УДК 622.732.4:519.87
№ держреєстрації 0126U003640

Товариство з обмеженою відповідальністю
«ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
69008, м. Запоріжжя, вул. Південне шосе, 80

ЗАТВЕРДЖУЮ
проректор з науково-дослідної роботи
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
_____ Володимир КУХАР
«26» червня 2026 року

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
«Розробка математичної моделі прогнозування витрат подрібнювальних тіл (куль) в умовах гірничо-збагачувальних комбінатів ТОВ «Метінвест Холдинг» в м. Кривий Ріг»
(остаточний)

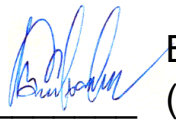
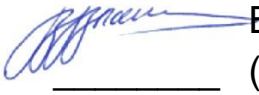
Науковий керівник,
д.т.н., професор Володимир КУХАР
«20»червня 2026 року

2026

Рукопис закінчено «20» червня 2026 року

Результати роботи розглянуто Науково-технічною радою ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», протокол № 9 від «25» червня 2026 року

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР, д.т.н., професор, проректор з науково-дослідної роботи		Володимир КУХАР (розділ 1,3,4)
Відповідальний виконавець, к.т.н., доцент, доцент кафедри гірничої справи		Костянтин ЛЕВЧЕНКО (розділ 2,3,4)
Виконавець, д.т.н., професор, завідувач кафедри гірничої справи		Іван САХНО (розділ 1,2,3)
Виконавець, д.т.н., доцент, професор кафедри матеріалознавства, механіки та природничих наук		Наталія ГРУДКІНА (розділ 4)
Виконавець, д.т.н., доцент, професор кафедри матеріалознавства, механіки та природничих наук		Володимир ПАШИНСЬКИЙ (розділ 1,4)
Виконавець, д.т.н., професор, завідувач кафедри металургії та інноваційних технологій		Едуард ГРИБКОВ (розділ 1,4)
Виконавець, к.т.н., доцент, доцент кафедри металургії та інноваційних технологій		Максим ШТОДА (розділ 1,4)
Виконавець, викладач кафедри гірничої справи		Діна МИХАЙЛОВА (розділ 1,2,4)
Виконавець, здобувач освіти		Альона АГУДІНА (розділ 2)

РЕФЕРАТ

ЗВІТ про НДР: 59 с., 28 джерел.

Ключові слова: подрібнювальні кулі, індекс зношування, модель прогнозування витрат, гірничо-збагачувальні комбінати Кривбасу

Об’єкт дослідження – Процес зношування подрібнювальних куль у барабанних млинах при подрібненні залізорудної сировини

Мета роботи – удосконалення методики розрахунку та прогнозування витрат мелючих куль для подрібнення магнетитових кварцитів Кривбасу

Предмет дослідження: Математична модель прогнозування витрат подрібнювальних куль з урахуванням виробничих умов роботи гірничо-збагачувальних комбінатів ТОВ «МЕТІНВЕСТ ХОЛДИНГ»

Результати та їх новизна: досліджено вплив технологічних параметрів та характеристик млинів на зношування подрібнювальних куль в виробничих умовах

Інформація щодо впровадження – розроблено математичні моделі для планування та оперативного прогнозування витрат подрібнювальних куль

Рекомендації щодо використання – результати використовуватимуться при впровадженні рекомендацій у виробництво та у навчальному процесі

Сфера застосування: підприємства гірничо-збагачувальної галузі та навчальний процес в Університеті

Економічна та соціально-економічна ефективність роботи: по завершенні розробки доцільно використання у гірничо-збагачувальній галузі

Значимість роботи: робота значима для гірничо-збагачувальної галузі

Висновки, пропозиції щодо розвитку об’єкта дослідження й доцільності продовження досліджень: об’єкт дослідження актуальний, доцільно продовжити дослідження

Умови одержання ЗВІТУ: за договором (для остаточного звіту)

ЗМІСТ

ВСТУП……. 5
1 ВИКОРИСТАННЯ ФОРМУЛ БОНДА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЗНОШУВАННЯ ПОДРІБНЮВАЛЬНИХ ТІЛ……... 6
1.1 Методика Бонда……. 6
1.2 Аналіз літературних джерел……... 9
1.3 Висновки щодо доцільності використання формул Бонда…. 28
Висновки по розділу 1……. 32
2 ЗБАГАЧЕННЯ МАГНЕТИТОВИХ КВАРЦИТІВ НА ПІВНІЧНОМУ, ЦЕНТРАЛЬНОМУ ТА ПІВДЕННОМУ ГІРНИЧО-ЗБАГАЧУВАЛЬНИХ КОМБІНАТАХ…….. 34
Висновки по розділу 2……. 38
3 ФОРМУВАННЯ БАЗИ ВИРОБНИЧИХ ДАНИХ ТА ВИБІР ФАКТОРІВ ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ВИТРАТ ПОДРІБНЮВАЛЬНИХ КУЛЬ……. 39
Висновки по розділу 3……. 42
4 ПОБУДОВА РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ ВИТРАТ ПОДРІБНЮВАЛЬНИХ КУЛЬ…… 44
4.1 Модель витрат подрібнювальних куль для Південного ГЗК.. 44
4.2 Модель витрат подрібнювальних куль для Центрального ГЗК……... 46
4.3 Модель витрат подрібнювальних куль для Північного ГЗК……... 49
Висновки по розділу 4……. 51
ВИСНОВКИ……. 53
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ……. 56

ВСТУП

При експлуатації барабанних млинів у гірничо-збагачувальній промисловості витрати на подрібнювальні тіла та футерування складають одну з головних статей витрат на подрібнення і досягають вартості енергетичних витрат, а в окремих випадках навіть перевищують їх. При збагаченні магнетитових кварцитів Криворізького басейну вартість куль може досягати 30-35% загальної вартості подрібнення, тобто навіть незначне зниження витрат подрібнювальних куль забезпечить значний економічний ефект в масштабах гірничо-збагачувального підприємства за рахунок зменшення експлуатаційних витрат та зниження собівартості залізорудного концентрату.

Інтенсивність зносу подрібнювальних куль в процесі роботи млинів на збагачувальних фабриках залежить від багатьох факторів, в т.ч. матеріалу та розмірів мелючих куль; абразивності, крупності і міцності руди, що подрібнюється; обраної схеми та способу подрібнення; режиму роботи і розмірів млина та ін.

Метою виконання НДР є аналіз доцільності застосування класичних залежностей для розрахунку індексу зношування подрібнювальних куль (зокрема формули Бонда) при збагаченні залізних руд Кривбасу, удосконалення методики розрахунку витрат мелючих тіл та побудова математичної моделі прогнозування витрат подрібнювальних куль, адаптованої до виробничих умов роботи ГЗК Криворіжжя.

Звіт за результатами виконання розміщено в репозитарії ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА».

1 ВИКОРИСТАННЯ ФОРМУЛ БОНДА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЗНОШУВАННЯ ПОДРІБНЮВАЛЬНИХ ТІЛ

1.1 Методика Бонда

Одним із найбільш поширених підходів до оцінювання подрібнюваності рудної сировини та прогнозування енерговитрат процесів подрібнення є методика Бонда (Bond Work Index Method). Незважаючи на значний розвиток геометалургійних досліджень, цифрових технологій та математичного моделювання, індекс роботи Бонда (Bond Work Index, Wi) і сьогодні залишається галузевим стандартом для оцінювання енергетичних характеристик руд при проєктуванні та модернізації схем дроблення та подрібнення [1].

Методика Бонда базується на так званій третій теорії подрібнення, відповідно до якої енергія, необхідна для руйнування матеріалу, пропорційна приросту питомої поверхні частинок. На відміну від підходів Кіка та Ріттінгера, теорія Бонда забезпечує достатньо добру відповідність експериментальним даним для більшості промислових процесів дроблення та подрібнення мінеральної сировини [1].

Основним параметром методики є індекс роботи Бонда Wi, який характеризує кількість енергії, необхідної для подрібнення однієї тонни матеріалу до такого стану, коли 80 % продукту проходить через сито з розміром отворів 100 мкм. Значення Wi визначається експериментально за стандартизованою процедурою випробувань у лабораторному кульовому млині та виражається в кВт·год/т [1].

Розрахунок питомих витрат подрібнювальних тіл за методологією Бонда є стандартом у гірничій галузі. Бонд виявив, що зношування металу безпосередньо корелює з енергією, яка витрачається на руйнування породи, та абразивними властивостями цієї породи.

Універсальна формула для оцінки питомих витрат енергії за Бондом має вигляд:

$$W = 10W_i \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right), \quad (1.1)$$

де:

W – питомі витрати енергії, кВт·год/т;

W_i – індекс роботи Бонда для даної руди, кВт·год/т;

F_{80} – розмір комірки сита, через яку проходить 80 % вихідного матеріалу, мкм;

P_{80} – розмір комірки сита, через яку проходить 80 % готового продукту подрібнення, мкм..

Індекс роботи Бонда W_i (Bond Work Index) визначається лабораторним шляхом під час стандартизованого тесту і відображає енергію, необхідну для подрібнення 1 тонни матеріалу до 80% проходу через сито певного розміру. Класична емпірична формула Бонда для розрахунку W_i має вигляд:

$$W_i = \frac{44{,}5}{P_{100}^{0,23} \cdot G_{br}^{0,82}} \cdot \left(\sqrt{\frac{10}{P_{80}}} - \sqrt{\frac{10}{F_{80}}}\right) \quad (1.2)$$

де: $P_{100}^{0,23}$ – розмір отвору контрольного сита лабораторного млина (мкм);

$G_{br}^{0,82}$ – продуктивність лабораторного млина за один оберт барабана, тобто маса чистого підситного продукту розрахункового класу (г/оберт);

F_{80} – розмір отвору сита, через яке проходить 80% вихідного живлення лабораторного тесту (мкм);

P_{80} – розмір отвору сита, через яке проходить 80% готового продукту лабораторного тесту (мкм).

Згідно з методикою Бонда витрата подрібнювальних куль *Me* приводиться до енергії, витраченої на роботу подрібнення, та визначається за емпіричною залежністю:

$$Me = 0{,}159 \cdot (A_i - 0{,}015)^{0{,}33} \qquad (1.3)$$

де A_i – абразивний індекс руди.

Рівняння (1.1) дозволяє визначати орієнтовну енергоємність процесу подрібнення при переході від вихідної крупності матеріалу до заданої крупності готового продукту. Саме тому методика Бонда широко застосовується під час проєктування кульових та стрижневих млинів, вибору їх продуктивності, оцінювання необхідної встановленої потужності приводів та порівняння різних типів руд за їх подрібнюваністю [1].

Для залізорудної сировини значення індексу роботи можуть суттєво відрізнятися залежно від мінералогічного складу, текстури та міцності руди. Як правило, для магнетитових кварцитів Wi знаходиться в діапазоні 10–20 кВт·год/т, що свідчить про їх відносно високу енергоємність під час подрібнення [1]. Зростання значення Wi призводить до збільшення споживання електроенергії та підвищення експлуатаційних витрат збагачувальних фабрик.

Поряд із індексом роботи Бонда у практиці проєктування подрібнювальних комплексів також використовується індекс абразивності Бонда (Bond Abrasion Index, A_i), який характеризує здатність руди викликати абразивне зношування сталевих елементів технологічного обладнання. Значення A_i застосовують для орієнтовної оцінки зношування подрібнювальних куль, футеровок млинів та інших елементів, що контактують із рудною масою [2].

Важливою перевагою методики Бонда є її стандартизованість та значна накопичена база експериментальних даних для різних типів корисних копалин. Це дозволяє використовувати отримані значення Wi не лише для окремих технологічних розрахунків, але й для порівняння родовищ, прогнозування енергетичних витрат та попередньої оцінки економічної ефективності технологічних схем подрібнення [1].

Разом з тим необхідно зазначити, що методика Бонда була розроблена для умов лабораторних кульових та стрижневих млинів і базується на низці припущень щодо характеру руйнування матеріалу. Тому при переході до сучасних схем напівсамоподрібнення (SAG), самоподрібнення (AG) або високоенергетичних комбінованих контурів точність прогнозування може знижуватись. Незважаючи на це, індекс роботи Бонда й сьогодні залишається одним із найбільш визнаних і широко використовуваних показників подрібнюваності рудної сировини у світовій практиці проєктування та експлуатації гірничо-збагачувальних підприємств [1].

1.2 Аналіз літературних джерел

Для визначення доцільності застосування формул Бонда для оцінювання енергоємності подрібнення та прогнозування витрат подрібнювальних тіл було виконано аналіз сучасних наукових публікацій, дисертаційних досліджень та матеріалів міжнародних конференцій, присвячених питанням подрібнення мінеральної сировини, оцінюванню абразивності руд, зношуванню футеровок і мелючих тіл, а також розвитку геометалургійних та енергетичних моделей подрібнення [3–28].

Класичний підхід Бонда протягом багатьох десятиліть залишається одним із найбільш поширених інструментів оцінювання подрібнюваності руд та прогнозування питомих витрат енергії. Разом із

тим результати сучасних досліджень свідчать, що можливості його застосування мають певні обмеження, особливо для великих AG- та SAG-млинів, складних геометалургійних об'єктів та сучасних схем тонкого подрібнення [1, 4, 5, 10, 12].

Одним із найбільш масштабних досліджень у сфері прогнозування зношування подрібнювальних тіл є робота Giblett та Seidel [1], виконана на основі аналізу п'ятнадцяти промислових схем подрібнення компанії Newmont. Автори показали, що фактичні витрати мелючих тіл у кульових млинах знаходяться в межах 0,02–0,09 кг/кВт·год, а в SAG-млинах – 0,02–0,15 кг/кВт·год. При цьому класичний Bond Abrasion Index та відповідні формули Бонда в багатьох випадках демонстрували похибку прогнозування від 100 до 200 %. Було встановлено, що фактичний знос куль часто становить лише 30–70 % від значень, розрахованих за методикою Бонда. Основними причинами розбіжностей автори називають вплив корозійних процесів, зміну гранулометричного складу завантаження, наявність рециркуляційних продуктів та особливості хімічного складу пульпи [1].

Дослідження факторів зношування футеровок барабанних млинів виконано у роботі Дружиніної та Гронь [2]. Авторами показано, що інтенсивність абразивного та гідроабразивного зношування визначається не лише абразивністю руди, але й конструкцією футеровки, швидкістю руху пульпи, кутом атаки частинок, ступенем заповнення барабана та властивостями матеріалу футерувальних плит. Встановлено, що при зменшенні коефіцієнта заповнення барабана з 0,45–0,50 до 0,30–0,35 строк служби футеровки скорочується майже вдвічі. Отримані результати свідчать, що фактичне зношування елементів млина визначається значно більшою кількістю факторів, ніж враховується у класичних залежностях Бонда [2].

Суттєвий внесок у розвиток методів оцінювання подрібнюваності зроблено у роботі Ona, Katsioti та Bourliva [3], присвяченій

дослідженню високотвердих вольфрамових і танталових руд. Автори виконали порівняння традиційного Bond Work Index та індексу розмелоздатності (*gpr*). Встановлено, що значення W_i можуть суттєво змінюватися залежно від вибраного контрольного розміру продукту P100, тоді як показник gpr демонструє стабільну залежність із коефіцієнтом детермінації понад 99,7 %. На підставі проведених досліджень зроблено висновок, що індекс gpr може більш об'єктивно характеризувати здатність руди до подрібнення, ніж традиційний Bond Work Index [3].

У роботі Pitt, Holman, Rivers та Dillon [4] виконано порівняльний аналіз різних методів визначення подрібнюваності мідно-кобальтової руди родовища Tenke–Fungurume. Дослідження охоплювало Bond Ball Mill Work Index, Bond Rod Mill Work Index, Bond Abrasion Index, SMC Drop Weight Test та SAGDesign. Встановлено, що жоден із показників не може універсально описувати всі механізми руйнування руди. Bond Abrasion Index характеризує схильність руди до стирання, тоді як ударні випробування краще описують поведінку матеріалу в умовах SAG-подрібнення. Автори дійшли висновку, що для складних мідно-кобальтових руд використання лише одного індексу Бонда не забезпечує достатньої точності прогнозування енергоспоживання [4].

Важливі результати отримано Dunne, Morrell та Lane [5] під час проєктування одного з найбільших у світі SAG-млинів діаметром понад 12 м. У роботі показано, що для руд із міцністю до 300 МПа та Bond Abrasion Index понад 0,7 класичні формули Бонда можуть використовуватися лише як орієнтовний інструмент оцінювання. Автори довели, що при масштабуванні млинів великого діаметра виникають додаткові фактори, пов'язані зі зміною траєкторій руху матеріалу, критичної швидкості та режимів ударного руйнування, які не враховуються класичними залежностями Бонда [5].

Подібних висновків дійшли Latchireddi та Faria [6], які досліджували роботу подрібнювального комплексу фабрики Santa Rita, що переробляє нікелево-мідні сульфідні руди. Встановлено, що фактичне енергоспоживання може перевищувати розрахункові значення за Bond Work Index на 15–20 %. Причиною є втрати енергії на рециркуляцію матеріалу, роботу класифікаторів, перемішування пульпи та інші процеси, що не враховуються класичною методикою. Автори наголошують, що Bond W_i доцільно використовувати як базовий контрольний параметр, але не як єдиний критерій оцінювання ефективності подрібнення [6].

Значний інтерес становить дисертаційне дослідження Manus [7], присвячене розробленню тесту Geopyörä як альтернативи класичним випробуванням Бонда. Авторка показала, що нова методика дозволяє визначати характеристики подрібнюваності з похибкою не більше 7–10 % порівняно зі стандартними Bond Rod Mill Work Index та Bond Ball Mill Work Index. Особливу практичну цінність запропонований підхід має на ранніх стадіях геологорозвідувальних робіт, коли обсяг доступного кернового матеріалу є обмеженим [7].

Подальший розвиток досліджень пов'язаний із використанням методів машинного навчання та штучного інтелекту. Так, у роботі Farhadian та співавторів [8] показано можливість прогнозування характеристик подрібнення на основі великих масивів виробничих даних. Автори продемонстрували, що нейронні мережі забезпечують значно вищу точність прогнозування поведінки руди порівняно з традиційними регресійними моделями. При цьому було відзначено, що значення Bond Work Index фактично може бути замінене набором технологічних параметрів, які описують енергетичну поведінку матеріалу в процесі подрібнення [8].

Аналогічний напрям досліджень представлено у роботі Kahraman та співавторів [9], де індекс абразивності Cerchar використано для

непрямого прогнозування механічних властивостей порід. Хоча дослідження не пов'язане безпосередньо з методикою Бонда, отримані результати підтверджують можливість використання альтернативних індексів абразивності для оцінювання властивостей руд без проведення трудомістких лабораторних випробувань [9].

Подальший розвиток підходів до оцінювання енергоємності подрібнення пов'язаний із переходом від класичних емпіричних моделей до так званих power-based методів. У роботі Scinto, Festa та Putland [10] розглянуто методологію OMC, призначену для проєктування та оптимізації схем AG- і SAG-подрібнення. Автори відзначають, що Bond Work Index був розроблений переважно для кульових млинів і не враховує особливостей ударного руйнування, змін кінематики завантаження та нелінійного характеру споживання потужності у великих напівсамоподрібнювальних млинах. На прикладі золотоносних та мідно-золотових руд показано, що використання W_i як єдиного критерію може призводити до систематичних похибок при проєктуванні сучасних AG/SAG-схем. Як альтернатива запропоновано моделі, засновані на безпосередньому врахуванні фактичної потужності приводу млина та результатів лабораторних випробувань руди. При цьому індекс Бонда використовується як контрольний показник, а не як основний параметр розрахунку [10].

Схожих висновків дійшли Dai, Li, Chen та Chai [11], які досліджували можливість прогнозування характеристик процесу подрібнення на основі статистичних і data-driven моделей. Автори показали, що Bond Work Index добре характеризує загальну подрібнюваність матеріалу, проте не враховує складних нелінійних взаємозв'язків між властивостями руди, параметрами млина та режимами роботи обладнання. Для мідно-золотових і поліметалічних руд встановлено, що однакові значення W_i можуть відповідати різним фактичним енерговитратам залежно від ударної міцності, текстури та

гранулометричного складу живлення. У зв'язку з цим автори рекомендують використовувати індекс Бонда як складову частину комплексних моделей, які додатково враховують показники ударного руйнування та геомеханічні характеристики руди [11].

Однією з найбільш фундаментальних сучасних робіт у сфері геометалургії є дисертаційне дослідження Mwanga [12]. На основі аналізу гематитових, магнетитових та мідно-золотових руд автор показав, що Bond Work Index залишається важливим еталонним показником для оцінювання енергоємності подрібнення, однак його застосування для сучасних AG/SAG-комплексів має обмеження. У роботі наведено детальний аналіз взаємозв'язків між W_i, міцністю породи, абразивністю, гранулометричним складом та показниками ударного руйнування. Встановлено, що фактичні енерговитрати промислових млинів часто перевищують значення, прогнозовані за формулами Бонда, через зміну режимів руху завантаження та складність внутрішньомлинових процесів. Автор робить висновок, що індекс Бонда доцільно використовувати лише як один із параметрів багатофакторної геометалургійної моделі [12].

Сучасний розвиток геометалургійних підходів представлено у роботі Ramos-Armijos та Calderón-Celis [13]. Дослідження виконано для великого мідно-порфірового родовища, де було проаналізовано близько 790 зразків різних літологічних типів. Автори довели наявність стійкого зв'язку між Bond Work Index та одновісною міцністю на стиск (UCS), для якого коефіцієнт детермінації досягав 0,76–0,90. Водночас встановлено, що навіть за однакових значень UCS різні літологічні типи можуть характеризуватися суттєво різними значеннями W_i. Це свідчить про істотний вплив мінералогічного складу та текстурних особливостей руди на енергоємність подрібнення. На основі отриманих результатів автори запропонували використовувати

машинне навчання для прогнозування індексу Бонда без виконання повного лабораторного тесту [13].

Інший напрям розвитку методики Бонда представлений у роботі Navarro Torres та співавторів [14], де індекс роботи використовується для оптимізації ланцюга «кар'єр – дробарка» на великому залізорудному підприємстві Бразилії. Авторами встановлено, що значення W_i для різних типів залізних руд змінюється від приблизно 10 до 15 кВт·год/т, що безпосередньо впливає на витрати первинного дроблення. Разом із тим показано, що визначальним фактором економічної ефективності часто є не саме значення BW_i а гранулометричний склад гірничої маси після вибуху, який характеризується параметром P80. Отримані результати підтверджують, що використання лише індексу Бонда без урахування параметрів буропідривних робіт не дозволяє повністю оцінити енергетичну ефективність виробничого циклу [14].

Важливий внесок у розвиток непрямих методів визначення Bond Work Index зроблено у роботі Ranjbar, Mousavi та Asghari [15]. На прикладі мідно-порфірового родовища Sungun показано можливість прогнозування BW_i на основі геомеханічних характеристик руди. Дослідження продемонструвало, що значення індексу Бонда в межах одного виробничого уступу можуть змінюватися від 6,36 до 14,44 кВт·год/т. Такі коливання мають істотний вплив на вибір параметрів подрібнення та виробниче планування. Автори підкреслюють, що навіть у межах одного родовища W_i не є сталою величиною, а залежить від літології, структури та фізико-механічних властивостей породи. У зв'язку з цим рекомендовано використовувати локальне калібрування моделей та періодичне підтвердження результатів лабораторними випробуваннями [15].

Подальший розвиток досліджень спрямований на пошук більш фундаментальних характеристик подрібнюваності, ніж класичний Bond

Work Index. У роботі Campos, Powell та Tavares [16] досліджено роль жорсткості частинок (particle stiffness, kp) у процесах руйнування рудних матеріалів. На прикладі магнетитових, поліметалічних руд, грануліту та вапняку автори показали, що параметр kp безпосередньо впливає на енергію первинного та вторинного руйнування частинок. Запропоновано нові показники – питому енергію первинного руйнування (EPF), питому енергію вторинного руйнування (ESF) та середню питому енергію руйнування (Em,50), які за своїм фізичним змістом є більш фундаментальними характеристиками опору руйнуванню, ніж традиційний Bond Work Index. Особливо важливим є висновок про те, що уламки після руйнування зберігають механічні властивості вихідної частинки, що суттєво впливає на енергетичні характеристики подальшого подрібнення [16].

Результати роботи Campos та співавторів фактично свідчать про поступовий перехід від емпіричних показників типу W_i до фізично обґрунтованих параметрів руйнування матеріалу. Якщо індекс Бонда характеризує сумарну енергоємність процесу, то параметри EPF, ESF та kp дозволяють безпосередньо аналізувати механізми накопичення та розсіювання енергії у частинках руди. Це відкриває перспективи створення нових моделей подрібнення, які можуть забезпечити вищу точність прогнозування енергоспоживання та зношування обладнання порівняно з традиційними підходами [16].

Окрім розвитку енергетичних моделей, значна увага сучасних досліджень приділяється удосконаленню методів оцінювання абразивності руд. У роботах [17–18] проаналізовано альтернативні методики визначення абразивності, які розглядаються як можливе доповнення або заміна Bond Abrasion Index при прогнозуванні зношування футеровок та мелючих тіл. Показано, що використання спеціалізованих тестів абразивності дозволяє враховувати не лише твердість мінералів, а й форму зерен, характер контактної взаємодії та

особливості мінералогічного складу руди, що підвищує точність прогнозування експлуатаційних витрат.

Подальший розвиток підходів до оцінювання подрібнюваності пов'язаний із пошуком нових критеріїв, здатних більш точно описувати процеси руйнування руд у сучасних умовах експлуатації. У роботі [17] запропоновано використання альтернативних показників енергоємності та механічної поведінки частинок, які дозволяють враховувати особливості накопичення енергії під час руйнування. Автори показали, що традиційний Bond Work Index не завжди відображає реальну здатність матеріалу до руйнування, особливо для руд зі складною структурою та вираженою неоднорідністю. Запропоновані показники дозволяють більш детально характеризувати механізми первинного та вторинного дроблення, що відкриває перспективи створення нових фізично обґрунтованих моделей подрібнення.

Важливим напрямом удосконалення прогнозування зношування обладнання є застосування альтернативних тестів абразивності. У роботі [18] розглянуто можливості використання LCPC-тесту як альтернативи Bond Abrasion Index. Показано, що результати LCPC-випробувань краще відображають реальні умови взаємодії руди з робочими поверхнями обладнання та можуть використовуватися для прогнозування зношування футеровок, дробильних плит і мелючих тіл. Автори підкреслюють, що використання лише Bond Abrasion Index часто не забезпечує необхідної точності через складність механізмів руйнування та різноманітність мінералогічного складу руд.

У роботі [19] виконано комплексний аналіз процесів зношування мелючих тіл у промислових млинах різних типів. Показано, що загальний знос є результатом одночасної дії абразивного, ударного та корозійного механізмів. Частка кожного з механізмів залежить від типу руди, складу пульпи, режиму роботи млина, швидкості обертання та параметрів завантаження. Отримані результати підтверджують, що

використання лише Bond Abrasion Index для прогнозування витрат куль є спрощенням складного багатофакторного процесу. Особливо суттєвим є вплив корозійного зношування, яке в окремих випадках може становити до 20–40 % від загальних втрат металу.

Окремий інтерес становлять дослідження, присвячені особливостям роботи автогенних і напівавтогенних млинів. У роботі [20] показано, що класичні закони подрібнення, включаючи підхід Бонда, мають обмежену придатність для AG/SAG-схем. Причиною є суттєва роль ударного руйнування, яке не враховується у традиційних енергетичних залежностях. Автори підкреслюють, що для опису процесів у великих SAG-млинах необхідно враховувати параметри ударної міцності, розподіл енергії між різними механізмами руйнування та особливості руху завантаження.

Подальший розвиток геометалургійного підходу представлено у роботі [21], де властивості руди розглядаються як основний фактор, що визначає енергоспоживання процесів подрібнення. Автори показали, що навіть у межах одного родовища можливі значні коливання показників подрібнюваності через зміни мінералогічного складу, структури та текстури породи. У зв'язку з цим використання одного усередненого значення Bond Work Index для всього родовища може призводити до істотних похибок при проєктуванні та плануванні роботи фабрик. Запропоновано формування геометалургійних доменів із власними характеристиками подрібнюваності та енергоємності.

Суттєві результати отримано у дослідженнях вертикальних млинів тонкого подрібнення [22]. Показано, що використання Tower Mill дозволяє скоротити питомі витрати електроенергії на 30–50 % порівняно з традиційними кульовими млинами при досягненні аналогічної тонкості помелу. При цьому Bond Work Index використовується лише як базовий параметр для порівняння різних технологій подрібнення. Автори наголошують, що зі зростанням ролі енергоощадних технологій значення

класичних індексів Бонда поступово зміщується від інструменту проєктування до інструменту порівняльного аналізу.

Особливе місце серед сучасних досліджень займає робота Daniel [23], присвячена перевірці фізичних основ Bond Work Index. Автор виконав прямі вимірювання споживаної енергії лабораторного млина Бонда та встановив, що реальна енергія одного оберту становить приблизно 91–93 Дж, тоді як у традиційних розрахунках широко використовується умовне значення близько 60 Дж. На основі проведеного аналізу зроблено висновок, що Bond Work Index містить низку прихованих масштабуючих коефіцієнтів і не може розглядатися як фундаментальна фізична константа матеріалу. Фактично він є емпіричним інженерним показником, справедливим лише в межах стандартної методики випробувань.

Додаткове підтвердження цьому наведено у класичній роботі Bond та Maxson [24], яка фактично є першоджерелом усієї концепції Bond Work Index. Автори визначили W_i як інженерний параметр, отриманий у стандартизованих умовах випробувань, а не як фундаментальну фізичну характеристику матеріалу. Саме ця обставина пояснює, чому значення індексу Бонда можуть змінюватися залежно від умов проведення тесту, типу обладнання та особливостей підготовки проби.

Подальший розвиток альтернативних методів оцінювання подрібнюваності представлено у роботі Mucsi та співавторів [25]. Автори запропонували модифікований об'ємний варіант Hardgrove-тесту, який дозволяє визначати характеристики подрібнюваності при значно менших витратах часу та матеріалу порівняно з класичним Bond-тестом. Показано, що між показниками Hardgrove та Bond Work Index існує стійкий кореляційний зв'язок, що дозволяє використовувати новий підхід для попереднього оцінювання властивостей руд на ранніх стадіях досліджень.

Одним із найбільш повних узагальнень сучасних підходів до оцінювання подрібнюваності є дисертаційне дослідження Kojovic [26]. Автор виконав систематичний аналіз існуючих методів прогнозування енерговитрат та показав, що Bond Work Index залишається найпоширенішим параметром у практиці проєктування подрібнювальних комплексів. Разом із тим встановлено, що значення W_i суттєво змінюється як між різними родовищами, так і всередині одного родовища. Це підтверджує необхідність переходу від усереднених характеристик до геометалургійних моделей, які враховують просторову мінливість властивостей руди.

Подібних висновків дійшов Deniz [27], який досліджував взаємозв'язок між мінералогічними характеристиками руд та показниками подрібнюваності. Автор показав, що однакові значення Bond Work Index не гарантують однакової поведінки руди в процесі подрібнення. Вирішальне значення мають текстура, характер зрощення мінералів, розмір зерен та особливості розподілу мінеральних фаз. Таким чином, використання лише W_i без урахування мінералогічних характеристик може призводити до помилкових прогнозів енерговитрат і продуктивності подрібнення.

Завершуючи аналіз літературних джерел, слід відзначити результати роботи Nikolić та співавторів [28], у якій запропоновано модифікацію методики Бонда для випадків нестандартного гранулометричного складу живлення. Автори показали, що за відхилення фактичного розміру живлення від стандартних умов тесту можуть виникати суттєві похибки у визначенні Work Index. Запропоновані коригувальні залежності дозволяють підвищити точність розрахунків та адаптувати класичний підхід Бонда до сучасних виробничих умов. Водночас автори підтверджують, що навіть за наявності нових моделей та альтернативних індексів Bond Work

Index залишається найбільш поширеним показником оцінювання подрібнюваності руд у світовій практиці.

Узагальнення результатів аналізу джерел [1]–[28] свідчить про наявність стійкого зв'язку між енергоємністю процесу подрібнення та інтенсивністю зношування подрібнювальних тіл. Практично в усіх розглянутих роботах питомі витрати енергії розглядаються як один із базових факторів, що визначає швидкість зносу куль, футеровок та інших елементів подрібнювального обладнання. При зростанні енерговитрат на подрібнення, яке зазвичай супроводжується зменшенням крупності готового продукту (P80), інтенсивність зношування, як правило, також збільшується. Разом із тим аналіз показав, що залежність між енергоспоживанням та зносом не є лінійною і визначається не лише величиною Bond Work Index, але й ударною міцністю руди, її абразивністю, мінералогічним складом, умовами роботи млина та хімічними характеристиками пульпи. У сучасних дослідженнях індекс роботи Бонда переважно використовується як базовий енергетичний параметр, тоді як для прогнозування фактичного зношування дедалі ширше застосовуються додаткові показники, зокрема Bond Abrasion Index, параметр ударного руйнування A×b, геометалургійні характеристики та статистичні моделі. Узагальнені результати аналізу використання формул Бонда у розглянутих джерелах наведено в таблиці 1.1.

Проведений аналіз 28 літературних джерел показав, що формули Бонда й сьогодні залишаються найбільш поширеним інструментом оцінювання енергоємності процесів подрібнення та порівняння подрібнюваності різних типів руд. Водночас більшість сучасних дослідників розглядають Bond Work Index та Bond Abrasion Index не як універсальні характеристики матеріалу, а як емпіричні показники, застосування яких потребує врахування геомеханічних, геометалургійних, мінералогічних та технологічних факторів.

Таблиця 1.1 – Аналіз використання формул Бонда та альтернативних підходів у дослідженнях процесів подрібнення і зношування обладнання

Джерело	**Формула / підхід**	**Об'єкт дослідження**	**Роль підходу Бонда**	**Висновок щодо прогнозування зносу та енергоспоживання**
[1]	Wear = 0,159(Ai − 0,015)^0,33	SAG- та кульові млини	Базова модель прогнозування зносу	Формула Бонда завищує фактичний знос; запропоновано нові залежності через Axb та Ai
[2]	Енергетичний підхід до зношування футеровки	Футеровки барабанних млинів	Без прямого використання формул Бонда	Основний вплив мають ударно-абразивні механізми та конструкція футеровки
[3]	W_i = 44,5/(P100^0,23·gpr^0,82)·(√(10/P80)−√(10/F80))	Кульові та стрижневі млини	Аналіз Bond Work Index	Показано варіабельність W_i та переваги показника gpr для оцінки подрібнюваності
[4]	Bond Wi + Ai + SPI + Drop Weight Test	Проєктування млинів	Bond використовується разом з іншими індексами	Одного W_i недостатньо для опису поведінки складних руд
[5]	Bond Wi для попередніх розрахунків	SAG-млин 40 ft	Еталонний показник	Для великих SAG-млинів необхідні складніші енергетичні моделі
[6]	Bond Work Index як еталон енергоспоживання	Кульові млини, Ni–	Базовий показник	Виявлено розбіжність між

Джерело	Формула / підхід	Об'єкт дослідження	Роль підходу Бонда	Висновок щодо прогнозування зносу та енергоспоживання
		Cu руда Santa Rita	порівняння	прогнозованим та фактичним енергоспоживанням
[7]	Geopyörä Test та Bond Wi	Кульові та стрижневі млини	Валідація альтернативного тесту	Альтернативний тест може замінювати класичні випробування Бонда
[8]	Artificial Neural Network (ANN)	Кульові млини, різні руди	Bond використовується як навчальний параметр	Машинне навчання забезпечує точніше прогнозування
[9]	Cerchar Abrasivity Index (CAI)	Брекчія розлому Misis	Bond-підхід відсутній	CAI може використовуватися як непрямий індикатор абразивності
[10]	OMC Power-Based Comminution Model	AG/SAG-млини	Bond використовується лише для порівняння	Для AG/SAG-схем більш придатні power-based моделі
[11]	Data-driven моделі + Wi	Кульові млини, залізні руди	Wi використовується як еталон	Показано обмеженість W_i для складних режимів подрібнення
[12]	Геометалургійний підхід + Bond Wi	Залізні руди (гематитові та	Базовий енергетичний	Підкреслено обмеження W_i для AG/SAG-млинів

Джерело	Формула / підхід	Об'єкт дослідження	Роль підходу Бонда	Висновок щодо прогнозування зносу та енергоспоживання
		магнетитові)	параметр	
[13]	Прогнозування Wi через UCS та ML	Порфірові мідні руди	Bond Wi є цільовим параметром моделі	Можливе прогнозування W_i без повного лабораторного тесту
[14]	Модель «кар'єр – дроблення» з використанням Wi	Відкритий залізорудний кар'єр	Вхідний параметр економічної моделі	Ефективність визначається також гранулометрією після вибуху
[15]	Bond Wi + геомеханічні параметри	Порфірова мідна руда Sungun	Оцінювання варіабельності Wi	Значення W_i суттєво змінюються навіть у межах одного родовища
[16]	Particle Stiffness-Based Energy Model	Магнетитова, поліметалічна руда, гранулiт, вапняк	Альтернативний підхід	Запропоновано більш фундаментальні енергетичні показники руйнування
[17]	Bond Abrasion Index (Ai)	Cu–Au сульфідна руда Sossego	Еталон абразивності	Використано для калібрування альтернативного LCPC-тесту
[18]	Механохімічний кульовий помел	Тверді матеріали	Bond-підхід не використовується	Аналізуються процеси механічної активації та передачі енергії

Джерело	Формула / підхід	Об'єкт дослідження	Роль підходу Бонда	Висновок щодо прогнозування зносу та енергоспоживання
[19]	Bond Work Index	Залізна руда, лабораторний помел	Порівняльний еталон	Використовується для зіставлення різних методів оцінки енергоємності
[20]	Drop Weight Test (A×b)	Au–Cu руди, SAG-подрібнення	Bond не застосовується	Для SAG-млинів ударні параметри інформативніші за W_i
[21]	Population Balance Model (PBM)	Кульові млини, мідні та залізні руди	Початкове наближення	W_i використовується для калібрування складніших моделей
[22]	Specific Energy Consumption (SEC)	Промислові кульові млини	Bond не використовується	Аналіз базується на фактичному енергоспоживанні
[23]	Прямі вимірювання енергії млина Бонда	Лабораторний млин Бонда	Перевірка фізичної основи W_i	W_i є емпіричним інженерним показником, а не фізичною константою
[24]	Класична теорія Бонда	Стандартні руди для тестування	Першоджерело методики	Запропоновано стандартні випробування та енергетичне рівняння Бонда
[25]	Modified Hardgrove Index (HGI)	Різні типи мінеральної сировини	Кореляція з Bond W_i	HGI може використовуватися для попереднього оцінювання

Джерело	**Формула / підхід**	**Об'єкт дослідження**	**Роль підходу Бонда**	**Висновок щодо прогнозування зносу та енергоспоживання**
				W_i
[26]	Комплексна оцінка Wi та геометалургічних параметрів	Різні типи руд	W_i як базовий енергетичний параметр	Доцільне використання лише в складі комплексної оцінки
[27]	Bond Work Index + HGI + петрографія	Різні типи руд	Кореляційний аналіз	Встановлено зв'язок W_i з мінералогічними характеристиками
[28]	Модифікований Bond Work Index	Руди з нестандартною крупністю живлення	Розвиток класичної методики	Нестандартний гранулометричний склад призводить до систематичних похибок W_i

Примітка: із 28 проаналізованих джерел лише 7–8 робіт використовують класичні формули Бонда як основний розрахунковий інструмент. У більшості сучасних досліджень Bond Work Index застосовується як еталонний або калібрувальний параметр, тоді як для практичного прогнозування енергоспоживання та зношування дедалі частіше використовуються геометалургійні моделі, параметри ударного руйнування (A×b), статистичні залежності, моделі машинного навчання та прямі виробничі дані. Це підтверджує доцільність використання методики Бонда як базового інструменту оцінювання, але одночасно свідчить про необхідність її адаптації до умов конкретного виробництва.

На основі аналізу джерел [1]–[28] встановлено, що обмеженість застосування класичних залежностей Бонда для прогнозування витрат подрібнювальних тіл обумовлена такими основними причинами:

1. формула визначення зношування через індекс абразивності Ai описує переважно абразивну складову руйнування металу та не враховує ударне й корозійне зношування, частка якого, за даними окремих досліджень, може досягати 20–40 % загальних втрат металу;

2. залежності Бонда не враховують конструктивні особливості подрібнювального обладнання, зокрема тип млина, його геометричні параметри, профіль футеровки, розподіл куль за розмірами та особливості внутрішньомлинової кінематики;

3. у формулах відсутній вплив хімічного складу середовища подрібнення, включаючи значення pH, концентрацію розчиненого кисню, солоність пульпи, вміст іонів кольорових металів та інші фактори, які можуть суттєво впливати на швидкість корозійного руйнування сталевих елементів;

4. не враховуються фактичний ступінь завантаження млина кулями, співвідношення «руда : сталь», режим роботи обладнання, циркуляційне навантаження та інші технологічні параметри, що безпосередньо визначають інтенсивність зношування;

5. результати промислових досліджень, зокрема виконаних компанією Newmont, свідчать, що класичні залежності Бонда в багатьох випадках завищують фактичні витрати мелючих тіл у 1,5–2,5 раза, особливо для сучасних схем SAG- та кульового подрібнення.

Таким чином, формули Бонда доцільно розглядати як ефективний інструмент первинної оцінки енергоємності процесів подрібнення та порівняння властивостей руд, проте їх використання для точного прогнозування витрат подрібнювальних тіл потребує додаткового врахування комплексу геометалургійних, технологічних та експлуатаційних факторів. Для умов сучасних гірничо-збагачувальних

комбінатів найбільш перспективним підходом є поєднання класичних індексів Бонда з результатами промислового моніторингу, геометалургійними моделями та статистичними залежностями, побудованими на основі фактичних виробничих даних.

1.3 Висновки щодо доцільності використання формул Бонда

Проведений аналіз літературних джерел [1–28] показав, що формули Бонда залишаються найбільш поширеним інструментом оцінювання подрібнюваності руд та питомих витрат енергії в процесах рудопідготовки. Незважаючи на значну кількість сучасних альтернативних підходів, включаючи геометалургійні моделі, параметри ударного руйнування A×b, Population Balance Model (PBM), моделі машинного навчання та інші методи, Bond Work Index продовжує використовуватись як базовий енергетичний параметр для порівняння різних типів руд та оцінювання енергоємності процесу подрібнення.

Узагальнення результатів досліджень, наведених у таблиці 1.1, свідчить про наявність стійкого зв'язку між енергоспоживанням процесу подрібнення та інтенсивністю зношування подрібнювальних тіл. У більшості сучасних робіт питомі витрати енергії розглядаються як один із базових факторів, що визначає швидкість зносу куль, футеровок та інших елементів подрібнювального обладнання. При переході до більш тонкого помелу, що супроводжується зменшенням величини P80 та зростанням питомих витрат енергії, інтенсивність зношування зазвичай також збільшується. Разом із тим проаналізовані дослідження показують, що залежність між енергоспоживанням і зносом не є лінійною та визначається не лише величиною Bond Work Index, але й ударною міцністю руди, її абразивністю, мінералогічним

складом, параметрами роботи млина та хімічними характеристиками пульпи.

В цілому методика визначення витрат мелючих куль через індекс абразивності A_i не набула широкого поширення на пострадянському просторі. Значення індексу абразивності для гірничо-збагачувальних комбінатів Кривого Рогу у відкритих джерелах практично відсутні. У зв'язку з цим для виконання подальших розрахунків значення Аі були оцінені за кореляційними залежностями між абразивністю та міцністю руд, наведеними у відкритих джерелах (рис. 1.1, рис. 1.2).

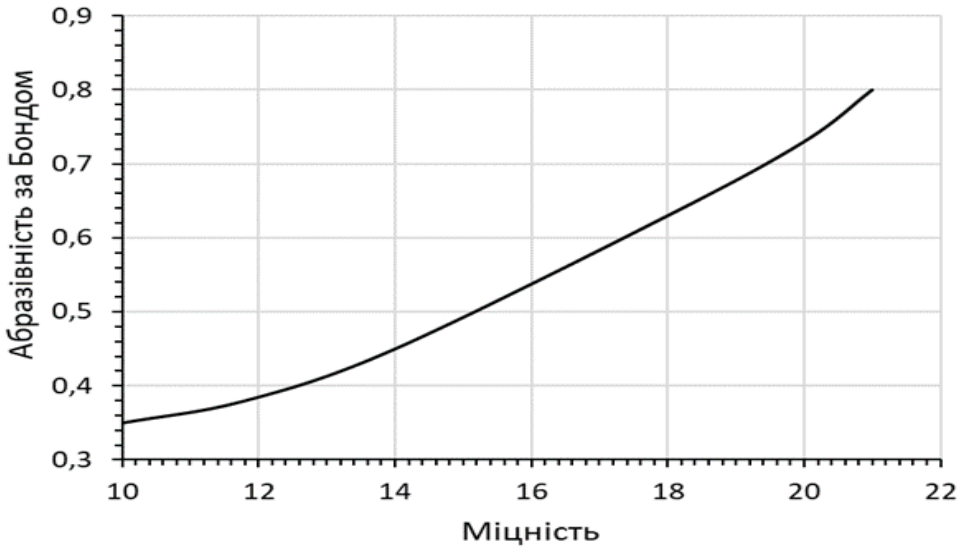


Рисунок 1.1 – Графік 1 залежності абразивності руд від їх міцності

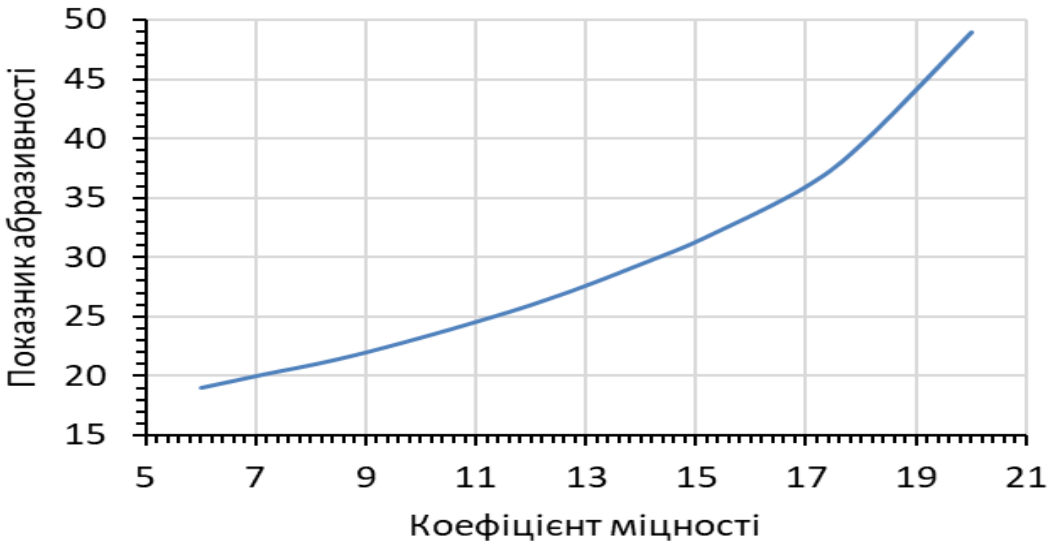


Рисунок 1.2 – Графік 2 залежності абразивності руд від їх міцності

Оскільки методика Бонда побудована на емпіричних залежностях, критично важливим фактором є формування достатньої довірчої бази даних. Аналіз літературних джерел показав, що для окремих визначень можливі суттєві коливання значень індексу абразивності навіть для руд із близькими значеннями індексу роботи Бонда W_i. Це пов'язано з впливом мінералогічного складу, структури руди, форми зерен, ступеня тріщинуватості та інших факторів, які не враховуються класичними залежностями. Приклад такого розсіювання даних наведено на рис. 1.3.

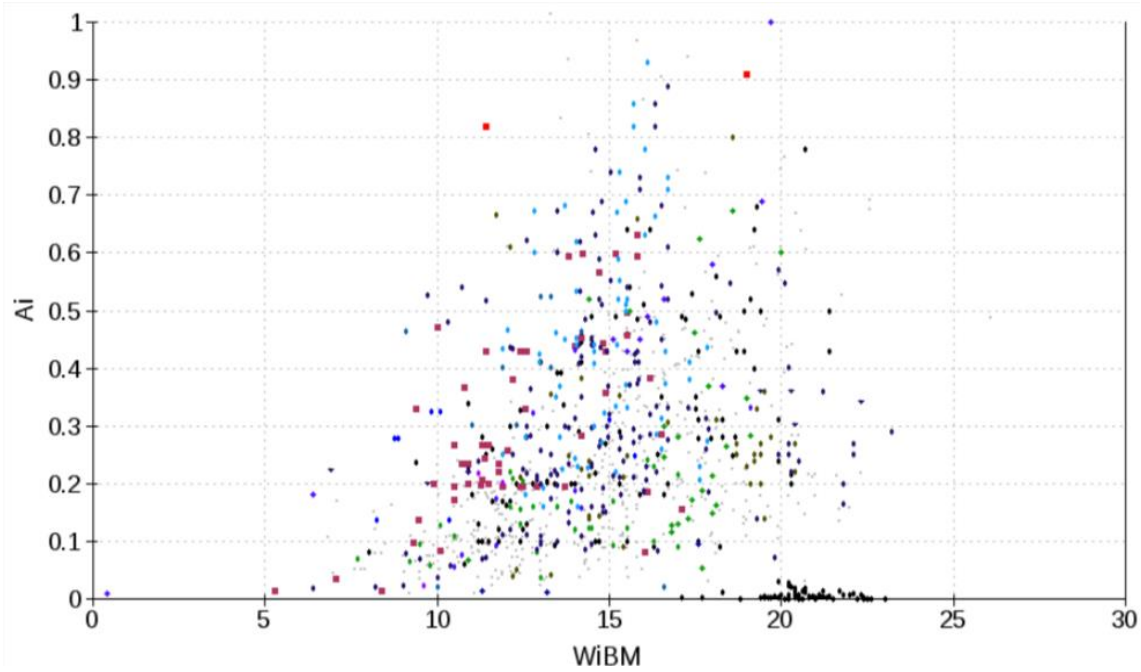


Рисунок 1.3 – Коливання значень абразивного індексу A_i в одному діапазоні витрат енергії подрібнення W_i

За даними проаналізованих джерел, а також відповідно до характеру розсіювання експериментальних даних, діапазон допустимих відхилень для окремих визначень може становити 25–50 %. Для скорочення невизначеності до рівня 5–11 % необхідним є систематичне визначення індексу абразивності для накопичувальних проб руди та одночасний моніторинг фактичного енергоспоживання млинів за період роботи, що аналізується.

З метою перевірки придатності методики Бонда для умов гірничо-збагачувальних комбінатів Кривбасу було виконано порівняння фактичних витрат подрібнювальних куль із результатами розрахунків за методикою Бонда. При цьому витрати мелючих тіл визначались за емпіричною залежністю:

$$Me = 0{,}175 \cdot (A_i - 0{,}015)^{0{,}33} \qquad (1.4)$$

де Ме – витрати мелючих куль, т/кВт·год;

A_i – індекс абразивності руди.

Результати розрахунків наведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Порівняння фактичних та розрахункових показників витрат подрібнювальних куль за методикою Бонда для ГЗК Кривбасу

Показник	**Південний ГЗК**	**Північний ГЗК**	**Центральний ГЗК**
Період	2024	2024	2024
Абразивність руди	46,0	32,0	38,5
Міцність	20,0	15,0	17,3
Абразивність за Бондом (A_i)	0,7278	0,5063	0,6091
Витрати куль на кВт енергії (*Ме*), т/кВт, розрахунок	0,196	0,097	0,141
Ме за методикою Бонда, т/кВт	0,157	0,138	0,147
Похибка *Ме*, %	20,3	29,9	4,3
Фактична витрата, кг куль/т концентрату	3,2	2,3	2,7
Розрахункова витрата куль, кг/т концентрату	3,7	2,5	3,9
Похибка за витратою куль, %	13,5	8,0	30,0

Отримані дані показують, що відносна похибка між фактичними та розрахунковими значеннями витрат куль становить від 4 до 30 %, що в цілому відповідає рівню варіації, характерному для даної методики згідно з результатами світових досліджень. Найменше відхилення отримано для Центрального ГЗК, тоді як для Північного та Південного ГЗК спостерігається більш суттєва розбіжність між розрахунковими та фактичними показниками.

Висновки по розділу 1

Таким чином, результати аналізу літературних джерел та виконаних розрахунків дозволяють зробити такі висновки:

1. формули Бонда залишаються ефективним інструментом базової оцінки енергоємності процесів подрібнення та порівняння подрібнюваності різних типів руд;
2. існує фізично обґрунтований зв'язок між енергоспоживанням процесу подрібнення та інтенсивністю зношування подрібнювальних тіл, що дозволяє використовувати індекси Бонда для попереднього оцінювання витрат мелючих тіл;
3. формула визначення витрат куль через індекс абразивності Ai описує переважно абразивну складову зношування та не враховує ударне і корозійне руйнування, частка якого може досягати 20–40 % загальних втрат металу;
4. залежності Бонда не враховують конструктивні особливості млина, профіль футеровки, розподіл куль за розмірами, параметри завантаження, співвідношення «руда : сталь» та хімічний склад пульпи;
5. за даними світових досліджень та результатами виконаних розрахунків класичні залежності Бонда можуть як занижувати, так і

завищувати фактичні витрати мелючих тіл, а в окремих випадках розбіжність може досягати 1,5–2,5 раза;

6. для практичного використання в умовах гірничо-збагачувальних комбінатів Кривбасу методику Бонда доцільно застосовувати як інструмент попередньої оцінки та порівняльного аналізу, а не як самостійний засіб точного прогнозування витрат подрібнювальних тіл.

Отже, підхід Бонда до визначення індексів роботи та абразивності доцільно розглядати як відправну точку для побудови більш точних виробничих моделей. Для внутрішніх технічних розрахунків найбільш перспективним є поєднання індексів Wi та Ai із фактичними даними промислової статистики щодо витрат мелючих тіл і енергоспоживання млинів. Саме тому побудова індивідуальних регресійних моделей для Північного, Центрального та Південного ГЗК має високу наукову та практичну цінність, оскільки дозволяє адаптувати класичний підхід Бонда до реальних умов експлуатації конкретного виробництва.

2 ЗБАГАЧЕННЯ МАГНЕТИТОВИХ КВАРЦИТІВ НА ПІВНІЧНОМУ, ЦЕНТРАЛЬНОМУ ТА ПІВДЕННОМУ ГІРНИЧО-ЗБАГАЧУВАЛЬНИХ КОМБІНАТАХ

При збагаченні магнетитових кварцитів найбільш поширеним є впровадження тристадійних та чотиристадійних схем подрібнення в поєднанні з 4–5 стадіями магнітної сепарації. В цих схемах всі млини працюють у замкнутому циклі. Для перших стадій подрібнення використовуються кульові млини типу МКР, для наступних – з центральним розвантаженням (МКЦ).

Технологічні схеми збагачення магнетитових кварцитів гірничо-збагачувальних комбінатів Кривбасу різняться кількістю стадій подрібнення, кількістю та продуктивністю працюючих технологічних черг та секцій, типорозміром кульових млинів, що використовуються в технологічному циклі, розміром та твердістю подрібнювальних куль, крупністю та міцністю залізних руд, що надходять на переробку.

Враховуючи відмінності в технологічних схемах збагачення та параметрах роботи кульових млинів навіть в межах однієї збагачувальної фабрики, для можливості дослідження зносу та оцінки витрат подрібнювальних тіл в виробничих умовах ГЗК потрібно виділити секції фабрик гірничо-збагачувальних комбінатів, що працюють за єдиним технологічним процесом.

Так, для Північного гірничо-збагачувального комбінату було розглянуто три технологічні схеми збагачення магнетитових кварцитів.

Схема (черга) №1 включає чотиристадійне подрібнення (рис. 2.1) з використанням в I стадії млинів МКР 4000х5000. Руда подрібнюється в I стадії до вмісту класу -0,056 мм 55,8%. Продуктивність секції становить 186 т/год. Технологічна схема збагачення забезпечує отримання концентрату А1 із вмістом заліза 67,8%.

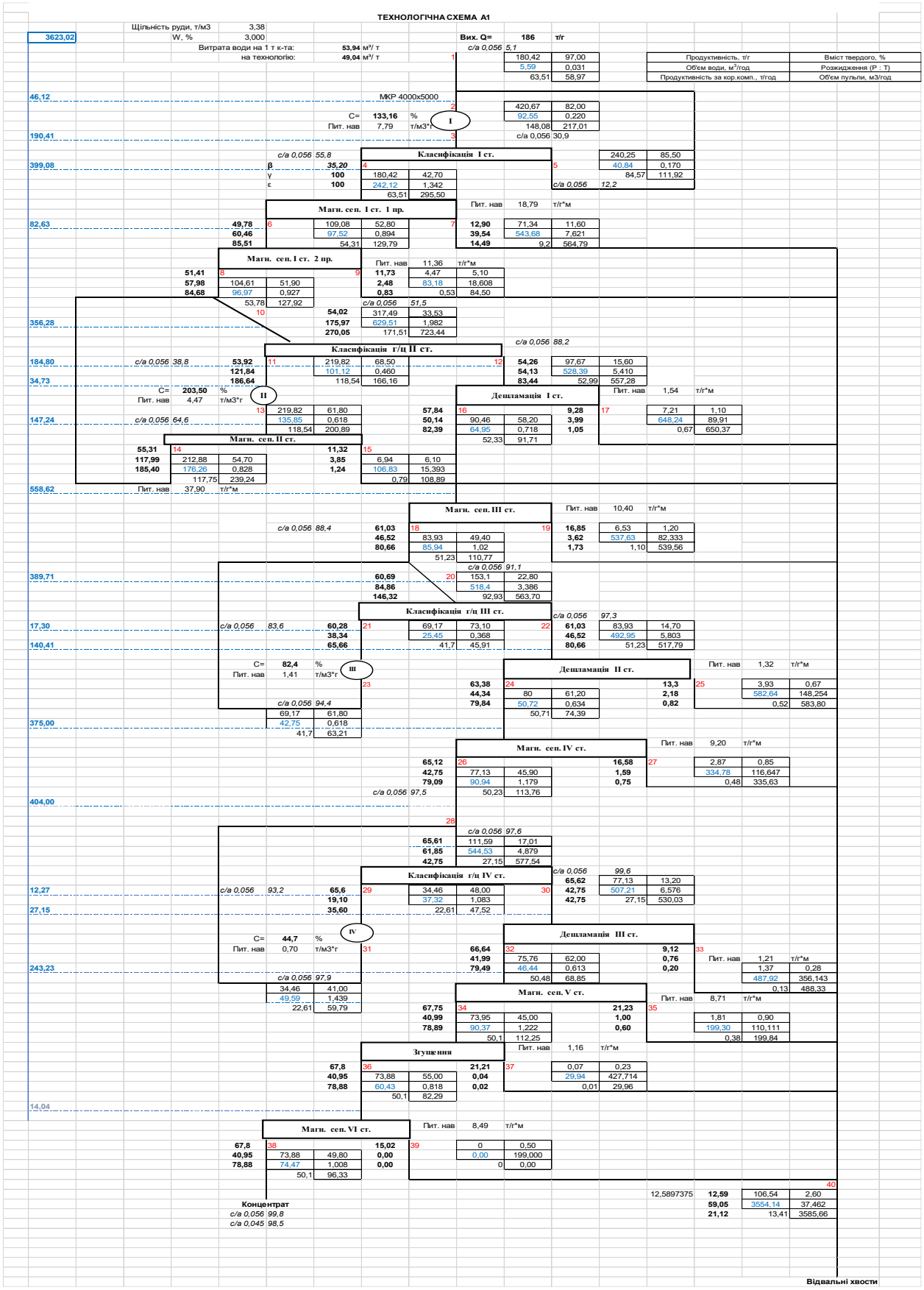


Рисунок 2.1 – Технологічна схема збагачення руди на ПівнГЗК №1

Схема (черга) №2 включає тристадійне подрібнення (рис. 2.2) з використанням в I стадії млинів МКР 4000х5000. Руда подрібнюється в I стадії до вмісту класу -0,056 мм 66,1%. Для підвищення ступеня подрібнення продуктивність секції знижена та становить 160 т/год. Технологічна схема збагачення забезпечує отримання концентрату А1 із вмістом заліза 67,8%.

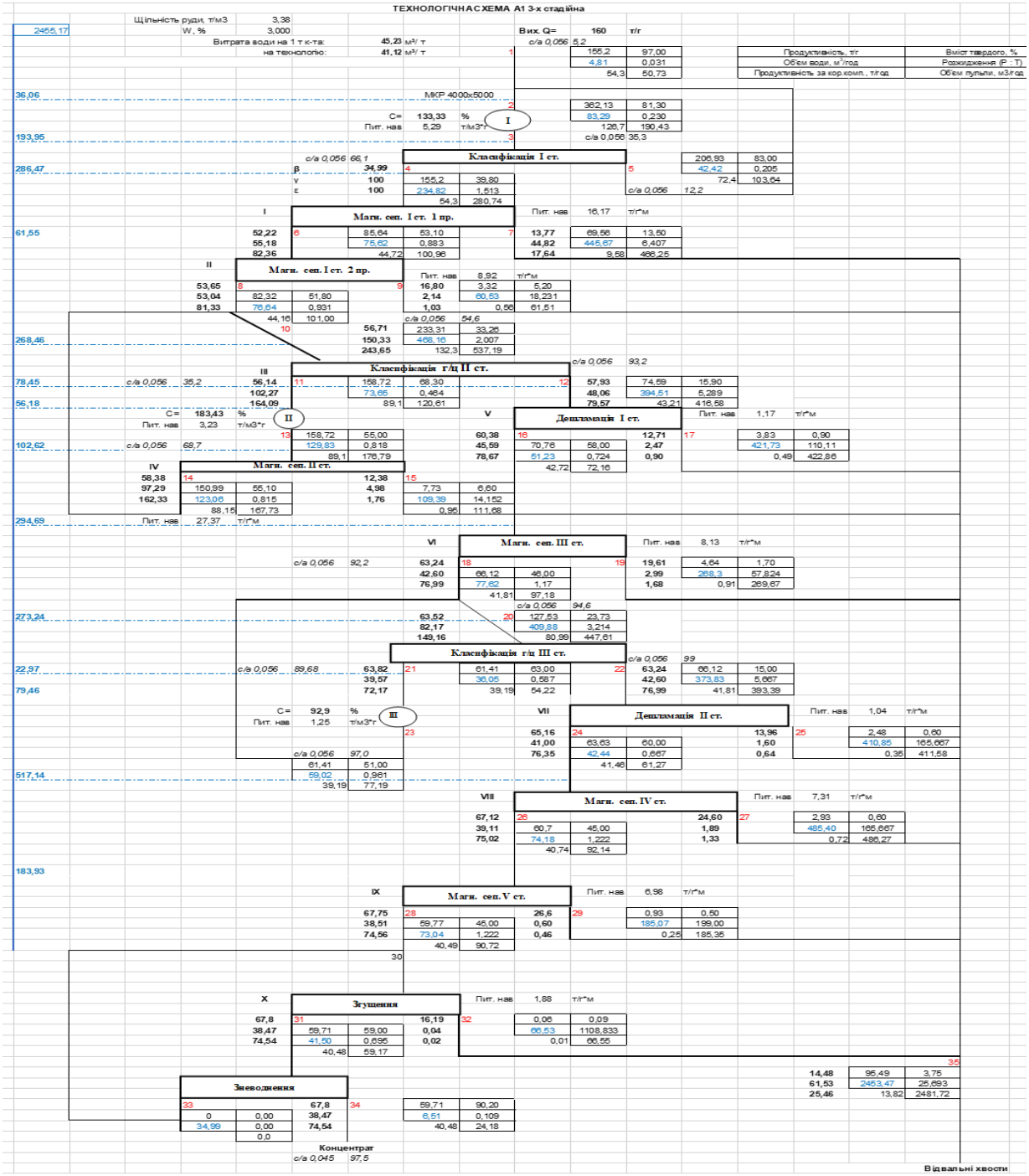
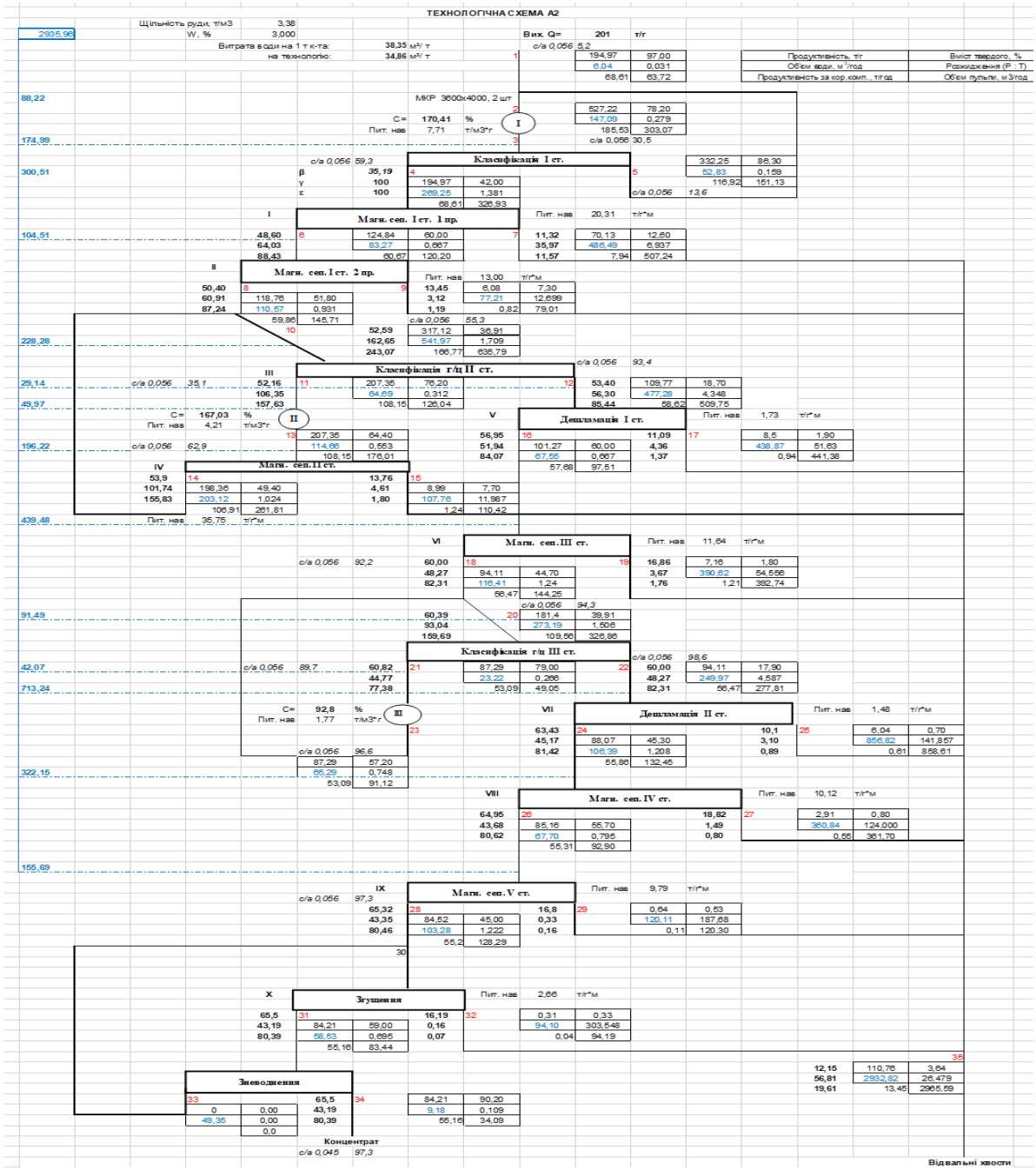


Рисунок 2.2 – Технологічна схема збагачення руди на ПівнГЗК №2

Схема (черга) №3 (рис. 2.3) включає тристадійне подрібнення в млинах МКР 3600х4000 (2 одиниці, які працюють паралельно). В I стадії руда подрібнюється до вмісту класу -0,056 мм 59,3%. Продуктивність секції становить 201 т/год. Технологічна схема збагачення забезпечує отримання концентрату А2 із вмістом заліза 65,5%.



. Рисунок 2.3 – Технологічна схема збагачення руди на ПівнГЗК №3

Для Південного гірничо-збагачувального комбінату після аналізу технологічних схем збагачення також були виділені секції, що працюють за єдиним технологічним процесом. Так, перша черга включає секції, оснащені млинами МКР 3600х5000. Продуктивність секції становить 176 т/год при виробництві концентрату КЗВ. Друга черга включає подрібнення в млинах МКЦ 3600х5500 при продуктивності секції 187 т/год з забезпеченням виробництві концентрату КЗВ. Третя черга забезпечує виробництво концентрату КЗ з подрібнення руди в млинах МКЦ 4500х6000. Продуктивність секції становить 343 т/год.

На кожну з черг подавали руду різної крупності та використовували для подрібнення суміш куль діаметрами 100 мм та 120 мм в різній пропорції. Для першої та другої черги вона становила 50:50, для третьої черги завантаження подрібнювальних куль становило 30% діаметром 100 мм та 70% діаметром 120 мм. Для Центрального ГЗК в залежності від устаткування секцій, типу і міцності руди, якості концентрату було виділено п'ять черг.

Висновок по розділу 2

За результатами виконаних у розділі досліджень встановлено закономірності впливу фізико-механічних властивостей залізорудної сировини на інтенсивність зношування мелючих тіл та визначено підходи до оцінювання абразивності руд за відсутності експериментально визначених значень індексу A_i. На основі аналізу літературних джерел і кореляційних залежностей отримано оцінні значення абразивності для руд гірничо-збагачувальних комбінатів Криворізького басейну, що створює підґрунтя для подальшого прогнозування витрат мелючих куль і оптимізації режимів подрібнення. Отримані результати використані як вихідні дані для подальших розрахунків у наступних розділах роботи.

3 ФОРМУВАННЯ БАЗИ ВИРОБНИЧИХ ДАНИХ ТА ВИБІР ФАКТОРІВ ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ВИТРАТ ПОДРІБНЮВАЛЬНИХ КУЛЬ

Для побудови моделей розрахунку витрат подрібнювальних куль для виробничих умов Північного, Центрального та Південного гірничо-збагачувальних комбінатів була розглянута та проаналізована промислова статистика зазначених підприємств за окремий період, яка включала наступні виробничі параметри та характеристики:

- крупність та міцність вихідної руди;
- параметри млинів, що задіяні в технологічному процесі (діаметр та довжину барабану млинів);
- кількість (масу) вихідної руди, що надходить на переробку;
- продуктивність секції;
- питоме навантаження на млин;
- діаметр та твердість подрібнювальних куль, а також кількість кожного типа куль (у відсотках), завантажених у млин;
- ступінь заповнення млина подрібнювальними кулями;
- фактичні витрати подрібнювальних куль.

Статистичні виробничі дані були опрацьовані, проаналізовані та згруповані за періодами з урахуванням аналогічних умов та технологічних параметрів роботи млинів збагачувальних фабрик.

Опрацьовані статистичні дані Південного ГЗК представлені в таблиці 3.1. На їх основі та з урахуванням проведеного аналізу технологічних схем збагачення були визначені значимі для побудови математичної моделі параметри роботи млинів (фактори) відповідно для кожної технологічної черги (табл. 3.2). Для Південного ГЗК такими параметрами є крупність вихідної руди, продуктивність секції та маса переробленої руди, питоме навантаження на млин та параметри млина, ступінь заповнення млина кулями, а також характеристики самих подрібнювальних куль (їх середній діаметр та група твердості з урахуванням відсоткового співвідношення завантаження куль у млин).

Таблиця 3.1 – Статистичні виробничі дані Південного ГЗК

Період	Міцність руди	Крупність руди	Параметр млина (DxL)	dcp, мм	Гр.Тв.ср	рівень заповнення	питоме навантаження на млин	продуктивність секції за рудою, т/год	переробка руди, тис.т	Сумарна витрата куль, т
Січень 1	18	9,65	18	110	3	41	3,9144	176,15	1015,3	968,202
Січень 2	18	13	19,8	110	3	40	3,816	187	533,2	485,802
Січень 3	18	13	27	114	3	40	4,186	343,3	753,6	663,921
Лютий 1	18	9,65	18	109,808	3	40	3,929	176,81	888,3	828,995
Лютий 2	18	13	19,8	109,8	3	41	3,816	187	483	431,355
Лютий 3	18	13	27	113,98	3	42	4,185	343,2	610,5	535,598
Березень 1	18	9,65	18	109,68	3,968	41	3,925	176,61	912,730	840,735
Березень 2	18	13	19,8	109,688	3,9688	40	3,816	187	538,2	475,541
Березень 3	18	13	27	113,96	4,396	42	4,185	343,2	549	480,473
Квітень 1	18	9,65	18	109,52	3,952	40	3,922	176,5	976,33	888,156
Квітень 2	18	13	19,8	109,56	3,956	41	3,816	187	521,06	454,9
Квітень 3	18	13	27	113,932	4,3932	40	4,189	343,5	698,15	607,757
Травень 1	18	9,65	18	109,68	3,968	40	3,914	176,12	1017,635	910,496
Травень 2	18	13	19,8	109,56	3,956	41	3,816	187	536,18	468,187
Травень 3	18	13	27	114,416	4,44162	41	4,188	343,4	753,72	634,636

Таблиця 3.2 – Параметри для побудови моделі для Південного ГЗК

Параметри	***Позначення***	***ЧЕРГА 1***	***ЧЕРГА 2***	***ЧЕРГА 3***
Міцність вихідної руди	МіцнРуд	18	18	18
Крупність вихідної руди, %	КрупнРуд	9,65	13	13
Довжина млина, м	L	5	5,5	6
Діаметр млина, м	D	3,6	3,6	4,5
Діаметр кулі №1, мм	d1	100	100	100
Діаметр кулі №2, мм	d2	120	120	120
Група твердості кулі №1	Гр.тв.1	3	3	3
Група твердості кулі №2	Гр.тв.2	5	5	5
Частка куль №1 в завантаженні, %	Ч1	51,6	51,56	30,2
Частка куль №2 в завантаженні, %	Ч2	48,4	48,44	69,8
Рівень заповнення кулями, %	РівЗап	41	40	42
Питоме навантаження на млин, т/м^3·год	ПитНавМлин	3,925	3,816	4,185
Продуктивність секції за рудою, т/год	ПродСекцРуд	176,61	187	343,2
Маса переробленої руди, тис. т	МасПереробРуд	912,730	538,2	549

Показник міцності руди є константою для всіх трьох технологічних черг, тому для побудови моделі даний показник не розглядався.

Аналогічна робота з опрацювання статистичних виробничих даних та визначення параметрів (факторів) для побудови моделі витрат подрібнювальних куль була виконана також для Південного (табл. 3.3) та Центрального (табл. 3.4) гірничо-збагачувальних комбінатів.

Треба зазначити, що для подрібнення руди на збагачувальних фабриках Південного та Центрального ГЗК використовується один тип подрібнювальних куль, тому характеристики (діаметр та група твердості) куль в факторах для побудови моделі прогнозування витрат відсутні.

Висновки по розділу 3

У результаті опрацювання статистичних виробничих даних Південного, Північного та Центрального гірничо-збагачувальних комбінатів сформовано базу вихідних параметрів для побудови математичних моделей прогнозування витрат подрібнювальних куль. Встановлено, що набір значимих факторів для окремих технологічних черг відрізняється залежно від конструкції млинів, характеристик руди та особливостей організації процесу подрібнення.

Для Південного ГЗК до складу факторів додатково включені характеристики кульового завантаження (середній діаметр та група твердості куль), тоді як для Північного та Центрального ГЗК зазначені параметри не враховувались через використання одного типу подрібнювальних куль. Виконане групування та структуризація виробничих даних дозволили визначити факторний простір моделей і сформувати інформаційну основу для подальшого статистичного аналізу та побудови регресійних залежностей витрат подрібнювальних тіл.

Таблиця 3.3 – Параметри для побудови моделі для Північного ГЗК

Параметри	***Позначення***	***ЧЕРГА 1***	***ЧЕРГА 2***	***ЧЕРГА 3***
Міцність вихідної руди	МіцнРуд	14	16	14
Довжина млина, м	L	5	5	4
Діаметр млина, м	D	4	4	3,6
Продуктивність секції за рудою, т/год	ПродСекцРуд	186	160	205
Маса переробленої руди, тис. т	МасПереробРуд	264,867	691,17	1279,269

Таблиця 3.4 – Параметри для побудови моделі для Центрального ГЗК

Параметри	***Позначення***	***ЧЕРГА 1***	***ЧЕРГА 2***	***ЧЕРГА 3***	***ЧЕРГА 4***	***ЧЕРГА 5***
Міцність вихідної руди	МіцнРуд	16	18,2	15,5	16,1	19
Крупність вихідної руди, %	КрупнРуд	10,13	10,13	10,13	10,13	10,13
Довжина млина, м	L	6	6	6	5	5
Діаметр млина, м	D	4,5	4,5	4,5	3,6	3,6
Рівень заповнення кулями, %	РівЗап	30	30	30	30	30
Питоме навантаження на млин, $т/м^3 \cdot год$	ПитНавМлин	2,15	1,97	2,43	2,11	1,95
Продуктивність секції за рудою, т/год	ПродСекцРуд	164	150	185	81	75
Маса переробленої руди, тис. т	МасПереробРуд	452,148	109,650	121,036	119,806	108,975

4 ПОБУДОВА РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ ВИТРАТ ПОДРІБНЮВАЛЬНИХ КУЛЬ

Побудова математичної моделі прогнозування витрат подрібнювальних куль виконана за допомогою регресійного аналізу через інструмент *Regression* в Excel на основі статистичних виробничих даних підприємства.

4.1 Модель витрат подрібнювальних куль для Південного ГЗК

Потреба у врахуванні максимальної кількості факторів може бути реалізована в запропонованій 8-факторній моделі розрахунку, яка має вигляд:

Витрата куль (т) = 96478,18054 + 1739,896·КрупнРуд - 6058,149·(L·D) + + 13,897·dcp - 17,113·Гр.Тв.ср + 4,144·РівЗап - 15662,7076·ПитНавМл + + 315,859·ПродСекцРуд + 0,74495·МасПереробРуд

Розрахунок коефіцієнтів для кожного фактору наведений в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Розрахунок коефіцієнтів для математичної моделі

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*
Intercept	96478,18054	68861,5438	1,40104586	0,2107439	-72019,95	264976,3
X Variable 1	1739,895557	1289,68101	1,34908985	0,225992	-1415,84	4895,631
X Variable 2	-6058,149371	4371,43704	-1,3858485	0,2151044	-16754,67	4638,372
X Variable 3	13,89699421	23,9706728	0,57974986	0,5831814	-44,75713	72,55112
X Variable 4	-17,11265826	7,1601142	-2,389998	0,0540264	-34,63283	0,40751
X Variable 5	4,14433045	8,7111458	0,47575033	0,651079	-17,17108	25,45974
X Variable 6	-15662,70762	10907,9098	-1,4359037	0,2010461	-42353,4	11027,99
X Variable 7	315,8588878	227,068724	1,39102771	0,2136092	-239,7583	871,476
X Variable 8	0,744952146	0,11225831	6,63605375	0,0005649	0,470266	1,019638

Запропонована 8-факторна модель розрахунку має високу точність (R^2=0,9979) за умов використання змін факторів в заданих діапазонах.

Прогнозована витрата подрібнювальних куль, розрахована за отриманою 8-факторною моделлю, для кожної з технологічних черг наведена в табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Прогнозована витрата подрібнювальних куль

Показник	ЧЕРГА 1	ЧЕРГА 2	ЧЕРГА 3
Витрата подрібнювальних куль за моделлю, т	841,4680024	469,6529725	480,8877148
Витратний коефіцієнт, т / тис. т	0,92192434	0,872636515	0,875933907

Аналіз даної моделі дозволяє зазначити, що усі фактори, крім МасПереробРуд не є значущими, тобто внесок кожного з них неможливо врахувати окремо, а тільки комплексно.

Перевірка на кореляцію незалежних змінних вказує на наявність зв’язку між факторами за парами (особливо по відношенню до ПродСекцРуд та МасПереробРуд, що є цілком зрозумілим) з наявністю подекуди тісного зв’язку, що повинно вести до перегляду моделі в сторону зменшення факторів, прийнятих до розгляду (якщо це можливо).

Перегляд моделі з дотриманням умов значущості має вигляд 2-факторної з R^2=0,9933, однак з цілком визначеним прямим впливом МасПереробРуд та зворотнім Гр.Тв.ср, що дозволяє чітко визначитися з внеском кожного з них в результуючу величину витрати подрібнювальних куль:

Витрата куль (т) = 28,5572 – 20,5224·Гр.Тв.ср + 0,9618·МасПереробРуд

В таблиці 4.3 представлений розрахунок прогнозованої витрати подрібнювальних куль за кожною з отриманих моделей у порівнянні з фактичними витратами куль, а також розрахунок відносної похибки отриманих результатів.

Запропоновані моделі можуть бути відкориговані за рахунок врахування нових даних та/або введення коригуючого коефіцієнта при зміні певного фактора за наявності додаткових даних, отриманих на виробництві.

4.2 Модель витрат подрібнювальних куль для Центрального ГЗК

Потреба у врахуванні максимальної кількості факторів може бути реалізована в запропонованій 7-факторній моделі розрахунку, яка має вигляд:

Витрата куль (т) = 907,8454 + 3,872761·МіцнРуд - 109,068·КрупнРуд + + 4,410269·(L·D) - 0,63034·РівЗап + 44,3368·ПитНавМл - 0,54361· ·ПродСекцРуд + 0,924769·МасПереробРуд

Розрахунок коефіцієнтів для кожного фактора наведений в табл. 4.4.

Запропонована 7-факторна модель розрахунку має високу точність (R^2=0,9982) за умов використання змін факторів в заданих діапазонах.

Прогнозована витрата подрібнювальних куль, розрахована за отриманою 7-факторною моделлю, для кожної з п’яти технологічних черг наведена в табл. 4.5.

Аналіз даної моделі дозволяє зазначити, що усі фактори, крім МасПереробРуд не є значущими, тобто внесок кожного з них неможливо врахувати окремо, а тільки комплексно.

Таблиця 4.3 – Розрахунок відносної похибки визначення витрат куль за моделями для Південного ГЗК

Період	Витрата куль ФАКТ	**8-факторна модель, R^2=0,9979**			**2-факторна модель, R^2=0,9933**		
		ПРОГНОЗ	Відхилення	Відносна похибка, %	ПРОГНОЗ	Відхилення	Відносна похибка, %
Січень 1	968,202	953,5232	-14,6788	1,51609	943,5313	-24,6707	2,54809
Січень 2	485,802	482,4981	-3,3039	0,68009	479,8354	-5,9666	1,22820
Січень 3	663,921	657,1404	-6,7806	1,02130	691,8216	27,9006	4,20240
Лютий 1	828,995	831,8931	2,8981	0,34959	821,3795	-7,6155	0,91864
Лютий 2	431,355	446,4664	15,1114	3,50324	431,5517	0,1967	0,04560
Лютий 3	535,598	542,6253	7,0273	1,31205	554,1845	18,5865	3,47023
Березень 1	840,735	835,3718	-5,3632	0,63792	825,0113	-15,7237	1,87023
Березень 2	475,541	465,3082	-10,2328	2,15182	464,7624	-10,7786	2,26660
Березень 3	480,473	472,6435	-7,8295	1,62954	466,383	-14,09	2,93253
Квітень 1	888,156	888,9003	0,7443	0,08380	886,5117	-1,6443	0,18514
Квітень 2	454,900	455,1243	0,2243	0,04931	448,5394	-6,3606	1,39824
Квітень 3	607,757	607,2301	-0,5269	0,08670	609,8967	2,1397	0,35207
Травень 1	910,496	926,8956	16,3996	1,80117	925,9115	15,4155	1,69309
Травень 2	468,187	466,3880	-1,799	0,38425	463,0822	-5,1048	1,09033
Травень 3	634,636	642,7458	8,1098	1,27787	662,3516	27,7156	4,36716

Таблиця 4.4 – Розрахунок коефіцієнтів для математичної моделі

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*
Intercept	907,8454	863,3717	1,051512	0,303947	-878,175	2693,866
X Variable 1	3,872761	2,209401	1,752855	0,092948	-0,69773	8,443256
X Variable 2	-109,068	85,67647	-1,27302	0,215729	-286,303	68,1676
X Variable 3	4,410269	3,872333	1,138918	0,266461	-3,60026	12,4208
X Variable 4	-0,63034	1,442537	-0,43696	0,666213	-3,61445	2,353778
X Variable 5	44,33679	34,81899	1,273351	0,215613	-27,6918	116,3654
X Variable 6	-0,54361	0,441948	-1,23003	0,231118	-1,45785	0,370628
X Variable 7	0,924769	0,011847	78,05872	2,150158	0,900261	0,949276

Таблиця 4.5 – Прогнозована витрата подрібнювальних куль

Показник	Черга 1	Черга 2	Черга 3	Черга 4	Черга 5
Витрата подрібнювальних куль за моделлю, т	389,422333	80,841042	82,282333	105,969977	83,506373
Витратний коефіцієнт, т / тис. т	0,8612718	0,7372626	0,6798170	0,8845131	0,7662893

Перевірка на кореляцію незалежних змінних вказує на наявність зв’язку між факторами за парами з наявністю подекуди тісного зв’язку, що повинно вести до перегляду моделі в сторону зменшення факторів, прийнятих до розгляду (якщо це можливо).

Перегляд моделі з дотриманням умов значущості має вигляд 2-факторної з R^2=0,9979, однак з цілком визначеним прямим впливом МасПереробРуд та МіцнРуд, що дозволяє чітко визначитися з внеском кожного з них в результуючу величину прогнозованої витрати подрібнювальних куль:

Витрата куль (т) = -78,0818 + 3,3487·МіцнРуд + 0,9183·МасПереробРуд

В таблиці 4.6 представлений розрахунок прогнозованої витрати подрібнювальних куль за кожною з отриманих моделей у порівнянні з фактичними витратами куль, а також розрахунок відносної похибки отриманих результатів.

Дані моделі можуть бути відкориговані за рахунок врахування нових даних та/або введення коригуючого коефіцієнта при зміні певного фактора (наприклад, групи твердості за наявності додаткових даних, отриманих на виробництві).

4.3 Модель витрат подрібнювальних куль для Північного ГЗК

Потреба у врахуванні максимальної кількості факторів може реалізовується запропонованою 4-факторною моделлю:

Витрата куль (т) = -0,2403 - 9,2664·МіцнРуд + 4,5743·(L·D) + + 0,2133·ПродСекцРуд + 0,5994·МасПереробРуд

Запропонована 4-факторна модель розрахунку має високу точність (R^2=0,9873) за умов використання змін факторів в заданих діапазонах.

Прогнозована витрата подрібнювальних куль, розрахована за отриманою 4-факторною моделлю, для кожної з технологічних черг наведена в табл. 4.7.

Перевірка на кореляцію незалежних змінних вказує на наявність зв’язку між факторами за парами по відношенню до ПродСекцРуд, з наявністю подекуди тісного зв’язку, що повинно вести до перегляду моделі в сторону зменшення факторів, прийнятих до розгляду (якщо це можливо).

Перегляд моделі має вигляд 1-факторної з R^2=0,9845 від МасПереробРуд:

Витрата куль (т) = 3,3610 + 0,5797·МасПереробРуд

Таблиця 4.6 – Розрахунок відносної похибки визначення витрат куль за моделями для Центрального ГЗК

Період	Витрата куль ФАКТ	**7-факторна модель, R^2=0,9982**			**2-факторна модель, R^2=0,9979**		
		ПРОГНОЗ	Відхилення	Відносна похибка, %	ПРОГНОЗ	Відхилення	Відносна похибка, %
Січень 1	391,186	389,4254	-1,7606	0,4500672	390,7168	-0,4692	0,119943
Січень 2	81,5	80,8443	-0,6557	0,8045399	83,5586	2,0586	2,52589
Січень 3	85,808	82,2856	-3,5224	4,1049786	84,9731	-0,8349	0,972986
Січень 4	86,502	86,127	-0,375	0,433516	85,8527	-0,6493	0,750618
Січень 5	79,114	83,5096	4,3956	5,5560331	85,6174	6,5034	8,22029
Лютий 1	340,636	340,7233	0,0873	0,0256285	340,8855	0,2495	0,073245
Лютий 2	73,912	72,6721	-1,2399	1,6775354	74,1914	0,2794	0,378017
Лютий 3	86,36	84,2124	-2,1476	2,4867994	85,6346	-0,7254	0,839972
Лютий 4	82,264	84,0279	1,7639	2,1441943	81,5718	-0,6922	0,841437
Лютий 5	72,456	76,6555	4,1995	5,7959313	77,5591	5,1031	7,043033
Березень 1	404,116	400,7834	-3,3326	0,8246642	399,8963	-4,2197	1,04418
Березень 2	79,869	84,5199	4,6509	5,8231604	85,358	5,489	6,872504
Березень 3	92,788	97,5411	4,7531	5,1225374	98,5129	5,7249	6,169871
Березень 4а	24,031	17,1826	-6,8484	28,49819	13,1729	-10,8581	45,18372
Березень 4б	44,793	46,1685	1,3755	3,0707923	40,0542	-4,7388	10,57933
Березень 5	80,148	86,9646	6,8166	8,5050157	87,3393	7,1913	8,972526
Квітень 1	361,654	354,7148	-6,9392	1,91874	356,0514	-5,6026	1,54916
Квітень 2	79,869	78,4768	-1,3922	1,7431043	81,5509	1,6819	2,105823
Квітень 3	92,788	91,1652	-1,6228	1,7489331	93,9351	1,1471	1,236259
Квітень 4	87,32	89,6447	2,3247	2,6622767	88,5456	1,2256	1,403573
Квітень 5	76,272	80,1047	3,8327	5,025042	82,3803	6,1083	8,008575

Таблиця 4.7 – Прогнозована витрата подрібнювальних куль

Показник	Черга 1	Черга 2	Черга 3
Витрата подрібнювальних куль за моделлю, т	159,951180	391,398598	746,420359
Витратний коефіцієнт, т / тис. т	0,6038924	0,5662841	0,5834741

В табл. 4.8 представлений розрахунок прогнозованої витрати подрібнювальних куль за кожною з отриманих моделей у порівнянні з фактичними витратами куль, а також розрахунок відносної похибки отриманих результатів.

Дані моделі можуть бути відкориговані за рахунок врахування нових даних та/або введення коригуючого коефіцієнта при зміні певного фактора (наприклад, групи твердості за наявності додаткових даних, отриманих на виробництві).

Будь-які точкові (несистемні) втручання та зміни (загрузка шарів б/в, зміна групи твердості, діаметру куль та ін.), знижують релевантність моделі та збільшують прогнозовані відхилення від реально отриманих.

Висновки по розділу 4

На основі статистичних виробничих даних Південного, Центрального та Північного ГЗК побудовано регресійні моделі прогнозування витрат подрібнювальних куль з високими значеннями коефіцієнта детермінації (R^2 = 0,9845–0,9982). Встановлено, що найбільш значущим фактором для всіх підприємств є маса переробленої руди, тоді як інші параметри переважно проявляються у складі багатофакторних залежностей. Отримані моделі можуть бути використані для прогнозування витрат подрібнювальних куль та подальшого уточнення за рахунок накопичення нових виробничих даних.

Таблиця 4.8 – Розрахунок відносної похибки визначення витрат куль за моделями для Північного ГЗК

Період	Витрата куль ФАКТ	**4-факторна модель, R^2=0,9873**			**1-факторна модель, R^2=0,9845**		
		ПРОГНОЗ	Відхилення	Відносна похибка, %	ПРОГНОЗ	Відхилення	Відносна похибка, %
Січень 1	317,117	319,64932	2,53232	0,79854	311,34878	-5,76822	1,81896
Січень 2	383,62	386,77183	3,15183	0,82160	399,551	15,931	4,15281
Січень 3	495,601	495,023	-0,578	0,11663	501,81014	6,20914	1,25285
Лютий 1	286,277	286,77822	0,50122	0,17508	279,55856	-6,71844	2,34683
Лютий 2	348,833	349,22961	0,39661	0,11370	363,24325	14,41025	4,13099
Лютий 3	450,059	445,11696	-4,94204	1,09809	453,54511	3,48611	0,77459
Березень 1	319,23	318,70467	-0,52533	0,16456	310,43519	-8,79481	2,75501
Березень 2	386,503	386,80779	0,30479	0,07886	399,58579	13,08279	3,38491
Березень 3	504,009	495,97725	-8,03175	1,59357	502,733	-1,276	0,25317
Квітень 1	309,214	308,86252	-0,35148	0,11367	300,91668	-8,29732	2,68336
Квітень 2	374,711	374,10771	-0,60329	0,16100	387,3033	12,5923	3,36054
Квітень 3	486,826	478,37108	-8,45492	1,73674	485,70576	-1,12024	0,23011
Травень 1	319,701	319,13863	-0,56237	0,17590	310,85489	-8,84611	2,76699
Травень 2	387,323	387,26633	-0,05667	0,01463	400,02925	12,70625	3,28053
Травень 3	574,218	505,01021	-69,20779	12,05253	511,46894	-62,74906	10,92774
Червень 1	309,311	308,80797	-0,50303	0,16263	300,86392	-8,44708	2,73093
Червень 2	374,861	374,03038	-0,83062	0,22158	387,22852	12,36752	3,29923
Червень 3	529,108	488,21502	-40,89298	7,72866	495,22601	-33,88199	6,40361
Липень 1	323,278	322,57679	-0,70121	0,21691	314,17999	-9,09801	2,81430
Липень 2	389,018	389,03636	0,01836	0,00472	401,74107	12,72307	3,27056
Липень 3	478,031	502,25537	24,22437	5,06753	508,80468	30,77368	6,43759

ВИСНОВКИ

1. У рамках виконання науково-дослідної роботи проведено аналіз можливості використання класичної методики Бонда для прогнозування витрат подрібнювальних куль при збагаченні магнетитових кварцитів в умовах Південного, Центрального та Північного гірничо-збагачувальних комбінатів Групи «Метінвест». На основі аналізу 28 сучасних літературних джерел встановлено, що формули Bond Work Index та Bond Abrasion Index залишаються найбільш поширеними інструментами оцінювання енергоємності подрібнення, проте їх застосування для прогнозування фактичних витрат подрібнювальних тіл має суттєві обмеження. Показано, що класичні залежності не враховують вплив конструкції млинів, режимів роботи обладнання, характеристик кульового завантаження, хімічного складу пульпи та корозійної складової зношування. Для досліджуваних умов встановлено, що похибка прогнозування витрат куль за методикою Бонда становить від 4 до 30 %, а за даними світової практики в окремих випадках може досягати 1,5–2,5 раза.

2. Виконано аналіз технологічних схем збагачення магнетитових кварцитів Південного, Центрального та Північного ГЗК і сформовано систему виробничих факторів, що впливають на витрати подрібнювальних куль. До складу факторного простору включено міцність та крупність руди, геометричні параметри млинів, питоме навантаження, ступінь заповнення млинів кулями, продуктивність технологічних секцій, масу переробленої руди, а також характеристики подрібнювальних куль. Для кожного підприємства визначено набір найбільш інформативних параметрів з урахуванням особливостей технологічних схем і застосовуваного обладнання.

3. На основі опрацювання та статистичного аналізу виробничих даних гірничо-збагачувальних комбінатів побудовано регресійні моделі

прогнозування витрат подрібнювальних куль для умов Південного, Центрального та Північного ГЗК. Отримані моделі характеризуються високою точністю опису виробничих процесів та забезпечують значення коефіцієнта детермінації R^2 у межах від 0,9845 до 0,9982. Встановлено, що найбільший вплив на витрати подрібнювальних куль для всіх досліджених підприємств має маса переробленої руди, яка виступає інтегральним показником інтенсивності роботи подрібнювального комплексу.

4. Встановлено, що витрати подрібнювальних куль формуються під дією комплексу взаємопов'язаних технологічних факторів, які описують єдину фізичну природу процесу подрібнення. Показано можливість скорочення кількості змінних у моделях без суттєвої втрати точності прогнозування. Отримані залежності є стійкими, фізично інтерпретованими та придатними для використання в умовах виробництва.

5. Розроблені математичні моделі можуть бути використані для оперативного прогнозування потреби у подрібнювальних кулях, планування закупівель, оцінювання експлуатаційних витрат і оптимізації режимів роботи подрібнювальних комплексів. Практичне впровадження результатів дослідження дозволить підвищити точність планування витрат подрібнювальних тіл та адаптувати систему управління процесами подрібнення до реальних виробничих умов підприємств Групи «Метінвест».

Таблиця 5.1 – Оцінка впливу та взаємодії факторів у регресійних моделях

ГЗК	Початкова модель	Домінуючі фактори	Другорядні фактори	Характер взаємодії	Результат редукції	Якість моделі (R^2)
Південний	8 факторів	МасПереробРуд (+)	Крупність, (L·D), твердість, навантаження	взаємозалежність параметрів процесу	2 фактори: МасПереробРуд (+), Гр.Тв (-)	0,9979→0,9933
Центральний	7 факторів	МасПереробРуд (+)	МіцнРуд, (L·D), рівень заповнення, навантаження	корельованість технологічних параметрів	2 фактори: МасПереробРуд (+), МіцнРуд (+)	0,9982→0,9979
Північний	4 фактори	МасПереробРуд (+)	МіцнРуд, (L·D), продуктивність	узгоджений вплив продуктивності та обсягу	1-2 фактори: МасПереробРуд (+)	0,9873→0,9845

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Giblett A., Seidel J. Measuring, predicting and managing grinding media wear. International Autogenous Grinding, Semiautogenous Grinding and High-Pressure Grinding Roll Technology 2011. Vancouver: 2011 P. 1–14.

2. Nikolić V., Medina Pierres J., Sanchez Calvo M., Menéndez-Aguado J. M., Trumić M., Trumić M. S., Milošević V. Proposal of a method for calculating the Bond work index for samples with non-standard feed particle size distribution. *Minerals*. 2020. Vol. 10, no. 10. Article 869. DOI: 10.3390/min10100869

3. Ona, O., Katsioti, M., & Bourliva, A. Grinding Media Wear Mechanisms and Their Effects on Wet Mineral Grindin. *Metals*. 2021. Vol. 11(970). P. 1–21. DOI: 10.3390/met11060970.

4. Pitt, C. H., Holman, D. F., Rivers, M., & Dillon, A. Comparison of Ore Hardness Measurements. *SAG Conference*. Vancouver, 2006. P. 1–12

5. Dunne R., Morrell S., Lane G. Design of the biggest mill in the world. *Proceedings of the AusIMM Annual Conference: After 2000 – The Future of Mining*. Sydney 2000 P. 1–20.

6. Latchireddi, S., & Faria, E. Achievement of high energy efficiency in grinding mills at Santa Rita. In: 45th Annual Canadian Mineral Processors Operators Conference, Ottawa, Ontario, January 22–24, 2013. Ottawa: Canadian Mineral Processors, 2013. P. 1–14.

7. Manus T. C. Development of a methodology and validation of the Geopyörä breakage test. Master Thesis in Mineral Processing. University of Oulu, Oulu, 2020. 175 p.

8. Farhadian A., Ghasemi E., Hoseinie S. H., Bagherpour R. Prediction of Rock Abrasivity Index (RAI) and Uniaxial Compressive Strength (UCS) of Granite Building Stones Using Nondestructive Tests.

Geotechnical and Geological Engineering. 2022. Vol. 40. P. 3343–3356. DOI: https://doi.org/10.1007/s10706-022-02095-9

9.Kahraman S., Alber M., Fener M., Gunaydin O. The usability of Cerchar abrasivity index for the prediction of UCS and E of Misis Fault Breccia. Expert Systems with Applications. 2010. Vol. 37, No. 12. P. 8750–8756.

10. Scinto P., Festa A., Putland B. OMC power-based comminution calculations for design, modelling and circuit optimization. Proceedings of the 47th Annual Canadian Mineral Processors Operators Conference, Ottawa, Ontario, January 20–22, 2015. P. 271–285.

11.Dai W., Li D., Chen Q., Chai T. Data driven particle size estimation of hematite grinding process using stochastic configuration network with robust technique. Journal of Central South University. 2019. Vol. 26. P. 43–62. DOI: https://doi.org/10.1007/s11771-019-3981-2.

12. Mwanga A.-R. Development of a geometallurgical testing framework for ore grinding and liberation properties : doctoral thesis in mineral processing. Luleå University of Technology, Luleå, Sweden, 2017. 175 p.

13. Ramos-Armijos N. J., Calderón-Celis M. Modelo geometalúrgico del índice de trabajo para un depósito pórfido cuprífero mediante aprendizaje automático. *FIGEMPA: Investigación y Desarrollo*. 2024. Vol. 18, No. 2. P. 42–60. DOI: https://doi.org/10.29166/revfg.v18i2.6700

14. Navarro Torres V. F., Figueiredo J. R., De La Hoz R. C., Botaro M., Chaves L. S. A Mine-to-Crusher Model to Minimize Costs at a Truckless Open-Pit Iron Mine in Brazil. *Minerals*. 2022. Vol. 12, no. 8. Art. 1037. DOI: 10.3390/min12081037.

15. Ranjbar A., Mousavi A., Asghari O. Using rock geomechanical characteristics to estimate Bond work index for mining production blocks. *Mining, Metallurgy & Exploration*. 2021. Vol. 38. P. 2569–2583. DOI: 10.1007/s42461-021-00498-5.

16. Campos T.M., Powell M.S., Tavares L.M. Role of particle stiffness on secondary breakage of single particles by slow compression. 2025. P. 1–19

17. Barbosa, P. de A., Bergerman, M. G., Fonseca, E. da, & Kwitko-Ribeiro, R. Determination of abrasiveness in copper-gold sulfide ores: A contribution to the geometallurgical model of the Sossego deposit. *Minerals*, 2021, 11, Article 1427. https://doi.org/10.3390/min11121427

18. Battye N. J. Mechanochemical remediation of per- and polyfluoroalkyl substances using horizontal ball milling : PhD thesis. Canada, 2022. 200 p.

19. Weymont, N. P. The Analysis and Simulation of Autogenous Grinding Systems : dissertation (PhD). Pennsylvania State University, Department of Mineral Engineering. University Park (PA), 1979. 377 p

20. Park J. Technological and Environmental Innovations for Sustainable Mining Operations : dissertation (PhD). The University of Arizona, Department of Mining and Geological Engineering. Tucson, AZ, 2020. 280 p

21. Napier-Munn T. J. Modelling and Simulation of Grinding Mills : dissertation (PhD). University of Queensland, Department of Mining and Metallurgical Engineering. Brisbane, 1979. 365 p

22. Stief D. E., Lawruk W. A., Wilson L. J. Tower mill and its application to fine grinding. *Minerals and Metallurgical Processing*. 1987. Vol. 4, no. 1. P. 45–50

23. Daniel M. Bond's Toolbox Revisited: Direct Measurement of Grinding Energy in the Bond Ball Mill. In: *Proceedings of the JKMRC International Student Conference on Comminution*. Brisbane, Australia, 2006. P. 1–10.

24. Bond F. C., Maxson W. L. Standard grindability tests and calculations. *Mining Technology*. 1943. Vol. 7, no. 3. P. 362–372.

25. Mucsi G., Rácz Á., Mag G., Antal G., Csőke B. Volume based closed-cycle Hardgrove grindability method. *Rudarsko-geološko-naftni zbornik* (The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin). 2019. Vol. 34, no. 4. P. 9–17. DOI: 10.17794/rgn.2019.4.2.

26. Kojovic T. Comminution Characterisation of Ores for the Prediction of Grinding Circuit Performance : dissertation (PhD). The University of Queensland, Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre. Brisbane, 2006. 248 p.

27. Deniz V. Relationships between comminution and chemical, petrographic and mineralogical properties of ores, and their effect on concentration. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*. 2022. Vol. 58, no. 5. 149892. DOI: 10.37190/ppmp/149892.

28.Nikolić V., Medina Pierres J., Sanchez Calvo M., Menéndez-Aguado J. M., Trumić M., Trumić M. S., Milošević V. Proposal of a method for calculating the Bond work index for samples with non-standard feed particle size distribution. *Minerals*. 2020. Vol. 10, no. 10. Article 869. DOI: 10.3390/min10100869.