ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»

АНАЛІЗ ТА УПРАВЛІННЯ РИЗИКАМИ

**методичні рекомендації
до самостійної роботи**

Запоріжжя 2024

metinvest polytechnic

УДК 330.131(072)

А64

Рекомендовано Науково-методичною радою
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол №3 від 24.01.2024 р.)

Укладач

Рагуліна Н.В., канд. екон. наук.

А64 **Аналіз та управління ризиками** : методичні рекомендації до самостійної роботи / уклад. Н. В. Рагуліна. Запоріжжя : ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2024. 26 с.

У методичних рекомендаціях наведено теоретичні та практичні аспекти щодо виконання самостійної роботи з дисципліни «Аналіз та управління ризиками»: історичні та теоретичні відомості теоргії ігр та побудова математичних моделей.

УДК 330.131(072)

Зміст

Вступ

Формалізація процесу розрахунку ризиків за допомогою теорії ігор допомагає підприємцям краще розуміти проблеми, з якими вони стикаються в цілому. Таким чином, теорія ігор є наукою, що вивчає ризики та яка сприяє вирішенню численних економічних завдань, пов'язаних із вибором оптимальних (найкращих) рішень, що відповідають обмеженням, які визначаються умовами конкретної проблеми. У методичних рекомендаціях до виконання самостійної роботи з дисципліни «Аналіз та управління ризиками» наведені теоретичні основи та практичні можливості для моделювання економічної безпеки через призму теорії ігор. Окремо розглядаються нові можливості, що відкриваються при моделюванні процесів економічної безпеки, наведено підходи та етапи реалізації пошуку рішень, що підкріплюється прикладами ефективного використання та підкреслюють значущість інструментів теорії ігор. Процес моделювання розглядається поетапно із зазначенням загальних та специфічних вимог, які є характерними для всієї моделі наслідків управлінських рішень у сфері економічної безпеки організації.

Після вивчення дисципліни студенти з урахуванням опанування даного матеріалу студенти отримають комплексне розуміння процесів управління ризиками та здобудуть навички використання отриманих знань для прийняття ефективних рішень в реальних умовах.

1. ІСТОРИЧНА ДОВІДКА

Підґрунтям для розвитку теорії ігор стали пошуки оптимальних рішень (стратегій), які в рамках математичного моделювання почали розробляти ще в XVIII столітті. Завдання виробництва в умовах олігополії, розглянуті французькими математиками-економістами Антуаном Курно і Жозефом Бертраном у XIX столітті, можна вважати практичними прикладами теорії ігор. Згодом угорський математик Абрахам Вальд запропонував деякі основоположні ідеї нового підходу до статистичної теорії прийняття рішень. Однак усі ці моделі прийняття рішень в економічних системах розглядали учасників як таких, що орієнтуються на збільшення власного прибутку і не враховують діяльність інших учасників економічної системи при прийнятті своїх рішень. Такі припущення ігнорували конкуренцію як один із основних факторів, що впливають на поведінку учасників ринку. Досліджуючи різні економічні моделі, вчені дійшли висновку, що діяльність учасника економічної системи найбільше нагадує гру проти інших гравців. Це підштовхнуло їх до ідеї трактувати економічну модель як приватний випадок гри, а її учасників, що змагаються між собою, - як гравців. Виправити таку ситуацію запропонували математики-економісти Джон фон Нейман (офіційно визнаний основоположником теорії ігор) та Оскар Морґенштерн. Вони розробили економічну модель як частковий випадок гри, де учасники виступають в ролі гравців і змагаються між собою. У 1944 році ці вчені оприлюднили свою працю «Теорія ігор і економічна поведінка», у якій було сформульовано наступне:

- визначення «гри» як діяльності двох або більше учасників, що має певні умови «виграшу» і «програшу», де учасники розпоряджаються ресурсами, взаємодіють між собою та приймають рішення, враховуючи поведінку інших гравців;
- математичний метод пошуку оптимальних стратегій гри, що забезпечують «виграш» з певною ймовірністю.

Далі теорію ігор розвивав американський математик Джон Форбс Неш, який у 1949 році, у 21 рік, написав дисертацію про теорію ігор, за яку пізніше отримав Нобелівську премію з економіки. У своїй роботі він розробив формулу рівноваги (пізніше названа «Рівновага Неша» або «некооперативна рівновага»), яка описує сукупність стратегій, у яких кожен учасник реалізує оптимальну стратегію, передбачаючи дії суперників. Теорія ігор знайшла застосування не тільки в економіці (для моделювання взаємин між постачальниками і споживачами, покупцями і продавцями, банками і клієнтами), а й у військовій справі, де з часів Другої світової війни її використовували для дослідження стратегічних рішень. Отже, інтерес до методів теорії ігор не згасає і сьогодні [1].

2. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Теорія ігор - це розділ математичної економіки, яка вивчає можливості вирішення конфліктів між гравцями та оптимальність їх стратегій. Для кожного гравця існує певний набір стратегій, які він може застосувати. При перетині стратегії декількох гравців утворюють певну ситуацію, в якій кожен гравець отримує певний результат, який називається виграшним, позитивним чи негативним.

Теорія ігор - це теорія математичних моделей, за яких інтереси учасників є різними та можуть бути досягнені різними способами.

Сутність теорії ігор полягає у встановленні оптимальної (в тому чи іншому сенсі) стратегії поведінки гравця в конфліктних ситуаціях.

Мета теорії ігор - передбачити результати стратегічних, оперативних ігор, коли учасники не мають повної інформації про наміри один одного.

Спрощена модель конфліктної ситуації називається грою. У той же час гра розуміється як певний процес, що складається з ряду дій, або "рухів".

Вирішити гру означає знайти ціну гри та оптимальні стратегії гравців. Правила гри визначають можливі варіанти дій гравців, обсяг інформації кожної сторони про дії іншої, результат гри, до якої призводить відповідна послідовність рухів.

У більшості ігор передбачається, що інтереси учасників піддаються кількісному опису, тобто результат гри (виграш) визначається певним числом.

Ходом теоретично ігор називається вибір однієї з допустимих правилами гри дій та її реалізація. Головним в ігровій моделі є те, що інша сторона – супротивник активно протидіє гравцю у виборі оптимального рішення, враховуючи зазначене, необхідно об'єктивно оцінювати його діяльність.

Гра відрізняється від реальної конфліктної ситуації тим, що вона проводиться за певними правилами.

Сторони, які беруть участь у конфлікті, називають "гравцями", результат "конфлікту" - "виграшем".

Конфлікт - це ситуація, в якій стикаються інтереси двох або більше сторін, які переслідують різні (іноді протилежні) цілі.

Класифікація ігор визначається відповідно до вибраних критеріїв. Ігри розрізняють в залежності від кількості гравців, кількості стратегій, з точки зору властивостей виграшних функцій, можливостей взаємодії між гравцями та інше.

В залежності від кількості гравців ігри поділяють на парні (участь беруть два гравці) та множинні (участь беруть більше, ніж два гравці).

В залежності від кількості стратегій вирізняються скінченні та нескінченні ігри. У скінченних іграх кількість можливих стратегій - це скінченне число (при підкиданні монети - дві стратегії, при підкиданні грального кубика - шість стратегій), у нескінченних іграх кількість стратегій є нескінченною величиною. Стратегії в скінченних іграх прийнято називати чистими стратегіями.

В залежності від обмежень на суму виграшів, розрізняють ігри з нульовою сумою та ігри з довільною сумою. Якщо виграш одного гравця дорівнює програшу іншого, то гру називають грою з нульовою сумою. Такі ігри характеризуються протилежними інтересами сторін, а виграш одного гравця певної суми означає, що цю суму втрачає інший гравець (набір інших гравців), що визначає ситуацію конфлікту. Тому такі ігри часто називають антагоністичними.

За видом функцій виграшу ігри діляться на: матричні, біматричні, неперервні, опуклі та інші.

Для матричних ігор доведено, що будь-яка з них має рішення, яке можна знайти шляхом зведення гри до задачі лінійного програмування.

Матрична гра - це скінченна гра двох гравців із нульовою сумою, у якій задано виграш гравця 1 у вигляді матриці (рядок матриці відповідає номеру стратегії гравця 1, яка застосовується, а стовпчик - номеру обраної стратегії гравця 2; на перетині рядка та стовпчика матриці міститься виграш гравця 1, що відповідає обраним гравцями стратегіям). У випадках, коли задачу зведено до матричної форми, можна ставити питання про пошук оптимальних стратегій. Для цього необхідно розглянути поняття верхньої і нижньої ціни гри.

Нижня ціна гри показує, що хоч би яку стратегію застосовував гравець В, гравець А гарантує собі виграш, не менший за А.

Верхня ціна гри гарантує для гравця В, що гравець А не отримає виграш, більший за β.

Рішенням (розв’яанням) матричної гри є сідлова точка. У цій точці найбільший із мінімальних виграшів гравця А точно дорівнює найменшому з максимальних програшів гравця В, тобто мінімум у якомусь рядку матриці збігається з максимумом у будь-якому стовпчику.

Під час аналізу матриці платежів можливі два випадки оцінки вибору:

1) платіжна матриця має сідлову точку. Оскільки ми прийняли умову максимальної розумності гравців, то саме ці рядок і стовпчик являють собою оптимальні стратегії гравців. Якщо один із гравців використовує оптимальну стратегію, то іншому гравцеві невигідно відступати від своєї оптимальної стратегії. Тобто стратегії, що відповідають сідловій точці, є найбільш вигідними для обох гравців;

2) платіжна матриця не має сідлової точки. Це є найпоширенішим випадком, для якого пропонується керуватися так званими мішаними стратегіями, тобто тими стратегіями, в яких випадковим чином чергуються особисті стратегії.

Біматрична гра - це скінченна гра двох гравців з ненульовою сумою, у якій виграші кожного гравця задаються матрицями окремо для відповідного гравця (у кожній матриці рядок відповідає стратегії гравця 1, стовпчик - стратегії гравця 2, на перетині рядка та стовпчика в першій матриці міститься виграш гравця 1, у другій матриці - виграш гравця 2).

Неперервною вважається гра, у якій функція виграшів кожного гравця є неперервною. Доведено, що ігри цього класу мають розв'язки, але на сьогодні прийнятних методів їх знаходження не розроблено.

В економіці іноді виникають ситуації, коли ефективність рішення одного учасника залежить від рішень, які приймаються іншими учасниками. Такі ситуації називаються конфліктами. Теорія ігор займається побудовою математичних моделей для аналізу конфліктних ситуацій та розробки методів вирішення проблем, що виникають у цих ситуаціях.

Одна з особливостей конфліктних ситуацій полягає в тому, що гравці можуть діяти не тільки свідомо, а й випадковим чином. Наприклад, у грі з природою один з учасників, що є гравцем 1, ухвалює рішення, а інший учасник, природа, діє випадковим чином і не має конкретної мети. У грі з природою гравець 1 ухвалює рішення, а природа випадковим чином обирає свій наступний хід. Така гра використовується для аналізу ситуацій, де гравці не можуть повністю контролювати свої дії або не знають усіх параметрів гри. У таких випадках, гравець 1 має обирати стратегію, яка дозволяє йому максимізувати свої виграші за будь-яких можливих ходів природи. Таким чином, теорія ігор є важливим інструментом для аналізу конфліктних ситуацій в економіці та може використовуватися для прийняття рішень у різних сферах, таких як бізнес, політика та наука.

Термін "природа" в контексті теорії ігор означає об'єктивну реальність, але його не слід розуміти буквально. Деякі ситуації можуть бути пов'язані з реальними природними факторами, такими як погодні умови або стихійні лиха, але в більшості випадків природа є абстрактною концепцією.

У деяких випадках природу можна трактувати як конкурентне середовище, наприклад, ринок цінних паперів, який протистоїть інвестору. У таких випадках знання оптимальних стратегій природи допомагає гравцеві 1 визначити найбільш сприятливі умови, які можуть очікувати його в майбутньому, та оцінити необхідні ресурси для досягнення своїх цілей.

Застосування методів теорії ігор до портфельного аналізу дає змогу розглядати взаємодію між різними активами та інвесторами як гру, в якій кожен учасник прагне одержати максимальну вигоду для себе за умови обмеженості ресурсів і наявності конкуренції з боку інших учасників. Використання такого підходу дає змогу виявити оптимальні стратегії для формування інвестиційного портфеля та прогнозувати поведінку інших учасників на ринку.

Для формування інвестиційного портфеля інвестор повинен врахувати свої цілі та ставлення до ризику. Цілі можуть бути різними: отримання стабільного доходу, захист від інфляції, максимізації прибутковості тощо. Ставлення до ризику може бути консервативним, агресивним або помірним, залежно від того, наскільки інвестор готовий ризикувати інвестиціями. Вибір активів для інвестицій також повинен здійснюватися з урахуванням цілей та ставлення до ризику. Інвестор може вибирати різні типи активів, такі як акції, облігації, кошти тощо. Важливо враховувати характеристики кожного активу, такі як прибутковість, ризики, ліквідність тощо.

Під час формування інвестиційного портфеля також необхідно враховувати різні періоди інвестування. Інвестор може обрати короткострокові, середньострокові або довгострокові інвестиції залежно від своїх цілей і ставлення до ризику. Портфельне інвестування дає змогу інвестору планувати, оцінювати та контролювати результати своєї інвестиційної діяльності. Мета портфельного інвестування полягає в поліпшенні умов інвестування шляхом комбінування різних активів, щоб отримати найбільш вигідний результат для інвестора. За допомогою методів теорії ігор можна проаналізувати дії інвестора, який прагне до отримання найвигіднішого результату під час інвестування в цінні папери. Теорія ігор допомагає проаналізувати такі дії в контексті вже наявних портфелів інвестора.

Застосовуючи метод "Гра з природою" для інвестування цінних паперів на український ринок, ви можете визначити оптимальні стратегії для інвесторів. Для цього аналізуються портфелі, які мають мінімальний ризик для різних видів інвесторів. З усіх ефективних наборів портфелів вибираються ті, які вважаються оптимальними відповідно до зазначених критеріїв. Таким чином, інвестиції та теорія ігор портфелів можуть бути корисними для визначення оптимальних інвестиційних стратегій цінних паперів на фондовому ринку. Аналіз портфелів з мінімальним ризиком для різних типів інвесторів дозволяє вибрати найбільш ефективні портфелі, які забезпечують максимальний дохід з мінімальним ризиком.

Припустимо, що природа діє на відміну від інтересів інвестора і намагається якомога більше завдати йому шкоди. Виходячи з цього припущення, ви можете оцінити дохід інвестора у випадку, якщо час буде грати на стороні природи.

Для цього інвестор може використовувати три чисті стратегії:

1. Агресивний портфель. Інвестор грає на ринку цінних паперів з агресивним портфелем, який може забезпечити високу прибутковість, але також несе великі ризики.

2. Збалансований портфель. Інвестор працює з збалансованим портфелем, який передбачає більш консервативний підхід та зменшення ризиків, але також може забезпечити меншу прибутковість.

3. Пасивний портфель. Інвестор формує лише пасивний портфель, який не потребує активного управління і може забезпечити стабільний, але не високий дохід.

Використовуючи ці три стратегії, інвестор може оцінити можливий дохід за умов, коли природа намагається максимально нашкодити його інтересам. Якщо гра немає точки, в якій можливе досягнення максимального виграшу для всіх гравців, то для підвищення доходу необхідно використовувати кілька чистих стратегій, а не тільки одну. Іншими словами, гравець повинен чергувати різні чисті стратегії кожної партії, щоб максимізувати свій виграш [3]. Інвестору не варто обмежувати свій вибір лише одним портфелем на певний період. Це пов'язано з тим, що можливість використовувати всі доступні варіанти портфелів цінних паперів сприяє підвищенню прибутковості, слідуючи оптимальним змішаним стратегіям. Якщо активи, що входять до складу портфелів, підвисяться в ціні за період, що розглядається, обраний план дозволить збільшити дохід. Оптимальним критерієм прийняття рішення є максимізація математичного очікування виграшу, що ґрунтується на відомому розподілі ймовірностей різних станів природи.

Можна зробити висновок, що різні методи теорії ігор призводять до майже ідентичних рекомендацій щодо дій інвестора. Однак є різниця у використанні змішаних стратегій: в одному випадку можна задіяти всі три оптимальні портфелі, а в іншому – лише один найбільш вигідний. При виборі змішаної стратегії інвестору вигідніше вибирати стратегії, ґрунтуючись на періодах інвестування. У результаті при короткострокових інвестиціях найбільш вигідним є агресивний портфель, при середньострокових - збалансований, а при довгострокових - пасивний портфель.

Нині інвестори часто використовують методи портфельного аналізу на формування оптимального інвестиційного портфеля, обираючи активи українських емітентів залежно від типу портфеля: агресивного, збалансованого чи пасивного. Прибутковість і ризик портфелів змінюються в залежності від терміну інвестування в активи, що може як збільшити доходність вкладника, так і спричинити втрати [5].

Хоча неможливо точно прогнозувати поведінку активів на ринку цінних паперів у певний момент часу через безліч факторів, що впливають на динаміку емітентів, що котируються, інвестору вигідно сформувати агресивний портфель на короткостроковий період часу, збалансований портфель на середньостроковий період часу і пасивний портфель на довгостроковий період часу. Щоб визначити оптимальні стратегії та отримати максимальний гарантований дохід, інвестори можуть використати методи теорії ігор замість спроб прогнозувати поведінку активів на ринку цінних паперів. Це дозволяє інвестору досягти максимальної прибутковості портфеля незалежно від терміну інвестування, що використовується.

Використовуючи методи теорії ігор, прогнозування зміни кон'юнктури на ринку цінних паперів допомагає інвесторам визначити оптимальну стратегію для різних періодів часу, що сприяє підвищенню очікуваної дохідності в умовах ризику і невизначеності. Завдяки теорії ігор було розроблено методологію, яка дозволяє пояснити раніше незрозумілі явища та враховувати асиметричну інформацію та стратегічну взаємодію при аналізі.

Найбільш поширеними є парні ігри, які ми і будемо розглядати. Позначимо учасників гри, як A і B. Під грою будемо розуміти певну послідовність дій (ходів) гравців A і B, що відбувається згідно з чітко визначеними правилами. У більшості ігор передбачається, що інтереси гравців можна описати кількісно, тобто результат гри (виграш) визначається певним числовим значенням. Стратегією гравця називають план, за яким він робить вибір у будь-якій ситуації та за будь-якої наявної інформації. Метою теорії ігор є створення рекомендацій для гравців, тобто визначення для них оптимальної стратегії. Оптимальною вважається така стратегія, яка при багаторазовому повторенні гри забезпечує максимальний середній виграш для гравця. Тепер складаємо матрицю А:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Рядки матриці відповідають стратегіям A_i, стовпці — стратегіям B_j. Матриця А називається платіжною або матрицею гри. Кожен елемент аij цієї матриці відображає виграш гравця А, якщо він вибрав стратегію A_i, а гравець В — стратегію B_j. При цьому кожен гравець прагне максимізувати свій виграш. Числові значення в матриці можуть бути як додатними, так і від'ємними або рівними нулю. Якщо $a_{ij}>0$, то це відповідає виграшу j-го гравця, якщо $a_{ij}<0$, то програшу, при $a_{ij} = 0$ — нічия. У більшості випадків ми маємо ігри з нульовою сумою $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = o$, *i=1,...,m*. У таких іграх загальний виграш просто перерозподіляється між гравцями без зовнішнього фінансування. Гра з нульовою сумою означає, що сума виграшу всіх учасників у кожному раунді дорівнює нулю. Прикладом таких ігор є багато економічних задач, де виграш між гравцями лише розподіляється, але не змінюється загальна сума. В іншому випадку ми маємо справу з іграми з ненульовою сумою.

Нехай гравець А вибирає стратегію A_i; тоді в найгіршому випадку (наприклад, якщо вибір стане відомим гравцеві В) він отримає виграш, рівний *min* a_{ij}. Передбачаючи таку ситуацію, гравець А повинен вибрати таку стратегію, щоб максимізувати свій мінімальний виграш α : $\alpha = \max \min a_{ij}$. Величина α - це гарантований виграш гравця А і вона називається нижньою ціною гри. Стратегія A_{i0}, що забезпечує отримання α , називається максімінною.

Гравець В, обираючи свою стратегію, керується таким принципом: при виборі стратегії B_i його програш не буде більшим за максимальне значення серед елементів відповідного стовпця матриці, тобто він буде меншим або рівним значенню $max\ a_{ij}$. Розглядаючи безліч $max\ a_{ij}$ для різних результатів *j,* гравець, природно, вибирає таке значення *j*, при якому його максимальний програш β мінімізується: $\beta = minmax\, a_{ij}$.

Величина β називається верхньою ціною ігри, а відповідна виграшу β стратегія β_{j0} - мінімаксною. У разі, якщо $\nu = \alpha = \beta$, то матрична гра називається *грою з сідловою точкою*, а значення ν називається *ціною гри*. Сідловій точці відповідають оптимальні стратегії обох гравців, а їхня сукупність є рішенням гри, яке має таку властивість: якщо один з гравців обирає свою оптимальну стратегію, то для іншого відхилення від цієї стратегії не приносить вигоди. Тому, якщо гра має сідлову точку, рішення гри є визначеним. Однак виникає питання, як знайти рішення для ігор, матриці яких не мають сідлової точки. У цих іграх $\alpha < \beta$. Пошук рішення полягає в тому, що гравці використовують не одну, а кілька стратегій, вибираючи їх випадковим чином. Такий випадковий вибір стратегій гравцем називається мішаною стратегією.

У грі, матриця якої має розмірність $m \times n$, стратегії гравця А задаються наборами ймовірностей $X=(x_1,x_2,\ldots,x_m)$, із якими гравець застосовує свої початкові чисті стратегії, при цьому $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x_i \geq 0$. Аналогічно визначаються стратегії гравця В – набір ймовірностей Y=(y1,y2,…,yn), $\sum_{i=1}^{n} y_i = 1, y_i \geq 0$. Основна теорема теорії ігор стверджує, що кожна скінченна гра має принаймні одне рішення, яке може бути знайдено в рамках мішаних стратегій. Використання оптимальної стратегії дозволяє отримати виграш, що дорівнює ціні гри: $\alpha \leq \nu \leq \beta$.

Задача вирішення гри, якщо її матриця не містить сідлової точки, стає складнішою зі збільшенням значень *m* і *n*. Тому в теорії матричних ігор розглядаються методи, які дозволяють зводити рішення одних ігор до вирішення інших, більш простих (зокрема, через зменшення розмірності матриці). Зменшити розмірність матриці можна, виключивши дублюючі стратегії та свідомо невигідні домінуючі стратегії.

Дублюючими вважаються стратегії, які мають однакові значення елементів платіжної матриці, тобто, матриця містить однакові рядки або стовпці. Якщо всі елементи i-го рядка матриці менші за відповідні елементи k-го рядка, то i-та стратегія для гравця A називається домінуючою. Якщо ж елементи r-го стовпця матриці більші за відповідні елементи j-го стовпця, то стратегія Br для гравця B є домінуючою.

Отже, при вирішенні гри $m \times n$, слід:

1) перевірити, чи є в матриці сідлова точка;

2) якщо сідлової точки немає, порівняти елементи рядків і стовпців для виключення дублюючих та домінуючих стратегій.

Таким чином, слід зробити висновок, що наразі існує чимало способів оцінки ризиків, і в майбутньому з'являтимуться нові, але в той же час моделі теорії ігор є одними з найбільш ефективних засобів оцінки ризиків. За допомогою математичних методів та спеціалізованого підходу до оцінки ризиків теорія ігор дозволяє знаходити оптимальні стратегії в різних сферах, включаючи використання її для прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику на фінансових ринках. Теорія ігор є додатковим інструментом для аналізу активів, і її не можна використовувати як єдиний критерій. Для повнішого аналізу необхідно комбінувати фундаментальний, технічний та теоретико-ігровий аналіз.

3. Критерії оцінки ризиків

Основними критеріями, що застосовуються для вибору рішення з мінімальним ризиком (оптимального рішення), є критерії Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца. Розберемо застосування цих критеріїв теорії ігор в оцінці ризиків на прикладі з одним гравцем: Директор торгової компанії «Apple», планує випустити партію нових телефонів, він може розмістити весь новий товар у 5 торгових точках: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Успіх компанії багато в чому залежить від того, як складеться ситуація на ринку послуг. Експерти виділяють 4 можливі варіанти розвитку ситуації: B_1, B_2, B_3, B_4. Оцінки прибутку компанії за кожної ситуації представлені матрицею виграшів A (млн грн./рік). Вихідні дані щодо можливих варіантів виграшів представлені в таблиці 1.

Таблиця 1

Вихідні дані щодо можливих варіантів виграшів

Торгові точки	Варіанти розвитку подій			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	6	7	5	7
A_2	7	6	4	5
A_3	8	6	7	8
A_4	7	8	6	5
A_5	3	8	5	9

Розглянемо основні критерії, що дозволяють обирати оптимальну альтернативу для ухвалення рішення. Згідно з критеріями Лапласа, які ґрунтуються на припущенні, що кожен варіант розвитку ситуації є рівноймовірним. Тому для прийняття рішення необхідно розрахувати функцію корисності А для кожної альтернативи. Вибирається та альтернатива, на яку функція корисності максимальна.

$$A_1 = ¼ * (6 + 7 + 5 + 7) = 6,25;$$
$$A_2 = ¼ * (7 + 6 + 4 + 5) = 5,5;$$
$$A_3 = ¼ * (8 + 6 + 7 + 8) = 7,25;$$
$$A_4 = ¼ * (7 + 8 + 6 + 5) = 6,5;$$
$$A_5 = ¼ * (3 + 8 + 5 + 9) = 6,25.$$

Видно, що функція корисності максимальна для альтернативи A_3, отже з торгових точок A_3 може дати найбільший прибуток, отже, альтернативу A_3 раціональніше прийняти. Критерій Вальда ґрунтується на припущенні, що найімовірніше станеться найгірший варіант розвитку ситуації. Отже, необхідно вибрати найменше число в кожному рядку матриці виграшів і вибрати ту альтернативу, для якої цей показник максимальний. Для нашого прикладу:

$$A_1 = 5;$$
$$A_2 = 4;$$
$$A_3 = 6;$$
$$A_4 = 5;$$
$$A_5 = 3.$$

Легко бачити, що функція корисності максимальна для альтернативи A_3, отже з торгових точок A_3 може дати найбільший прибуток, отже, альтернативу A_3 раціональніше прийняти. Критерій Вальда ґрунтується на припущенні, що найімовірніше станеться найгірший варіант розвитку ситуації. Отже, необхідно вибрати найменше число в кожному рядку матриці виграшів і вибрати ту альтернативу, для якої цей показник максимальний. Для нашого прикладу:

Таблиця 2

Матриця втрат за критеріями Севіджа

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	1	2	2
A_2	1	2	3	4
A_3	0	2	0	1
A_4	1	0	1	4
A_5	5	0	2	0

Далі, кожної альтернативи визначаємо величини B, рівні максимальному ризику і вибираємо ту альтернативу, на яку максимальний ризик мінімальний. У прикладі:

$$A_1 = 2;$$
$$A_2 = 4;$$
$$A_3 = 2;$$
$$A_4 = 4;$$
$$A_5 = 5.$$
(мінімально $A_1 = 2$, $A_3 = 2$).

Потрібно ухвалити рішення $A_1 = 2$ або $A_3 = 2$, оскільки у цьому варіанті відхилення ризику від мінімального найменше з максимальних, тобто у торгових точках A_1 та A_3 можливі втрати прибутку становитимуть 2 млн грн./рік, що є найменшою величиною з максимально можливих втрат при настанні ризикової події. Критерій Гурвіца є найуніверсальнішим методом, який дозволяє керувати ступенем «оптимізму – песимізму» компанії (гравця А). Введемо деякий коефіцієнт α, який назвемо коефіцієнтом оптимізму, він показує ймовірність, з якою станеться найкращий для компанії результат. Виходячи з цього, найгірший варіант очікується з ймовірністю (1-α). Коефіцієнт довіри показує, наскільки компанія може керувати ситуацією. Припустимо, що з нашого прикладу компанія досить впевнена у позитивному результаті оцінює ймовірність максимального успіху в α = 0,6. Використовуючи інформацію таблиці 1, маємо:

$$A_1 = 7 * 0{,}6 + 5 * (1 – 0{,}6) = 6{,}2;$$
$$A_2 = 7 * 0{,}6 + 4 * 0{,}4 = 5{,}8;$$
$$A_3 = 8 * 0{,}6 + 6 * 0{,}4 = 7{,}2;$$
$$A_4 = 8 * 0{,}6 + 5 * 0{,}4 = 6{,}8;$$
$$A_5 = 9 * 0{,}6 + 3 * 0{,}4 = 6{,}6.$$

За підсумками проведеного аналізу з прикладу, компанії (гравець А) слід вибрати альтернативу A_3, тобто найменший ризик, що партія нічого очікувати реалізована в торгової точки A_3.

3. ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Найпростіша матрична гра – це гра, в якій кожен із гравців має дві стратегії. Матриця А гри має вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

Якщо сідлової точки немає, то рішенням гри є змішані стратегії $X = (x_1, x_2)$, $Y = (y_1, y_2)$. Відповідно до основної теореми теорії ігор, застосування оптимальної стратегії $X = (x_1, x_2)$ забезпечує для гравця А отримання виграшу за будь-яких стратегій гравця В. Оптимальна стратегія для гравця також є змішаною. Тому, якщо гравець А обирає свою оптимальну стратегію, він може використовувати одну з чистих стратегій, і величина його виграшу залишатиметься незмінною.

Запишемо систему рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 = \nu \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 = \nu \end{cases},$$

оскільки $x_1+x_2=1$, то рішення має наступний вигляд:

$$x_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};\ x_2 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};$$

$$\nu = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

Склавши аналогічну систему рівнянь, можна знайти оптимальну стратегію для гравця В:

$$y_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};\ y_2 = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

Розглянемо застосування математичних моделей теорії ігор на конкретних прикладах.

Задача 1: Знайти рішення гри, заданою матрицею: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Рішення: Знайдемо нижню та верхню ціну гри:

$$\alpha = \max\min a_{ij} = \max(1{,}1) = 1,$$

$$\beta = \min\max a_{ij} = \min(2{,}3) = 2,$$

тобто $\alpha = 1, \beta = 2$, отже, матриця не має сідлової точки.

За формулами маємо оптимальні стратегії та ціну гри:

$$x_1 = \frac{1-2}{1+1-3-2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3};\quad x_2 = \frac{1-3}{1+1-3-2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3};\quad \nu = \frac{1*1-3*2}{1+1-3-2} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3};$$

$$y_1 = \frac{1-3}{1+1-3-2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3};\quad y_2 = \frac{1-2}{1+1-3-2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}.$$

Або остаточно у формі:

$$X = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right),\ Y = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right),\ \nu = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

Задача 2: Розглянемо дві конкуруючі компанії А та В, які випускають однакову продукцію I та II типів, які вироблені з двох матеріалів: пластик або алюміній. Дослідження попиту споживачів показало, що якщо виготовлені вироби I або II типів з пластику, то 40% покупців обирають I тип з пластику та інші 60% - II тип з пластику. Якщо ж виготовлені вироби I типу з пластику та II типу з алюмінію, то споживач обирає з ймовірністю

90% I тип виробів з пластику. У випадку, якщо виготовлені вироби I типу з алюмінію та II типу з пластику, то 70% покупців обирують вироби з алюмінію. Якщо ж виготовлені вироби I та II типів з алюмінію, то 20% покупців обирають I тип з алюмінію.

Побудувати матричну гру та знайти оптимальні стратегії гравців та ціну гри.

Рішення. Складемо матрицю гри з позиції гравця А.

Таблиця 3.

Матриця ігри задачі 2.

A \ B	II пластик	II алюміній	α_i
I пластик	-20	80	-20
I алюміній	40	-60	-60
β_j	40	80	-

Знайдемо нижню та верхню ціну гри:

$$\alpha = \max \min a_{ij} = \max(-20,-60) = -20,$$

$$\beta = \min \max a_{ij} = \min(40,80) = 40,$$

тобто $\alpha = -20, \beta = 40$, отже, матриця не має сідлової точки.

За формулами маємо оптимальні стратегії та ціну гри:

$$x_1 = \frac{-60-40}{-20-60-80-40} = \frac{-100}{-200} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{-20-80}{-20-60-80-40} = \frac{-100}{-200} = \frac{1}{2};$$

$$\nu = \frac{-20*(-60)-40*80}{-20-60-80-40} = \frac{-2000}{-200} = 10;$$

$$y_1 = \frac{-60-80}{-20-60-80-40} = \frac{-140}{-200} = \frac{7}{10}; y_2 = \frac{-20-40}{-20-60-80-40} = \frac{-60}{-200} = \frac{3}{10}.$$

Або в остаточному вигляді:

$$X = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right),\ Y = \left(\frac{7}{10}, \frac{3}{10}\right),\ \nu = 10.$$

Таким чином, при оптимальних стратегіях, вироби компанії А слід виготовлять вироби з пластику та алюмінію у рівних пропорціях, а компанії В слід 70% виробів виготовляти з пластику та 30% - з алюмінію. При цьому виграє компанія А і величина її виграшу складає 10 одиниць.

Задача 3: Двох кролів, великого і маленького, посадили в приміщення з важелем на одному кінці і годівницею на іншому кінці. Щоб отримати корм, один з кролів повинен натиснути на важіль. Коли кроль натискає на важіль, дозатор подає в годівницю 12 одиниць корму. Якщо до годівниці першим добереться великий кроль, то маленький отримає тільки залишки їжі, еквівалентні 2 одиницям. Якщо маленький кроль буде знаходитися біля годівниці першим, то зможе з'їсти 6 одиниць. Якщо обидва кролі знаходяться біля годівниці одночасно, то маленький отримає 4 одиниці. Складіть матрицю перемог для великого кроля.

Рішення: Позначимо гравців: гравець А - великий кроль, гравець Б - маленький кроль і розглянемо стратегії гравців:

A1 - великий кроль був біля годівниці першим;

A2 - великий кроль перебував біля годівниці одночасно з маленьким;

A3 - великий кроль опинився біля годівниці пізніше, ніж маленький;

Q1 - маленький кроль першим добіг до годівниці;

Q2 - маленький кроль перебував біля годівниці одночасно з великим;

Q3 - маленький кроль опинився біля годівниці пізніше, ніж великий.

Складемо матрицю виграшів для першого гравця - великого кроля.

Таблиця 4.

Модель створення рішення матричної ігри до задачі 3.

Великий кроль/ маленький кроль	**питання 1**	**питання 2**	**питання 3**
Відповідь 1	Великий кроль прийшов першим, маленький кроль прийшов першим - ситуація неможлива, тому виграш 0	Великий кроль прийшов першим, а маленький прийшов в той же час, що і перший - ситуація неможлива, тому виграш 0	Першим прийшов великий, а другим - маленький, потім другий кроль отримує залишки їжі, що дорівнюють 2 одиницям, тому перший кроль з'їсть 12-2=10 одиниць їжі
Відповідь 2	Великий кроль дебереться до годівниці в той же	Великий кроль потрапить до годівниці	Великий кроль потрапить до годівниці в той же

	час, що і маленький, а маленький кроль потрапить туди раніше великого - ситуація неможлива, тому приріст дорівнює 0	одночасно з маленьким, а маленький кроль потрапить до годівниці одночасно з великим, а це означає, що маленький отримає 4 одиниці їжі, тому приріст першого кроля становить 12-4=8 одиниць їжі	час, що і маленький, а маленький кроль прийде другим - ситуація неможлива, тому віддача дорівнює 0
Відповідь 3	Великий кроль прийшов другим, а маленький – першим, це означає, що маленький кроль з'їдає 6 одиниць їжі, тоді перший з'їсть 12-6=6 одиниць їжі	Велика свиня прийшла другою, а маленька свиня прийшла в той же час, що і перша - ситуація неможлива, тому виграш 0	Велика свиня прийшла другою, а маленька свиня теж прийшла другою - ситуація неможлива, тому виграш 0

У підсумку матриця виграшів приймає вигляд (див. табл. 5).

Таблиця 5.

Матриця ігри до задачі 3.

Великий кроль/ маленький кроль	**питання 1**	**питання 2**	**питання 3**
Відповідь 1	0	0	10
Відповідь 2	0	8	0
Відповідь 3	6	0	0

3.1. ЗАСТОСУВАННЯ MS EXCEL

Розглянемо реалізацію знаходження оптимального рішення матричної гри 2х2 за допомогою MS EXCEL. На малюнку 3 знайдено рішення задачі 1, отримане третім способом.

Приклад. Для даної матриці гри визначити оптимальні стратегії гравців та ціну гри:	A=	1	3
		2	1
Розв'язання:			
Рішенням гри є змішані стратегії гравців A та B:	X=	1/3	2/3
	Y=	2/3	1/3
з ціною гри :	v=	1 2/3	

Малюнок 1. *Реалізація рішення задачі 1 за допомогою MS EXCEL.*

Задача 4. Задача 4. Нехай підприємства А та В виготовляють посуд з кераміки. Підприємство А надає свою продукцію для продажу лінійці гіпермаркетів «Епіцентр» (стратегія А1) та «Метро» (стратегія А2), підприємство В також притримується аналогічної лінії постачання своєї продукції з відповідними стратегіями В1 та В2. Залежно від якості виготовленої продукції кожне з підприємств може залучити певний відсоток клієнтів конкуруючого підприємства. Визначити оптимальні стратегії підприємств-гравців та ціну гри за платіжною матрицею А (відсоток залучених або втрачених клієнтів):

	A	B	C	D	E
1	**Задача 4.** Нехай підприємства А та В виготовляють посуд з кераміки. Підприємство А надає свою продукцію для продажу лінійці гіпермаркетів «Епіцентр» (стратегія А1) та «Метро» (стратегія А2), підприємство В також притримується аналогічної лінії постачання своєї продукції з відповідними стратегіями В1 та В2. Залежно від якості виготовленої продукції кожне з підприємств може залучити певний відсоток клієнтів конкуруючого підприємства. Визначити оптимальні стратегії підприємств-гравців та ціну гри за платіжною матрицею А (відсоток залучених або втрачених клієнтів):		A=	7	-3
2				-4	6
3	**Розв'язання:**				
4	Рішенням гри є змішані стратегії гравців A і B		X=	1/2	1/2
5					
6			Y=	4/9	5/9
7					
8	з ціною гри:		v=	11/2	

Малюнок 2. Реалізація рішення задачі 4 за допомогою MS EXCEL.

ВИСНОВКИ

Теорія ігор є найпоширенішим методом. Багато економічних процесів можуть бути змодельовані, і знайти рішення можна тільки при використанні теорії ігор. Дослідження свідчить про можливість застосування теорії ігор для моделювання наслідків управлінських рішень економічної безпеки організації. Концептуальна модель визначає вхідні та вихідні параметри. Модель, отриману в результаті вирішення гри, можна багаторазово використовуватиме отримання статистичних результатів, необхідні імітаційного моделювання. Враховуючи складність моделювання процесів, пов'язаних з безпекою, це дослідження показує можливість застосування методу теорії ігор, показуючи основний алгоритм формування моделі і не закриваючи обмеження, які неминуче з'являються при вирішенні конкретних завдань. Використання теорії ігор неможливе без аналізу результатів фахівцями з безпеки. Такі фахівці повинні мати компетенції в моделюваному процесі. Результат у вигляді запобіганих збитків зрозумілий менеджерам усіх рівнів і є прийнятним для оцінки ефективності систем безпеки.

Саме тому, дані методичні рекомендації з дисципліни «Аналіз та управління ризиками» є актуальними до вивчення студентами в якості самостійної роботи.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Савчук В. Ризик-менеджмент. Київ : Лабораторія, 2024. 304 с.

2. Савчук В., Ковальов Д. Стратегування в умовах невизначеності. Київ : Лабораторія, 2024. 206 с.

3. Вітлінський В. В., Верченко П. І., Сігал А. В., Наконечний Я. С. Економічний ризик: ігрові моделі : навч. посібник. Київ : КНЕУ, 2022. 446 с.

4. Кучеренко В. Р., Карпов В. А., Карпов А. В. Економічний ризик та методи його вимірювання : навчальний посібник. Одеса, 2021. 200 с.

5. Вітлінський В. В., Великоіванченко Г. І. Ризикологія в економіці та підприємництві : монографія. Київ : КНЕУ, 2020. 480 с.

6. Міхайловський Г. М. Математика для економістів. Київ : КНЕУ, 2019.

7. Нестеренко В. В. Економіко-математичні методи та моделі. Львів : ЛНУ, 2000.

8. Черняк О. І., Мельник Т. Ю. Математичне моделювання економічних процесів. Одеса : ОНУ, 2020.

Навчально-методичне видання

Рагуліна Надія Вікторівна

АНАЛІЗ ТА УПРАВЛІННЯ РИЗИКАМИ:

методичні рекомендації
до виконання самостійної роботи

самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції