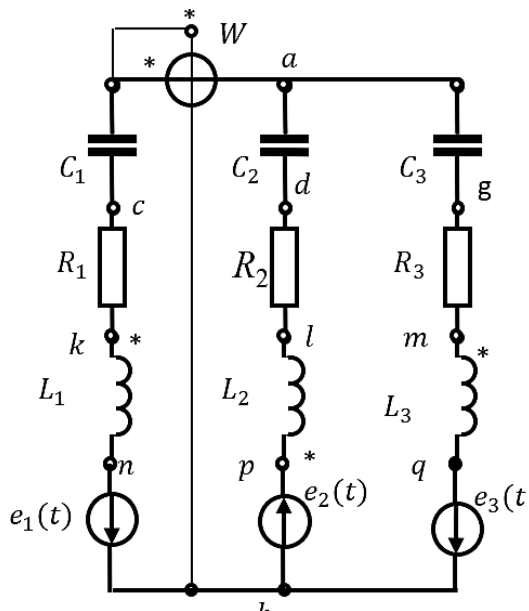


Рис. 2.12. Схема для розрахункового завдання

Розрахувати покази ватметра двома методами [1; 2]:

а) за допомогою виразу для комплексів струму і напруги на ватметрі;

б) через значення модулів струму, напруги на ватметрі та кута зсуву фаз у відповідності з рівнянням $UI\cos\varphi$.

За допомогою векторної діаграми струмів і напруг пояснити визначення кута зсуву фаз $\varphi = \psi_u - \psi_i$.

3. Згідно з результатами, отриманими на 2-му етапі розрахунку, скласти рівняння балансу електричних потужностей, де необхідно врахувати режим роботи джерела енергії (споживає потужність або генерує).

4. Побудувати в масштабі поєднану векторну діаграму струмів і напруг.

5. Використовуючи результати другого етапу розрахунку побудувати в масштабі гармоніки струмів віток у часовій області.

6. Вважаючи, що між двома індуктивними котушками в різних вітках початкової заданої схеми існує магнітний зв'язок

з коефіцієнтом магнітної індукції M , скласти в загальному вигляді систему рівнянь за законами Кірхгофа для розрахунку струмів у всіх вітках схеми, записавши її у двох формах:

а) у часовій області;

б) у символічній формі.

Вказівки:

1. Орієнтуючись на раніше прийняті напрямки струмів у вітках, однойменні затискачі індуктивних котушок обирати самостійно, таким чином, щоб вони були ввімкнені зустрічно (зустрічне ввімкнення), та позначити ці виводи однаковими мітками (наприклад, потовщеними точками).

2. Якщо в початковій схемі відсутня друга індуктивність, то другу котушку вводять додатково в одну з віток, яка раніше не містила індуктивності L .

Вихідні дані для виконання розрахункового завдання

№ вар.	f Гц	L ₁ мГ	L ₂ мГ	L ₃ мГ	C ₁ мкФ	C ₂ мкФ	C ₃ мкФ	R ₁ Ом	R ₂ Ом	R ₃ Ом	e ₁ (ωt)		e ₂ (ωt)		e ₃ (ωt)		
											В	Ф	В	Ф	В	Ф	
1	50	0	63,8	0	106	∞	∞	0	0	10	141sin(ωt+20°)	178cos(ωt-90°)	0	0	84,6cos(ωt-30°)	0	
2	60	21,2	0	0	∞	132,5	∞	0	0	25	70,5sin(ωt+10°)	0	0	0	56,6cos(ωt-235°)	0	
3	55	0	34,7	0	∞	∞	80,3	17	0	0	80sin(ωt+45°)	0	0	0	0	0	
4	70	13,6	0	109,2	32,5	∞	94,6	0	65	0	141cos(ωt-90°)	282sin(ωt-50°)	0	0	0	0	
5	50	0	0	132	50	∞	184	0	65	0	141cos(ωt+345°)	116sin(ωt-11°)	0	0	56,4cos(ωt-130°)	0	
6	90	0	21,2	24,8	∞	∞	35,5	17	0	0	80sin(ωt+40°)	0	0	0	0	0	
7	100	12,7	47,8	0	∞	31,5	∞	0	65	0	70,5sin(ωt+20°)	56cos(ωt+100°)	0	0	56,6cos(ωt-45°)	0	
8	60	100,5	0	0	88,5	∞	132,5	0	0	25	70,5sin(ωt-10°)	0	0	0	0	0	
9	150	0	83,2	0	∞	15,8	29,5	0	25	0	113sin(ωt+338°)	56,4cos(ωt-147°)	0	0	0	0	
10	130	20,8	0	52,7	15,1	∞	64,6	17	0	0	100sin(ωt-35°)	141cos(ωt+270°)	0	0	0	0	
11	50	0	250	0	31,8	66	∞	0	65	0	70,5sin(ωt+20°)	0	0	0	56,6cos(ωt-235°)	0	
12	100	0	477	125	∞	4	33	0	0	100	141cos(ωt+270°)	0	0	0	141sin(ωt-40°)	0	
13	100	0	0	159	15,9	∞	∞	100	0	0	0	0	141sin(ωt+20°)	0	0	178cos(ωt-90°)	0
14	159	100	25	0	∞	8	∞	0	100	0	0	0	178cos(ωt-90°)	0	0	141sin(ωt+20°)	0
15	175	0	136	0	∞	18,2	9,1	0	0	100	169sin(ωt+180°)	0	0	0	169cos(ωt-90°)	0	
16	200	120	0	0	16	∞	8	100	0	0	0	0	141cos(ωt+345°)	0	0	116sin(ωt-11°)	0
17	500	24	0	0	12,7	5,5	∞	0	100	0	0	0	141sin(ωt+20°)	0	0	178cos(ωt-90°)	0
18	120	0	80	145	∞	∞	44,5	0	0	100	0	0	141cos(ωt+345°)	0	0	116sin(ωt-11°)	0
19	40	0	0	1000	20	∞	8	60	0	0	566cos(ωt+270°)	0	0	0	705 sin(ωt+100°)	0	
20	160	80	90	0	10	5	∞	0	25	0	141cos(ωt-30°)	0	0	0	113sin(ωt+248°)	0	
21	50	0	63,8	0	106	∞	∞	0	0	70	99sin(ωt+20°)	179cos(ωt+270°)	0	0	0	0	
22	100	12,7	31,8	0	∞	39,8	∞	0	0	25	70,5cos(ωt+270°)	0	0	0	80sin(ωt-45°)	0	

Продовження таблиці 2.1

№ вар.	f Гц	L ₁ мГ	L ₂ мГ	L ₃ мГ	C ₁ мкФ	C ₂ мкФ	C ₃ мкФ	R ₁ Ом	R ₂ Ом	R ₃ Ом	e ₁ (ωt)		e ₂ (ωt)		e ₃ (ωt)	
											В	Ф	В	Ф	В	Ф
23	110	0	17,35	0	∞	∞	40,15	17	0	0	113sinωt	0	0	141cos(ωt+175°)	0	0
24	70	13,6	0	54,6	32,5	∞	∞	0	65	0	141sinωt	70,5cos(ωt+270°)	0	0	0	0
25	200	0	0	26,3	12,5	∞	88,4	0	65	0	200cosωt	0	0	0	116sin(ωt+45°)	0
26	180	0	10,6	24,8	∞	∞	13,8	0	0	10	70,5sin(ωt+20°)	0	0	0	56,6 cos(ωt-135°)	0
27	100	12,7	8	0	∞	63,8	∞	0	0	25	141cos(ωt+270°)	80sin(ωt+40°)	0	0	0	0
28	15	402	0	0	354	∞	530	17	0	0	70,5cos(ωt+257°)	56sin(ωt-170°)	0	0	0	0
29	300	0	41,9	19,13	∞	7,9	7,4	0	65	0	113sin(ωt+22°)	141cos(ωt+270°)	0	0	0	0
30	260	10,4	0	26,35	7,55	∞	32,3	0	65	0	0	141sinωt	0	0	0	0
31	50	1600	250	0	5,3	66	∞	0	0	10	282sin(ωt+135°)	178cos(ωt-90°)	0	0	70,5cos(ωt+270°)	0
32	50	0	1600	250	∞	5,3	66	0	0	25	0	141sin(ωt-300°)	0	0	0	0
33	100	0	0	318	15,9	∞	15,9	17	0	0	60sin(ωt+315°)	0	0	0	84,6 cos(ωt-30°)	0
34	100	159	39,8	0	∞	12,7	∞	0	65	0	169cos(ωt-90°)	282sin(ωt-50°)	0	0	56,6 cos(ωt-235°)	0
35	350	0	68	0	∞	9,1	4,55	0	65	0	169sin(ωt+180°)	116cos(ωt-11°)	0	0	0	0
36	400	60	0	0	8	∞	4	17	0	0	0	141sin(ωt+315°)	0	0	0	0
37	500	16	0	0	∞	5,5	∞	0	65	0	0	56 cos(ωt+100°)	0	0	56,4 cos(ωt-130°)	0
38	30	0	320	580	∞	∞	178	0	0	25	566cos(ωt-90°)	0	0	0	60sin(ωt+315°)	0
39	80	0	49,75	500	10	79,6	4	0	25	0	141sin(ωt-300°)	56,4 cos(ωt-147°)	0	0	705sin(ωt-45°)	0
40	40	320	360	0	40	20	∞	17	0	0	99sin(ωt-340°)	141cos(ωt+270°)	0	0	0	0
41	50	0	127,6	0	106	159	∞	0	65	0	70,5cos(ωt-90°)	0	0	0	56,6 sin(ωt-235°)	0
42	60	21,2	39,8	0	∞	75,6	∞	0	0	100	113sinωt	0	0	0	141cos(ωt-40°)	0
43	55	0	34,7	0	∞	∞	80,3	100	0	0	141cos(ωt+270°)	141sin(ωt+20°)	0	0	0	0
44	140	6,8	0	54,6	16,25	∞	47,3	0	100	0	141sin(ωt+75°)	178cos(ωt-90°)	0	0	0	0
45	200	0	0	26,3	12,5	∞	88,4	0	0	100	70,5sin(ωt+20°)	0	0	0	169cos(ωt-90°)	0

Продовження таблиці 2.1

№ вар.	f Гц	L ₁ мГ	L ₂ мГ	L ₃ мГ	C ₁ мкФ	C ₂ мкФ	C ₃ мкФ	R ₁ Ом	R ₂ Ом	R ₃ Ом	e ₁ (ωt)		e ₂ (ωt)		e ₃ (ωt)	
											В	Ом	В	Ом	В	Ом
46	90	0	21,2	49,6	∞	∞	27,6	100	0	0	70,5cos(ωt-103°)	0	116sin(ωt-11°)	0	116sin(ωt-11°)	
47	200	6,35	4	0	∞	31,9	∞	0	100	0	60sin(ωt+315°)	0	178cos(ωt-90°)	0	178cos(ωt-90°)	
48	15	402	0	228	354	∞	265	0	0	100	0	141cos(ωt+345°)	0	116sin(ωt-11°)	0	116sin(ωt-11°)
49	300	0	41,9	0	∞	7,9	14,75	60	0	0	141cos(ωt-90°)	0	705 sin(ωt+100°)	0	705 sin(ωt+100°)	
50	130	20,8	0	52,7	15,1	∞	64,6	0	25	0	56 cos(ωt+40°)	0	113sin(ωt+248°)	0	113sin(ωt+248°)	
51	30	1060	413	0	17,6	110	∞	0	0	70	0	179cos(ωt+270°)	0	169sin(ωt-180°)	0	169sin(ωt-180°)
52	120	0	662	103	∞	2,21	27,6	0	0	25	169sin(ωt-90°)	0	80cos(ωt-45°)	0	80cos(ωt-45°)	
53	50	0	0	318	31,8	∞	∞	17	0	0	0	169sin(ωt+45°)	0	141cos(ωt+175°)	0	141cos(ωt+175°)
54	159	100	25	0	∞	8	∞	0	65	0	169sin(ωt-90°)	0	70,5cos(ωt+270°)	0	70,5cos(ωt+270°)	
55	175	0	136	0	∞	18,2	9,1	0	65	0	0	169sin(ωt+40°)	0	116sin(ωt+45°)	0	116sin(ωt+45°)
56	400	60	0	40	8	∞	2	0	0	10	0	70,5cos(ωt-135°)	0	56,6 cos(ωt-135°)	0	56,6 cos(ωt-135°)
57	250	48	0	0	25,4	11	∞	0	0	25	0	80sin(ωt+40°)	0	141cos(ωt-135°)	0	141cos(ωt-135°)
58	60	0	160	290	∞	∞	89	17	0	0	620sin(ωt+54°)	0	56cos(ωt-170°)	0	56cos(ωt-170°)	
59	80	0	0	500	10	∞	4	0	65	0	141sin(ωt-300°)	0	141cos(ωt+270°)	0	141cos(ωt+270°)	
60	160	80	90	69,75	10	5	14,22	0	0	10	0	141sinωt	0	70,5cos(ωt+270°)	0	70,5cos(ωt+270°)
61	60	0	53	0	88,4	∞	∞	0	0	10	101sin(ωt+20°)	0	178cos(ωt-90°)	0	178cos(ωt-90°)	
62	60	21,2	0	0	∞	132,5	∞	0	0	25	100sin(ωt+20°)	0	84,6 cos(ωt-30°)	0	84,6 cos(ωt-30°)	
63	55	0	69,4	0	∞	240,6	80,3	17	0	0	70,5sin(ωt+10°)	0	56,6 cos(ωt-235°)	0	56,6 cos(ωt-235°)	
64	140	6,8	0	27,3	16,25	∞	∞	0	65	0	80sin(ωt+45°)	0	282cos(ωt-50°)	0	282cos(ωt-50°)	
65	100	0	0	63,5	25	∞	100	0	65	0	141cos(ωt-90°)	0	116sin(ωt-11°)	0	116sin(ωt-11°)	
66	80	0	23,7	27,5	∞	∞	39,9	17	0	0	141cos(ωt+345°)	0	141sin(ωt+315°)	0	141sin(ωt+315°)	
67	100	12,7	47,8	0	∞	31,9	∞	0	65	0	80sin(ωt+40°)	0	56 cos(ωt+100°)	0	56 cos(ωt+100°)	
68	60	100,5	0	56,9	88,5	∞	66,25	0	0	25	70,5sin(ωt+20°)	0	705cos(ωt-45°)	0	705cos(ωt-45°)	
69	75	0	167,6	76,52	∞	31,6	29,5	0	25	0	70,5sin(ωt-10°)	0	56,4 cos(ωt-147°)	0	56,4 cos(ωt-147°)	

Продовження таблиці 2.1

№ вар.	f Гц	L ₁ мГ	L ₂ мГ	L ₃ мГ	C ₁ мкФ	C ₂ мкФ	C ₃ мкФ	R ₁ Ом	R ₂ Ом	R ₃ Ом	e ₁ (ωt)		e ₂ (ωt)		e ₃ (ωt)	
											В	Ом	В	Ом	В	Ом
70	130	20,8	0	24,9	15,1	∞	∞	17	0	0	113sin(ωt+338°)	0	141 cos(ωt+270°)	0	141 cos(ωt+270°)	
71	50	159	250	0	21,2	66	∞	0	65	0	100sin(ωt-35°)	0	56,6 cos(ωt-235°)	0	56,6 cos(ωt-235°)	
72	50	0	318	250	∞	15,9	66	0	0	100	70,5sin(ωt+20°)	0	141cos(ωt-40°)	0	141cos(ωt-40°)	
73	50	0	0	636	31,8	∞	31,8	100	0	0	141cos(ωt+270°)	0	141sin(ωt+20°)	0	141sin(ωt+20°)	
74	318	50	12,5	0	∞	4	∞	0	100	0	0	178cos(ωt-90°)	0	80sin(ωt+135°)	0	80sin(ωt+135°)
75	350	0	68	0	∞	9,1	4,55	0	0	100	0	80sin(ωt+45°)	0	169cos(ωt-90°)	0	169cos(ωt-90°)
76	200	120	0	80	16	∞	4	100	0	0	169sin(ωt+180°)	0	116cos(ωt-11°)	0	116cos(ωt-11°)	
77	500	16	0	0	∞	5,5	∞	0	100	0	0	80sin(ωt+90°)	0	178cos(ωt-90°)	0	178cos(ωt-90°)
78	30	318,4	320	580	88,4	∞	178	0	0	100	0	141cos(ωt+345°)	0	116sin(ωt-11°)	0	116sin(ωt-11°)
79	20	0	199	2000	40	318,4	16	60	0	0	0	56,4 cos(ωt-147°)	0	705 sin(ωt+100°)	0	705 sin(ωt+100°)
80	20	320	360	279	40	20	56,88	0	25	0	566cos(ωt+270°)	0	113sin(ωt+248°)	0	113sin(ωt+248°)	
81	100	0	47,8	0	53	159	∞	0	0	70	141cos(ωt-30°)	0	169sin(ωt-180°)	0	169sin(ωt-180°)	
82	150	846	0	0	∞	53,2	∞	0	0	25	99sin(ωt+20°)	0	80cos(ωt-45°)	0	80cos(ωt-45°)	
83	110	0	34,7	0	∞	120,3	40,15	17	0	0	70,5cos(ωt+270°)	0	169sin(ωt+45°)	0	169sin(ωt+45°)	
84	70	13,6	0	54,6	32,5	∞	∞	0	65	0	113sinωt	0	70,5cos(ωt+270°)	0	70,5cos(ωt+270°)	
85	200	0	0	38,2	12,5	∞	33,2	0	65	0	141sinωt	0	169cos(ωt+40°)	0	169cos(ωt+40°)	
86	90	0	21,2	24,8	∞	∞	35,5	0	0	10	200cosωt	0	70,5sin(ωt-135°)	0	70,5sin(ωt-135°)	
87	200	6,35	23,9	0	∞	15,9	∞	0	0	25	70,5sin(ωt+20°)	0	141cos(ωt-135°)	0	141cos(ωt-135°)	
88	30	201	0	0	177	∞	265	17	0	0	141cos(ωt+270°)	0	56sin(ωt-170°)	0	56sin(ωt-170°)	
89	75	0	167,6	0	∞	31,6	59	0	65	0	70,5cos(ωt+257°)	0	141sin(ωt+270°)	0	141sin(ωt+270°)	
90	260	10,4	0	14,7	7,55	∞	∞	0	0	10	113sin(ωt-22°)	0	70,5cos(ωt+270°)	0	70,5cos(ωt+270°)	
91	100	318	125	0	5,3	33	∞	0	20	0	141sin(ωt+20°)	0	169cs(ωt-180°)	0	169cs(ωt-180°)	
92	50	0	1600	250	∞	5,3	66	100	0	0	169sin(ωt+180°)	0	80cs(ωt-45°)	0	80cs(ωt-45°)	
93	100	0	0	159	15,9	∞	∞	0	100	0	0	169sin(ωt+45°)	0	56,4 cos(ωt-147°)	0	56,4 cos(ωt-147°)

Закінчення таблиці 2.1

№ вар.	f Гц	L ₁ мГ	L ₂ мГ	L ₃ мГ	C ₁ мкФ	C ₂ мкФ	C ₃ мкФ	R ₁	R ₂	R ₃	e ₁ (ωt)		e ₂ (ωt)		e ₃ (ωt)	
								Ом	Ом	Ом	В	В	В	В	В	
94	100	159	39,8	0	∞	12,7	∞	0	0	100	0	70,5cos(ωt+270°)	0	99sin(ωt+20°)	0	0
95	100	0	238	0	∞	31,8	15,9	100	0	0	0	169cos(ωt+40°)	0	141sin(ωt+60°)	0	0
96	400	60	0	40	8	∞	2	0	100	0	566cos(ωt+270°)	0	70,5sin(ωt-135°)	0	0	0
97	250	32	0	0	∞	11	∞	0	0	100	141cos(ωt-30°)	0	141sin(ωt-135°)	0	0	0
98	120	79,6	80	145	22,1	∞	44,5	60	0	0	99sin(ωt+20°)	56cos(ωt-170°)	0	0	0	0
99	20	0	0	2000	40	∞	16	0	25	0	70,5cos(ωt+270°)	141sin(ωt+270°)	0	0	0	0
00	80	160	180	0	20	10	∞	0	0	70	113sinωt	0	0	70,5cos(ωt+270°)	0	0

2.10 Приклад розрахунку індивідуального розрахунково-графічного завдання на тему «Лінійні гармонійні кола однофазного змінного струму»

Розрахувати схему згідно рис. 2.13.

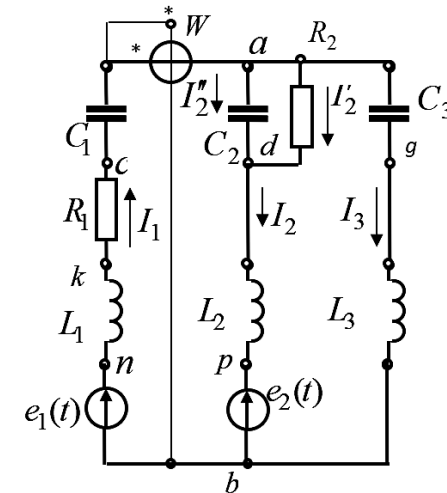


Рис. 2.13. Схема для розрахунку прикладу

Початкові дані:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 10 \text{ Ом}; C_1 = 9 \text{ мкФ};$$

$$C_2 = 40 \text{ мкФ}; C_3 = 8 \text{ мкФ}; L_1 = 6 \text{ мГ}; L_2 = 4 \text{ мГ}; L_3 = 8 \text{ мГ};$$

$$\omega = 400 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; E_{m1} = 200 \text{ В}; \psi_{e1} = 0; E_{m2} = 220 \text{ В}; \psi_{e2} = \frac{\pi}{6}.$$

1. На підставі законів Кірхгофа скласти в загальному вигляді систему рівнянь для розрахунку значень струму в усіх вітках, записавши для миттєвих значень напруг, струмів, ЕРС.

Довільно обираємо напрямки струмів $i_1, i_2, i'_2, i''_2, i_3$ у кожній вітці та вказуємо додатній напрямок стрілкою на схемі.

Баланс напруг і струмів для миттєвих значень складаємо на підставі законів Кірхгофа. Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів у вузлі дорівнює нулю:

- вузол a : $i_1 - i'_2 - i''_2 - i_3 = 0$;
- вузол d : $i'_2 + i''_2 - i_2 = 0$.

Алгебраїчна сума миттєвих спадів напруг на елементах контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил у цьому контурі:

- контур $b-n-k-c-a-d-b$:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + \frac{1}{C_2} \int i_2'' dt + L_2 \frac{di_2}{dt} = e_1(t) - e_2(t);$$

- контур $b-d-a-g-b$:

$$-L_2 \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C_2} \int i_2'' dt + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + L_3 \frac{di_3}{dt} = e_2(t);$$

- контур $d-a-d$:

$$-\frac{1}{C_2} \int i_2'' dt + i_2' R_2 = 0.$$

Додатній напрямок обходу контурів обрано за годинниковою стрілкою.

На підставі законів Кірхгофа складаємо в загальному вигляді систему рівнянь для розрахунку значень струму в усіх вітках, записавши рівняння в символічній формі:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}'_2 - \underline{I}''_2 - \underline{I}_3 = 0;$$

$$\underline{I}'_2 + \underline{I}''_2 - \underline{I}_2 = 0;$$

$$j\omega L_1 \underline{I}_1 + \underline{I}_1 R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \underline{I}_1 + \frac{1}{j\omega C_2} \underline{I}_2'' + j\omega L_2 \underline{I}_2 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2;$$

$$-j\omega L_2 \underline{I}_2 - \frac{1}{j\omega C_2} \underline{I}_2'' + \frac{1}{j\omega C_3} \underline{I}_3 + j\omega L_3 \underline{I}_3 = \underline{E}_2;$$

$$-\frac{1}{j\omega C_2} \underline{I}_2'' + \underline{I}_2' R_2 = 0.$$

2. Визначити комплексні значення струмів у всіх вітках, скориставшись одним з методів розрахунку лінійних електричних кіл.

Повні опори віток:

$$\underline{Z}_1 = j\omega L_1 + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = j400 \times 6 \times 10^{-3} + 10 + \frac{1}{j400 \times 9 \times 10^{-6}} =$$

$$= 10 + j2,4 - j277,78 = 10 - j275,38 = 275,6e^{-j87,9^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = j\omega L_2 + \frac{R_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = j400 \times 4 \times 10^{-3} + \frac{12 \frac{1}{j400 \times 40 \times 10^{-6}}}{12 + \frac{1}{j400 \times 40 \times 10^{-6}}} =$$

$$= j1,6 + \frac{-j750}{12 - j62,5} = 11,57 - j0,62 = 11,59e^{-j3,1^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_3} = j400 \times 8 \times 10^{-3} + \frac{1}{j400 \times 8 \times 10^{-6}} =$$

$$= j3,2 - j312,5 = -j309,3 = 309,3e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

$$\underline{E}_1 = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} \text{ В} = 141,8 \text{ В};$$

$$\underline{E}_2 = \frac{220}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} \text{ В} = 135 + j78 \text{ В};$$

$$\underline{I}_1 - \underline{I}'_2 - \underline{I}''_2 - \underline{I}_3 = 0;$$

$$\underline{I}'_2 + \underline{I}''_2 - \underline{I}_2 = 0;$$

$$(10 - j275,38) \underline{I}_1 - j62,5 \underline{I}_2'' + j1,6 \underline{I}_2 = 141,8 - 135 - j78;$$

$$-j1,6 \underline{I}_2 + j62,5 \underline{I}_2'' - j309,3 \underline{I}_3 = 135 + j78;$$

$$j62,5 \underline{I}_2'' + \underline{I}_2' 12 = 0.$$

$$\underline{I}_1 = 0,263 - j0,005 = 0,263e^{-j1,1^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = 0,497 - j0,459 = 0,677e^{-j42,7^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = -0,234 + j0,454 = 0,511e^{j117,3^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}'_2 = 0,394 - j0,534 = 0,664e^{-j53,6^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}''_2 = 0,103 + j0,076 = 0,128e^{j36,4^\circ} \text{ А}.$$

Розрахувати покази ватметра двома методами:

а) за допомогою виразу для комплексів струму і напруги на ватметрі;

б) через значення модулів струму, напруги на ватметрі та кута зсуву фаз у відповідності з рівнянням $UI \cos \varphi$.

За допомогою векторної діаграми струмів і напруг пояснити визначення кута зсуву фаз $\varphi = \psi_u - \psi_i$ (рис. 2.14, див. с. 110).

Комплексне значення напруги на ватметрі:

$$\underline{U}_w = \underline{U}_{ab} = \underline{I}_3 \underline{Z}_3 = 0,511e^{j117,3^\circ} 309,3e^{-j90^\circ} = 158,1e^{j27,3^\circ} \text{ В};$$

$$P_w = \operatorname{Re}(\underline{U}_w \times \underline{I}_1^*) = \operatorname{Re}(158,1e^{j27,3^\circ} \times 0,263e^{-j1,1^\circ}) = 158,1 \times 0,263 \times \cos 26,2^\circ = 37,3 \text{ Вт.}$$

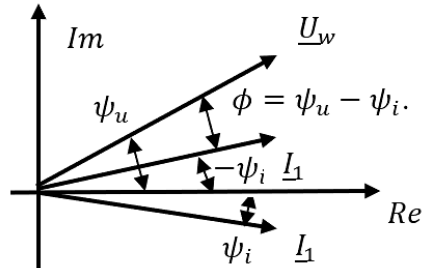


Рис. 2.14. Векторна діаграма

3. Згідно з результатами, отриманими на 2-му етапі розрахунку, скласти рівняння балансу електричних потужностей, де необхідно врахувати режим роботи джерела енергії (споживає потужність або генерує).

Потужності джерел енергії кола:

$$\begin{aligned} \check{S}_{\text{дж}} &= \underline{E}_1 \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \underline{I}_2^* = 141,8(0,263 + j0,005) - \\ &- (135 + j78)(0,497 + j0,459) = \\ &= 37,29 + j0,71 - 31,29 - j100,73 = 6 - j100,02 = P_{\text{дж}} + jQ_{\text{дж}}. \end{aligned}$$

Потужності навантаження:

$$\begin{aligned} P_{\text{н}} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 10 \times 0,263^2 + 12 \times 0,664^2 = 5,98 \text{ Вт}; \\ Q_{\text{н}} &= (X_{L1} - X_{C1}) I_1^2 - X_{C2} I_2'^2 + (X_{L3} - X_{C3}) I_3^2 = \\ &= \left(400 \times 6 \times 10^{-3} - \frac{1}{400 \times 9 \times 10^{-6}} \right) I_1^2 - \frac{1}{400 \times 40 \times 10^{-6}} I_2'^2 + \\ &+ \left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3} \right) I_3^2 = -275,378 \times 0,263^2 - 62,5 \times 0,128^2 - \\ &- 309,3 \times 0,511^2 = -100,84 \text{ вар.} \end{aligned}$$

4. Побудувати в масштабі поєднану векторну діаграму струмів і напруг (рис. 2.15)

$$\underline{V}_n = 0; \underline{V}_k = \underline{V}_n + jX_{L1} I_1 = \underline{V}_n + j2,4 \times 0,263e^{-j1,1^\circ} = \underline{V}_n + 0,631e^{j88,9^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_c = \underline{V}_k + \underline{I}_1 R_1 = \underline{V}_k + 10 \times 0,263e^{-j1,1^\circ} = \underline{V}_k + 2,63e^{-j1,1^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_a = \underline{V}_c - jX_{C1} I_1 = \underline{V}_c - j277,78 \times 0,263e^{-j1,1^\circ} = \underline{V}_c + 73,061e^{-j9,1^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_g = \underline{V}_a - jX_{C3} I_3 = \underline{V}_a - j312,5 \times 0,511e^{j117,3^\circ} = \underline{V}_a + 159,68e^{j27,3^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_b = \underline{V}_g + jX_{L3} I_3 = \underline{V}_g + j3,2 \times 0,511e^{j117,3^\circ} = \underline{V}_g + 1,63e^{j207,3^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_n = \underline{V}_b - \underline{E}_1 = \underline{V}_b - 141,8 \text{ В};$$

$$\underline{V}_d = \underline{V}_a + R_2 I_2' = \underline{V}_a + 12 \times 0,664e^{-j53,6^\circ} = \underline{V}_a + 7,97e^{-j53,6^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_p = \underline{V}_d + jX_{C2} I_2 = \underline{V}_d + j1,6 \times 0,677e^{-j42,7^\circ} = \underline{V}_d + 1,08e^{j47,3^\circ} \text{ В};$$

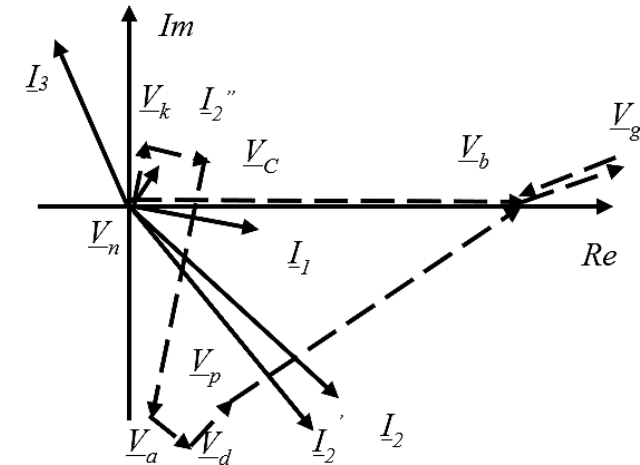


Рис. 2.15. Поєднана векторна діаграма струмів і напруг

5. Використовуючи результати другого етапу розрахунку побудувати в масштабі гармоніки струмів віток у часовій області (рис. 2.16).

Миттєві значення струмів віток:

$$i_1(\omega t) = \operatorname{Im}(I_1) = \operatorname{Im}(0,263e^{-j1,1^\circ}) = 0,263\sqrt{2}\sin(\omega t - 1,1^\circ) \text{ А};$$

$$i_2(\omega t) = \operatorname{Im}(I_2) = \operatorname{Im}(0,677e^{-j42,7^\circ}) = 0,677\sqrt{2}\sin(\omega t - 42,7^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(\omega t) = Jm(\underline{I}_3) = Jm(0,511e^{j117,3^\circ}) = 0,511\sqrt{2}\sin(\omega t - 117,3^\circ) \text{ A};$$

$$i_2'(\omega t) = Jm(\underline{I}_2') = Jm(0,664e^{-j53,6^\circ}) = 0,664\sqrt{2}\sin(\omega t - 53,6^\circ) \text{ A};$$

$$i_2''(\omega t) = Jm(\underline{I}_2'') = Jm(0,128e^{j36,4^\circ}) = 0,128\sqrt{2}\sin(\omega t + 36,4^\circ) \text{ A}.$$

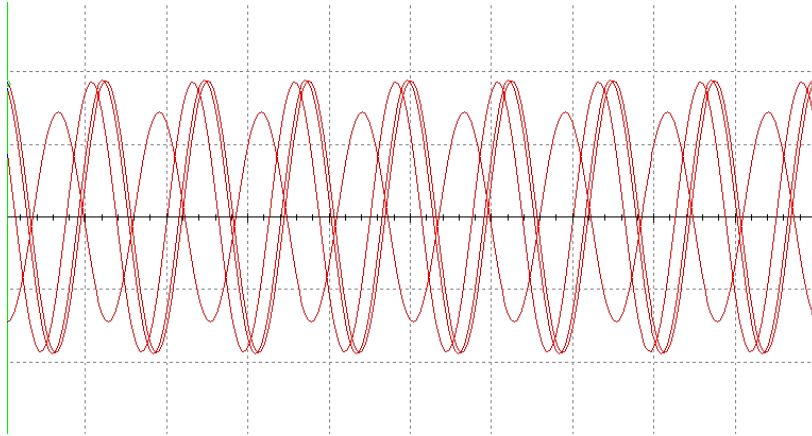


Рис. 2.16. Гармоніки струмів віток

6. Вважаючи, що між двома індуктивними котушками у різних вітках початкової заданої схеми існує магнітний зв'язок з коефіцієнтом магнітної індукції дорівнює M , скласти в загальному вигляді систему рівнянь за законами Кірхгофа для розрахунку струмів у всіх вітках схеми, записавши її у двох формах: а) у часовій області та б) у символічній формі.

Припускаємо, що між котушками L_1 і L_2 існує магнітний зв'язок з коефіцієнтом магнітної індукції M_{12} , а між котушками L_1 і L_3 існує магнітний зв'язок з коефіцієнтом магнітної індукції M_{13} . До загального вузла b котушки L_2 і L_3 під'єднані однойменними виводами, а котушка L_1 різнойменним.

Складаємо рівняння у часовій області за законами Кірхгофа без магнітної розв'язки:

$$i_1 - i_2' - i_2'' - i_3 = 0;$$

$$i_2' + i_2'' - i_2 = 0;$$

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt} + i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt +$$

$$+ \frac{1}{C_2} \int i_2'' dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{12} \frac{di_1}{dt} = e_1(t) - e_2(t);$$

$$-L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} - \frac{1}{C_2} \int i_2'' dt + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{13} \frac{di_1}{dt} = e_2(t);$$

$$-\frac{1}{C_2} \int i_2'' dt + i_2 R_2 = 0.$$

Переходимо до рівнянь у символічній формі:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2' - \underline{I}_2'' - \underline{I}_3 = 0;$$

$$\underline{I}_2' + \underline{I}_2'' - \underline{I}_2 = 0;$$

$$j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M_{13} \underline{I}_3 - j\omega M_{12} \underline{I}_2 + \underline{I}_1 R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \underline{I}_1 +$$

$$+ \frac{1}{j\omega C_2} \underline{I}_2'' + j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M_{12} \underline{I}_1 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2;$$

$$-j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M_{12} \underline{I}_1 - \frac{1}{j\omega C_2} \underline{I}_2'' + \frac{1}{j\omega C_3} \underline{I}_3 + j\omega L_3 \underline{I}_3 + j\omega M_{13} \underline{I}_1 = \underline{E}_2;$$

$$-\frac{1}{j\omega C_2} \underline{I}_2'' + \underline{I}_2 R_2 = 0.$$

Після магнітної розв'язки індуктивно-зв'язаних котушок у першій вітці котушка буде мати індуктивність $L_1 - M_{12} + M_{13}$, у другій вітці $L_2 - M_{12} - M_{13}$, а в третій $L_3 + M_{12} + M_{13}$.

Розділ 3

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ТРИФАЗНИХ КІЛ

3.1 Методичні вказівки з розрахунку трифазних гармонійних кіл

1. Симетричне джерело живлення та симетричне навантаження.

1.1. Розрахунок трифазного кола в симетричному режимі зводиться до розрахунку для однієї фази й виконується аналогічно розрахунку однофазного кола. Будь-яке несиметричне трифазне коло може розглядатися як розгалужене коло з трьома джерелами живлення, для розрахунку якого застосовуються методи, що використовуються для розрахунку складних електричних кіл. Наприклад, для випадку з'єднання фаз генератора та приймача зіркою без нульового проводу при розрахунку струмів і напруг можна застосувати метод вузлових напруг у комплексній формі.

1.2. Якщо трифазне симетричне електричне коло зібрано за схемою симетрична зірка і при цьому опори лінійних проводів відмінні від нуля, то слід знайти еквівалентний опір фази, а потім за законом Ома знайти фазні I_ϕ (лінійні I_L) струми $I_\phi = E_\phi / Z_\phi$, де E_ϕ – фазна напруга джерела живлення; Z_ϕ – опір фази навантаження. Далі за законом Ома відшукуються фазні напруги на навантаженні. У таких схемах модуль лінійної напруги на навантаженні U_L у $\sqrt{3}$ раз більше модуля фазної U_ϕ напруги ($U_L = \sqrt{3}U_\phi$), а модулі лінійних і фазних струмів однакові $I_L = I_\phi$.

1.3. Якщо трифазне коло зібрано за схемою трикутник за умови, що опори лінійних проводів відмінні від нуля, слід перетворити задане з'єднання опорів навантаження в еквівалентне з'єднання зіркою та визначити лінійні струми відповідно до вказівок п. 1.2. Фазні струми в навантаженні при з'єднанні симетричним трикутником менше лінійних струмів у $\sqrt{3}$ рази ($I_L = \sqrt{3}I_\phi$), а лінійні напруги на навантаженні рівні фазним напругам $U_L = U_\phi$.

Фазні напруги на навантаженні знаходяться за законом Ома: $U_\phi = I_\phi \times Z_\phi$. Коли опори лінійних проводів зневажливо малі, то напруга на фазі джерела живлення дорівнює напрузі на фазі навантаження $E_\phi = U_\phi$.

1.4. При симетричному навантаженні активна, реактивна та повна потужності трифазної системи незалежно від способу її з'єднання (зірка або трикутник) розраховується на одну фазу й потроюються:

$$P = 3 \times U_\phi \times I_\phi \times \cos \varphi_\phi = \sqrt{3} \times U_L \times I_L \times \cos \varphi_\phi;$$

$$Q = 3 \times U_\phi \times I_\phi \times \sin \varphi_\phi = \sqrt{3} \times U_L \times I_L \times \sin \varphi_\phi;$$

$$S = 3 \times U_\phi \times I_\phi = \sqrt{3} \times U_L \times I_L.$$

1.5. Оскільки трифазні кола є колами синусоїдального струму, то дослідження процесів у них здійснюють тими ж методами і прийомами, як для однофазних гармонійних кіл. Для трифазних кіл застосовуємо символічний метод розрахунку, топографічні діаграми напруг і векторні діаграми струмів, які роблять розрахунки більш наочними [12].

2. Симетричне джерело живлення та несиметричне навантаження.

2.1. У несиметричних трифазних колах ($Z_A \neq Z_B \neq Z_C$) при з'єднанні фаз джерела і навантаження зіркою за наявності опору в нейтральному проводі слід визначити напругу зсуву нейтралі U_{Nn} (напругу між загальними точками джерела і навантаження):

$$U_{Nn} = \frac{E_A \times Y_A + E_B \times Y_B + E_C \times Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_{Nn}},$$

де E_A, E_B, E_C – фазні напруги (ЕРС) на джерелі живлення; Y_A, Y_B, Y_C – фазні провідності віток трифазної схеми; Y_{Nn} – провідність нейтрального проводу.

У провідностях фаз віток враховуються опори ліній проводів.

Струми в фазах навантаження визначаються за законом Ома:

$$I_A = (E_A - U_{Nn}) \times Y_A; \quad I_B = (E_B - U_{Nn}) \times Y_B; \quad I_C = (E_C - U_{Nn}) \times Y_C.$$

Струм у нейтральному проводі визначають за першим законом Кірхгофа: $I_{Nn} = I_A + I_B + I_C$ або за законом Ома: $I_{Nn} = U_{Nn} \times Y_{Nn}$.

2.2. Якщо несиметричне навантаження з'єднано зіркою та приєднане до джерела енергії без нейтрального проводу та відомі лінійні напруги трифазного джерела, то фазні напруги навантаження знаходять за рівнянням:

$$\underline{U}_A = \frac{\underline{U}_{AB} \times \underline{Y}_B - \underline{U}_{CA} \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \underline{U}_B = \frac{\underline{U}_{BC} \times \underline{Y}_C - \underline{U}_{AB} \times \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C};$$

$$\underline{U}_C = \frac{\underline{U}_{CA} \times \underline{Y}_A - \underline{U}_{BC} \times \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

де $\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C$ – враховують провідності лінійних проводів при наявності в них опорів.

Струми в фазах навантаження знаходимо за законом Ома:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A \times \underline{Y}_A; \quad \underline{I}_B = \underline{U}_B \times \underline{Y}_B; \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C \times \underline{Y}_C.$$

2.3. При з'єднанні навантаження трикутником, у разі зневажливо малих опорів проводів, фазні напруги джерела енергії та навантаження рівні, струми в фазах навантаження слід визначити за законом Ома, а струми в лінійних проводах – за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

2.4. За наявності опору в лінійних проводах слід виконати еквівалентне перетворення з'єднання навантаження з трикутника в зірку. Потім визначають фазні напруги відповідно до вказівок п. 2.2 та лінійні струми за законом Ома:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A \times \underline{Y}_A; \quad \underline{I}_B = \underline{U}_B \times \underline{Y}_B; \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C \times \underline{Y}_C.$$

Фазні напруги навантаження еквівалентної зірки також визначаються за закон Ома:

$$\underline{U}_{AN} = \underline{I}_A \times \underline{Z}_{AN}; \quad \underline{U}_{BN} = \underline{I}_B \times \underline{Z}_{BN}; \quad \underline{U}_{CN} = \underline{I}_C \times \underline{Z}_{CN}.$$

За другим законом Кірхгофа можемо визначити фазні напруги на опорах навантаження при з'єднанні трикутником:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

За законом Ома знаходяться фазні струми навантаження:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}; \quad \underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC}; \quad \underline{I}_{CA} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA}.$$

2.5 Активна і реактивна потужності визначаються як сума активних і реактивних потужностей фаз навантаження, проводів ліній і нейтрального проводу:

$$P = U_A \times I_A \times \cos \varphi_A + U_B \times I_B \times \cos \varphi_B + U_C \times I_C \times \cos \varphi_C + U_{Nn} \times I_{Nn} \times \cos \varphi_{Nn};$$

$$Q = U_A \times I_A \times \sin \varphi_A + U_B \times I_B \times \sin \varphi_B + U_C \times I_C \times \sin \varphi_C + U_{Nn} \times I_{Nn} \times \sin \varphi_{Nn}.$$

Повна потужність за несиметричного навантаження:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

3. Несиметричне джерело живлення та симетричне навантаження.

3.1. Розрахунок ведеться на основі методу симетричних складових. В ЕРС джерела живлення виділяються симетричні складові нульової, прямої та зворотної послідовностей.

Нульова система ЕРС:

$$\underline{E}_{A0} = \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C; \quad \underline{E}_{B0} = \underline{E}_{C0} = \underline{E}_{A0}.$$

Пряма система ЕРС:

$$\underline{E}_{A1} = \frac{\underline{E}_A + a\underline{E}_B + a^2\underline{E}_C}{3}; \quad \underline{E}_{B1} = a^2\underline{E}_A; \quad \underline{E}_{C1} = a\underline{E}_A,$$

де $a = 1 \times e^{j120^\circ}$ – одиничний поворотний множник.

Зворотна система ЕРС:

$$\underline{E}_{A2} = \frac{\underline{E}_A + a^2\underline{E}_B + a\underline{E}_C}{3}; \quad \underline{E}_{B2} = a\underline{E}_A; \quad \underline{E}_{C2} = a^2\underline{E}_A.$$

3.2. При з'єднанні навантаження в симетричну зірку з опором в нульовому проводі симетричні складові фазних струмів визначаються:

$$\underline{I}_{A0} = \frac{\underline{E}_{A0}}{\underline{Z}_P + 3\underline{Z}_{Nn}}; \quad \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = \underline{I}_{A0}.$$

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_{A1}}{\underline{Z}_P}; \quad \underline{I}_{B1} = a^2\underline{I}_{A1}; \quad \underline{I}_{C1} = a\underline{I}_{A1},$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{E}_{A2}}{\underline{Z}_P}; \quad \underline{I}_{B2} = a\underline{I}_{A2}; \quad \underline{I}_{C2} = a^2\underline{I}_{A2}.$$

3.3. При з'єднанні навантаження в симетричну зірку без нульового проводу симетричні складові фазних струмів визначаються:

$$\underline{I}_{A0} = 0; \quad \underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = \underline{I}_{A0};$$

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{E}_{A2}}{\underline{Z}_P}; \quad \underline{I}_{B2} = a\underline{I}_{A2}; \quad \underline{I}_{C2} = a^2\underline{I}_{A2}.$$

3.4. При з'єднанні навантаження в симетричний трикутник симетричні складові фазних струмів визначаються:

$$\underline{I}_{AB0} = \frac{\underline{E}_{A0} - \underline{E}_{B0}}{\underline{Z}_P}; \quad \underline{I}_{BC0} = \underline{I}_{CA0} = \underline{I}_{AB0};$$

$$\underline{I}_{AB1} = \frac{\underline{E}_{A1} - \underline{E}_{B1}}{\underline{Z}_P}; \quad \underline{I}_{BC1} = a^2\underline{I}_{AB1}; \quad \underline{I}_{CA1} = a\underline{I}_{AB1};$$

$$\underline{I}_{AB2} = \frac{\underline{E}_{A2} - \underline{E}_{B2}}{\underline{Z}_P}; \quad \underline{I}_{BC2} = a\underline{I}_{A2}; \quad \underline{I}_{CA2} = a^2\underline{E}_{AB2}.$$

3.5. Активна і реактивна потужності при несиметричному джерелі живлення і симетричному навантаженні знаходяться відповідно до методу симетричних складових:

$$P = 3 \times U_{A0} \times I_{A0} \times \cos \varphi_{A0} + 3 \times U_{B0} \times I_{B0} \times \cos \varphi_{B0} + 3 \times U_{C0} \times I_{C0} \times \cos \varphi_{C0};$$

$$Q = 3 \times U_{A0} \times I_{A0} \times \sin \varphi_{A0} + 3 \times U_{B0} \times I_{B0} \times \sin \varphi_{B0} + 3 \times U_{C0} \times I_{C0} \times \sin \varphi_{C0};$$

Повна потужність:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Напруги та струми нульової послідовності, маючи в своїх фазах кожну мить одне й теж значення, представляють собою однофазний струм, який порівну поділяється між трьома фазами системи. Наявність напруги і струмів нульової послідовності навіть при симетричному навантаженні призводить до появи пульсацій миттєвої потужності, тобто система стає невірноваженою [13].

3.2 Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник

Розрахунковий приклад 3.1. У трифазне коло з лінійною напругою $U_L=220$ В включено навантаження, яке з'єднане трикутником, опір кожної фази якого $\underline{Z}_\Delta=10+10j$ Ом (рис. 3.1, див. с. 119). Визначити струми в кожній фазі навантаження

й лінії, розрахувати покази ватметрів. Побудувати суміщену векторну діаграму струмів і напруг.

Розв'язання прикладу 3.1

1. Розрахунок струмів виконуємо символічним методом. Приймаємо вектор лінійної напруги трифазного джерела напруги спрямований по дійсній осі, а опори лінійних проводів зневажливо малі, тому можемо записати:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{ab} = 220e^{j0^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_{ca} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

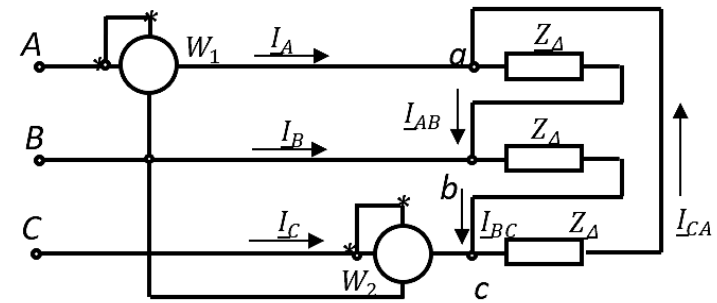


Рис. 3.1. Схема прикладу 3.1

Визначаємо фазні струми навантаження:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_\Delta = 220e^{j0^\circ} / (10 + 10j) = 11 - 11j = 15,556e^{-j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{BC} = \underline{U}_{bc} / \underline{Z}_\Delta = 220e^{-j120^\circ} / (10 + 10j) = -15,026 - 4,026j = 15,556e^{-j165^\circ} = I_{AB}e^{-j120^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{CA} = \underline{U}_{ca} / \underline{Z}_\Delta = 220e^{j120^\circ} / (10 + 10j) = 4,026 + 15,025j = 15,556e^{j75^\circ} = I_{AB}e^{j120^\circ} \text{ Ом}.$$

Знаходимо лінійні струми на підставі першого закону Кірхгофа:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 6,96 - 25,98j = 26,9e^{-j75^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = -25,98 - 6,96j = 26,9e^{-j195^\circ} = \underline{I}_A e^{-j120^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 19,02 + 19,02j = 26,9e^{j45^\circ} = \underline{I}_A e^{j120^\circ} \text{ А}.$$

Визначаємо покази ватметрів:

$$P_1 = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{AB} \times \underline{I}_A^* \right] = \operatorname{Re} [220e^{j0^\circ} \times 26,9e^{j45^\circ}] =$$

$$= 220 \times 26,9 \times \cos 45^\circ = 1530 \text{ Вт};$$

$$P_2 = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{CB} \times \underline{I}_C^* \right] = \operatorname{Re} [-220e^{-j120^\circ} \times 26,9e^{-j45^\circ}] =$$

$$= \operatorname{Re} [220e^{j60^\circ} \times 26,9e^{-j45^\circ}] = 220 \times 26,9 \times \cos 15^\circ = 5730 \text{ Вт}.$$

Активна потужність кола визначається як алгебраїчна сума показань ватметрів, тобто

$$P = P_1 + P_2 = 1530 + 5730 = 7260 \text{ Вт}$$

або

$$P = \sqrt{3} \times U_L \times I_L \times \cos \phi_p = \sqrt{3} \times 220 \times 26,9 \times \cos 45^\circ = 7260 \text{ Вт}.$$

Суміщена векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис. 3.2.

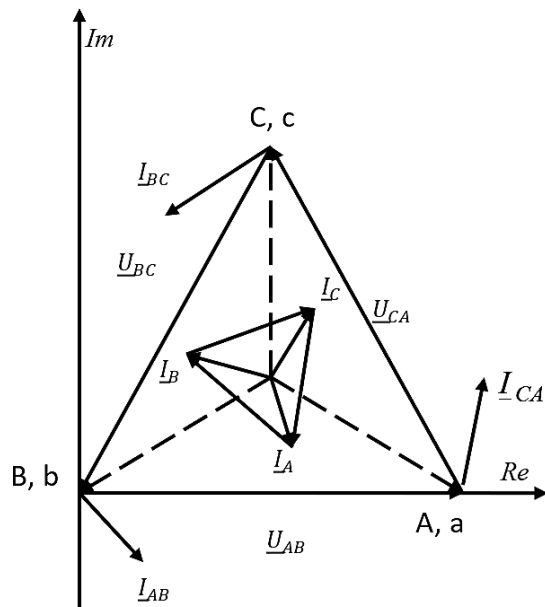


Рис. 3.2. Суміщена векторна діаграма

3.3 Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку

Розрахунковий приклад 3.2. Розрахувати параметри електричного кола для випадку несиметричного навантаження. У чотири-провідну трифазну мережу з лінійною напругою $U_L=220$ В включений зіркою приймач, резистивні та індуктивні опори фаз якого відповідно $R_A=3$ Ом; $x_A=4$ Ом; $R_B=3$ Ом; $x_B=5,2$ Ом; $R_C=4$ Ом; $x_C=3$ Ом (рис. 3.3).

Визначити струми в лінійних і нейтральному проводах та побудувати векторну діаграму (рис. 3.4).

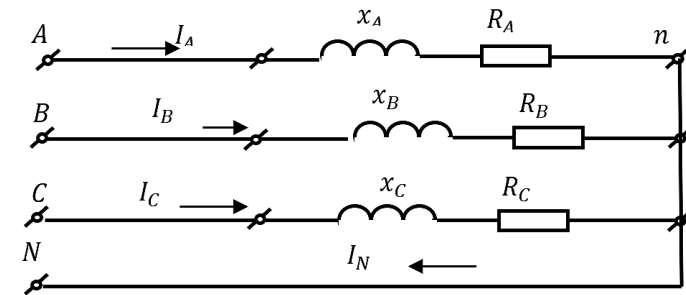


Рис. 3.3. Схема прикладу 3.2

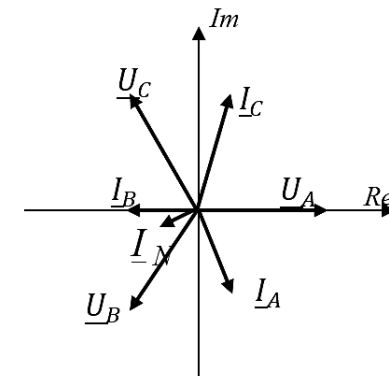


Рис. 3.4. Векторна діаграма

Розв'язання прикладу 3.2

Приймаємо, що вектор фазної напруги спрямований по дійсній осі, тоді

$$\underline{U}_A = U_\phi / \sqrt{3} e^{j0^\circ} = 127 e^{j0^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 127 e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_{ca} = 127 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Знаходимо лінійні струми:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / \underline{Z}_A = 127 / (4 + 4j) = 25,4 e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \underline{U}_B / \underline{Z}_B = 127 e^{-j120^\circ} / (3 + 5,2j) = 21,2 e^{-j180^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z}_C = 127 e^{j120^\circ} / (4 + 3j) = 25,4 e^{j83^\circ} \text{ А}.$$

Струм в нейтральному проводі визначаємо як суму комплексів струму фаз:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 25,4 e^{-j53^\circ} + 21,2 e^{-j180^\circ} + 25,4 e^{j83^\circ} = 5,9 e^{j124^\circ} \text{ А}.$$

При несиметричному навантаженні активну потужність знаходимо як суму фазних потужностей:

$$\begin{aligned} P &= U_A \times I_A \times \cos \phi_A + U_B \times I_B \times \cos \phi_B + U_C \times I_C \times \cos \phi_C = \\ &= 127 \times 25,4 \times \cos 53^\circ + 127 \times 21,2 \times \cos 60^\circ + 127 \times 25,4 \times \cos 37^\circ = \\ &= 5863,77 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

3.4 Розрахунок параметрів кола при з'єднанні навантаження в несиметричну зірку по три-і чотирипровідній схемі

Розрахунковий приклад 3.3

У трифазне коло з лінійною напругою $U_\phi=220$ В симетричного джерела енергії вимкнено зіркою приймач, резистивний, індуктивний та ємнісний опори фаз якого рівні: $R=x_L=x_C=22$ Ом (рис. 3.5, див. с. 123). Нульовий провід відсутній.

Визначити струми в фазах навантаження. Побудувати поєднану векторну діаграму струмів і напруг.

Розв'язання прикладу 3.3

Вибравши фазу А за початкову, розподіляємо фазні напруги симетричного джерела живлення на комплексній площині:

$$\underline{U}_A = U_\phi / \sqrt{3} e^{j0^\circ} = 220 e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} = -110 - 191j \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = 220 e^{j120^\circ} = -110 + 191j \text{ В}.$$

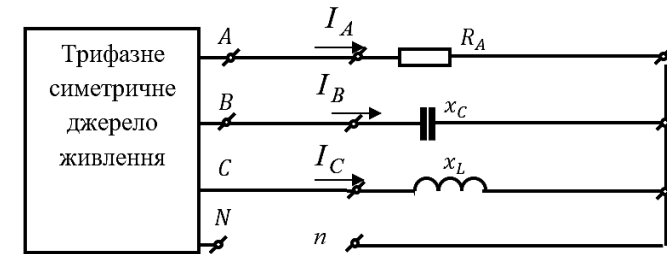


Рис. 3.5. Схема прикладу 3.3

Визначаємо напругу між нейтральними точками джерела живлення і навантаження (напруга зсуву нейтралі):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Nn} &= \frac{\underline{U}_A \times Y_A + \underline{U}_B \times Y_B + \underline{U}_C \times Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \\ &= \frac{220}{22} + \frac{-110 - 191j}{-j22} + \frac{-110 + 191j}{j22} = 602 \text{ В}. \end{aligned}$$

Визначаємо напруги на затискачах фаз приймача:

$$\underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn} = 220 - 602 = -382 = 382 e^{j180^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{Bn} = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn} = -110 - 191j - 602 = -712 - 191j = 737,17 e^{-j165^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{Cn} = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn} = -110 + 191j - 602 = -712 + 191j = 737,17 e^{j165^\circ} \text{ В}.$$

Визначаємо фазні (лінійні) струми:

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}) \times Y_A = \frac{-382}{22} = -17,3 = 17,3 e^{j180^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = (\underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}) \times Y_B = \frac{-712 - 191j}{-22j} = 8,68 - 32,4j = 33,54 e^{-j75^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}) \times Y_C = \frac{-712 + 191j}{22j} = 8,68 + 32,4j = 33,54 e^{j75^\circ} \text{ А}.$$

При несиметрично навантаженні активну потужність знаходимо як суму фазних потужностей:

$$P = U_{An} \times I_A \times \cos \varphi_A + U_{Bn} \times I_B \times \cos \varphi_B + U_{Cn} \times I_C \times \cos \varphi_C =$$

$$= 220 \times 17,3 \times \cos 180^\circ + 220 \times 33,54 \times \cos 195^\circ +$$

$$+ 220 \times 33,54 \times \cos 195^\circ = 18060,74 \text{ Вт.}$$

Поєднана векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис. 3.6.

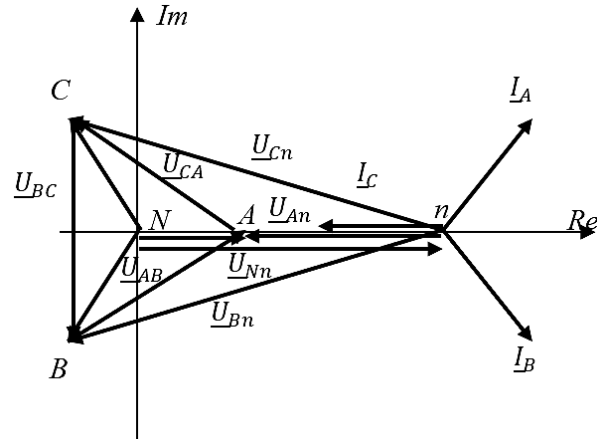


Рис. 3.6. Поєднана векторна діаграма

Розрахунковий приклад 3.4

Для умов попередньої задачі (рис. 3.5, три-провідне коло) при $U_n=380 \text{ В}$, $R=x_L=x_C=22 \text{ Ом}$, врахувати замикання нейтральним проводом точок N і n у схемі (рис. 3.7, чотири-провідне коло), визначити струми в фазах навантаження. Побудувати поєднану векторну діаграму струмів і напруг.

Розв'язання прикладу 3.4. Зберігаємо прийнятий розподіл фазних і лінійних напруг джерела трифазної напруги. Зберігаємо фазу A як початкову, розподіляємо фазні напруги симетричного джерела живлення на комплексній площині:

$$\underline{U}_A = U_L / \sqrt{3} e^{j0^\circ} = 220 e^{j0^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} = -110 - 191j \text{ В;}$$

$$\underline{U}_C = 220 e^{j120^\circ} = -110 + 191j \text{ В.}$$

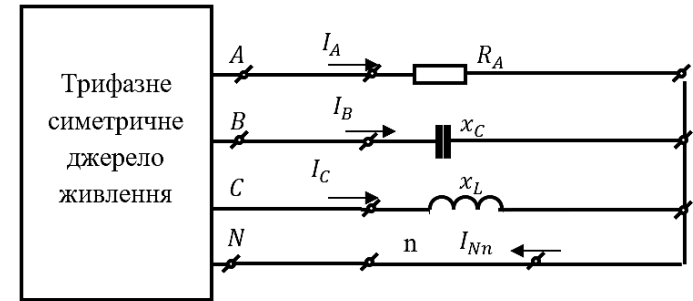


Рис. 3.7. Схема прикладу 3.4

Визначаємо напругу між нейтральними точками джерела живлення N і навантаження n (напруга зсуву нейтралі):

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \times \underline{Y}_A + \underline{U}_B \times \underline{Y}_B + \underline{U}_C \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_{Nn}} =$$

$$\frac{220}{22} + \frac{-110 - 191j}{-j22} + \frac{-110 + 191j}{j22} = 0 \text{ В.}$$

$$\frac{1}{22} + \frac{1}{-j22} + \frac{1}{j22} + \infty$$

Як і очікувалося, напруга зсуву нейтралі дорівнює нулю, тобто на комплексній площині потенціали точок N і n збігаються, вони еквіпотенціальні.

Напруги на фазах навантаження рівні напругам на фазах джерела живлення:

$$\underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn} = 220 - 0 = 220 = 220 e^{j0^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{Bn} = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn} = -110 - 191j - 0 = -110 - 191j = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{Cn} = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn} = -110 + 191j - 0 = -110 + 191j = 220 e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Визначаємо фазні (лінійні) струми:

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}) \times \underline{Y}_A = \frac{220}{22} = 11 = 11 e^{j0^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_B = (\underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}) \times \underline{Y}_B = \frac{-110 - 191j}{-22j} = 8,68 - 5j = 10 e^{-j30^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}) \times \underline{Y}_C = \frac{-110 + 191j}{22j} = 8,68 + 5j = 10 e^{j30^\circ} \text{ А.}$$

Струм у нейтральному проводі знаходимо як суму комплексних значень струмів фаз:

$$\underline{I}_{Nn} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 11 + 8,68 + 5j + 8,68 - 5j = 28,36 = 28,36e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

Активна потужність виділяється тільки в резистивному опорі фази A:

$$P = R_A I_A^2 = 22 \times 11^2 = 2662 \text{ Вт.}$$

Поєднана векторна діаграма напруг і струмів приведена на рис. 3.8.

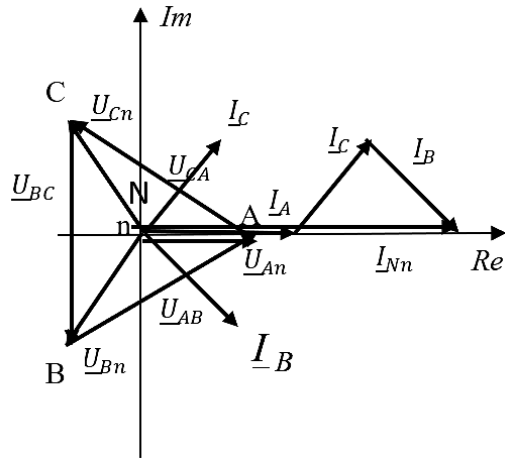


Рис. 3.8. Поєднана векторна діаграма

3.5 Розрахунково-графічне завдання на тему «Розрахунок електричних трифазних кіл при гармонійних напругах»

Розрахунок несиметричною трифазного кола

На рис. 3.9 (див. с. 127) наведена схема несиметричною трифазного кола з симетричними фазними електрорушійної силами (ЕРС).

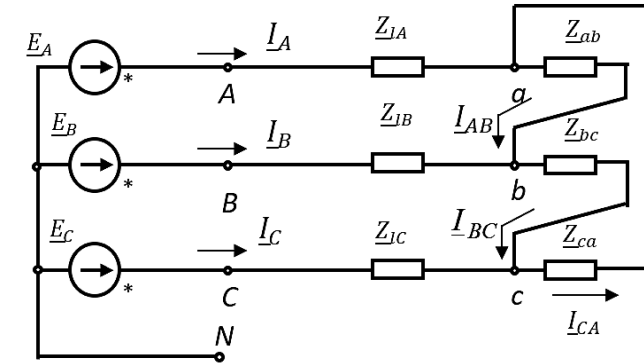


Рис. 3.9. Схема для виконання завдання

Числові значення ЕРС, комплексів опорів лінії та навантаження наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Вихідні дані для розрахункового завдання

Варіант	$E, \text{ В}$	$Z_{IA}, \text{ Ом}$	$Z_{IB}, \text{ Ом}$	$Z_{IC}, \text{ Ом}$	$Z_{ab}, \text{ Ом}$	$Z_{bc}, \text{ Ом}$	$Z_{ca}, \text{ Ом}$
01	660	1	0	0	$10+10j$	$10+15j$	$10-10j$
02	380	0	1	0	$10-10j$	$10+10j$	$10+15j$
03	220	0	0	1	$10+15j$	$10-10j$	$10+10j$
04	127	$1j$	0	0	$10+5j$	$10+15j$	$10-10j$
05	660	0	$1j$	0	$10-10j$	$10+5j$	$10+15j$
06	380	0	0	$1j$	$10+15j$	$10-10j$	$10+5j$
07	220	$-1j$	0	0	$20+10j$	$10+15j$	$10-10j$
08	127	0	$-1j$	0	$10-10j$	$20+10j$	$10+15j$
09	660	0	0	$-1j$	$10+15j$	$10-10j$	$20+10j$
10	380	2	0	0	$20+5j$	$10+15j$	$10-10j$
11	220	0	2	0	$10-10j$	$20+5j$	$10+15j$
12	127	0	0	2	$10+15j$	$10-10j$	$20+5j$
13	660	$2j$	0	0	$10-10j$	$10+15j$	$10-10j$
14	380	0	$2j$	0	$10-10j$	$10-10j$	$10+15j$
15	220	0	0	$2j$	$10+15j$	$10-10j$	$10-10j$
16	127	$-2j$	0	0	$10-5j$	$10+15j$	$10-10j$
17	660	0	$-2j$	0	$10-10j$	$10-5j$	$10+15j$

Продовження таблиці 3.1

Варіант	E, B	$Z_{IA},$ Ом	$Z_{IB},$ Ом	$Z_{IC},$ Ом	$Z_{ab},$ Ом	$Z_{bc},$ Ом	$Z_{ca},$ Ом
18	380	0	0	$-2j$	$10+15j$	$10-10j$	$10-5j$
19	220	$1+2j$	0	0	$20-10j$	$10+15j$	$10-10j$
20	127	0	$1+2j$	0	$10-10j$	$20-10j$	$10+15j$
21	660	0	0	$1+2j$	$10+15j$	$10-10j$	$20-10j$
22	380	$1+1j$	0	0	$20-5j$	$10+15j$	$10-10j$
23	220	0	$1+1j$	0	$10-10j$	$20-5j$	$10+15j$
24	127	0	0	$1+1j$	$10+15j$	$10-10j$	$20-5j$
25	660	$1-1j$	0	0	$10+10j$	$10+15j$	$10-10j$
26	380	0	$1-1j$	0	$10-10j$	$10+10j$	$10+15j$
27	220	0	0	$1-1j$	$10+15j$	$10-10j$	$10+10j$
28	127	$2+1j$	0	0	$10+5j$	$10+15j$	$10-10j$
29	660	0	$2+1j$	0	$10-10j$	$10+5j$	$10+15j$
30	380	0	0	$2+1j$	$10+15j$	$10-10j$	$10+5j$
31	220	$2+2j$	0	0	$20+10j$	$10+15j$	$10-10j$
32	127	0	$2+2j$	0	$10-10j$	$20+10j$	$10+15j$
33	660	0	0	$2+2j$	$10+15j$	$10-10j$	$20+10j$
34	380	$1-2j$	0	0	$20+5j$	$10+15j$	$10-10j$
35	220	0	$1-2j$	0	$10-10j$	$20+5j$	$10+15j$
36	127	0	0	$1-2j$	$10+15j$	$10-10j$	$20+5j$
37	660	$2-2j$	0	0	$10-10j$	$10+15j$	$10-10j$
38	380	0	$2-2j$	0	$10-10j$	$10-10j$	$10+15j$
39	220	0	0	$2-2j$	$10+15j$	$10-10j$	$10-10j$
40	127	0	1,5	0	$10-5j$	$10+15j$	$10-10j$
41	660	1	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$20-10j$
42	380	0	1	0	$20-5j$	$10+15j$	$10-10j$
43	220	0	0	1	$10-10j$	$20-5j$	$10+15j$
44	127	$1j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$20-5j$
45	660	0	$1j$	0	$10+10j$	$10+15j$	$10-10j$
46	380	0	0	$1j$	$10-10j$	$10+10j$	$10+15j$
47	220	$-1j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$10+10j$
48	127	0	$-1j$	0	$10+5j$	$10+15j$	$10-10j$
49	660	0	0	$-1j$	$10-10j$	$10+5j$	$10+15j$
50	380	2	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$10+5j$
51	220	0	2	0	$20+10j$	$10+15j$	$10-10j$
52	127	0	0	2	$10-10j$	$20+10j$	$10+15j$

Продовження таблиці 3.1

Варіант	E, B	$Z_{IA},$ Ом	$Z_{IB},$ Ом	$Z_{IC},$ Ом	$Z_{ab},$ Ом	$Z_{bc},$ Ом	$Z_{ca},$ Ом
53	660	$2j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$20+10j$
54	380	0	$2j$	0	$20+5j$	$10+15j$	$10-10j$
55	220	0	0	$2j$	$10-10j$	$20+5j$	$10+15j$
56	127	$-2j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$20+5j$
57	660	0	$-2j$	0	$10-10j$	$10+15j$	$10-10j$
58	380	0	0	$-2j$	$10-10j$	$10-10j$	$10+15j$
59	220	$1+2j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$10-10j$
60	127	0	$1+2j$	0	$10-5j$	$10+15j$	$10-10j$
61	660	0	0	$1+2j$	$10+10j$	$10+15j$	$10-10j$
62	380	$1+1j$	0	0	$10-10j$	$10+10j$	$10+15j$
63	220	0	$1+1j$	0	$10+15j$	$10-10j$	$10+10j$
64	127	0	0	$1+1j$	$10+5j$	$10+15j$	$10-10j$
65	660	$1-1j$	0	0	$10-10j$	$10+5j$	$10+15j$
66	380	0	$1-1j$	0	$10+15j$	$10-10j$	$10+5j$
67	220	0	0	$1-1j$	$20+10j$	$10+15j$	$10-10j$
68	127	$2+1j$	0	0	$10-10j$	$20+10j$	$10+15j$
69	660	0	$2+1j$	0	$10+15j$	$10-10j$	$20+10j$
70	380	0	0	$2+1j$	$20+5j$	$10+15j$	$10-10j$
71	220	$2+2j$	0	0	$10-10j$	$20+5j$	$10+15j$
72	127	0	$2+2j$	0	$10+15j$	$10-10j$	$20+5j$
73	660	0	0	$2+2j$	$10-10j$	$10+15j$	$10-10j$
74	380	$1-2j$	0	0	$10-10j$	$10-10j$	$10+15j$
75	220	0	$1-2j$	0	$10+15j$	$10-10j$	$10-10j$
76	127	0	0	$1-2j$	$10-5j$	$10+15j$	$10-10j$
77	660	$2-2j$	0	0	$10-10j$	$10-5j$	$10+15j$
78	380	0	$2-2j$	0	$10+15j$	$10-10j$	$10-5j$
79	220	0	0	$2-2j$	$20-10j$	$10+15j$	$10-10j$
80	127	0	1,5	0	$10-10j$	$20-10j$	$10+15j$
81	660	1	0	0	$20+10j$	$10+15j$	$10-10j$
82	380	0	1	0	$10-10j$	$20+10j$	$10+15j$
83	220	0	0	1	$10+15j$	$10-10j$	$20+10j$
84	127	$1j$	0	0	$20+5j$	$10+15j$	$10-10j$
85	660	0	$1j$	0	$10-10j$	$20+5j$	$10+15j$
86	380	0	0	$1j$	$10+15j$	$10-10j$	$20+5j$
87	220	$-1j$	0	0	$10-10j$	$10+15j$	$10-10j$

Продовження таблиці 3.1

Варіант	$E, В$	$Z_{IA}, Ом$	$Z_{IB}, Ом$	$Z_{IC}, Ом$	$Z_{ab}, Ом$	$Z_{bc}, Ом$	$Z_{ca}, Ом$
88	127	0	$-1j$	0	$10-10j$	$10-10j$	$10+15j$
89	660	0	0	$-1j$	$10+15j$	$10-10j$	$10-10j$
90	380	2	0	0	$10-5j$	$10+15j$	$10-10j$
91	220	0	2	0	$10+10j$	$10+15j$	$10-10j$
92	127	0	0	2	$10-10j$	$10+10j$	$10+15j$
93	660	$2j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$10+10j$
94	380	0	$2j$	0	$10+5j$	$10+15j$	$10-10j$
95	220	0	0	$2j$	$10-10j$	$10+5j$	$10+15j$
96	127	$-2j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$10+5j$
97	660	0	$-2j$	0	$20+10j$	$10+15j$	$10-10j$
98	380	0	0	$-2j$	$10-10j$	$20+10j$	$10+15j$
99	220	$1+2j$	0	0	$10+15j$	$10-10j$	$20+10j$
100	127	0	$1+2j$	0	$20+5j$	$10+15j$	$10-10j$

Внутрішніми опорами трифазного джерела знехтувати. Для заданого кола необхідно виконати наступні розрахунки:

1. Визначити струми та напруги на всіх ділянках кола.
2. Скласти баланс потужностей.
3. Побудувати в масштабі векторну діаграму струмів та топографічну діаграму потенціалів.
4. Розкласти отриману систему лінійних струмів на симетричні складові аналітично та графічно.

3.6 Приклад розрахунку індивідуального завдання на тему «Розрахунок параметрів кола при несиметричному навантаженні та наявності опорів у лініях»

Несиметричне трифазне коло містить симетричне джерело енергії (рис. 3.10). Розрахунок спрощується, якщо звести його до визначення параметрів схеми, з'єднаної в зірку. При з'єднанні навантаження та джерела енергії по схемі зірка найбільш зручним методом розрахунку є метод з визначенням напруги зсуву нейтралі, який заснований на методі вузлових потенціалів.

Початкові вихідні дані для розрахунку параметрів несиметричного трифазного кола:

$$E = 380 \text{ В}; Z_{IA} = Z_{IB} = Z_{IC} = (3+4j) \text{ Ом}; Z_a = (15-8j) \text{ Ом}; \\ Z_b = (15-8j) \text{ Ом}; Z_c = (10+12j) \text{ Ом}; Z_d = (10+14j) \text{ Ом}.$$

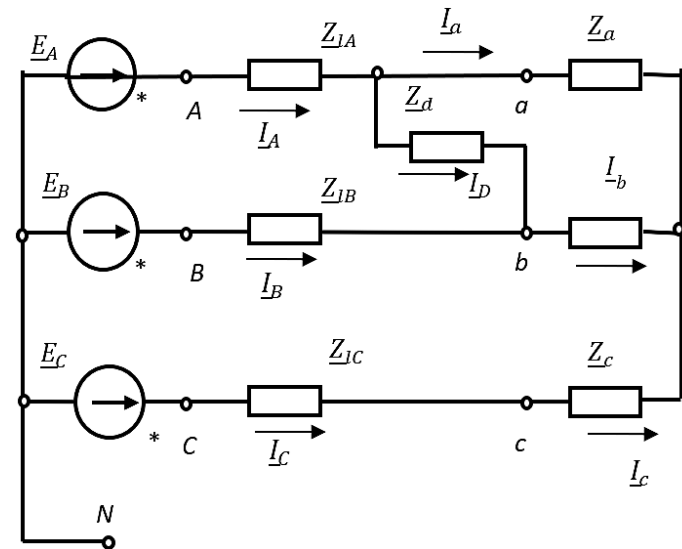


Рис. 3.10. Схема для прикладу розрахунку

Розв'язання. Приймаємо фазу ЕРС фази А як початкову. У символічній формі розрахунку розподіляємо фазові ЕРС симетричного джерела живлення на комплексній площі:

$$\underline{E}_A = 380e^{j0^\circ} \text{ В}; \underline{E}_B = 380e^{-j120^\circ} \text{ В}; \underline{E}_C = 380e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Перетворимо зірку опорів Z_a, Z_b, Z_c в еквівалентний трикутник Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca} (рис. 3.11, див. с. 132).

Опори віток еквівалентного трикутника обчислюємо за такими відомими рівняннями:

$$Z_{ab} = Z_a + Z_b + \frac{Z_a \times Z_b}{Z_c} = 15 - 8j + 15 - 8j + \frac{(15 - 8j) \times (15 - 8j)}{10 + 12j} = \\ = (24,795 - 33,754) = 41,882e^{-j53^\circ} \text{ Ом}.$$

$$\underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_b + \underline{Z}_c + \frac{\underline{Z}_b \times \underline{Z}_c}{\underline{Z}_a} = 15 - 8j + 10 + 12j + \frac{(15 - 8j) \times (10 + 12j)}{15 - 8j} =$$

$$= (35, 0 + 16, 0j) = 38, 483e^{j24^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_c + \underline{Z}_a + \frac{\underline{Z}_c \times \underline{Z}_a}{\underline{Z}_b} = 10 + 12j + 15 - 8j + \frac{(15 - 8j) \times (10 + 12j)}{15 - 8j} =$$

$$= (35, 0 + 16, 0j) = 38, 483e^{j24^\circ} \text{ Ом};$$

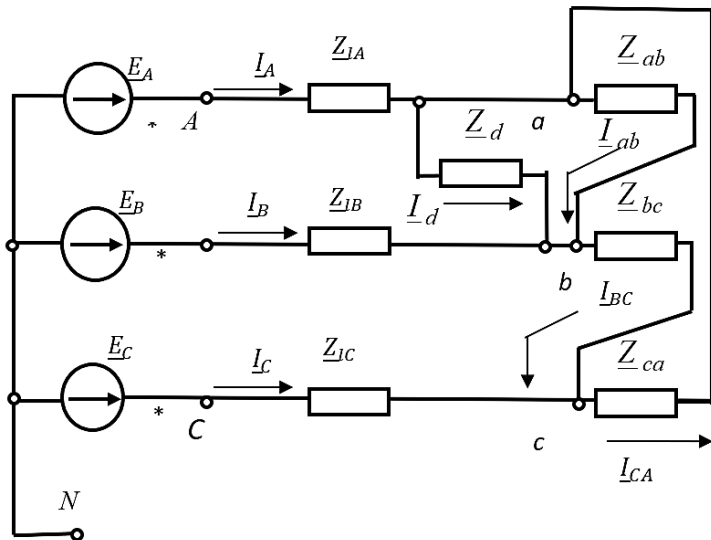


Рис. 3.11. Перетворення зірки в трикутник

Зводимо до одного еквівалентного опору опори в фазі AB трикутника:

$$\underline{Z}_{abd} = \frac{\underline{Z}_d \times \underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_d + \underline{Z}_{ab}} = \frac{(10 + 14j) \times (24, 795 - 33, 754j)}{(10 + 14j) + (24, 795 - 33, 754j)} =$$

$$= (15, 541 + 9, 098) = 18, 0e^{j30^\circ} \text{ Ом};$$

Знаходимо опори і провідності віток трифазної еквівалентної зірки з урахуванням опорів у лінії (рис. 3.12, див. с. 133):

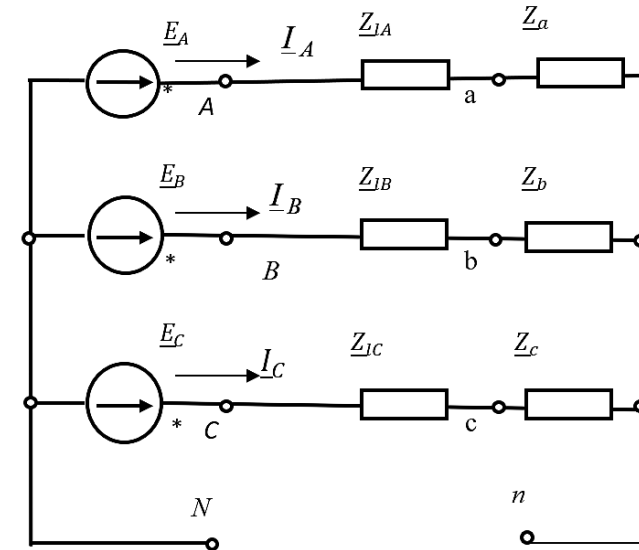


Рис. 3.12. Схема трифазної еквівалентної зірки

$$\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{abd} \times \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{abd} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} + \underline{Z}_{la} =$$

$$= \frac{(15, 541 + 9, 098j) \times (35 + 16j)}{(15, 541 + 9, 098j) + (35 + 16j) + (35 + 16j)} +$$

$$+ (3 + 4j) = (9, 371 + 7, 560j) = 12, 041e^{-j38^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = \frac{\underline{Z}_{bc} \times \underline{Z}_{abd}}{\underline{Z}_{abd} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} + \underline{Z}_{la} =$$

$$= \frac{(15, 541 + 9, 098j) \times (35 + 16j)}{(15, 541 + 9, 098j) + (35 + 16j) + (35 + 16j)} +$$

$$+ (3 + 4j) = (9, 371 + 7, 560j) = 12, 041e^{-j38^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_{bc} \times \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{abd} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} + \underline{Z}_{la} =$$

$$= \frac{(35 + 16j) \times (35 + 16j)}{(15, 541 + 9, 098j) + (35 + 16j) + (35 + 16j)} +$$

$$+ (3 + 4j) = (17, 387 + 10, 212) = 20, 164e^{-j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{(9,731 + 7,56j)} =$$

$$= 0,064 - 0,0497j = 0,081e^{-j37^\circ} \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{(17,387 + 10,212j)} = 0,0427 - 0,0251j = 0,0495e^{-j30^\circ} \text{ См}.$$

Знаходимо напругу зсуву нейтралі та лінійні (фазні) струми в кожній фазі еквівалентної схеми. Розрахунок проводимо на основі методу двох вузлів (окремий випадок методу вузлових потенціалів):

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{E}_A \times \underline{Y}_A + \underline{E}_B \times \underline{Y}_B + \underline{E}_C \times \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} =$$

$$\frac{380e^{j0^\circ} \times 0,081e^{-j37^\circ} + 380e^{-j120^\circ} \times 0,081e^{-j37^\circ} +$$

$$+ 380e^{j120^\circ} \times 0,0495e^{-j30^\circ}}{0,081e^{-j37^\circ} + 0,081e^{-j37^\circ} + 0,0495e^{-j30^\circ}} =$$

$$= 16,774 - 58,649j = 60,84e^{-j74^\circ} \text{ В}.$$

Згідно із законом Ома розраховуємо струми фаз (рис. 3.12) і знаходимо відповідні спряжені значення:

$$\underline{I}_A = (\underline{E}_A - \underline{U}_{Nn}) \times \underline{Y}_A = (380e^{j0^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ}) \times 0,081e^{-j37^\circ} =$$

$$= 26,517 - 15,157j = 30,543e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_A^* = 26,517 + 15,157j = 30,543e^{j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = (\underline{E}_B - \underline{U}_{Nn}) \times \underline{Y}_B = (380e^{-j120^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ}) \times 0,081e^{-j37^\circ} =$$

$$= -27,467 - 6,681j = 28,261e^{-j166^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_B^* = -27,467 + 6,681j = 28,261e^{j166^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = (\underline{E}_C - \underline{U}_{Nn}) \times \underline{Y}_C = (380e^{j120^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ}) \times 0,0495e^{-j30^\circ} =$$

$$= 0,943 + 21,838j = 21,859e^{j87^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C^* = 0,943 - 21,838j = 21,859e^{-j87^\circ} \text{ А}.$$

Визначаємо величини потенціалів на затискачах фазних опорів і спади напруги в проводах лінії живлення (рис. 3.12):

$$\underline{V}_a = \underline{E}_A - \underline{Z}_{lA} \times \underline{I}_A = 380e^{j0^\circ} - (3 + 4j) \times 30,543e^{-j30^\circ} =$$

$$= 239,82 - 60,597j = 247,357e^{-j14^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_b = \underline{E}_B - \underline{Z}_{lB} \times \underline{I}_B = 380e^{-j120^\circ} - (3 + 4j) \times 28,261e^{-j166^\circ} =$$

$$= -134,345 - 199,209j = 240,276e^{-j124^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{V}_c = \underline{E}_C - \underline{Z}_{lC} \times \underline{I}_C = 380e^{j120^\circ} - (3 + 4j) \times 21,859e^{-j87^\circ} =$$

$$= -105,475 - 259,805j = 280,4e^{-j112^\circ} \text{ В};$$

$$\Delta \underline{U}_{lA} = \underline{E}_A - \underline{V}_a = 380e^{j0^\circ} - 247,357e^{-j14^\circ} =$$

$$= 140,181 + 60,597j = 152,717e^{j23^\circ} \text{ В};$$

$$\Delta \underline{U}_{lB} = \underline{E}_B - \underline{V}_b = 380e^{-j120^\circ} - 240,276e^{-j124^\circ} =$$

$$= -55,66 - 129,88j = 141,3e^{-j113^\circ} \text{ В};$$

$$\Delta \underline{U}_{lC} = \underline{E}_C - \underline{V}_c = 380e^{j120^\circ} - 280,4e^{-j112^\circ} =$$

$$= -84,525 + 69,284j = 109,293e^{j140^\circ} \text{ В}.$$

Знаходимо фазні напруги кожної фази еквівалентної схеми навантаження:

$$\underline{U}_{an} = \underline{V}_a - \underline{U}_{Nn} = 247,357e^{-j14^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ} =$$

$$= 223,045 + 1,947j = 223,054e^{-j0,5^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{bn} = \underline{V}_b - \underline{U}_{Nn} = 240,276e^{-j124^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ} =$$

$$= -151,119 - 140,56j = 206,383e^{-j137^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{cn} = \underline{V}_c - \underline{U}_{Nn} = 280,4e^{-j112^\circ} - 60,84e^{-j74^\circ} =$$

$$= -122,249 + 318,455j = 341,113e^{j111^\circ} \text{ В}.$$

Розраховуємо струми через опори в початковій схемі (рис. 3.10):

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{an} - \underline{U}_{bn}}{\underline{Z}_d} = \frac{223,054e^{-j0,5^\circ} - 206,383e^{-j137^\circ}}{10 + 14j} =$$

$$= 19,197 - 13,014j = 23,2e^{-j34^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_A - \underline{I}_d = 30,543e^{-j30^\circ} - 23,2e^{-j34^\circ} = 7,32 - 2,14j = 7,628e^{-j16^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_B + \underline{I}_d = 28,261e^{-j166^\circ} + 23,2e^{-j34^\circ} =$$

$$= -8,63 - 19,965j = 21,36e^{-j112^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_c = 0,943 + 21,838j = 21,859e^{j87^\circ} \text{ A.}$$

Визначаємо потенціал нейтральної точки навантаження в початковій схемі (рис. 3.10):

$$\underline{V}_n = \underline{E}_c - (\underline{Z}_{IC} + \underline{Z}_c) \times \underline{I}_c = 380e^{j120^\circ} - (3 + 4j10 + 12j) \times 21,859e^{-j87^\circ} = 147,159 + 30,114j = 150,4e^{j11^\circ} \text{ В.}$$

Підраховуємо активні потужності симетричного трифазного джерела енергії і несиметричного навантаження:

$$P_{дж} = \text{Re} \left[\underline{E}_A \times \underline{I}_A + \underline{E}_B \times \underline{I}_B + \underline{E}_C \times \underline{I}_C \right] = \text{Re} [380e^{j0^\circ} \times 30,543e^{j30^\circ} + 380e^{-j120^\circ} \times 28,2613e^{j166^\circ} + 380e^{j120^\circ} \times 21,859e^{-j87^\circ}] = 2,45 \times 10^3 \text{ Вт;}$$

$$P_n = R_l \times (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2) + R_d \times I_d^2 + R_a \times I_a^2 + R_b \times I_b^2 + R_c \times I_c^2 = 3 \times (30,543^2 + 28,261^2 + 21,859^2) + 10 \times 23,2^2 + 15 \times 7,628^2 + 10 \times 21,859^2 = 2,45 \times 10^3 \text{ Вт.}$$

Відносна помилка для інженерних розрахунків не повинна перевищувати 5 % і для проведених розрахунків становить величину:

$$\gamma = \left| \frac{P_{дж} - P_n}{P_{дж}} \right| \times 100 \% = 0 \%.$$

Будуємо в масштабі векторну діаграму струмів і топографічну діаграму напруг (рис. 3.13, див. с. 137).

Топографічна діаграма ілюструє розподіл напруг між різними точками трифазного кола. Побудова починається з вибору зручного масштабу напруг і струмів і розташування нейтральної точки N джерела енергії на комплексній площі. Як правило, цю точку розташовують на початку координат, тобто потенціал точки N джерела живлення приймається рівним нулю. Щодо цієї точки відкладаються фазні та лінійні напруги симетричного джерела живлення. При побудові враховуємо, що лінійні напруги визначаються через відповідні фазні напруги. Віднімаючи зі значень потенціалів точок вершин побудованого рівнобічного трикутника напруг симетричного джерела живлення спади напруг на опорах лінії, отримаємо потенціали точок, які визначають потенціали вершин різнобічного трикутника лінійних напруг на навантаженні. З початку координат (точка N) відкладаємо

вектор зміщення напруги між нейтральними точками, тобто знаходимо потенціал точки n на навантаженні, яке з'єднана в зірку. Поєднавши точку n з вершинами різнобічного трикутника лінійних напруг отримаємо вектори фазних напруг вихідної схеми з'єднання елементів. Вектори струмів зручно та наочно відкласти з нейтральної точки n навантаження.

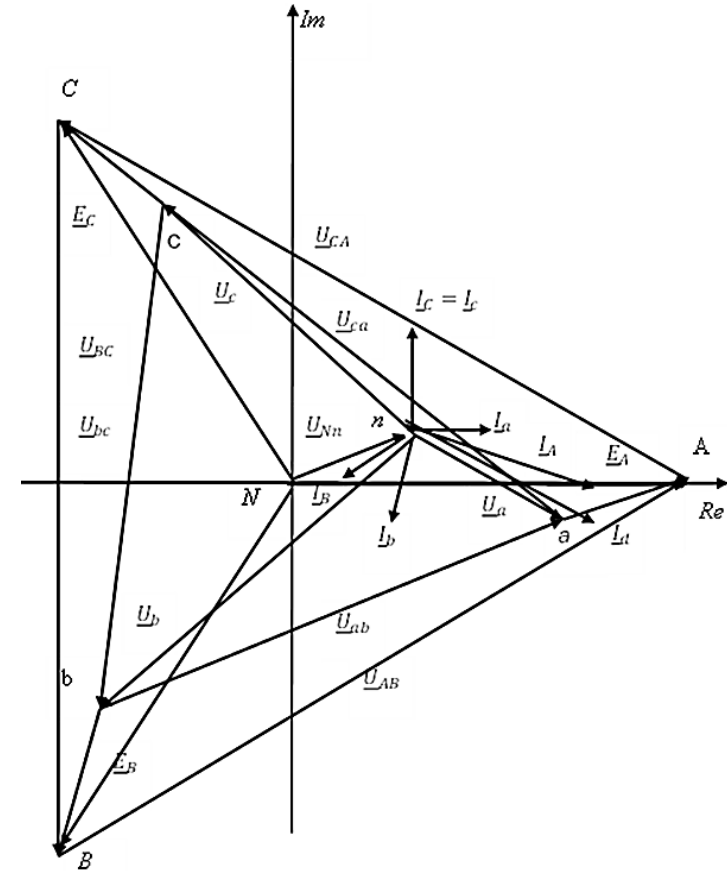


Рис. 3.13. Векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг

Розкладемо систему лінійних струмів на симетричні складові нульової, прямої та зворотної послідовностей.

Нульова послідовність відсутня, так як при з'єднанні зіркою без нейтрального проводу виконується умова $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$, тобто:

$$\underline{I}_{A0} = \frac{\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C}{3} = \frac{30,543e^{-j30^\circ} + 28,261e^{-j166^\circ} + 21,859e^{j87^\circ}}{3} = 0.$$

$$\underline{I}_{B0} = \underline{I}_{C0} = 0.$$

Виділяємо пряму послідовність струмів:

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{I}_A + a\underline{I}_B + a^2\underline{I}_C}{3} = \frac{30,543e^{-j30^\circ} + 1 \times e^{j120^\circ} \times 28,261e^{-j166^\circ} + 1 \times e^{j240^\circ} \times 21,859e^{j87^\circ}}{3} = 21,491 - 15,778j = 26,661e^{-j36^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{B1} = a^2\underline{I}_{A1} = 1 \times e^{j240^\circ} \times 26,661e^{-j36^\circ} = 26,661e^{j204^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{C1} = a\underline{I}_{A1} = 1 \times e^{j120^\circ} \times 26,661e^{-j36^\circ} = 26,661e^{j84^\circ} \text{ A}.$$

Зворотня послідовність струмів:

$$\underline{I}_{A2} = \frac{\underline{I}_A + a^2\underline{I}_B + a\underline{I}_C}{3} = \frac{30,543e^{-j30^\circ} + 1 \times e^{j240^\circ} \times 28,261e^{-j166^\circ} + 1 \times e^{j120^\circ} \times 21,859e^{j87^\circ}}{3} = 5,026 + 0,62j = 5,064e^{j7^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{B2} = a\underline{I}_{A2} = 1 \times e^{j120^\circ} \times 5,064e^{j7^\circ} = 5,064e^{j127^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{C2} = a^2\underline{I}_{A2} = 1 \times e^{j240^\circ} \times 5,064e^{j7^\circ} = 5,064e^{j247^\circ} \text{ A}.$$

Графічне розкладання струмів на пряму (рис. 3.14, див. с. 139) і зворотню (рис. 3.15, див. с. 139) послідовності полягає в побудові векторів струмів та їх сум відповідно до відомих аналітичних виразів.

На комплексній площі відкладаємо вектор струму \underline{I}_A , до кінця цього вектору додаємо вектор \underline{I}_B , який повернуто на кут 120° , до останнього вектору додаємо вектор \underline{I}_C , який повернуто на 240° . З'єднуємо початок першого вектору з кінцем останнього і отриманий вектор ділимо на три рівні частини. Знайдена третина і є вектор струму прямої послідовності фази A. Вектор струму прямої послідовності фази B випереджає на 240° вектор струму прямої послідовності фази A, а в фазі C – відстає на 120° від нього.

Аналогічно побудована система векторів струмів для зворотної послідовності.

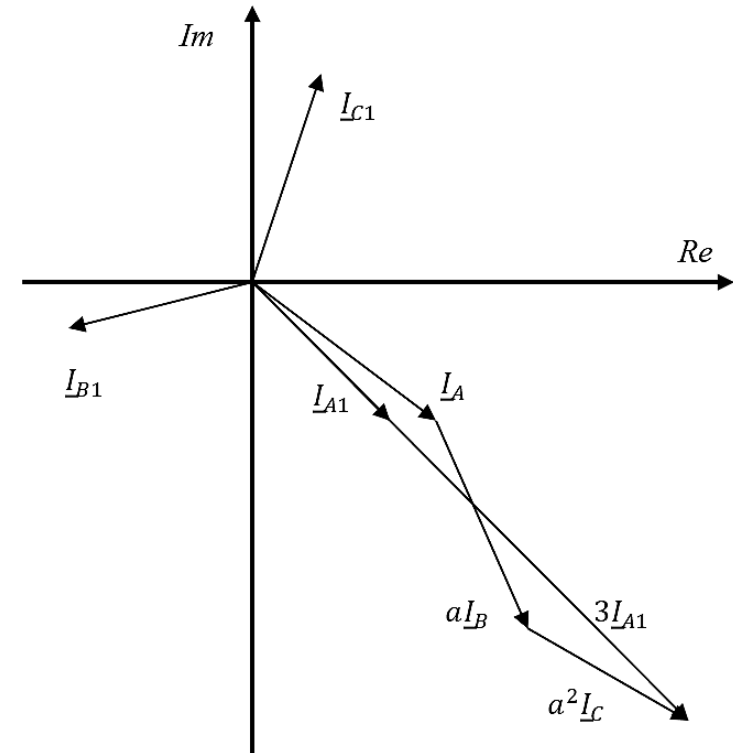


Рис. 3.14. Струми прямої послідовності

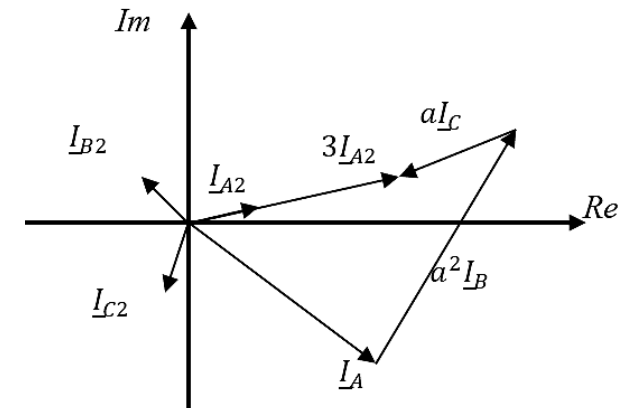


Рис. 3.15. Струми зворотної послідовності

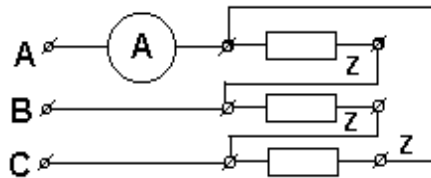
3.7 Задачі для самоконтролю по методам розрахунку трифазних гармонійних кіл

1. Симетричне трифазне навантаження з'єднане в трикутник, увімкнено в трифазну мережу напругою $U_{\text{л}}=220$ В. Знайти лінійний струм при опорі фази навантаження $R_{\phi}=11$ Ом.

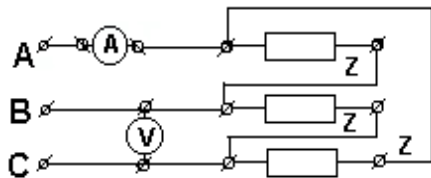
2. Симетричне трифазне навантаження з'єднане в зірку та увімкнено в трифазну мережу напругою U . Знайти в загальному вигляді струм, якщо опір фази навантаження дорівнює Z .

3. Амперметр, увімкнений у коло симетричного трифазного навантаження, з'єданого в зірку, показує значення струму 34,6 А. Знайти величину лінійного струму?

4. Система синусоїдальних лінійних напруг симетрична. Знайти показання амперметра, якщо відомі параметри кола $U_{\text{л}}=100$ В, $Z=10$ Ом.

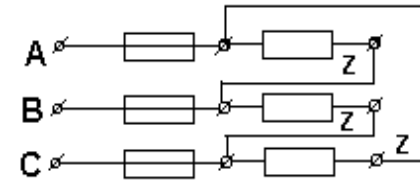


5. Опір фази симетричного трифазного навантаження 10 Ом. Що покаже вольтметр, якщо амперметр показує 17,3 А?



6. У колі лінійні напруги синусоїдальні, причому $U_{\text{л}}=380$ В. Всі опори (6 штук) однакові та дорівнюють 20 Ом кожне. Знайти покази амперметра.

7. Фазні струми симетричного трифазного навантаження дорівнюють 15 А. Яким стане струм I_{CA} після перегорання запобіжника в проводі А?



8. У скільки разів зміниться значення активної потужності, якщо симетричне навантаження, з'єдане зіркою без нейтрального проводу, з'єднати в трикутник при незмінній лінійній напрузі?

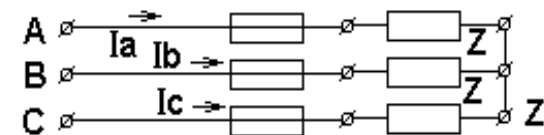
9. Опору фаз двох резистивних симетричних трифазних приймачів однакові. Перший приймач з'єднаний у трикутник, другий – у зірку, причому обидва приймача підключені до загальної мережі. Знайти відношення лінійного струму першого приймача до лінійного струму другого приймача.

10. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний у трикутник, має тільки резистивний опір фази $Z_1=15$ Ом. Другий симетричний приймач з'єднаний у зірку та підключений до цієї ж мережі. Який опір фази другого приймача Z_2 , якщо відомо, що лінійні струми обох приймачів однакові?

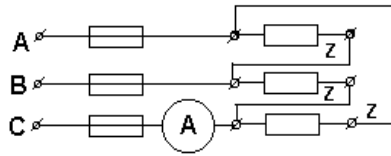
11. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний в зірку, має тільки резистивний опір фази $Z_1=9$ Ом. Другий симетричний приймач з'єднаний трикутником і підключений до цієї ж мережі. Який опір фази Z_2 другого приймача, якщо відомо, що лінійні струми обох приймачів однакові?

12. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний у трикутник, увімкнений у трифазну мережу напругою $U_{\text{л}}=220$ В. Знайти лінійний струм при опорі фази навантаження $R_{\phi}=11$ Ом.

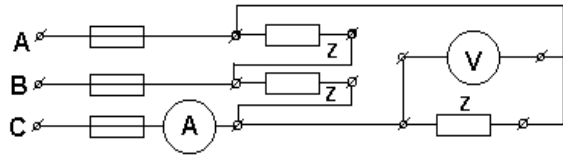
13. Відомі лінійна напруга U трифазної мережі та опір Z симетричного трифазного навантаження. Знайти через U і Z у загальному вигляді струм в проводі А при перегоранні запобіжника в проводі С.



14. Фазні струми симетричного трифазного приймача дорівнюють 12 А. Яким буде струм в лінії C після перегорання запобіжника в проводі A ?

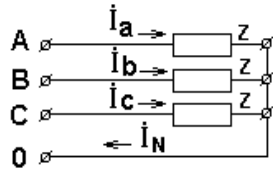


15. Трифазна мережа, що живить симетричний приймач, має лінійну напругу U_L . Що покаже вольтметр, підключений до фази CA після перегорання запобіжника в проводі C ?

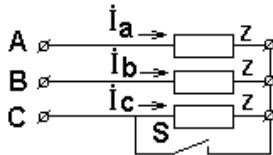


16. У скільки разів зміниться значення лінійного струму, якщо симетричне навантаження, з'єднане зіркою без нейтралі, з'єднати в трикутник при незмінній лінійній напрузі?

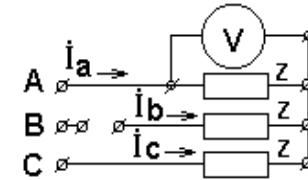
17. Як зміняться фазні струми в симетричному навантаженні, з'єданому зіркою з нейтральним проводом, при обриві фази A ? Навантаження під'єднано до симетричної системи напруг джерела.



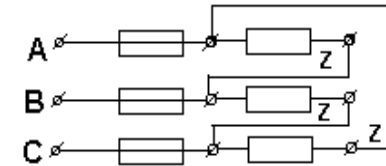
18. Задано лінійну напругу U_L трифазної мережі, що підключена до симетричного трифазного приймача. Якою буде напруга у фазі B , якщо опір у фазі C замкнути.



19. Що покаже вольтметр, включений у коло симетричного трифазного приймача, якщо лінійна напруга мережі живлення дорівнює U , а лінійний провід у фазі B обірваний.

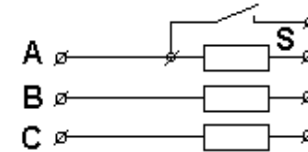


20. Фазні струми симетричного трифазного навантаження дорівнюють 18 А. Яким стане струм I_{bc} після перегорання запобіжника в проводі B ?



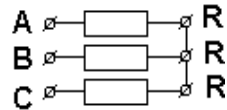
21. Трифазне коло працювало в симетричному режимі. Навантаження з'єднане зіркою без нульового проводу. Після обриву фази A визначити модулі напруг U_b і U_c .

22. Як зміняться лінійні струми I_B , I_C симетричної зірки без нейтралі, якщо фазу A замкнати? Лінійний струм при симетричному навантаженні до замикання дорівнював значенню $I = 5$ А.



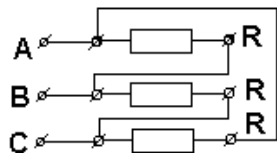
23. Трифазне коло працювало в симетричному режимі. Навантаження з'єднане зіркою без нульового проводу. Знайти модулі напруг у фазах B і C (U_B , U_C) після короткого замикання в фазі A .

24. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний у трикутник, приєднаний до трифазного кола $U_L = 220$ В. Знайти струм лінії, якщо опір фази навантаження дорівнює $R_\phi = 20$ Ом.

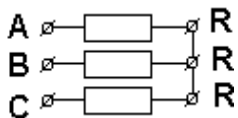


25. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний в трикутник, приєднаний до трифазного кола $U_{\text{л}}$. Знайти в загальному вигляді струм лінії, якщо опір фази навантаження дорівнює Z .

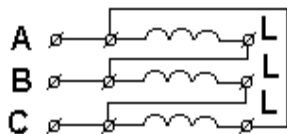
26. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний у трикутник, приєднаний до трифазного кола напругою $U_{\text{л}}=220$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм у лінії 5 А та навантаження зібране з резистивних елементів.



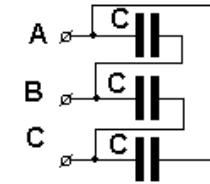
27. Симетричний трифазний приймач зібраний у зірку, приєднаний до трифазного кола напругою $U_{\text{л}}=220$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм у лінії 5 А та навантаження зібране з резистивних елементів.



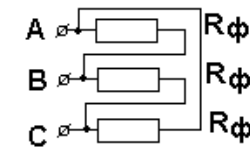
28. Симетричний трифазний приймач зібраний з ідеальних індуктивних елементів, з'єднаних у трикутник, та приєднаний до трифазного кола напругою $U_{\text{л}}=220$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм у лінії 5 А.



29. Симетричний трифазний приймач зібраний з ідеальних ємнісних елементів, з'єднаних у трикутник, та приєднаний до трифазного кола $U_{\text{л}}=380$ В. Знайти споживану активну, реактивну і повну потужності, якщо струм у лінії 5 А.



30. Симетричний трифазний приймач, з'єднаний у трикутник, живиться від трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}}=380$ В. Знайти струми лінії, якщо опір фази резистивний $R_{\phi}=20$ Ом.



3.8 Питання для самоконтролю по методах розрахунку трифазних гармонійних кіл

- Для розрахунку трифазного кола із симетричними джерелом потужності та навантаження раціонально:
 - визначити параметри для однієї фази, оскільки інші зсунуті на відомий кут;
 - знайти напругу зсуву нейтралі;
 - оскільки кут зсуву між фазами невідомий, то необхідно кожен фазу розраховувати окремо;
 - трикутник навантаження перетворити в зірку;
 - зірку навантаження перетворити в трикутник.
- У якому випадку розрахунок трифазного кола можливо звести до розрахунку однофазного кола?
 - несиметричне джерело – симетричне навантаження за схемою зірка;
 - несиметричне джерело – симетричне навантаження за схемою трикутник;
 - симетричне джерело – несиметричне навантаження за схемою зірка;
 - симетричне джерело – несиметричне навантаження за схемою трикутник;

- симетричне джерело – симетричне навантаження за схемою зірка.
3. Напрямок зсуву поміж нейтральними точками джерела та навантаження розраховується:
- за методом еквівалентного генератора;
 - за методом накладення;
 - за методом контурних струмів;
 - за методом вузлових потенціалів;
 - за другим законом Кірхгофа.
4. У якій схемі лінійні та фазні струми однакові?
- симетричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник за наявності активного опору в лінії *A*;
 - симетричне джерело за схемою трикутника – навантаження симетричний трикутник за наявності індуктивного опору в лінії *B*;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження симетричний трикутник за наявності ємнісного опору в лінії *C*;
 - симетричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка.
5. У якій схемі модулі лінійних і фазних напруг однакові?
- симетричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник;
 - симетричне джерело за схемою зірка – навантаження симетрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження симетрична зірка без нульового проводу;
 - симетричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка з нульовим проводом.
6. У якому випадку напруга зсуву нейтралі дорівнює нулю?
- симетричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник;

- симетричне джерело за схемою зірка – навантаження симетрична зірка за наявності активного опору в лінії *A*;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження симетрична зірка без нульового проводу;
 - три-провідна схема із симетричним джерелом за схемою зірка – навантаження симетрична зірка з нульовим проводом.
7. У якій схемі модулі лінійних і фазних струмів відрізняються в 1,73 рази?
- симетричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметричний трикутник;
 - симетричне джерело за схемою зірка – навантаження симетричний трикутник;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження симетрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка.
8. У якому випадку напруга зсуву нейтралі дорівнює нулю?
- чотири-провідна схема, навантаження несиметрична зірка з опором у нульовому проводі;
 - три-провідна схема, несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження симетрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження симетрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка з нульовим опором в нейтральному проводі.
9. У якій схемі модулі лінійних і фазних напруг відрізняються в 1,73 рази?
- симетричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметричний трикутник;

- симетричне джерело за схемою зірка – навантаження симетрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметричний трикутник;
 - несиметричне джерело за схемою трикутника – навантаження несиметрична зірка;
 - несиметричне джерело за схемою зірка – навантаження несиметрична зірка.
10. У якому випадку активна потужність трифазного кола визначається як потроєне значення активної потужності однієї фази?
- якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане трикутником;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою та є обрив нейтрального проводу;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою та є опір у нульовому проводі;
 - якщо симетричне навантаження з'єднане зіркою.
11. У якому випадку реактивна потужність трифазного кола визначається як потроєне значення реактивної потужності однієї фази?
- якщо симетричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою з нульовим опором у нейтральному проводі;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо джерело з'єднано симетричною зіркою, а несиметричне навантаження з'єднане трикутником;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане трикутником.
12. У якому випадку повна потужність трифазного кола визначається як потроєне значення повної потужності однієї фази?
- якщо несиметричне джерело з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне джерело з'єднане трикутником;
 - якщо симетричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане трикутником.

13. У якому випадку активна потужність трифазного кола визначається як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності?
- якщо несиметричне джерело з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне джерело з'єднане трикутником;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо симетричне навантаження з'єднане зіркою.
14. У якому випадку реактивна потужність трифазного кола визначається як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги, лінійного струму та синусу кута зсуву?
- якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане трикутником;
 - якщо симетричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою з нульовим опором в нейтральному проводі;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою з опором в нейтральному проводі.
15. У якому випадку повна потужність трифазного кола визначається як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги та лінійного струму?
- якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане трикутником;
 - якщо симетричне навантаження з'єднане трикутником;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою з нульовим опором в нейтральному проводі;
 - якщо несиметричне навантаження з'єднане зіркою з опором в нейтральному проводі.
16. При несиметричному навантаженні за схемою зірка активна потужність навантаження визначається:
- як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності;
 - як потроєне значення активної потужності однієї фази;
 - як добуток лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності;
 - як арифметична сума активних потужностей окремих фаз;
 - як векторна сума активних потужностей окремих фаз.

17. При несиметричному навантаженні за схемою трикутник активна потужність навантаження визначається:
- як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності;
 - як потроєне значення активної потужності однієї фази;
 - як добуток лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності;
 - як алгебраїчна сума активних потужностей окремих фаз;
 - як векторна сума активних потужностей окремих фаз.
18. При несиметричному навантаженні за схемою трикутник реактивна потужність навантаження визначається:
- як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності;
 - як потроєне значення реактивної потужності однієї фази;
 - як алгебраїчна сума реактивних потужностей окремих фаз;
 - як арифметична сума активних потужностей окремих фаз;
 - як векторна сума активних потужностей окремих фаз.
19. При несиметричному навантаженні за схемою зірка реактивна потужність навантаження визначається:
- як добуток коефіцієнта 1,73, лінійної напруги, лінійного струму та коефіцієнта потужності;
 - як потроєне значення реактивної потужності однієї фази;
 - як алгебраїчна сума реактивних потужностей окремих фаз;
 - як арифметична сума активних потужностей окремих фаз;
 - як векторна сума активних потужностей окремих фаз.

Розділ 4

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ ОДНОФАЗНИХ І ТРИФАЗНИХ КІЛ ПРИ НЕГАРМОНІЙНИХ НАПРУГАХ

4.1 Методичні вказівки з розрахунку однофазних негармонійних кіл

1. Негармонійними струмами $i(\omega t)$ і напругами $u(\omega t)$ є періодичні криві, форма яких не є синусоїдальною.

Якщо періодична функція $f(\omega t) = f(\omega t + 2\pi)$ задовольняє умовам Діріхле, то вона може бути подана у вигляді суми нескінченного тригонометричного (гармонійного) ряду

$$f(\omega t) \approx F(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_{km} \sin(k\omega_0 t + \psi_k),$$

де A_0 – постійна складова; k – номер (порядок) гармоніки; A_{km} – амплітуда k -ї гармоніки; ψ_k – початкова фаза k -ї гармоніки.

Негармонійна періодична функція розглядається як результат накладення синусоїд кратних частот: $\omega_k = k\omega$, де $\omega = 2\pi/T$ – частота основної (першої) гармоніки.

Кожна гармоніка має свою початкову фазу і амплітуду.

Тригонометричний ряд можна записати через синусні та косинусні складові, кожна з яких має нульову початкову фазу:

$$f(\omega t) \approx F(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^n B_{km} \sin k\omega_0 t + \sum_{k=1}^n C_{km} \cos k\omega_0 t,$$

причому $A_{km}^2 = B_{km}^2 + C_{km}^2$, $\operatorname{tg}\psi_k = \frac{C_{km}}{B_{km}}$.

У свою чергу можна визначити, що

$$B_{km} = A_{km} \cos \psi_k; \quad C_{km} = A_{km} \sin \psi_k.$$

Коефіцієнти A_0 , B_{km} , C_{km} визначаються через початкову функцію $f(\omega t)$ за допомогою інтегралів Фур'є:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t;$$

$$B_{km} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d\omega t;$$

$$C_{km} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d\omega t.$$

2. Періодичну негармонійну функцію можна охарактеризувати дискретними частотними спектрами амплітуд гармонік $A_{km}(\omega)$ і початкових фаз $\psi_k(\omega)$, які відповідно називаються амплітудо-частотним і фазочастотним спектрами.

Спектральний склад визначає форму складного гармонійного коливання. Два несинусоїдальних коливання мають однакову форму тільки при однакових амплітудо-частотних і фазо-частотних спектрах.

3. Визначення спектрального складу несинусоїдального періодичного струму або напруги можна істотно спростити, якщо попередньо встановити характер симетрії несинусоїдальної періодичної кривої відносно координатних осей.

У разі, коли негармонійна періодична крива симетрична початку координат, то така крива є непарною функцією $f(\omega t) = -f(\omega t)$ і ряд Фур'є не містить нульової та косинусної складових:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1}^n B_{km} \sin k\omega_0 t.$$

Коли негармонійна періодична крива симетрична осі ординат, то вона є парною функцією $f(\omega t) = f(-\omega t)$ і ряд Фур'є не містить синусоїдних складових:

$$f(\omega t) \approx F(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^n C_{km} \cos k\omega_0 t.$$

Якщо негармонійна періодична крива симетрична осі часу (абсцис), то для такої кривої виконується умова $f(\omega t) = -f(-\omega t + \pi)$ і ряд Фур'є не містить нульової та парної складових:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^n A_{km} \sin(k\omega_0 t + \psi_k).$$

Можливі випадки, коли досліджувана крива має декілька видів симетрії. Якщо крива симетрична відносно початку координат і осі абсцис, то ряд Фур'є спрощується:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^n B_{km} \sin k\omega_0 t.$$

При симетрії щодо осей ординат і абсцис ряд Фур'є змінюється до вигляду:

$$f(\omega t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^n C_{km} \cos k\omega_0 t.$$

4. У разі, коли негармонійна функція має аналітичний опис, то її спектральний склад визначається шляхом знаходження амплітуд і початкових фаз гармонік за допомогою формул Фур'є.

За умови відсутності аналітичного опису досліджуваної періодичної негармонійною функції, параметри гармонійного ряду Фур'є можливо розрахувати графоаналітичним шляхом. Графоаналітичний метод оснований на заміні інтеграла сумою кінцевого числа складових. Постійна складова й амплітуди синусної та косинусної складових ряду знаходяться із співвідношень:

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x);$$

$$B_{km} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x) \sin_p(kx); \quad C_{km} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x) \cos_p(kx),$$

де x – поточна координата; n – число розбивок на періоді повторення; p – поточний індекс, приймає значення від 1 до n ; $f_p(x)$ – величина гармонійної функції за поточною фазою

$$x = \frac{p2\pi}{n}; \quad \sin_p(kx); \quad \cos_p(kx) - \text{значення функцій } \sin(kx) \text{ і } \cos(kx)$$

$$\text{за поточною координатою } x = \frac{p2\pi}{n}.$$

У розрахунках слід враховувати, що резистивний опір має однакове значення для всіх гармонік напруги. Індуктивний опір збільшується зі зростанням номера гармоніки, а ємнісний – навпаки, зменшується.

5. Кожна гармоніка визначається відомими методами розрахунку кіл однофазного гармонійного струму, тобто символічним методом. Для кожної гармоніки окремо можливо

побудувати векторну діаграму струмів і суміщену з нею векторну діаграму напруг.

6. За наявності вищих гармонік у кривих напруги і струму та різнорідних реактивних елементів у колі можливі резонансні явища на окремих гармоніках. Якщо напруга і струм на k -й гармоніці збігається за фазою, то на цій гармоніці спостерігається резонанс напруг при послідовному з'єднанні різнорідних реактивних елементів, а при їх паралельному з'єднанні – резонанс струмів.

7. Діюче значення напруги (струму) за наявності вищих гармонік визначається як корінь квадратний із суми квадратів нульової складової і діючих значень гармонійних складових, тобто

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^n U_k^2}; I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^n I_k^2}.$$

8. Коефіцієнти, які характеризують форму негармонійних періодичних кривих.

Для характеристики форми періодичних кривих вводяться коефіцієнти амплітуди K_A , форми K_Φ , спотворення K_C , гармонік K_Γ і пульсацій K_Π .

Коефіцієнт амплітуди визначається як відношення її максимального значення A_m до діючого $\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k^2}$:

$$K_A = \frac{A_m}{\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k^2}}.$$

Для гармонійної функції коефіцієнт амплітуди $K_A = \sqrt{2} = 1,41$.

Коефіцієнт форми є відношенням діючого значення $\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k^2}$ до її середнього за півперіоду значення

$$\frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T |A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k|^2}, \text{ тобто}$$

$$K_\Phi = \sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k^2} / \left(\frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T |A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k|^2} \right).$$

Для гармонійної функції коефіцієнт форми $K_\Phi = 1,11$.

Коефіцієнт спотворення K_C визначається як відношення діючого значення основної гармоніки A_1 до її діючого значення

$$\sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k^2}, \text{ а саме}$$

$$K_C = A_1 / \sqrt{A_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k^2}.$$

Для гармонійної функції коефіцієнт спотворення $K_C = 1$.

Коефіцієнт гармонік K_Γ – це відношення діючого значення несинусоїдної величини без урахування нульової і першої гармонік

$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_k^2}$ до діючого значення першої гармоніки A_1 :

$$K_\Gamma = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_k^2} / A_1.$$

Для синусоїдної величини коефіцієнт гармонік не визначений.

Коефіцієнт пульсацій K_Π – це відношення діючого значення несинусоїдної величини без урахування нульової та першої гармонік

$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_k^2}$ до середнього за півперіоду значення:

$$K_\Pi = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_k^2}}{\frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T |A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k|^2}}.$$

Для синусоїдної величини коефіцієнт пульсацій не визначений.

9. Потужність кола при змінному струмі довільної форми визначається як середня потужність за період або при симетричній формі кривої за половину періоду.

Активна потужність при негармонійних струмах і напругах дорівнює сумі потужностей окремих гармонік:

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^n U_k I_k \cos \psi_k, \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність при негармонійних струмах і напругах дорівнює сумі реактивних потужностей окремих гармонік:

$$Q = \sum_{k=1}^n U_k I_k \sin \psi_k, \text{ вар.}$$

Повна потужність за наявності вищих гармонік знаходиться через діючі значення негармонійних напруг і струмів:

$$S = UI = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{\left(U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2 \right) \left(I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 \right)}, \text{ ВА.}$$

Причому ця потужність виявляється більшою, ніж визначена через значення активної P і реактивної Q складових потужностей:

$$S = \sqrt{\left(U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2 \right) \left(I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 \right)} > \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Це співвідношення виконується тільки в колах, де за формою несинусоїдальні струм і напруга повністю ідентичні, тобто співпадають.

Величина $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$ називається потужністю спотворення і характеризує ступінь відмінності за формою кривих струму і напруги [13].

4.2 Методичні вказівки з розрахунку трифазних негармонійних кіл

1. Якщо в трифазному колі діє симетричне трифазне негармонійне джерело енергії, то в цьому разі криві ЕРС мають однакову форму та зсунуті в часі на третину періоду повторення:

$$e_A = \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin k(\omega t + \psi_k); \quad e_B = \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin [k\omega(t - 2\pi/3) + \psi_k];$$

$$e_C = \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin [k\omega(t + 2\pi/3) + \psi_n].$$

Гармоніки з номерами $k=1, 4, 7, 10 \dots$ утворюють симетричні системи прямої послідовності.

Гармоніки з номерами $k=2, 5, 8, 11 \dots$ утворюють симетричні системи зворотної послідовності.

Гармоніки з номерами $k=3, 6, 9, 12 \dots$ (ці гармоніки кратні трьом) утворюють симетричні системи нульової послідовності. Особливістю гармонік, кратних трьом, є те, що вони збігаються за фазою. Ця обставина призводить до особливостей роботи трифазних кіл за наявності вищих гармонік у три- і чотирипровідних колах.

2. При з'єднанні трифазного джерела енергії трикутником у режимі холостого ходу в обмотках протікає струм, обумовлений гармоніками, кратними трьом. Діюче значення такого струму визначається як

$$I = \sqrt{\sum_{k=3,6,9,\dots}^{\infty} I_k^2}.$$

3. Коли трифазне джерело енергії з'єднано у відкритий трикутник, то в точці розриву трикутника діє напруга гармонік, які кратні 3:

$$u = \sum_{k=3,6,9,\dots}^{\infty} 3E_{km} \sin k(\omega t + \psi_k).$$

Діюче значення такої напруги:

$$U = 3 \sqrt{\sum_{k=3,6,9,\dots}^{\infty} U_k^2}.$$

4. У лінійній напрузі незалежно від схеми з'єднання виводів джерела енергії відсутні гармоніки, які кратні трьом.

При з'єднанні зіркою:

$$- \text{діюче значення фазної напруги } U_{\Phi} = \sqrt{\sum_{k=1,3,5,7,9,\dots}^{\infty} U_k^2};$$

$$- \text{діюче значення лінійної напруги } U_{\text{л}} = \sqrt{3} \sqrt{\sum_{k=1,5,7,\dots}^{\infty} U_k^2};$$

$$- \text{відношення лінійної напруги до фазної } U_{\text{л}} / U_{\Phi} < \sqrt{3}.$$

Коли фази джерела потужності з'єднані трикутником, то складова напруги, обумовлена гармоніками, кратними трьом, буде відсутня між затискачами фаз, оскільки вона компенсується спадом напруги на внутрішніх опорах фаз джерела. Якщо струм у фазах джерела, з'єданого трикутником, містить гармоніки, які кратні трьом.

4.3 Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-ємнісного кола

Розрахунковий приклад 4.1. До електричного кола, схема якого представлена на рис. 4.1, прикладена несинусоїдальна періодичне напруга

$$u(\omega t) = 68,8 \sin \omega t + 7,64 \sin 3\omega t + 2,75 \sin(5\omega t - 180^\circ) \text{ В.}$$

Параметри кола $R = 5 \text{ Ом}$, $x_C = \frac{1}{\omega C} = 15 \text{ Ом}$. Визначити миттєве значення струму в колі, його діюче значення та коефіцієнт потужності.

Розв'язання прикладу 4.1

Визначаємо комплексні опори для кожної з гармонік:

– для першої гармоніки:

$$\underline{Z}_1 = R - jx_C = 5 - j15 = 15,81e^{-j71^\circ} \text{ Ом;}$$

– для третьої гармоніки:

$$\underline{Z}_3 = R - jx_C = 5 - j5 = 7,07e^{-j45^\circ} \text{ Ом;}$$

– для п'ятої гармоніки:

$$\underline{Z}_5 = R - jx_C = 5 - j3 = 5,83e^{-j31^\circ} \text{ Ом.}$$

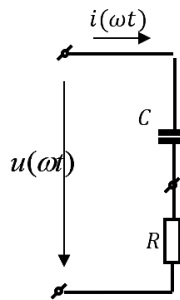


Рис. 4.1. Схема прикладу 4.1

Розраховуємо амплітудні комплексні значення гармонік струму:

– перша гармоніка струму:

$$\underline{I}_{1m} = \frac{68,8}{15,81e^{-j71^\circ}} = 4,35e^{j71^\circ} \text{ А;}$$

– третя гармоніка струму:

$$\underline{I}_{3m} = \frac{7,64}{7,07e^{-j45^\circ}} = 1,08e^{j45^\circ} \text{ А;}$$

– п'ята гармоніка струму:

$$\underline{I}_{5m} = \frac{2,75e^{-j180^\circ}}{5,83e^{-j31^\circ}} = 0,471e^{-j149^\circ} \text{ А.}$$

Миттєве значення струму:

$$i(\omega t) = 4,35 \sin(\omega t + 71^\circ) + 1,08 \sin(3\omega t + 45^\circ) + 0,471 \sin(5\omega t - 149^\circ), \text{ А.}$$

Активна потужність кола:

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k = \frac{68,8 \times 4,35}{2} \cos 71^\circ + \frac{7,64 \times 1,08}{2} \cos 45^\circ + \frac{2,75 \times 0,471}{2} \cos 31^\circ = 52,19 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність кола:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \phi_k = \frac{68,8 \times 4,35}{2} \sin 71^\circ + \frac{7,64 \times 1,08}{2} \sin 45^\circ + \frac{2,75 \times 0,471}{2} \sin 31^\circ = 144,73 \text{ вар.}$$

Діючі значення несинусоїдних напруги і струму:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{\frac{68,8^2}{2} + \frac{7,64^2}{2} + \frac{2,75^2}{2}} = 49 \text{ В;}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4,35^2 + 1,08^2 + 0,471^2} = 3,18 \text{ А.}$$

Повна потужність кола:

$$S = UI = 49 \times 3,18 = 155,82 \text{ ВА.}$$

Потужність спотворення:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{155,82^2 - 52,19^2 - 144,73^2} = 24,68 \text{ вар.}$$

Коефіцієнт потужності кола:

$$\chi = \frac{P}{S} = \frac{52,19}{155,82} = 0,33.$$

4.4 Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при послідовному з'єднанні

Розрахунковий приклад 4.2. Визначити струм в нерозгалуженому колі (рис. 4.2) з параметрами $R=10$ Ом, $L=0,05$ Гн, $C=22,5 \times 10^{-6}$ Ф.

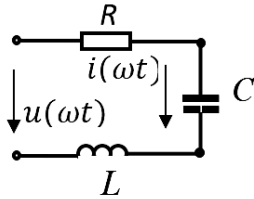


Рис. 4.2. Схема прикладу 4.2

Напряга прикладена до затискачів кола несинусоїдальна:

$$u(\omega t) = 180 \sin \omega t + 60 \sin 3\omega t + 40 \sin(5\omega t + 0,1\pi), \text{ В.}$$

Кутова частота основної гармоніки $\omega = 314$ рад/с.

Розв'язання прикладу 4.2. Визначаємо повний опір кола і кут зсуву фаз для кожної гармоніки:

- для першої гармоніки:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{10^2 + \left(314 \times 0,05 - \frac{1}{314 \times 22,5 \times 10^{-6}}\right)^2} = 126 \text{ Ом;}$$

$$\text{tg}\varphi_1 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{314 \times 0,05 - \frac{1}{314 \times 22,5 \times 10^{-6}}}{10} = -12,53;$$

$$\varphi_1 = -85,3^\circ;$$

- для третьої гармоніки:

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + \left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}\right)^2} =$$

$$\sqrt{10^2 + \left(3 \times 314 \times 0,05 - \frac{1}{3 \times 314 \times 22,5 \times 10^{-6}}\right)^2} = 10 \text{ Ом;}$$

$$\text{tg}\varphi_3 = \frac{3\omega L - \frac{1}{3\omega C}}{R} = \frac{3 \times 314 \times 0,05 - \frac{1}{3 \times 314 \times 22,5 \times 10^{-6}}}{10} = 0;$$

$$\varphi_3 = 0^\circ;$$

- для п'ятої гармоніки:

$$Z_5 = \sqrt{R^2 + \left(5\omega L - \frac{1}{5\omega C}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{10^2 + \left(5 \times 314 \times 0,05 - \frac{1}{5 \times 314 \times 22,5 \times 10^{-6}}\right)^2} = 51,2 \text{ Ом;}$$

$$\text{tg}\varphi_5 = \frac{5\omega L - \frac{1}{5\omega C}}{R} = \frac{5 \times 314 \times 0,05 - \frac{1}{5 \times 314 \times 22,5 \times 10^{-6}}}{10} = 5,02;$$

$$\varphi_5 = 78,7^\circ.$$

Розраховуємо амплітуди кожної гармоніки струму:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_1} = \frac{130}{126} = 1,43 \text{ А; } I_{3m} = \frac{U_{3m}}{Z_3} = \frac{60}{10} = 6 \text{ А;}$$

$$I_{5m} = \frac{U_{5m}}{Z_5} = \frac{40}{51,2} = 0,78 \text{ А.}$$

Діюче значення струму в колі:

$$I = \sqrt{\frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \frac{I_{5m}^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1,43^2 + 6^2 + 0,78^2} = 6,2 \text{ А.}$$

Миттєве значення струму:

$$i(\omega t) = i_1(\omega t) + i_3(3\omega t) + i_5(5\omega t) = 1,43 \sin(\omega t - 85,3^\circ) +$$

$$+ 16 \sin(3\omega t) + 0,78 \sin(5\omega t + 78,7^\circ), \text{ А.}$$

Необхідно зауважити, що для третьої гармоніки спостерігається резонанс напруг. Опір для третьої гармоніки дорівнює резистивному опору кола. Третя гармоніка має суттєвішу питому вагу в кривій струму, ніж в кривій напрузі. Співвідношення амплітуд третіх до перших гармонік:

$$\frac{U_{3m}}{U_{1m}} = \frac{60}{180} = 0,33; \quad \frac{I_{3m}}{I_{1m}} = \frac{6}{1,43} = 4,2.$$

4.5 Розрахунок параметрів негармонійного однофазного резистивно-індуктивно-ємнісного кола при змішаному з'єднанні

Розрахунковий приклад 4.3. Параметри кола (рис. 4.3):

$$R=4 \text{ Ом}, x_L=\omega L=3 \text{ Ом}, x_C=\frac{1}{\omega C}=12 \text{ Ом}.$$

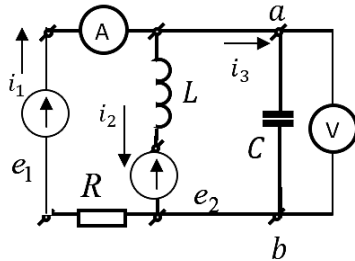


Рис. 4.3. Схема прикладу 4.3

У коло ввімкнені: несинусоїдальне

$$e(\omega t) = 4 + 34 \sin \omega t + 12 \sin(2\omega t + \frac{\pi}{9}), \text{ В}$$

і постійне $e_2(\omega t) = 12 \text{ В}$ джерела енергії.

Визначити миттєві значення струмів віток і показання приладів електромагнітної системи.

Розв'язання прикладу 4.3. Коло містить лінійні елементи, тому розрахунок проводимо методом накладення дії кожної гармоніки ЕРС з використанням символічного методу.

Для постійних складових ЕРС значення струму:

$$I_{10} = I_{20} = \frac{e_{10} - e_{20}}{R} = \frac{4 - 12}{4} = -12 \text{ А}; I_{30} = 0 \text{ А}.$$

Визначимо струми віток від дії першої гармоніки ЕРС. Вхідний опір кола першої гармоніки:

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{jx_L \times (-jx_C)}{jx_L - jx_C} = 4 + \frac{j3 \times (-j12)}{j3 - j12} = 4 - j4 = 5,661e^{j45^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплекс амплітудного значення струму в нерозгалуженій частині кола:

$$\underline{I}_{m11} = \frac{E_{m1}}{\underline{Z}_1} = \frac{34}{5,66e^{j45^\circ}} = 6e^{-j45^\circ} \text{ А}.$$

Миттєве значення струму в нерозгалуженій частині кола:

$$i_{11}(\omega t) = 6 \sin(\omega t - 45^\circ), \text{ А}.$$

Струм у другій вітці:

$$\underline{I}_{m21} = \underline{I}_{m11} \frac{-j \frac{1}{\omega C}}{j\omega L - j \frac{1}{\omega C}} = 6e^{-j45^\circ} \frac{-j12}{-j9} = 8e^{-j45^\circ} \text{ А};$$

$$i_{21}(\omega t) = 8 \sin(\omega t - 45^\circ), \text{ А}.$$

Струм у третій вітці:

$$\underline{I}_{m31} = \underline{I}_{m11} \frac{j\omega L}{j\omega L - j \frac{1}{\omega C}} = 6e^{-j45^\circ} \frac{j3}{-j9} = -2e^{-j45^\circ} \text{ А};$$

$$i_{31}(\omega t) = -2 \sin(\omega t - 45^\circ), \text{ А}.$$

Для другої гармоніки повний опір і значення струму в нерозгалуженій частині кола:

$$\underline{Z}_2 = R + \frac{2jx_L \times \left(\frac{-jx_C}{2}\right)}{2jx_L - \frac{jx_C}{2}} = 4 + \frac{2j3 \times \left(\frac{-j12}{2}\right)}{2j3 - j \frac{12}{2}} = 4 + \infty = \infty, \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{m21} = \frac{E_{m2}}{\underline{Z}_2} = \frac{12}{\infty} = 0 \text{ А}.$$

Миттєве значення струму в нерозгалуженій частині кола від дії другої гармоніки $i_{21}(2\omega t) = 0 \text{ А}$.

За другої гармоніки в колі спостерігається резонанс струмів.

Комплексні та миттєві значення струмів у вітках від дії другої гармоніки:

$$\underline{I}_{m22} = \frac{E_{m2}}{\underline{Z}_{22}} = \frac{12e^{j20^\circ}}{2j3} = 2e^{-j70^\circ} \text{ А};$$

$$i_{22}(2\omega t) = 2 \sin(2\omega t - 70^\circ), \text{ А}.$$

$$\underline{I}_{m32} = \frac{E_{m2}}{\underline{Z}_{32}} = \frac{12e^{j20^\circ}}{-j \frac{12}{2}} = 2e^{j110^\circ} \text{ А};$$

$$i_{32}(2\omega t) = 2 \sin(2\omega t + 110^\circ), \text{ А.}$$

Примітка: перший індекс показує номер вітки, а другий – номер гармоніки.

Знаходимо показання приладів електромагнітної системи (діючі значення несинусоїдних струмів і напруг).

Показання амперметра електромагнітної системи:

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m11}^2 + I_{m12}^2}{2}} = \sqrt{2^2 + \frac{6^2 + 0^2}{2}} = 4,7 \text{ А.}$$

Показання вольтметра електромагнітної системи:

$$U_{ab} = \sqrt{U_{ab0}^2 + U_{ab1}^2 + U_{ab2}^2} = \sqrt{12^2 + 17^2 + 8,51^2} = 22,5 \text{ В;}$$

$$U_{ab0} = e_2 = 12 \text{ В;}$$

$$U_{ab1} = I_{11}Z_{ab1} = \frac{6}{\sqrt{2}} 4 = 17 \text{ В; } U_{ab2} = I_{12}Z_{ab2} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8,51 \text{ В.}$$

Миттєві значення струмів у вітках

Струм в нерозгалуженій частині кола:

$$i_1(\omega t) = i_{10} + i_{11} + i_{12} = -2 + 6 \sin(\omega t - 45^\circ) + 0 \text{ А.}$$

Струм другої вітки:

$$i_2(\omega t) = i_{20} + i_{21} + i_{22} = -2 + 8 \sin(\omega t - 45^\circ) + 2 \sin(2\omega t - 70^\circ), \text{ А.}$$

Струм третій вітки:

$$i_3(\omega t) = i_{30} + i_{31} + i_{32} = -2 - 2 \sin(\omega t - 45^\circ) + 2 \sin(2\omega t + 110^\circ), \text{ А.}$$

4.6 Розрахунок параметрів трифазного кола при негармонійному симетричному джерелі енергії

Розрахунковий приклад 4.4. У трифазному колі діє негармонічна симетрична система ЕРС (рис. 4.4).

ЕРС фази *B* трифазного симетричного негармонічного джерела відома

$$e_{BN}(\omega t) = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) + 45\sqrt{2} \sin(3\omega t) + 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 30^\circ), \text{ В.}$$

Опори в фазах навантаження на частоті першої гармоніки $Z_{ab1} = Z_{bc1} = Z_{ca1} = 15 \text{ Ом}$. Визначити показання приладів

електромагнітної системи (діючі значення несинусоїдних струмів і напруг).

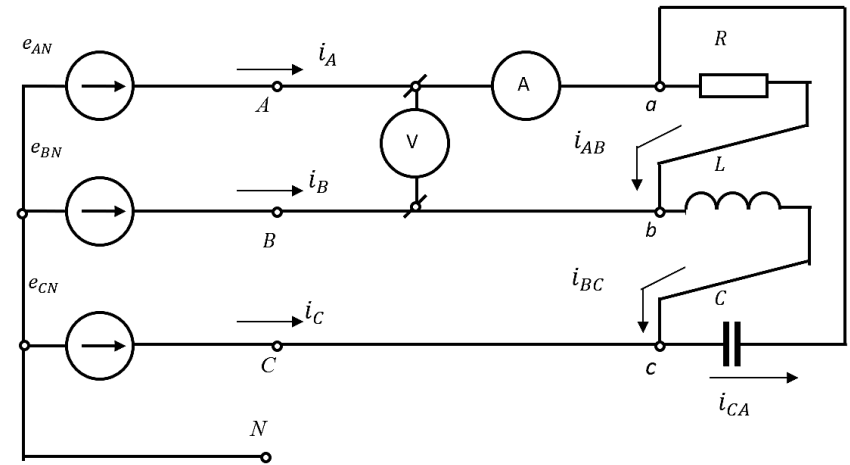


Рис. 4.4. Схема прикладу 4.4

Розв'язання прикладу 4.4

Вольтметр показує діюче значення лінійної напруги від першої і п'ятої гармонік, так як треті гармоніки утворюють нульову послідовність напруг у трифазному джерелі:

$$\underline{U}_{AB3} = \underline{U}_{A3} - \underline{U}_{B3} = 0 \text{ В;}$$

$$U_{л} = \sqrt{3} \sqrt{U_{\phi 1}^2 - U_{\phi 2}^2} = \sqrt{3} \sqrt{60^2 - 30^2} = 116 \text{ В.}$$

Покази амперметра:

$$I = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2}; I_{A1}^2 = 0 \text{ А,}$$

$$\text{де } \underline{I}_{A1} = \underline{I}_{AB1} - \underline{I}_{CA1}; \underline{I}_{A5} = \underline{I}_{AB5} - \underline{I}_{CA5}; \underline{I}_{AB1} = \frac{\underline{U}_{AB1}}{\underline{Z}_{AB1}}; \underline{I}_{CA1} = \frac{\underline{U}_{CA1}}{\underline{Z}_{CA1}};$$

$$\underline{I}_{AB5} = \frac{\underline{U}_{AB5}}{\underline{Z}_{AB5}}; \underline{I}_{CA5} = \frac{\underline{U}_{CA5}}{\underline{Z}_{CA5}}.$$

Визначимо спочатку комплекси лінійних напруг для першої гармоніки при заданій фазній ЕРС:

$$e_{BN1} = u_{BN1} = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \text{ В; } \underline{U}_{BN1} = 60e^{j30^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{AN1} = \underline{U}_{BN1} e^{j120^\circ} = 60 e^{j30^\circ} e^{j120^\circ} = 60 e^{j150^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{CN1} = \underline{U}_{AN1} e^{-j120^\circ} = 60 e^{j30^\circ} e^{-j120^\circ} = 60 e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB1} &= \underline{U}_{AN1} - \underline{U}_{BN1} = \sqrt{3} \underline{U}_{AN1} e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \times 60 e^{j150^\circ} e^{j30^\circ} = \\ &= \sqrt{3} \times 60 e^{j180^\circ} = -\sqrt{3} \times 60 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{CA1} = \underline{U}_{CN1} - \underline{U}_{AN1} = \sqrt{3} \underline{U}_{CN1} e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \times 60 e^{-j90^\circ} e^{j30^\circ} = \sqrt{3} \times 60 e^{-j60^\circ} \text{ В}.$$

Обчислюємо значення лінійних напруг для п'ятої гармоніки:

$$e_{BN5} = u_{BN5} = 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 30^\circ), \text{ В}; \quad \underline{U}_{BN5} = 30 e^{-j30^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{AN5} = \underline{U}_{BN5} e^{j120^\circ} = 30 e^{-j30^\circ} e^{j120^\circ} = 60 e^{-j150^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{CN5} = \underline{U}_{BN5} e^{j120^\circ} = 30 e^{-j30^\circ} e^{j120^\circ} = 30 e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB5} &= \underline{U}_{AN5} - \underline{U}_{BN5} = \sqrt{3} \underline{U}_{AN5} e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \times 30 e^{-j150^\circ} e^{-j30^\circ} = \\ &= \sqrt{3} \times 30 e^{-j180^\circ} = -\sqrt{3} \times 30 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_{CA5} = \underline{U}_{CN5} - \underline{U}_{AN5} = \sqrt{3} \underline{U}_{CN5} e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \times 30 e^{j90^\circ} e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \times 30 e^{j60^\circ} \text{ В}.$$

Фазні струми для першої гармоніки:

$$\underline{I}_{AB1} = \frac{\underline{U}_{AB1}}{\underline{Z}_{AB1}} = \frac{-\sqrt{3} \times 60}{15} = -4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} e^{j180^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{CA1} = \frac{\underline{U}_{CA1}}{\underline{Z}_{CA1}} = \frac{-\sqrt{3} \times 60 e^{j60^\circ}}{-j15} = 4\sqrt{3} e^{j30^\circ} \text{ А}.$$

Лінійні струми для першої гармоніки:

$$\underline{I}_{A1} = \underline{I}_{AB1} - \underline{I}_{CA1} = -4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} e^{j30^\circ} = -8,92 - j3,46 = 9,56 e^{-j158^\circ} \text{ А}.$$

Струми п'ятої гармоніки:

$$\underline{I}_{AB5} = \frac{\underline{U}_{AB5}}{\underline{Z}_{AB5}} = \frac{-\sqrt{3} \times 30}{15} = -2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} e^{j180^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{CA5} = \frac{\underline{U}_{CA5}}{\underline{Z}_{CA5}} = \frac{-\sqrt{3} \times 60 e^{j60^\circ}}{-j\frac{15}{5}} = 10\sqrt{3} e^{j150^\circ} = -15 + j8,65 \text{ А}.$$

$$\underline{I}_{A5} = \underline{I}_{AB5} - \underline{I}_{CA5} = -2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} e^{j150^\circ} = 11,54 - j8,65 = 14,42 e^{-j36,8^\circ} \text{ А}.$$

Покази амперметра електромагнітної системи:

$$I = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2} = \sqrt{9,57^2 + 14,42^2} = 17,3 \text{ А}.$$

4.7 Розрахунок параметрів негармонійного трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричну зірку з нульовим проводом

Розрахунковий приклад 4.5. У трифазному колі діє негармонійна симетрична система ЕРС (рис. 4.5).

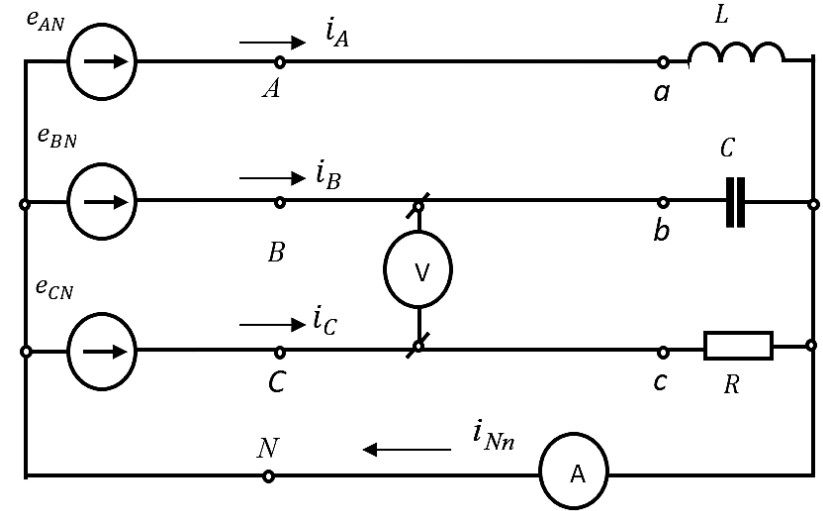


Рис. 4.5. Схема прикладу 4.5

ЕРС фази B джерела трифазної симетричної негармонійної напруги відома:

$$\begin{aligned} e_{BN}(\omega t) &= 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) + 60\sqrt{2} \sin(3\omega t - 60^\circ) + \\ &+ 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 100^\circ), \text{ В}. \end{aligned}$$

Опори в фазах навантаження на частоті першої гармоніки $Z_{ab1} = Z_{bc1} = Z_{ca1} = 15 \text{ Ом}$. Записати миттєві значення лінійної напруги u_{BC} і струму в нульовому проводі i_{Nn} . Визначити показання приладів електродинамічної системи.

Розв'язання прикладу 4.5

Лінійну напругу u_{BC1} для першої гармоніки знаходимо через різницю відповідних фазних напруг:

$$u_{B1} = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ), \text{ В}; \quad \underline{U}_{B1} = 100 e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$u_{C1} = 100\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ), \text{ В}; \quad \underline{U}_{C1} = 100e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Лінійна напруга та її миттєве значення:

$$\underline{U}_{BC1} = \underline{U}_{B1} - \underline{U}_{C1} = 100(e^{j30^\circ} - e^{-j90^\circ}) = 173e^{j60^\circ} \text{ В.}$$

$$u_{BC1} = \sqrt{2} \times 173 \times \sin(\omega t + 60^\circ), \text{ В.}$$

Треті гармоніки утворюють нульову послідовність, тому маємо

$$u_{BC3} = u_{B3} - u_{C3} = 0 \text{ В.}$$

Рівняння лінійної напруги u_{BC5} для п'ятої гармоніки знаходимо через різницю відповідних фазних напруг:

$$u_{B5} = 30\sqrt{2} \sin(5\omega t - 100^\circ), \text{ В}; \quad \underline{U}_{B5} = 30e^{-j100^\circ} \text{ В};$$

$$u_{C5} = 30\sqrt{2} \sin(5\omega t + 20^\circ), \text{ В}; \quad \underline{U}_{C5} = 100e^{j20^\circ} \text{ В.}$$

Лінійна напруга та її миттєве значення:

$$\underline{U}_{BC5} = \underline{U}_{B5} - \underline{U}_{C5} = \sqrt{3} \times 30 \times e^{-j100^\circ} e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \times 30 \times e^{-j130^\circ} \text{ В};$$

$$u_{BC5} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 30 \times \sin(5\omega t - 130^\circ), \text{ В.}$$

Миттєве значення лінійної напруги містить першу і п'яту гармоніки:

$$u_{BC} = u_{BC1} + u_{BC5} =$$

$$= \sqrt{2} \times 173 \times \sin(\omega t + 60^\circ) + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 30 \times \sin(5\omega t - 130^\circ), \text{ В.}$$

Показання вольметра електродинамічної системи:

$$U_{BC} = \sqrt{U_{BC1}^2 + U_{BC5}^2} = \sqrt{173^2 + (\sqrt{3} \times 30)^2} = 180 \text{ В.}$$

Рівняння струму в нульовому проводі

Комплексні значення фазних напруг для першої гармоніки:

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_{B1} e^{j120^\circ} = 100e^{j30^\circ} e^{j120^\circ} = 100e^{j150^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{B1} = 100e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{U}_{B1} e^{-j120^\circ} = 100e^{j30^\circ} e^{-j120^\circ} = 100e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Комплекси струмів у фазах і нульовому проводі для першої гармоніки:

$$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{U}_{A1}}{\underline{Z}_{A1}} = \frac{100e^{j150^\circ}}{j15} = 6,66e^{j60^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{B1} = \frac{\underline{U}_{B1}}{\underline{Z}_{B1}} = \frac{100e^{j30^\circ}}{j15} = 6,66e^{-j60^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{C1} = \frac{\underline{U}_{C1}}{\underline{Z}_{C1}} = \frac{100e^{-j90^\circ}}{15} = 6,66e^{-j90^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{Nn1} = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{C1} = 6,66e^{j60^\circ} + 6,66e^{-j60^\circ} + 6,66e^{-j90^\circ} = 13,33e^{-j30^\circ} \text{ А.}$$

Комплекси струмів у фазах і нульовому проводі для третьої гармоніки:

$$\underline{U}_{A3} = \underline{U}_{B3} = \underline{U}_{C3} = 60e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{I}_{A3} = \frac{\underline{U}_{A3}}{\underline{Z}_{A3}} = \frac{60e^{-j60^\circ}}{3j15} = 1,33e^{-j150^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{B3} = \frac{\underline{U}_{B3}}{\underline{Z}_{B3}} = \frac{60e^{-j60^\circ}}{j15/3} = 12e^{j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{C3} = \frac{\underline{U}_{C3}}{\underline{Z}_{C3}} = \frac{60e^{-j60^\circ}}{15} = 4e^{-j60^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{Nn3} = \underline{I}_{A3} + \underline{I}_{B3} + \underline{I}_{C3} = 1,33e^{-j150^\circ} + 12e^{j30^\circ} + 4e^{-j60^\circ} = 11,38e^{j9,5^\circ} \text{ А.}$$

Комплекси струмів у фазах і нульовому проводі для п'ятої гармоніки:

$$\underline{U}_{A5} = \underline{U}_{B5} e^{-j120^\circ} = 30e^{-j100^\circ} e^{-j120^\circ} = 30e^{-j220^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{B5} = 30e^{-j100^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C5} = 30e^{j20^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{I}_{A5} = \frac{\underline{U}_{A5}}{\underline{Z}_{A5}} = \frac{30e^{-j220^\circ}}{5j15} = 0,4e^{-j310^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{B5} = \frac{\underline{U}_{B5}}{\underline{Z}_{B5}} = \frac{30e^{-j100^\circ}}{j15/5} = 10e^{-j10^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{C5} = \frac{\underline{U}_{C5}}{\underline{Z}_{C5}} = \frac{30e^{-j20^\circ}}{15} = 2e^{j20^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{Nn5} = \underline{I}_{A5} + \underline{I}_{B5} + \underline{I}_{C5} = 0,4e^{-j310^\circ} + 10e^{-j10^\circ} + 2e^{j20^\circ} = 12e^{-j3,4^\circ} \text{ А.}$$

Рівняння миттєвого значення струму в нульовому проводі:

$$i_{Nn} = i_{Nn1} + i_{Nn3} + i_{Nn5} + \underline{I}_{B5} + \underline{I}_{C5} = \sqrt{2} \times 13,33 \sin(\omega t - 30^\circ) + \sqrt{2} \times 11,38 \sin(3\omega t + 9,5^\circ) + \sqrt{2} \times 12 \sin(5\omega t - 3,4^\circ), \text{ А.}$$

Показання амперметра електродинамічної системи:

$$I_{Nn} = \sqrt{I_{Nn1}^2 + I_{Nn3}^2 + I_{Nn5}^2} = \sqrt{13,33^2 + 11,38^2 + 12^2} = 21,24 \text{ А.}$$

4.8 Розрахунок параметрів негармонійного трифазного кола при з'єднанні навантаження в симетричний трикутник за наявності опорів у проводах лінії

Розрахунковий приклад 4.6. У трифазному електричному колі діє несинусоїдальна симетрична система ЕРС: $e_{AB}(\omega t) = 140 \cos(\omega t) + 60 \sin(5\omega t)$, В, де $\omega = 2\pi/T$ при $T = 0,015$ с. Параметри схеми: $R = 24$ Ом, $L = 7,5$ мГн, $C = 37,5$ мкФ. Схема кола показана на рис. 4.6.

Визначити показання амперметра та вольтметра електромагнітної системи, а також активну і повну потужність трифазної системи.

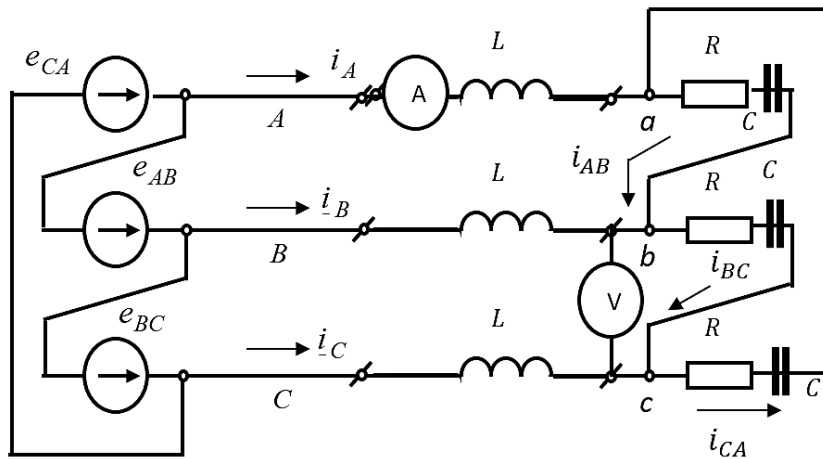


Рис. 4.6. Схема прикладу 4.6

Розв'язання прикладу 4.6

Для обліку індуктивного опору лінії перетворимо з'єднання трикутником ЕРС джерела енергії та навантаження в еквівалентну зірку (рис. 4.7). Знаходимо фазні напруги фаз джерела енергії в еквівалентній зірці:

$$u_{AB}(\omega t) = -140 \cos(\omega t) - 60 \sin(5\omega t), \text{ В,}$$

де $\omega = 2\pi / T = 2\pi / 0,015 = 418,6$ рад/с ;

$$u_A(\omega t) = -\frac{140}{\sqrt{3}} \sin(\omega t - 120^\circ) + \frac{60}{\sqrt{3}} \sin(5\omega t + 30^\circ) =$$

$$= -80,9 \sin(\omega t - 120^\circ) + 34,7 \sin(5\omega t + 30^\circ), \text{ В.}$$

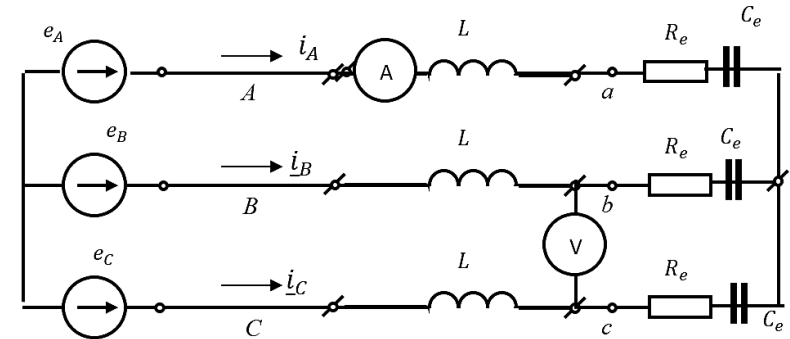


Рис. 4.7. Перетворення трикутника (рис. 4.6) у зірку

При знаходженні фазних напруг $u_A(\omega t)$ за відомими лінійними напругами враховано, що вони відрізняються по модулю в $\sqrt{3}$ рази. Між фазними та лінійними напругами є зсув фаз 30° і для п'ятої гармоніки лінійної напруги спостерігається зворотна послідовність чергування фаз. Саме тому фазна напруга п'ятої гармоніки випереджає лінійну на 30° :

$$u_B(\omega t) = -80,9 \sin(\omega t - 240^\circ) + 34,7 \sin(5\omega t + 150^\circ) =$$

$$= 80,9 \sin(\omega t - 60^\circ) + 34,7 \sin(5\omega t + 150^\circ), \text{ В;}$$

$$u_C(\omega t) = -80,9 \sin(\omega t^\circ) + 34,7 \sin(5\omega t - 90^\circ) =$$

$$= 80,9 \sin(\omega t - 180^\circ) + 34,7 \sin(5\omega t - 90^\circ), \text{ В.}$$

Опір кожного лінії:

– першої гармоніки $\underline{Z}_{1l} = j\omega L = j418,6 \times 7,5 \times 10^{-3} = j3,14$ Ом;

– для п'ятої гармоніки $\underline{Z}_{15} = j5 \times 418,6 \times 7,5 \times 10^{-3} = j15,7$ Ом.

Опір фаз навантаження:

$$\underline{Z}_A = R - jx_c; \quad x_{c1} = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{418,6 \times 37,5 \times 10^{-6}} = 63,7 \text{ Ом;}$$

$$x_{c5} = \frac{x_{c1}}{5} = \frac{63,7}{5} = 12,74 \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{\Delta 1} = 24 - j63,7; \quad \underline{Z}_{\Delta 5} = 24 - j12,74 \text{ Ом.}$$

Опори фаз навантаження для еквівалентної зірки:

$$\underline{Z}_{Y1} = \frac{\underline{Z}_{\Delta 1}}{3} = \frac{24 - j63,7}{3} = 8 - j21,23 = 22,68e^{-j69,3^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{Y5} = \frac{\underline{Z}_{\Delta 5}}{3} = \frac{24 - j12,74}{3} = 8 - j4,246 = 9,056e^{-j27,3^\circ} \text{ Ом.}$$

Опори фаз навантаження для еквівалентної зірки з урахуванням опорів проводів лінії:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{l1} + \underline{Z}_{Y1} = j3,14 + 8 - j21,23 = 19,8e^{-j66,1^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_5 = j15,7 + 8 - j4,246 = 13,96e^{j55^\circ} \text{ Ом.}$$

Амплітуди лінійних струмів:

- для першої гармоніки:

$$I_{mA1} = I_{mB1} = I_{mC1} = \frac{U_{m1}}{Z_1} = \frac{80,9}{19,8} = 4,085 \text{ А;}$$

- для п'ятої гармоніки:

$$I_{mA5} = I_{mB5} = I_{mC5} = \frac{U_{m5}}{Z_5} = \frac{34,7}{13,96} = 2,485 \text{ А.}$$

Показання амперметра:

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_{mA1}^2 + I_{mA5}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4,085^2 + 2,485^2} = 3,37 \text{ А.}$$

Амплітуда фазної напруги на навантаженні:

$$U_{mA1} = I_{mA1} Z_{Y1} = 4,085 \times 22,68 = 92,64 \text{ В;}$$

$$U_{mA5} = I_{mA5} Z_{Y5} = 2,485 \times 9,056 = 55,9 \text{ В.}$$

Діюче значення фазної напруги на приймачі:

$$U_{PY} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{U_{mA1}^2 + U_{mA5}^2} = \sqrt{92,64^2 + 55,9^2} = 76,7 \text{ В.}$$

Показання вольтметра:

$$U = \sqrt{3} \times U_{PY} = 1,73 \times 76,7 = 132,69 \text{ В.}$$

Активна і повна потужності трифазного кола:

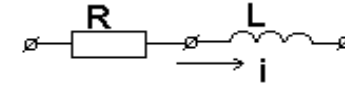
$$P = 3 \times I^2 \times R_{Y1} = 3 \times 3,4^2 \times 8 = 277,44 \text{ Вт;}$$

$$S = \sqrt{3} \times U_L \times I_L = \sqrt{3} \times 108 \times 3,4 = 635 \text{ ВА,}$$

де
$$U_L = \sqrt{U_{L1}^2 + U_{L5}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{140^2 + 60^2} = 108 \text{ В.}$$

4.9 Задачі для самоперевірки по методам розрахунку однофазних кіл при негармонійних напругах

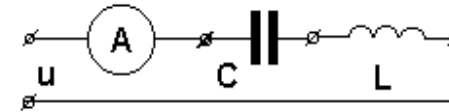
1. Знайти діюче значення напруги U , якщо $R=10 \text{ Ом}$, $\omega L=10 \text{ Ом}$; $i = (5 + 5\sqrt{2} \sin \omega t - 5\sqrt{2} \sin(2\omega t + 45^\circ))$, А.



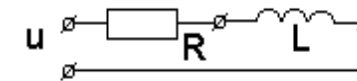
2. Знайти показання амперметра електромагнітної системи, якщо:

$$u = (100 \times \sqrt{2} \sin \omega t - 100\sqrt{2} \sin(3\omega t + 60^\circ))$$
, В; $\omega L=10 \text{ Ом}$;

$$\frac{1}{\omega C} = 30 \text{ Ом.}$$



3. Знайти коефіцієнт потужності кола, якщо задано: $R=4 \text{ Ом}$, $X_L=\omega L=3 \text{ Ом}$, $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



4. Знайти повну потужність S кола, якщо:

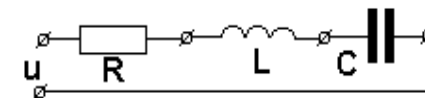
$$i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$$
, А ; $\underline{z} = (4 + j3)$, Ом.

5. До електричного кола прикладена напруга

$$u = (100 + 100\sqrt{2} \sin(100t + 45^\circ)) \text{ В.}$$

Знайти реактивну потужність, якщо

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} = 10 \text{ Ом}, R=10 \text{ Ом.}$$



6. Знайти реактивну потужність Q кола, якщо задано:

$$i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t), \text{ А}; \underline{z} = (4 + j3), \text{ Ом.}$$

7. До двополюсника підведена напруга

$$u = (100 + 141 \sin(100t + 5^\circ)), \text{ В,}$$

під дією якої протікає струм, $i = 5 \sin 100t$, А. Знайти повну потужність S .

8. Знайти коефіцієнт потужності двополюсника, якщо

$$u = (120\sqrt{2} \sin \omega t + 50\sqrt{2} \sin(3\omega t + 45^\circ)), \text{ В}, i = 4\sqrt{2} \sin \omega t.$$

9. Знайти активну потужність P кола, що містить послідовне з'єднання R, L елементів, якщо

$$i = (6 + 3\sqrt{2} \sin \omega t), \text{ А}, R = 4 \text{ Ом}, \omega L = 3 \text{ Ом.}$$

10. Знайти активну потужність P , що споживається колом, якщо $u = (100 + 100 \sin(\omega t + 45^\circ))$, В, $C = 100$ мкФ, $R = 10$ Ом, за умови режиму резонансу струмів у колі ($\omega = 314$ рад/с).

11. До кола з послідовно з'єднаними R, L, C елементами прикладена несинусоїдальна напруга

$$u = 100 + \sqrt{2} \times 100 \sin(100t + 45^\circ), \text{ В.}$$

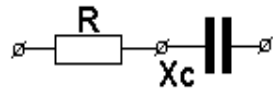
Параметри кола:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} = R = 100 \text{ Ом.}$$

Знайти активну потужність P , яка споживається колом.

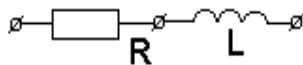
12. Знайти активну потужність, яка виділяється в колі, якщо

$$u = (100\sqrt{2} \sin \omega t + 20\sqrt{2} \sin 3\omega t), \text{ В}, R = 10 \text{ Ом}, 1/\omega C = 30 \text{ Ом.}$$



13. Знайти активну потужність, яка виділяється в колі, якщо

$$u = (100\sqrt{2} \sin \omega t + 40\sqrt{2} \sin 2\omega t), \text{ В}, R = 20 \text{ Ом}, \omega L = 10 \text{ Ом.}$$



14. До двополюсника підведена напруга

$$u = (100 + 150 \sin(100t + 45^\circ)), \text{ В,}$$

під дією якого протікає струм $i = 5$ А (миттєве значення). Визначити активну потужність P , яка споживається двополюсником.

15. До двополюсника підведена напруга

$$u = (100 + 141 \sin(100t + 45^\circ)), \text{ В,}$$

під дією якого протікає струм $i = 5 \sin(100t)$, А. Визначити активну P і реактивну Q потужності, які споживаються двополюсником.

16. До кола з параметрами

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L = R = 10 \text{ Ом}$$

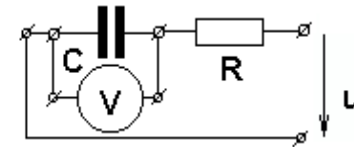
прикладена несинусоїдальна напруга $u = 100 + 5 \sin \omega t$. Визначити показання вольтметра магнітоелектричної системи.

17. Струм i і напруга двополюсника задані: $i = I_m \sin \omega t$, А, $u = U_0 + U_m \sin(\omega t + 45^\circ)$. Знайти $X_L = \omega L$, якщо $R = 1/(\omega C) = 40$ Ом.

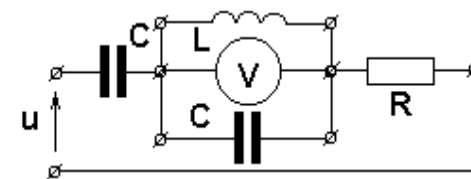
18. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (20 + 10\sqrt{2} \sin \omega t)$, В. Дано $R = 10$ Ом, $\omega L = \frac{1}{\omega C} = 10$ Ом.

Визначити показання амперметра А електромагнітної системи.

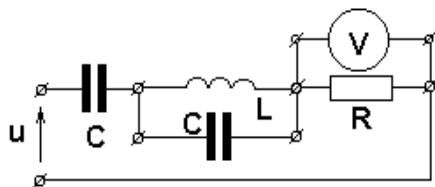
19. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (100 + 70,5 \sin 100t)$, В. Параметри схеми $R = 100$ Ом, $C = 100$ мкФ. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.



20. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (100 + 141 \sin 100t)$, В. Параметри кола задані: $C = 100$ мкФ, $L = 1$ Г, $R = 10$ Ом. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.

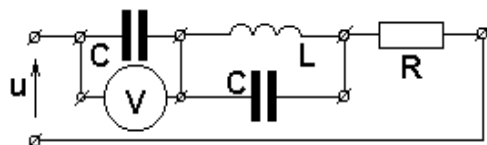


21. До кола прикладена несинусоїдальна напруга $u = (100 + 150 \sin \omega t)$, В. Параметри кола: $\omega = 100$ р/с, $C = 100$ мкФ, $L = 1$ Г, $R = 10$ Ом. Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.



22. Для кола задано: $R = 10$ Ом, $L = 1$ Г,
 $u = (100 + 150 \sin 100t)$, В, $C = 100$ мкФ.

Знайти показання вольтметра електромагнітної системи.

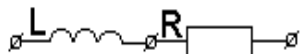


23. Знайти діюче значення напруги U , якщо $R = 10$ Ом, $\omega L = 10$ Ом, $i = (5 + 5\sqrt{2} \sin \omega t - 5\sqrt{2} \sin (2\omega t + 45^\circ))$, А.

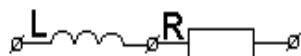


24. Знайти показання амперметра електромагнітної системи, якщо $u = (100\sqrt{2} \sin \omega t - 100\sqrt{2} \sin (3\omega t + 60^\circ))$, В, $\omega L = 10$ Ом, $\frac{1}{\omega C} = 30$ Ом.

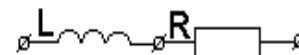
25. Знайти напругу, що прикладена до кола, якщо задано: $R = 4$ Ом, $X_L = \omega L = 3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



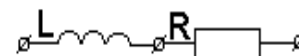
26. Знайти активну потужність, споживану колом, якщо задано: $R = 4$ Ом, $X_L = \omega L = 3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



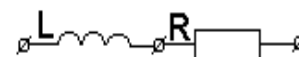
27. Знайти реактивну потужність, споживану колом, якщо задано: $R = 4$ Ом, $X_L = \omega L = 3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



28. Знайти повну потужність, споживану колом, якщо задано: $R = 4$ Ом, $X_L = \omega L = 3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



29. Знайти потужність спотворення, споживану колом, якщо задано: $R = 4$ Ом, $X_L = \omega L = 3$ Ом, а струм $i = (4 + 3\sqrt{2} \sin \omega t)$, А.



4.10 Питання для самоперевірки по методам розрахунку однофазних кіл при негармонійних напругах

- Періодична негармонійна функція симетрична тільки щодо осі ординат:
 - не має нульової складової;
 - функція не парна;
 - має синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має косинусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має постійну та синусну з нульовою початковою фазою складові.
- Періодична негармонійна функція симетрична тільки щодо початку координат:
 - має нульову складову;
 - функція парна;
 - має синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має косинусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має постійну та косинусну з нульовою початковою фазою складові.

3. Періодична негармонійна функція симетрична тільки щодо осі абсцис:
- має нульову складову;
 - має парні синусні складові з початковою ненульовою фазою;
 - має парні синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має непарні косинусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має постійну та синусну з нульовою початковою фазою складові.
4. Періодична негармонійна функція симетрична щодо осі ординат і абсцис:
- має нульову складову;
 - має парні синусні складові з початковою ненульовою фазою;
 - має парні синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має непарні косинусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має постійну та синусну з нульовою початковою фазою складові.
5. Періодична негармонійна функція симетрична тільки щодо осі ординат:
- має нульову складову;
 - функція не парна;
 - має синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - не має косинусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має постійну та синусну з нульовою початковою фазою складові.
6. Періодична негармонійна функція симетрична щодо початку координат і осі абсцис:
- має нульову складову;
 - має парні косинусні складові з початковою ненульовою фазою;
 - має парні синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має непарні синусні складові з початковою нульовою фазою;
 - має постійну та синусну з нульовою початковою фазою складові.

7. Який метод розрахунку виконується за наявності негармонійного джерела електрорушійної сили:
- еквівалентного генератора;
 - вузлових потенціалів;
 - за законами Кірхгофа;
 - накладення;
 - контурних струмів.
8. Який метод розрахунку виконується за наявності негармонійного джерела струму:
- еквівалентного генератора;
 - вузлових потенціалів;
 - за законами Кірхгофа;
 - накладення;
 - контурних струмів.
9. Як залежить значення активного опору від частоти гармонійних складових:
- від частоти не залежить;
 - зростає з підвищенням частоти;
 - зменшується з підвищенням частоти;
 - має квадратичну залежність;
 - має кубічну залежність.
10. Як залежить значення індуктивного опору від частоти гармонійних складових:
- від частоти не залежить;
 - зростає з підвищенням частоти;
 - зменшується з підвищенням частоти;
 - має квадратичну залежність;
 - має кубічну залежність.
11. Як залежить значення ємнісного опору від частоти гармонійних складових:
- від частоти не залежить;
 - зростає з підвищенням частоти;
 - зменшується з підвищенням частоти;
 - має квадратичну залежність;
 - має кубічну залежність.

12. Як визначається діюче значення негармонійної напруги:
- менше амплітудного значення в 1,41 рази;
 - корінь квадратний від нульової гармоніки;
 - корінь квадратний від амплітудних значень гармонік напруг;
 - корінь квадратний від діючих значень вищих гармонійних складових напруг;
 - корінь квадратний із суми квадратів постійної складової і діючих значень напруг усіх гармонік.
13. Як визначається діюче значення негармонійного струму:
- менше амплітудного значення в 1,41 рази;
 - корінь квадратний від нульової гармоніки;
 - корінь квадратний від амплітудних значень гармонік струмів;
 - корінь квадратний від діючих значень вищих гармонійних складових струмів;
 - корінь квадратний із суми квадратів постійної складової і діючих значень струмів усіх гармонік.
14. Як визначається діюче значення негармонійної електрорушійної сили:
- менше амплітудного значення в 1,41 рази;
 - корінь квадратний від нульової гармоніки;
 - корінь квадратний від амплітудних значень гармонік ЕРС;
 - корінь квадратний від діючих значень вищих гармонійних складових ЕРС;
 - корінь квадратний із суми квадратів постійної складової і діючих значень ЕРС усіх гармонік.
15. Як визначається активна потужність негармонійного струму:
- сума активних потужностей окремих гармонік включаючи нульову;
 - тільки через нульову складову;
 - тільки через вищі гармоніки напруг;
 - тільки через вищі гармоніки струмів;
 - негармонійні струми не несуть активної потужності.
16. Як визначається реактивна потужність негармонійного струму:
- сума реактивних потужностей окремих гармонік включаючи нульову;

- тільки через нульову складову;
 - тільки через вищі гармоніки напруг і струмів;
 - тільки через вищі гармоніки струмів;
 - тільки через вищі гармоніки струмів.
17. Як визначається повна потужність негармонійного струму:
- через реактивну та активну потужності;
 - через корінь квадратний з квадратів активної та реактивної потужностей;
 - через добуток діючих значень напруг та струмів;
 - через суму активних потужностей окремих гармонік;
 - як добуток активного опору на квадрат струму.
18. Як визначається потужність спотворення негармонійного струму:
- через реактивну та активну потужності;
 - через корінь квадратний з квадратів активної та реактивної потужностей;
 - через добуток діючих значень напруг та струмів;
 - через суму активних потужностей окремих гармонік;
 - через корінь квадратний з квадратів повної, активної та реактивної потужностей.
19. Коли виникає резонанс напруг при негармонійній напрузі:
- якщо коло має тільки індуктивні елементи;
 - якщо коло має тільки ємнісні елементи;
 - якщо на k -тій гармоніки $X_{Lk} > X_{Ck}$;
 - якщо на k -тій гармоніки $X_{Lk} < X_{Ck}$;
 - якщо на k -тій гармоніки $X_{Lk} = X_{Ck}$.
20. Коли виникає резонанс струмів при негармонійній напрузі:
- якщо коло має тільки індуктивні елементи;
 - якщо коло має тільки ємнісні елементи;
 - якщо на k -тій гармоніки $b_{Lk} > b_{Ck}$;
 - якщо на k -тій гармоніки $b_{Lk} < b_{Ck}$;
 - якщо на k -тій гармоніки $b_{Lk} = b_{Ck}$.

ЗАКЛЮЧЕННЯ

Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка розвинулися в самостійні галузі науки та техніки. Ці галузі володіють своїми розрахунковими специфічними методами і моделями, які повною мірою вивчаються в дисципліні «Теоретичні основи електротехніки», яка формує фундамент знань, уявлень і методів якісного та кількісного аналізу електромагнітних явищ і процесів у всіх пристроях, де вони використовуються. Тому дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» – фундаментальна основа всіх профільюючих дисциплін електротехнічних та енергетичних спеціальностей. Ця дисципліна спирається на курси фізики і математики та включає вивчення принципів, улаштування та роботи приладів, машин, апаратів, що використовують електромагнітну енергію, а також співвідношень між електричними і магнітними величинами, методів розрахунку та аналізу електромагнітних процесів.

Творче засвоєння понять і законів, а також вміння користуватися ними, досягається здобувачами тільки в результаті розв'язання задач, виконання необхідних чисельних розрахунків, якісного та кількісного аналізу режимів в електричних колах.

Для того, щоб успішно розв'язувати прикладні енергетичні задачі, здобувач зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» повинен володіти фундаментальними теоретичними знаннями та вміти творчо застосовувати їх у своїй практичній діяльності. Початковим етапом такого застосування є розв'язування задач, на якому доводиться самостійно ставити та вирішувати питання, що не мають однозначної відповіді. Ці навички здобувачі певною мірою отримують на практичних заняттях з самостійним виконанням індивідуальних завдань. Крім того, якісне, наукове та проблемне вивчення предмета зароджує у здобувачів передумови для науково-дослідницької роботи, яка найбільшою мірою сприяє розвитку творчих здібностей. Розв'язанню таких завдань присвячено матеріал запропонованого навчального посібнику.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Методичні вказівки до самостійних та практичних занять і контрольні завдання з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки», частина 1 (розділи: «Основи теорії кіл постійного струму» та «Основи теорії кіл гармонійного однофазного струму») для студентів спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / В. С. Хілов ; Нац. техн. ун-т. «Дніпровська політехніка». Дніпро : НТУ «ДП», 2021. 99 с.

2. Guidelines to independent and practical works on discipline “Theoretical Fundamentals of Electrical Engineering” for full-time students’ majoring in 141 “Electric Power, Electrical Engineering and Electromechanical”. Part 1: Theory Fundamentals of DC and Single-phase Harmonic AC Circuits / V. S. Khilov. Dnipro: Dnipro University of Technology, 2021. 56 p.

3. Хілов В. С. Теоретичні основи електротехніки. Київ : Видавництво «Каравела», 2021. 468 с.

4. Khilov V. S. Theoretical Fundamentals of Electrical Engineering. Dnipro: National Mining University, 2018. 467 p.

5. Theoretical fundamentals of electrical engineering: part 1 [Electronic resource]: tutorial for students doing Bachelor’s degree programmes in speciality “141 Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics” / Yuliia Peretyatko, Liudmyla Spinul, Maksym Shcherba; Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute. Electronic text data (1 file: 10,2 MB). Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2021. 136 p.

6. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола : навч. посібник / В. С. Маляр. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. 312 с.

7. Теоретичні основи електротехніки: Частина 1. Електричні кола постійного та змінного струму. Чотириполюсники [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. Спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю. В. Перетятко, А. А. Щерба. Електронні текстові дані (1 файл: 21.7 Мбайт). Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 115 с.

8. Clark H. Electrical Engineering Fundamentals [Text] / H. Clark. New York: States Academic Press, 2022. 247 p.

9. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю. О. Карпов, С. Ш. Каців, В. В. Кухарчук, Ю. Г. Ведміцький ; під ред. проф. Ю. О. Карпова. Вінниця : ВНТУ, 2011. 377 с.

10. Charle K. A. Fundamentals of Electric Circuits. 5th ed. [Text] / K. A. Charle, K. M. Charle, N. O. Sadiku. New York: McGraw-Hill companies, 2013. 997 p.

11. Jonson D. H. Fundamental of Electrical Engineering [Text] / D. H. Jonson. Houston: Rice University, 2013. 292 p.

12. Воробкевич А. Ю. Збірник задач з теоретичних основ електротехніки: частина 1. Навч. посібник для студентів електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів [Текст] / А. Ю. Воробкевич, В. С. Маляр, Р. Я. Совин, М. О. Соколовський, П. Г. Стахів, О. І. Шегедин. Київ : «Магнолія Плюс», 2004. 224 с.

13. Методичні вказівки до самостійних та практичних занять і контрольні завдання з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки, частина 2 (розділи «Трифазні кола», «Полігармонійні струми та напруги у однофазних і трифазних колах», «Перехідні процеси в лінійних електричних колах») для студентів спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / В. С. Хілов ; Нац. техн. ун-т. «Дніпровська політехніка». Дніпро : НТУ «ДП», 2021. 66 с.

Навчальне видання

Хілов Віктор Сергійович
Койфман Олексій Олександрович
Рухлов Артем Володимирович

ПРАКТИКУМ З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»

ЧАСТИНА 1

**Стаціонарні процеси у лінійних колах постійних,
гармонійних однофазних, трифазних
і полігармонійних струмів**

Навчальний посібник

Дизайн обкладинки *В. Савельєва*

Технічний редактор *О. Гринюк*

Верстка *О. Данильченко*



Підписано до друку 27.03.2024 р.
Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Цифровий друк. Гарнітура Cambria.
Ум. друк. арк. 10,81. Наклад 300.
Замовлення № 0424-50.

Видавництво та друк: Олді+
65101, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
тел.: +38 (095) 559-45-45, e-mail: office@oldiplus.ua
Свідоцтво ДК № 7642 від 29.07.2022 р.

Замовлення книг:
тел.: +38 (050) 915-34-54, +38 (068) 517-50-33
e-mail: book@oldiplus.ua



Навчальний посібник спрямовано на поглиблення вивчення бакалаврами фундаментальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». В наданій першій частині посібника проаналізовані стаціонарні процеси у лінійних колах постійного, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів. В стислій формі узагальнено та викладено особливості методів аналізу електричних кіл, приведені характерні електричні кола, числові приклади розрахунків, індивідуальні завдання для виконання самостійної роботи, задачі та питання для самоконтролю отриманих знань. Наведено приклади розв'язання розрахунково-графічних робіт з аналізу кіл постійного струму, синусоїдального струму та трифазних кіл, надані методичні вказівки щодо їх виконання. Навчальний посібник дозволяє полегшити вивчення курсу «Теоретичні основи електротехніки» та є доповненням до лекційного та лабораторного курсу з цієї дисципліни.

Посібник призначений для здобувачів вищої освіти за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та може використовуватись інженерно-технічним персоналом при розрахунках електротехнічного обладнання підприємств гірничо-металургійного виробництва.

