


ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА:

методичні рекомендації
до виконання лабораторних робіт



УДК 531.2/3
Т30

Рекомендовано Науково-методичною
радою ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ
ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол № 7 від 4.06.2026 р.)

Укладачі

Кайдаш М. Д., канд. техн. наук, доцент.

Кайдан В. П., старший викладач.

Т30 Теоретична механіка: методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт / уклад.: М.Д. Кайдаш, В.П. Кайдан. Запоріжжя: ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2026. 33 с.

У методичних рекомендаціях наведено тематику лабораторних робіт, основні теоретичні відомості, методичні пояснення щодо порядку проведення лабораторних робіт, критерії оцінювання, вимоги до оформлення звітів та питання для самоперевірки для студентів спеціальності G9 Прикладна механіка усіх форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.

УДК 531.2/3

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2026

ЗМІСТ



ВСТУП.....	4
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 Визначення коефіцієнтів тертя ковзання ..	5
1.1 Теоретичні відомості	5
1.2 Порядок виконання роботи	11
1.3 Питання для самоперевірки.....	14
1.4 Перелік рекомендованих джерел	14
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 Визначення моменту інерції мас тіла складної форми	15
2.1 Теоретичні відомості	15
2.2 Порядок виконання роботи	17
2.3 Питання для самоперевірки.....	19
2.4 Перелік рекомендованих джерел	19
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 Визначення центра удару тіла, що обертається навколо нерухомої осі.....	20
3.1 Теоретичні відомості	20
3.2 Порядок виконання роботи	23
3.3 Питання для самоперевірки.....	25
3.4 Перелік рекомендованих джерел	25
ДОДАТКИ	26



ВСТУП

Метою виконання лабораторних робіт з теоретичної механіки є:

- перевірка основних фізичних положень (законів) статички та динаміки: визначення коефіцієнтів тертя ковзання; визначення моменту інерції мас тіла складної форми; визначення центра удару тіла, що обертається навколо нерухомої осі;
- набуття практичного досвіду роботи з лабораторним обладнанням;
- розвиток навичок математичної обробки отриманих експериментальних результатів.

Структурно методичні вказівки для виконання лабораторних робіт складаються з теоретичної частини, опису експериментальної установки, послідовності виконання роботи, контрольних питань та форми звіту до виконання лабораторної роботи.

Результатом виконання кожної лабораторної роботи є оформлений за вимогами та завантажений в платформу Moodle звіт, що містить титульний лист та протокол випробувань. Звіт виконується у вигляді документів з розширенням: .docx, або pdf, або .jpg. Максимальна оцінка, яку здобувач може отримати за виконання кожної лабораторної роботи, становить 5 балів.

Складники максимальної оцінки: 1) оцінювання оформленого звіту – максимум 3 бали; 2) рівень засвоєння теоретичного матеріалу лабораторної роботи, що визначається в результаті спілкування студента з викладачем – максимум 2 бали.

При виправленні студентом незначних недоліків в розрахунках або оформленні звіту і повторному завантаженні виправленої роботи не пізніше тижня після її запланованого виконання, максимальна оцінка не знижується.

Перш ніж розпочати виконання лабораторної роботи, здобувачу необхідно засвоїти теоретичний матеріал, ознайомитись з принципом дії лабораторного обладнання, вимірювальними пристроями та інструментами. До протоколів лабораторних робіт мають бути внесені: чисельні результати, отримані в процесі експериментів; відповідні схеми, рисунки та графіки; результати обчислень; висновки по роботі. Підготовка до виконання лабораторних робіт проводиться під час самостійної роботи здобувача.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ТЕРТЯ КОВЗАННЯ

Мета роботи: експериментальне визначення коефіцієнтів статичного та кінетичного тертя ковзання для тіл із різних матеріалів

1.1 Теоретичні відомості

Тертя є одним з найбільш розповсюджених явищ в природі та відіграє важливу роль в механічних системах. Наявність сил тертя забезпечує рух транспортних і технологічних машин, верстатів, пасових та фрикційних передач, гальмівних пристроїв, фрикційних муфт тощо. Разом з тим тертя відіграє і негативну роль, коли сили тертя гальмують рух. В результаті на подолання сил тертя витрачається додаткова робота, що призводить до зменшення коефіцієнта корисної дії та до більш інтенсивного спрацьовування поверхонь контактуючих тіл.

За кінематичною ознакою розрізняють основні *види тертя*: *тертя ковзання (kinetic friction)* – тертя першого роду; *тертя кочення (rolling friction)* – тертя другого роду; *тертя вертіння (rolling friction)* – тертя третього роду. Можливі також інші види тертя, що є комбінацією основних.

На сьогодні наука про тертя називається *трибологією*.

Оскільки сила тертя залежить від достатньо великої кількості факторів (швидкість, температура, шорсткість поверхонь, матеріали фрикційної пари), точні закони тертя дотепер не встановлені внаслідок ускладнень, зв'язаних з виявленням повної фізичної картини виникнення сили тертя. Тому при визначенні сил тертя для практичних потреб користуються законами, що носять, в основному, наближений емпіричний характер.

Перші дослідження щодо вивчення тертя було проведено французькими вченими Г. Амонтоном (1699 р.) та Ш. Кулоном (1785 р.). Вчені ввели поняття коефіцієнта тертя f як відношення сили тертя F до навантаження N . Залежність $F = f \cdot N$ називають законом Амонтона-Кулона.

Дотепер більш відпрацьованою вважається наступна модель тертя. При ковзанні тіл, що знаходяться в контакті, їх мікронерівності зачіпаються одна за одну, і в точках дотику між атомами виникають сили взаємодії (притягання). При подальшому відносному русі тіл відбувається руйнування цих зв'язків і виникають коливання атомів, подібні до тих, які відбуваються при звільненні розтягнутої пружини. Згодом ці коливання загасають, а їх енергія перетворюється в тепло, що розтікається по обох тілах. Разом з тим, при ковзанні м'яких тіл можливо руйнування мікронерівностей, на що також витрачається механічна енергія.

Відповідно до ДСТУ 2823-94 *сила тертя* визначається, як сила, що чинить опір відносному переміщенню одного тіла по поверхні іншого під дією зовнішньої сили та спрямована тангенціально до спільної границі між цими тілами.

Тертя ковзання

Тертям ковзання називається опір, що виникає при переміщенні (ковзанні) одного тіла по поверхні іншого. Тертя ковзання виникає внаслідок шорсткості поверхонь тіл та наявності між ними сил молекулярного зчеплення. *Сила тертя ковзання* завжди є гальмівною і направлена проти вектора швидкості тіла. При розгляді явища тертя розрізняють *статичне тертя* – для стану спокою тіл та *тертя руху*, яке виникає при відносному русі тіл.

Статичне тертя

Сила тертя, що виникає при відсутності взаємних рухів тіл, називається силою *статичного тертя*, або силою *тертя спокою*. Вона не має якого-небудь певного, конкретного значення. Її величина може бути визначена з рівнянь рівноваги. Коли ця сила досягає найбільшої можливої величини, досить незначного поштовху до тіла, щоби воно почало рухатися по поверхні іншого тіла.

На тіло (A) із силою тяжіння G з боку опорної поверхні (іншого тіла) діє нормальна реакція N (сила нормального тиску). Якщо до тіла (A) прикласти ще й рушійну (зсувну) силу F , тоді виникає дотична реакція у вигляді сили тертя F_T (рис.1.1).

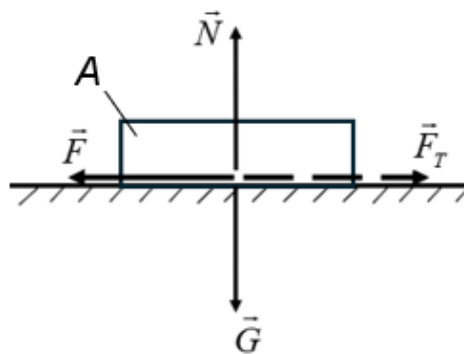


Рис.1.1 Сили, що діють на тіло, що лежить на поверхні

Якщо тіло (A) знаходиться в стані спокою, сила F_T змінюється в межах від нуля до максимального значення F_{Tmax} , при якому тіло втрачає рівновагу та починає ковзати.

В цьому полягає відмінність сили тертя від інших реакцій в'язів – модуль сили тертя не може перебільшувати певного граничного значення. За законом Амонтона–Кулона величина F_{Tmax} є пропорційною до нормального тиску N .

$$F_{T_{max}} \approx f_0 \cdot N \quad (1.1)$$

де f_0 – безрозмірна величина, що називається *статичним коефіцієнтом тертя ковзання*.

Для абсолютно гладких тіл: $f_0 = 0$; для пар тертя: «сталь-сталь» – $f_0 = 0,15 \dots 0,25$; «сталь-алюміній» – $f_0 = 0,18 \dots 0,21$.

Тертя спокою перед початком проковзування, в технічній літературі згадується, як «граничне тертя» (англ. *limiting friction*).

Формула (1.1) справедлива саме для граничного стану, тобто для моменту зрушення тіла з місця. Якщо ж тіло знаходиться в стані спокою, то значення коефіцієнта тертя невідомо і тоді сила тертя визначається з умов рівноваги тіла.

Кінетичне тертя

Сила тертя, що виникає при взаємному русі контактуючих тіл, називається силою *кінетичного тертя*

$$F_T \approx f \cdot N, \quad (1.2)$$

де f – *кінетичний коефіцієнт тертя ковзання*.

На початку руху зі збільшенням швидкості величина f_0 дещо зменшується до f і надалі в певних межах швидкості V зберігає майже сталі значення (рис. 1.2).

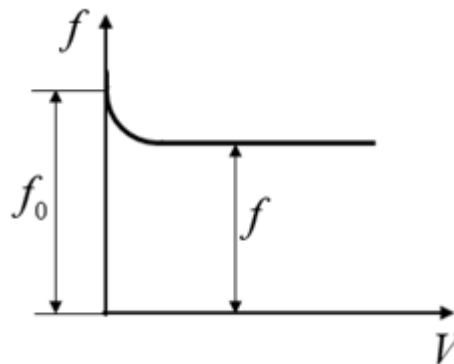


Рис. 1.2 Залежність $f(V)$

Виняток становить тертя деяких матеріалів, як гума, шкіра тощо.

Реакція шорсткої в'язі має дві складові: нормальну N , та силу тертя F_T . Їх рівнодійна R спрямована до вектора N під певним кутом φ . При збільшенні сили тертя від нуля до $F_{T_{max}}$ реакція R також зростає від $R = N$ до $R = R_{max}$. Відповідно збільшується і кут φ : від нуля до деякого граничного значення φ_0 :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = f_0,$$

$$\text{де } 0 \leq \varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}.$$

Кут φ_0 , утворений реакцією \vec{R}_{max} з нормаллю N , називається *кутом тертя*.

Геометричне місце всіх можливих напрямів граничної реакції \vec{R}_{max} утворює конічну поверхню – конус тертя (рис. 1.3).

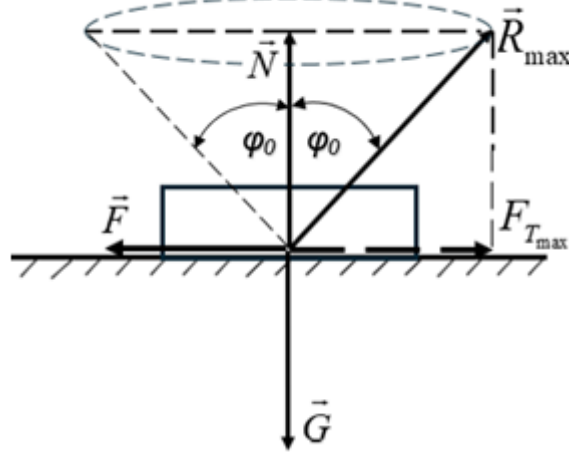


Рис. 1.3 Конус тертя

Конус тертя є круговим, якщо статичний коефіцієнт тертя ковзання f_0 в усіх напрямках однаковий. За умови, якщо f_0 залежить від напрямку можливого руху тіла, конус тертя не буде круговим.

Якщо рівнодійна R всіх активних сил (у т.ч. і сили ваги G) спрямована під кутом α до нормалі N , то при збільшенні сили F будуть пропорційно зростати її складові: $F \cdot \sin \alpha$ і $F \cdot \cos \alpha$. Умову рівноваги тіла (стан спокою) можна представити у вигляді (рис.1.4)

$$F \cdot \sin \alpha \leq F \cdot f_0 \cos \alpha,$$

або

$$\operatorname{tg} \alpha \leq f_0, \operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Отже, рівновага тіла зберігається за умови виконання співвідношення

$$\alpha \leq \varphi_0.$$

Це означає: якщо рівнодійна активних сил лежить всередині конуса тертя, то збільшенням її модуля не можна порушити рівновагу тіла. Яким би великим не був модуль сили F , вона не може зрушити тіло з місця. З огляду на вищезазначене можна пояснити явища заклинювання або самогальмування тіл.

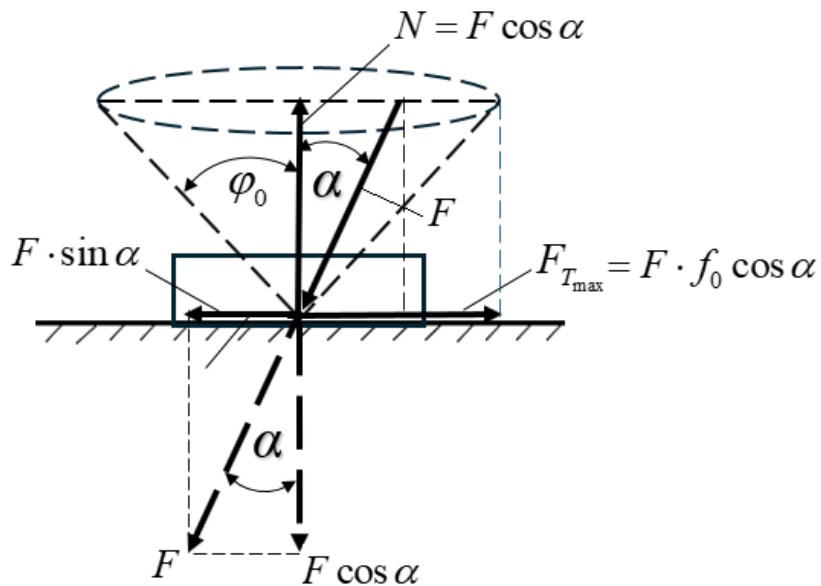


Рис. 1.4 Графічне представлення рівноваги тіла (стан спокою)

Визначення статичного коефіцієнта тертя f_0

При розташуванні тіла на похилій площині *граничний стан* рівноваги визначається з умови (рис. 1.5):

$$G \sin \alpha = G \cdot f_0 \cos \alpha,$$

або

$$\operatorname{tg} \alpha = f_0 = \operatorname{tg} \varphi_0.$$

Отже, сила тертя при $\alpha = \varphi_0$ досягає граничної величини й при $\alpha > \varphi_0$ тіло виходить зі стану спокою та починає рухатись.

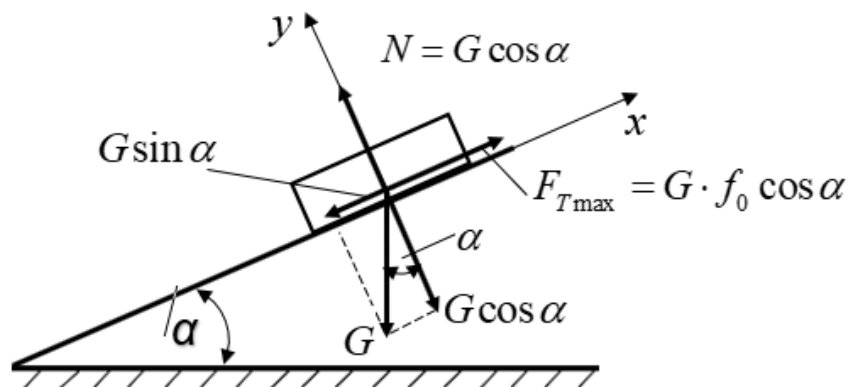


Рис. 1.5 Графічне представлення граничного стану рівноваги

Визначення кінетичного коефіцієнта тертя f

В проєкції на вісь диференціальне рівняння руху тіла по похилій площині можна представити у вигляді

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = G \sin \alpha - F_T = G \sin \alpha - f \cdot N = mg \cdot \sin \alpha - fmg \cdot \cos \alpha,$$

звідки

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g(\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha). \quad (1.3)$$

Зазначимо, що рівняння руху (1.3) справедливо за умови $\alpha > \varphi_0$.

Для інтегрування рівняння (1.3) слід визначити граничні умови:

– на початок руху: $t = 0$, $x_0 = 0$, $V_0 = 0$;

– в момент часу $t = T$, коли тіло переміститься по похилій площині на задану відстань L :

$$x(t = T) = L.$$

Після інтегрування (1.3) із врахуванням зазначених граничних умов отримаємо:

$$f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2L}{g(T)^2 \cos \alpha}. \quad (1.4)$$

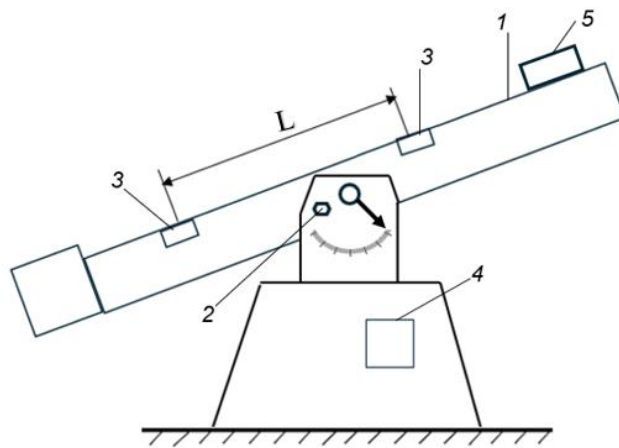


Рис. 1.6 Схема експериментальної установки ТМ-21

Експериментально коефіцієнт тертя можна визначити за допомогою установки ТМ-21 (рис. 1.6). Пристрій являє собою похилу площину 1, кут і нахил якої можна змінювати від 0 до 45°. Площина закріплюється у вибраному положенні фіксатором 2. На похилій площині закріплено два механічні датчики 3 – перемикачі, що включають і виключають електричний секундомір 4. Рухаючись між датчиками, тіло 5 за час T , що вимірюється секундоміром, проходить відстань L .

Отже, при виконанні умови $\alpha > \varphi_0$ кінетичний коефіцієнт тертя ковзання можна обчислити за формулою (1.4), визначив експериментальним шляхом значення часу T .

1.2 Порядок виконання роботи

Підготовка до виконання лабораторної роботи передбачає засвоєння здобувачем відповідного теоретичного матеріалу, наведеного в п. 1.1.

Роботу слід проводити в наступній послідовності:

1. Виставити платформу 1 в горизонтальному положенні ($\alpha = 0^0$) і закріпити фіксатором 2.

2. Для визначення *статичного коефіцієнта тертя* f_0 встановити на платформу зразок для випробувань. Збільшуючи нахил платформи, визначити кут її нахилу до горизонту α , при якому зразок починає ковзати.

3. Для кожного із наданих зразків з різних матеріалів:

– дослід повторити тричі;

– розрахувати середнє значення кута α :

$$\alpha_c = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{3};$$

– розрахувати середньоквадратичне відхилення

$$S_\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_c)^2}{n - 1}},$$

де n – кількість вимірів ($n=3$);

– обчислити абсолютну випадкову похибку вимірювань кута α

$$\Delta\alpha = \frac{t(n) \cdot S_\alpha}{\sqrt{n}},$$

де $t(n)$ – коефіцієнт Стюдента, що визначається для довірчої ймовірності $P=0,95$ і кількості вимірів n (Додаток А);

– обчислити загальну похибку вимірювань кута α з урахуванням інструментальної похибки вимірювання кута α

$$\Delta\alpha_\Sigma = \sqrt{(\Delta\alpha)^2 + (\Delta\alpha_{\text{інстр.}})^2}$$

– обчислити відносну похибку вимірювань

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\Delta\alpha_{\Sigma}}{\alpha_c} \cdot 100\%.$$

– представити результат у вигляді

$$\alpha = \alpha_c \pm \Delta\alpha_{\Sigma},$$

або з урахуванням, що $f_0 = \arctg\alpha$

$$f_0 = f_{0c} \pm \Delta f_0.$$

Всі результати вимірювань і обчислень занести до протоколу (Додаток Б, табл. 1).

4. Для визначення *кінетичного коефіцієнта тертя*:

Закріпити контакти на платформі в потрібному положенні на заданій відстані L один від одного. Встановити платформу під кутом більшим, ніж кут тертя ($\alpha > \varphi_0$).

Розмістити в верхньому положенні платформи зразок для випробувань і утримувати його рукою.

Звільнити зразок, внаслідок чого він почне рухатися по похилій площині донизу.

При замиканні зразком першого контакту під час руху вмикається електросекундомір. При розмиканні другого контакту електросекундомір вимикається.

5. Для кожного із наданих зразків з різних матеріалів:

- досвід повторити тричі для кожного зразка;
- розрахувати середній час руху зразка T_c

$$T_c = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3};$$

– розрахувати середньоквадратичне відхилення вимірювань часу

$$S_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_c)^2}{n - 1}},$$

де n – кількість вимірів ($n=3$);

– обчислити абсолютну випадкову похибку вимірювань часу

$$\Delta T = \frac{t(n) \cdot S_T}{\sqrt{n}},$$

де $t(n)$ – коефіцієнт Стюдента, що визначається для довірчої ймовірності $P=0,95$ і кількості вимірів n (Додаток А);

– обчислити сумарну випадкову похибку вимірювань часу з урахуванням інструментальної похибки електросекундоміра

$$\Delta T_{\Sigma} = \sqrt{(\Delta T)^2 + (\Delta T_{\text{секунд.}})^2}$$

– обчислити абсолютну похибку вимірювань коефіцієнта тертя ковзання

$$\Delta f = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[\left(1 - \frac{2L \sin \alpha}{gT_c^2} \right) \cdot \Delta \alpha + \frac{2L}{gT_c^2 \cdot \cos \alpha} \left(2 \frac{\Delta T_{\Sigma}}{T_c} + \frac{\Delta L}{L} \right) \right]$$

– розрахувати середнє значення кінетичного коефіцієнта тертя f_c :

$$f_c = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2L}{gT_c^2 \cdot \cos \alpha};$$

– обчислити відносну похибку вимірювань

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta f}{f_c} \cdot 100\%.$$

– представити отриманий результат у вигляді

$$f = f_c \pm \Delta f.$$

Результати вимірювань та обчислень занести до протоколу (Додаток Б, табл. 2).

6. Порівняти отримані експериментальні значення коефіцієнтів тертя із табличними.

В протоколі також має бути зазначено мету роботи та висновки по роботі (навести зрівняльний аналіз теоретичних значень та експериментальних результатів).

Титульний лист лабораторної роботи (Додаток Д) та протокол виконання завантажити в платформу Moodle.



1.3 Питання для самоперевірки

1. Що визначає закон Кулона для тертя?
2. Що називається тертям ковзання?
3. У чому полягає різниця між статичним і кінематичним тертям?
4. Що таке кут тертя?
5. Що таке конус тертя?
6. За яких умов відбувається рух з тертям?
7. За яких умов трапляється самогальмування?
8. В яких одиницях вимірюється коефіцієнт тертя ковзання?
9. За яким принципом працює експериментальна установка для визначення коефіцієнта тертя спокою?

1.4 Перелік рекомендованих джерел

1. Павловський М. А. Теоретична механіка. Київ: Техніка, 2002. 512 с.
2. Гаркуша І. П., Курінний В. П. Фізика: навч. посіб. Ч.1 Механіка. Дніпро: НТУ, 2011. 128 с.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАС ТІЛА СКЛАДНОЇ ФОРМИ

Мета роботи: експериментальне визначення моменту інерції мас тіла складної форми методом фізичного маятника

2.1 Теоретичні відомості

Моментом інерції мас твердого тіла відносно деякої осі обертання називають величину I , що дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок m_i , що складають дане тіло, на квадрати відстані їх до осі обертання r_i :

$$I = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \quad (2.1)$$

Разом із центром мас момент інерції мас характеризує розподіл мас у фізичному тілі, або в механічній системі.

У механіці обертального руху момент інерції мас відіграє роль, аналогічну ролі маси m у механіці поступального руху. Момент інерції маси ланки відносно осі обертання є мірою інертності ланки відносно цієї осі й характеризує опір маси при дії моменту зовнішніх сил.

Для ланок правильної геометричної форми моменти інерції мас можна визначити аналітично за стандартними формулами. Наприклад, момент інерції мас однорідного стрижня довжиною l (рис. 2.1) визначається за формулою:

$$I_y = \frac{ml^2}{12}.$$

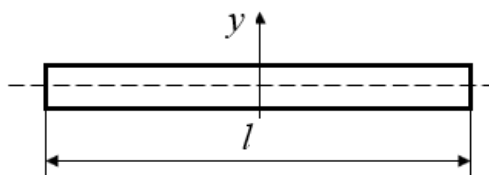


Рис. 2.1 Однорідний стрижень довжиною l

Для ланок складної геометричної форми використовують експериментальні методи визначення моментів інерції мас. Одним із таких методів є *метод фізичного маятника*.

Фізичним маятником називають тверде тіло, яке підвішене на горизонтальній нерухомій осі та може вільно коливатися навколо точки, що не проходить через його центр мас. Наприклад, фізичним маятником можна вважати шатун, що встановлений втулкою на горизонтальне ребро в т. А нерухомої призми й здійснює малі коливання навколо положення рівноваги (рис. 2.2).

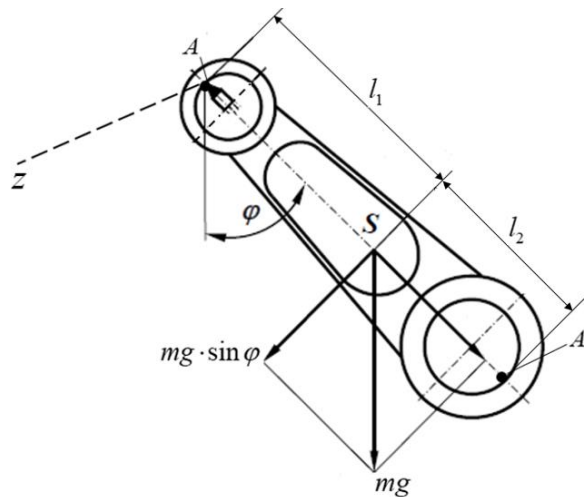


Рис. 2.2 Фізичний маятник

Якщо шатун відхилити від вертикалі на деякий кут $\varphi = 5^{\circ} \dots 10^{\circ}$ і відпустити, то під дією складової сили тяжіння $mg \sin \varphi$ він почне здійснювати гармонічні коливання навколо точки А.

Диференціальне рівняння руху маятника

$$I_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_z, \quad (2.2)$$

де $M_z = mgl_1 \sin \varphi$; m – маса шатуна, кг; g – прискорення вільного падіння, m/c^2 ; l_1 – відстань між віссю підвісу z та паралельною до неї віссю, що проходить через центр мас шатуна т. S, м; I_z – момент інерції мас маятника відносно осі підвісу, $кг \cdot м^2$.

Розв'язання рівняння (2.2) в елементарних функціях не існує. При малих значеннях кута φ з достатньою точністю для розрахунків можна прийняти: $\sin \varphi \approx \varphi$. За такого припущення рівняння (2.2) можна представити у вигляді

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k^2 \varphi = 0, \quad (2.3)$$

де $k^2 = \frac{mgl_1}{I_z}$, k – кругова частота гармонічних коливань.

Якщо взяти до уваги, що період коливань маятника

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{mgl_1}},$$

тоді

$$I_z = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mgl_1 \quad (2.4)$$

Момент інерції відносно осі, що проходить через центр ваги S ланки, визначається за формулою Штейнера:

$$I_S = I_Z - ml_1^2 \quad (2.5)$$

З (2.4) і (2.5) отримаємо:

$$I_S = ml_1 \cdot \left(\frac{T^2}{4\pi^2} g - l_1 \right). \quad (2.6)$$

Для визначення довжини l_1 спочатку слід підвісити шатун в т. A і заміряти час t_1 , протягом якого ланка здійснить n повних коливань. Далі, для іншої точки підвісу шатуна – т. A' також заміряється час t_2 , протягом якого ланка здійснить n повних коливань.

Враховуючи, що $T_1 = \frac{t_1}{n}$; $T_2 = \frac{t_2}{n}$, на основі формули (6) отримаємо

$$I_S = ml_1 \cdot \left(\frac{T_1^2}{4\pi^2} g - l_1 \right), \quad (2.7)$$

$$I_S = ml_2 \cdot \left(\frac{T_2^2}{4\pi^2} g - l_2 \right) = m(L - l_1) \cdot \left[\frac{T_2^2}{4\pi^2} g - (L - l_1) \right] \quad (2.8)$$

Із виразів (2.7) і (2.8) визначається довжина l_1 :

$$l_1 = \frac{L \left(\frac{T_2^2}{4\pi^2} g - L \right)}{\left(\frac{T_1^2 + T_2^2}{4\pi^2} \right) g - 2L}, \quad (2.9)$$

де $L = l_1 + l_2$ – відстань між точками підвісу, м.

2.2 Порядок виконання роботи

1. Визначити масу m шатуна на технічних вагах.
2. Виміряти штангенциркулем відстань L між точками A та A' .
3. Підвісити шатун на призмі в точці A , відхилити його на кут $\varphi = 5^\circ \dots 10^\circ$ та заміряти секундоміром час t_1 для 10-ти повних коливань. Визначити період коливань T_1 , с:

$$T_1 = \frac{t_1}{10}. \quad (2.10)$$

4. Підвісити шатун на призмі в точці A' , відхилити його на кут $\varphi = 5^\circ \dots 10^\circ$ та заміряти секундоміром час t_2 , с для десяти повних коливань. Визначити період коливань T_2 , с:

$$T_2 = \frac{t_2}{10}. \quad (2.11)$$

5. Заміри для п. п. 2.10 і 2.11 повторити тричі.
 6. Розрахувати середні значення періодів коливань T_{1c} і T_{2c} .
 – розрахувати середньоквадратичне відхилення

$$S_{T_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_{1c})^2}{n-1}}, \quad S_{T_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_{2c})^2}{n-1}},$$

- де n – кількість вимірів ($n = 3$);
 – обчислити абсолютні випадкові похибки вимірювань періодів коливань

$$\Delta T_1 = \frac{t(n) \cdot S_{T_1}}{\sqrt{n}}, \quad \Delta T_2 = \frac{t(n) \cdot S_{T_2}}{\sqrt{n}},$$

- де $t(n)$ – коефіцієнт Стюдента, що визначається для довірчої ймовірності $P=0,95$ і кількості вимірів n (Додаток А);
 – обчислити загальні похибки вимірювань періодів коливань з урахуванням інструментальної похибки вимірювання секундоміра

$$\Delta T_{1\Sigma} = \sqrt{(\Delta T_1)^2 + (\Delta T_{\text{секунд.}})^2}, \quad \Delta T_{2\Sigma} = \sqrt{(\Delta T_2)^2 + (\Delta T_{\text{секунд.}})^2}.$$

7. Для періодів T_{1c} і T_{2c} та заданої довжини L визначити за формулою (9) вірогідне значення довжини l_1 , м.

8. З урахуванням T_{1c} і l_1 розрахувати за формулою (2.7) середнє значення моменту інерції мас шатуна I_{Sc} , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

11. Обчислити абсолютну випадкову похибку вимірювань моменту інерції мас шатуна


$$\Delta I_S = \left| \frac{\partial I_S}{\partial l_1} \right| \cdot \Delta l_1 + \left| \frac{\partial I_S}{\partial T_1} \right| \cdot \Delta T_1, \quad (2.12)$$

$$\text{де } \frac{\partial I_S}{\partial l_1} = m \left(\frac{T_{1c}^2}{4\pi^2} \cdot g - 2l_1 \right), \quad \frac{\partial I_S}{\partial T_1} = \frac{mgl_1 T_{1c}}{2\pi}.$$

У формулі (2.12) прийняти $\Delta l_1 = 0,001$ м.

12. Визначити відносну похибку вимірювань

$$\varepsilon = \frac{\Delta I_S}{I_{Sc}} \cdot 100\%$$



13. Представити результат експериментального визначення моменту інерції мас шатуна у вигляді

$$I_S = I_{Sc} \pm \Delta I_S, \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Результати вимірювань та обчислень занести до протоколу (Додаток Б, табл. 1).

В протоколі також має бути зазначено мету роботи та висновки по роботі.

Титульний лист лабораторної роботи (Додаток Д) та протокол виконання завантажити в платформу Moodle.

2.3 Питання для самоперевірки

1. Що називається фізичним маятником?
2. Дайте визначення амплітуди і періоду коливань фізичного маятника.
3. Який зв'язок між періодом та частотою коливань фізичного маятника?
4. Запишіть диференціальне рівняння руху фізичного маятника.
5. Поясніть, для чого в роботі необхідно визначати періоди коливань для двох точки підвішування?
6. Поясніть, в чому полягає сутність формули Штейнера для визначення моменту інерції?
7. В яких одиницях вимірюється момент інерції мас?

2.4 Перелік рекомендованих джерел

1. Павловський М. А. Теоретична механіка. Київ: Техніка, 2002. 512 с.
2. Дюжаєв В. П., Вершков О. О., Леженкін О. М. Лабораторний практикум з теоретичної механіки: навч.- метод. посіб. Мелітополь: ТДАТУ, 2019. 56 с.
3. Теоретична та прикладна механіка: навч. посіб. в 4 ч. Ч. 1/ Шевченко В.Г. та ін. Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2022. 188 с.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 ВИЗНАЧЕННЯ ЦЕНТРА УДАРУ ТІЛА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО НЕРУХОМОЇ ОСІ

Мета роботи: експериментальне визначення центру удару фізичного маятника

3.1 Теоретичні відомості

Ударом називають особливий випадок руху системи матеріальних точок. Удар відрізняється як кінематичними, так і динамічними особливостями:

– під час удару швидкості точок системи за досить малий проміжок часу, який називають тривалістю удару, набувають скінченних приростів. Тривалість удару досить мала. Як відомо, з дослідів і деяких теоретичних розробок, тривалість ударного контакту між твердими тілами з певними пружними властивостями дуже незначна і вимірюється тисячними або десятитисячними частинами секунди;

– сили, при дії яких відбувається удар, називаються ударними. Ударна сила, зазвичай, набуває великих значень і під час удару змінюється у широких межах. Знайти її значення в багатьох випадках неможливо, тому в теорії удару, як міру ударної взаємодії тіл, використовують поняття *ударного імпульсу*. Ударний імпульс – це міра механічної взаємодії тіл, що визначає інтенсивність удару. Ударний імпульс дорівнює добутку ударної сили на час її дії.

Для визначення зміни механічного руху при ударній взаємодії тіл використовується *теорема імпульсів*. Теорема встановлює зв'язок між ударним імпульсом сили зі зміною імпульсу тіла (механічної системи): зміна кількості руху тіла (механічної системи) під час удару дорівнює геометричній сумі усіх зовнішніх ударних імпульсів, прикладених до точок тіла (системи). Для тіла, що обертається навколо осі, теорема імпульсів може бути сформульована наступним чином: зміна кінетичного моменту тіла відносно осі за час дії ударного навантаження дорівнює векторній сумі моментів відносно тієї ж осі зовнішніх ударних імпульсів, прикладених до точок тіла.

Розглянемо тіло масою m , яке може обертатися навколо горизонтальної осі z . На тіло діє ударний імпульс $\vec{S}_{уд}$ на відстані l від осі обертання. Ударний імпульс $S_{уд}$ спрямований перпендикулярно до площини, що проходить через вісь обертання і центр ваги тіла C (рис. 3.1).

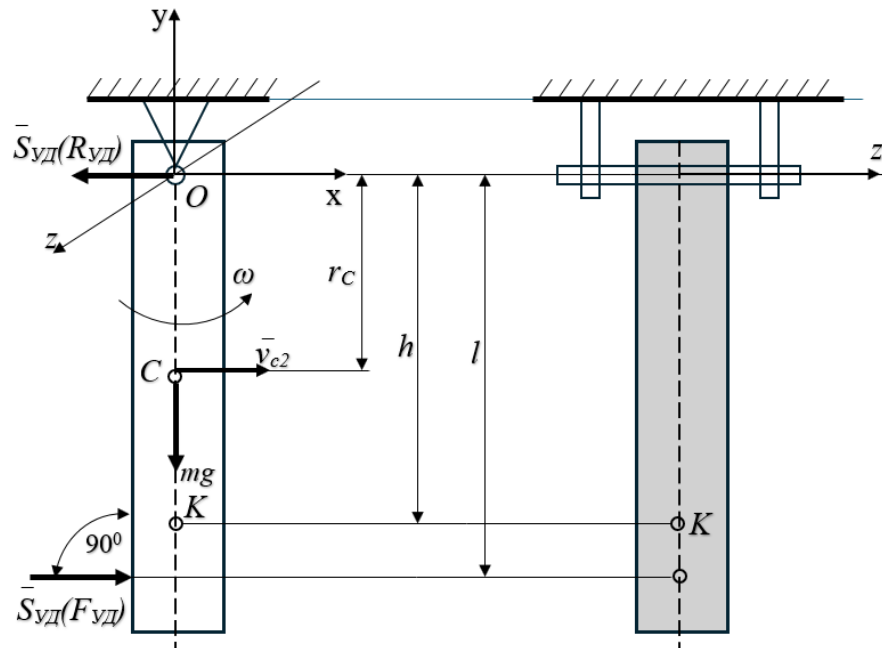


Рис. 3.1 Ударний імпульс $S_{уд}$ спрямований перпендикулярно до площини, що проходить через вісь обертання і центр ваги тіла C : $F_{уд}$ – ударна сила; τ – час дії ударної сили; $S_{уд}$ – сумарний ударний імпульс; ω_1 – кутова швидкість тіла до удару; ω_2 – кутова швидкість тіла після удару; I_z – осьовий момент інерції маси тіла; r_c – відстань центра мас тіла від осі обертання; G – вага тіла; m – маса тіла.

Ударний імпульс $S_{уд}$ можна представити у вигляді двох складових: імпульсу ударної сили $\vec{S}_{уд}(F_{уд})$ та імпульсу ударної реакції $\vec{S}_{уд}(R_{уд})$.
Відповідно до теореми про зміну кількості руху тіла:

$$\vec{S}_{уд} = m\vec{v}_{c2} - m\vec{v}_{c1} = \vec{F}_{уд} \cdot \tau + \vec{R}_{уд} \cdot \tau = \vec{S}_{уд}(F_{уд}) + \vec{S}_{уд}(R_{уд}), \quad (3.1)$$

де $m\vec{v}_{c1}$, $m\vec{v}_{c2}$ – кількості руху тіла до і після удару;

\vec{v}_{c1} , \vec{v}_{c2} – швидкості центру мас тіла до і після удару;

$\vec{F}_{уд}$ – ударна сила, що прикладена до тіла; $\vec{R}_{уд}$ – ударна реакція, що прикладена в опорній точці O ;

τ – проміжок часу дії сил $\vec{F}_{уд}$ та $\vec{R}_{уд}$.

Диференціальне рівняння обертального руху для тіла, що зазнає ударної дії:

$$I_z \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_z(F_{уд}, R_{уд}), \quad (3.2)$$

Звідки

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} I_z d\omega = \int_0^\tau M_z(F_{уд}, R_{уд}) dt, \quad (3.3)$$

де $M_z(F_{уд}, R_{уд})$ – момент ударних сил $F_{уд}$, $R_{уд}$, відносно осі z ;

$\int_0^\tau M_z(F_{уд}, R_{уд}) dt$ – імпульс моменту (момент імпульсу), ударних сил.

Після інтегрування (3.3) отримаємо:

$$I_z(\omega_2 - \omega_1) = I_z\omega_2 - I_z\omega_1 = L_{z2} - L_{z1} = M_z(S_{yд}), \quad (3.4)$$

де L_{z1} , L_{z2} – кінетичні моменти (моменти кількості руху) тіла до і після дії ударних сил;

$M_z(S_{yд})$ – алгебраїчна сума імпульсів моментів ударних сил:

$$M_z(S_{yд}) = M_z(S_{yд}(F_{yд})) - M_z(S_{yд}(R_{yд})).$$

Імпульси моментів $M_z(S_{yд}(F_{yд}))$ та $M_z(S_{yд}(R_{yд}))$ мають різні знаки, оскільки вектори сил $\vec{F}_{yд}$ і $\vec{R}_{yд}$ спрямовані протилежно.

З рівняння (3.4) отримаємо

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{M_z(S_{yд})}{I_z}, \quad \omega_2 = \omega_1 + \frac{M_z(S_{yд})}{I_z}. \quad (3.5)$$

Для заданого тіла:

– до початку дії ударних сил:

$$\omega_1 = 0, \quad V_{c1} = 0. \quad (3.6)$$

– після дії ударних сил:

$$\omega_2 \neq 0, \quad V_{c2} = \omega_2 \cdot r_c. \quad (3.7)$$

– ударна реакція $R_{yд}$ перетинає вісь z і не створює відносно неї момент, тоді

$$M_z(S_{yд}(R_{yд})) = 0. \quad (3.8)$$

З урахуванням (3.6) і (3.8) рівняння (3.5) набуває вигляду:

$$I_z\omega_2 = M_z(S_{yд}(F_{yд})) \quad (3.9)$$

Якщо ударний імпульс сили $F_{yд}$ прикладено до тіла на відстані l від осі обертання z , тоді момент імпульсу ударної сили

$$M_z(S_{yд}) = M_z(S_{yд}(F_{yд})) = S_{yд}(F_{yд}) \cdot l. \quad (3.10)$$

З (9) і (10), отримаємо:

$$S_{yд}(F_{yд}) = \frac{I_z\omega_2}{l}. \quad (3.11)$$

З урахуванням (3.6), (3.7) та (3.11) рівняння (3.1) можна представити у скалярному вигляді

$$S_{уд}(R_{уд}) = \omega_2 \left(\frac{I_z}{l} - mr_C \right). \quad (3.12)$$

Аналіз співвідношення (3.12) показує, що при виконанні умови

$$\frac{I_z}{l} - mr_C = 0 \quad (3.13)$$

імпульсна реакція удару $S_{уд}(R_{уд})$ дорівнює нулю, тобто ударна реакція $R_{уд}$ в опорі не виникає, оскільки імпульс витрачається лише на поворот тіла навколо цієї точки.

З рівняння (3.13) при заданих I_z, m, r_C можна визначити відповідну довжину $l = h$, що визначає точку прикладання ударної сили $F_{уд}$:

$$h = \frac{I_z}{mr_C}. \quad (3.14)$$

Точка K (рис. 3.1), до якої прикладений ударний імпульс, що не викликає ударних реакцій в опорах, називається *центром удару*.

Зазначимо, що аналогічно до формули (3.14) визначається і зведена довжина фізичного маятника, тобто: центр удару тіла т. K знаходиться на відстані h від точки підвісу O , яка дорівнює *зведеній довжині фізичного маятника*.

Таким чином, для того, щоб при ударному навантаженні тіла, що має вісь обертання, *не виникали імпульсні реакції в опорах*, необхідно виконання наступних умов:

– удар має бути спрямований в напрямку перпендикулярно до площини, яка проходить через вісь обертання і центр мас тіла;

– лінія дії ударного імпульсу має бути віддалена від осі обертання на відстань $h = \frac{I_z}{mr_C}$;

– площина xOy (рис. 3.1), що містить ударний імпульс і є перпендикулярною до осі обертання, має перетинатися з нею у точці O , для якої вісь обертання є головною віссю інерції.

Якщо вісь обертання перетинає центр мас, то $r_C = 0$ і $h \rightarrow \infty$, тобто в такому випадку будь-який удар буде передаватися на вісь обертання.

3.2 Порядок виконання роботи

1. Визначити масу m фізичного маятника на технічних вагах.
2. Виміряти лінійкою довжину L_M фізичного маятника.
3. Виміряти лінійкою відстань L_{OC} від точки підвішування маятника (т. O) до центра мас (т. C).

4. Відхилити маятник від вертикального положення на кут $\varphi = 45^\circ$ та відпустити. В момент удару маятника по упору 6 спостерігати за горизонтальним переміщенням Δx поршня (т. О).

Якщо після удару $\Delta x \neq 0$, упор 6 слід перемістити в вертикальному напрямку і п.4 повторити. Надалі виконувати п.4 при різних положеннях упору 6, доки не виконається умова $\Delta x = 0$.

5. При $\Delta x = 0$ виміряти лінійкою відстань $OK = h$, що визначає положення центру удару.

6. Повторити виконання п.4 та п.5 для кутів $\varphi = 60^\circ$ та $\varphi = 75^\circ$.

7. За отриманими результатами визначити середнє значення h_c та середнє квадратичне відхилення S_h вимірів відстані h :

$$S_h = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - h_c)^2}{n - 1}},$$

де n – кількість вимірів ($n = 6$);

8. За критерієм Стюдента (Додаток А) для довірчої ймовірності $P = 0,95$ обчислити Δh – абсолютну випадкову похибку вимірювання відстані h :

$$\Delta h = \frac{t(n) \cdot S_h}{\sqrt{n}},$$

де $t(n)$ – коефіцієнт Стюдента, що визначається для довірчої ймовірності $P=0,95$ і кількості вимірів n

9. Обчислити сумарну випадкову похибку вимірювань довжини Δh_Σ з урахуванням інструментальної похибки лінійки $\Delta h_{\text{інстр.}}$, M :

$$\Delta h_\Sigma = \sqrt{(\Delta h)^2 + (\Delta h_{\text{інстр.}})^2}.$$


10. Визначити відносну похибку вимірювань

$$\varepsilon = \frac{\Delta h_\Sigma}{h_c} \cdot 100\%.$$

11. Представити результат експериментального визначення відстані h у вигляді

$$h = h_c \pm h_\Sigma, M.$$

Результати вимірювань та обчислень занести до протоколу (Додаток Г, табл.1).



В протоколі також має бути зазначено мету роботи та висновки по роботі.

Титульний лист лабораторної роботи (Додаток Д) та протокол виконання завантажити в платформу Moodle.

3.3 Питання для самоперевірки

1. Назвіть кінематичні та динамічні особливості удару.
2. Що означає поняття «ударний імпульс»?
3. Як спрямований ударний імпульс?
4. Сформулюйте теорему імпульсів для ударної взаємодії сил, що діють на тіло із віссю обертання.
5. Запишіть диференціальне рівняння обертального руху для тіла, що зазнає ударної дії.
6. В чому полягає сутність центра удару?

3.4 Перелік рекомендованих джерел

1. Павловський М. А. Теоретична механіка. Київ: Техніка, 2002. 512 с.
2. Литвинов О.І., Михайлович Я.М., Бойко А.В., Березовий М.Г. Теоретична механіка. Ч. II. Динаміка. Основи аналітичної механіки: підручник. Київ : Агроосвіта, 2013. 576 с.
3. Теоретична механіка : навчальний посібник / О. М. Черниш та ін. / Київ : Центр учбової літератури, 2018. 760 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Таблиця 1 – Коефіцієнти Стьюдента t (P ; n)

Кількість вимірювань, n	Довірча ймовірність, P						
	0,4	0,6	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
2	0,73	1,38	3,08	6,31	12,70	31,80	63,70
3	0,62	1,06	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92
4	0,58	0,98	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84
5	0,57	0,94	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60
6	0,56	0,92	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03
7	0,55	0,90	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71
8	0,54	0,90	1,42	1,89	2,36	3,00	3,50
9	0,54	0,90	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36
10	0,54	0,88	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25
12	0,54	0,87	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11
14	0,54	0,87	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01
16	0,54	0,87	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95
18	0,53	0,86	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90
20	0,53	0,86	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86
25	0,53	0,86	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80
30	0,53	0,85	1,31	1,70	2,05	2,56	2,75
35	0,53	0,85	1,31	1,69	2,04	2,45	2,73
40	0,53	0,85	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70
45	0,53	0,85	1,30	1,68	2,02	2,41	2,69
50	0,53	0,85	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68
60	0,53	0,85	1,30	1,67	2,00	2,39	2,67
70	0,53	0,85	1,30	1,67	1,99	2,38	2,66
80	0,53	0,85	1,30	1,67	1,99	2,37	2,65

Протокол випробувань до лабораторної роботи №1

Визначення коефіцієнта тертя ковзання

Мета роботи: експериментальне визначення коефіцієнтів тертя ковзання для тіл із різних матеріалів

Обладнання та устаткування:

1. Лабораторна установка ТМ-21.
 2. Кількість зразків для випробувань – 2.
- Матеріал зразків: латунь, бронза.
3. Секундомір.
 4. Лінійка.

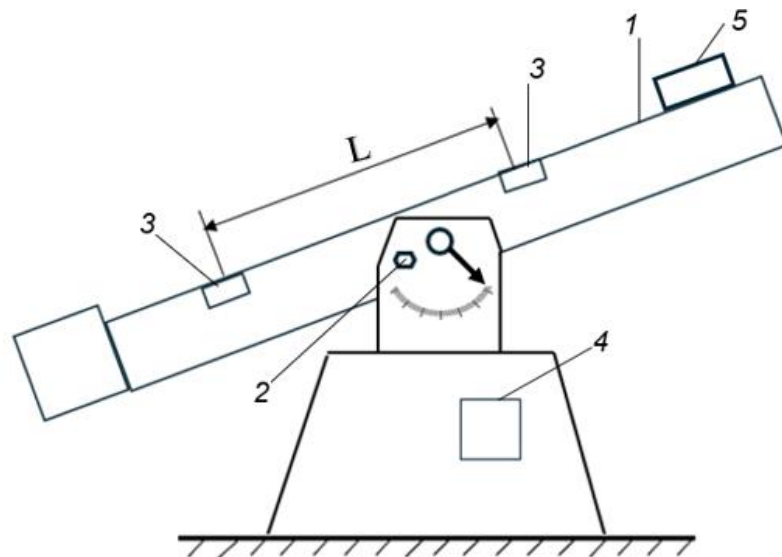


Схема експериментальної установки ТМ-21:

1 – похила площина; 2 – фіксатор похилої площини; 3 – датчики включення секундоміра; 4 – секундомір; 5 – тіло для випробувань

Експериментальна довжина контактної поверхні платформи: $L = 1,3$ м.

Максимальний кут нахилу платформи: 45° .

Кут нахилу платформи при визначенні динамічного коефіцієнта тертя: 30° .

Точність показань електросекундоміра: $\pm 0,01$ с.

Інструментальна похибка вимірювання довжини: $\Delta L = 0,001$ м.

Інструментальна похибка вимірювання кута α : $\Delta \alpha_{\text{інстр.}} = 0,5^\circ$.

Результати випробувань:

Таблиця 1 – Визначення статичного коефіцієнта тертя

№ вимірювання	Кут α , град	
	Латунь	Бронза
1		
2		
3		
Середнє значення кута похилої площини α_c , град		
Середнє квадратичне відхилення S_α		
Абсолютна випадкова похибка $\Delta\alpha$, град		
Загальна похибка $\Delta\alpha_\Sigma$, град		
Відносна похибка ε_α , %		
Результати експерименту	$\alpha =$	$\alpha =$
	$f_0 =$	$f_0 =$

Таблиця 2 – Визначення кінетичного коефіцієнта тертя

№ вимірювання	Час руху зразка на відстані L , с	
	Латунь	Бронза
1		
2		
3		
Середнє значення часу руху зразка T_c , с		
Середнє квадратичне відхилення вимірювань часу S_T , с		
Абсолютна випадкова похибка вимірювань часу ΔT , с		
Сумарна випадкова похибка вимірювань часу з урахуванням інструментальної похибки електросекундоміра ΔT_Σ , с		
Абсолютна похибка вимірювань коефіцієнта тертя Δf		
Середнє значення кінетичного коефіцієнта тертя f_c		
Відносна похибка ε_f , %		
Результати експерименту	$f =$	$f =$

Висновки по роботі

Протокол випробувань до лабораторної роботи №2

Визначення моменту інерції мас тіла складної форми методом фізичного маятника

Мета роботи: експериментальне визначення моменту інерції мас тіла складної форми методом фізичного маятника.

Обладнання та устаткування:

1. Тіло складної форми (шатун).
2. Технічні ваги.
3. Секундомір.
4. Штангенциркуль.

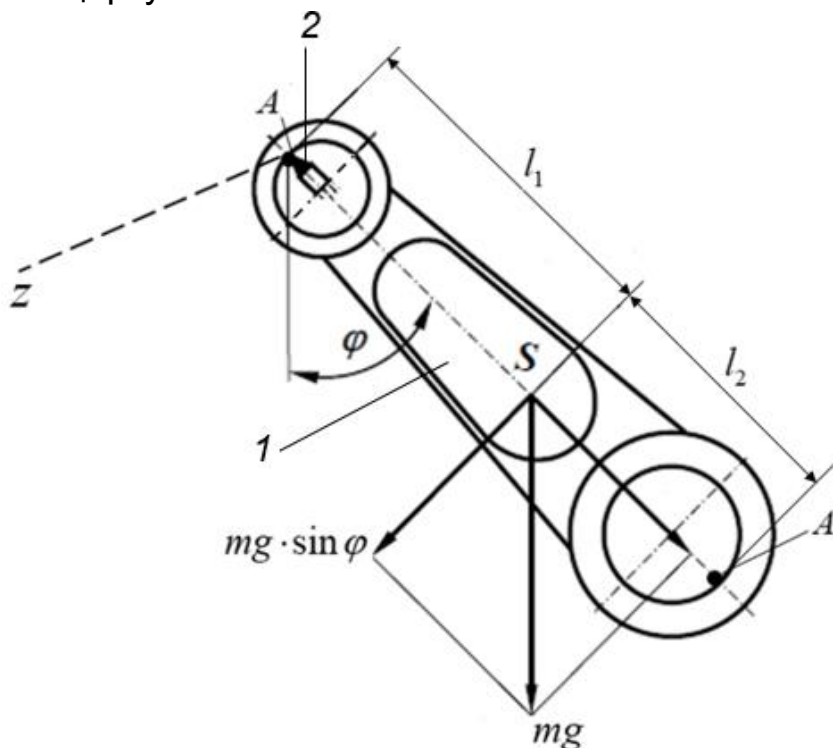


Схема експериментальної установки:
1 – тіло складної форми (шатун); 2 – нерухома призма

Маса тіла: $m = 0,86 \text{ кг}$.

Точність показань секундоміра: $\Delta T_{\text{секунд.}} = \pm 0,1 \text{ с}$.

Інструментальна похибка вимірювання довжини: $\Delta L = \pm 0,001 \text{ м}$.

Результати випробувань:

Таблиця 1 – Визначення моменту інерції мас

№	Параметри	Підвіс у точці А			Підвіс у точці А'		
		№ вимірювання					
		1	2	3	1	2	3
1	Час 10-ти повних коливань t_1 ; t_2 , с						
2	Періоди коливань T_1 ; T_2 , с						
3	Середні значення періодів коливань $T_{1с}$ і $T_{2с}$, с						
4	Середні квадратичні відхилення періодів коливань S_{T_1} і S_{T_2} , с						
5	Абсолютні випадкові похибки вимірювань періодів ΔT_1 і ΔT_2 , с						
6	Сумарні випадкові похибки вимірювань часу (з урахуванням інструментальної похибки секундоміра) $\Delta T_{1\Sigma}$ і $\Delta T_{2\Sigma}$, с						
7	Довжина l_1 , м						
8	Середнє значення моменту інерції мас шатуна I_{Sc} , кг · м ²						
9	Абсолютна випадкова похибка вимірювань моменту інерції мас шатуна ΔI_S , кг · м ²						
10	Відносна похибка вимірювань	$\varepsilon = \frac{\Delta I_S}{I_{Sc}} \cdot 100\% = \dots$					
11	Результати експерименту	$I_S = I_{Sc} \pm \Delta I_S = \dots$					

Висновки по роботі

Протокол випробувань до лабораторної роботи №3

Визначення центра удару тіла, що обертається навколо нерухомої осі

Мета роботи: експериментальне визначення центра удару фізичного маятника

Обладнання та устаткування:

1. Експериментальна установка на рисунку.
2. Лінійка.

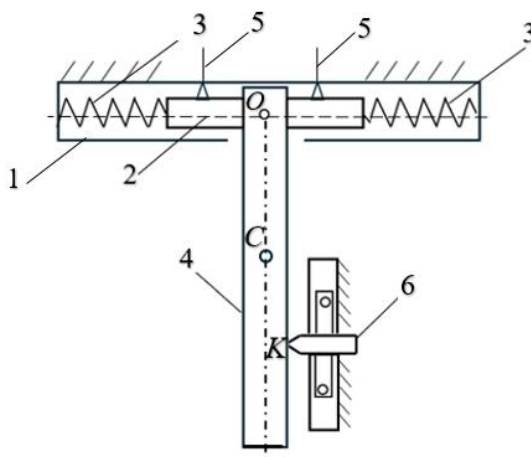


Схема експериментальної установки:

1 – корпус; 2 – поршень; 3 – пружини; 4 – фізичний маятник; 5 – мітки, що визначають нульове положення поршня; 6 – упор

Маса фізичного маятника: $m = \dots$ кг.

Довжина фізичного маятника: $L_M = \dots$ м.

Відстань від точки підвішування маятника (т. O) до центра мас (т. C): $L_{OC} = r_C = \dots$ м.

Інструментальна похибка вимірювання довжини: $\Delta L = \pm \dots$ м.

Момент інерції фізичного маятника відносно осі, що проходить через центр мас:

$$I_C = \frac{mL_M^2}{12} = \dots \text{ кг} \cdot \text{ м}^2.$$

Момент інерції фізичного маятника відносно осі, що проходить через точку підвішування:

$$I_O = I_C + mL_{OC}^2 = \dots \text{ кг} \cdot \text{ м}^2.$$

Теоретичне значення відстані h , що визначає положення центра удару:

$$h_T = \frac{I_0}{mL_{OC}} = \dots \text{ м.}$$

Результати випробувань:

Таблиця 1 – Визначення центра удару

№	Параметри	Початковий кут відхилення маятника, град					
		45°		60°		75°	
		№ вимірювання					
		1	2	3	4	5	6
1	Виміряна відстань h , що визначає положення центра удару, м						
2	Середнє значення відстані h_c , м						
3	Середнє квадратичне відхилення вимірів S_h , м						
4	Абсолютна випадкова похибка вимірювань Δh , м						
5	Сумарна випадкова похибка вимірювань Δh_{Σ} (з урахуванням інструментальної похибки лінійки), м						
6	Відносна похибка вимірювань h , м						
7	Результати експерименту	$h = h_c \pm \Delta h_{\Sigma} =$					
8	Відхилення середнього експериментального значення h_c від теоретичного h_T	$\frac{ h_T - h_c }{h_T} \cdot 100\% =$					

Висновки по роботі



Приклад титульного листа

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
Кафедра матеріалознавства, механіки та природничих наук

Лабораторна робота №...

з навчальної дисципліни «Теоретична механіка»»

Тема роботи: _____

Виконав:
здобувач академічної групи

(шифр групи)

(прізвище та ініціали)

Керівник:

(прізвище та ініціали)

Запоріжжя, 2026



Навчально-методичне видання

**Кайдаш Михайло Дмитрович
Кайдан Вадим Петрович**

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

методичні вказівки до виконання лабораторних робіт

Самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції