



---

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»


---



**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗБАГАЧЕННЯ  
КОРИСНИХ КОПАЛИН:**

**методичні вказівки  
до виконання практичних робіт та  
індивідуальних завдань**

Запоріжжя 2026



УДК 622.7:519.876 (072)  
М74

Рекомендовано Науково-методичною радою  
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»  
(протокол №6 від 27.03.2026)

**Укладачі:**

Младецький І.К., докт. техн. наук, професор  
Михайлова Д.О., викладач

**Рецензент:**

Левченко К.А. – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри гірничої справи ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА».

М74        Моделювання процесів збагачення корисних копалин : методичні вказівки до виконання практичних робіт та індивідуальних завдань / уклад.: І. К. Младецький, Д. О. Михайлова. Запоріжжя : ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2026. 42 с.

Методичні вказівки містять пояснення щодо порядку та прикладів виконання практичних робіт та індивідуальних завдань і призначені для здобувачів освіти, які опановують навчальну дисципліну «Моделювання процесів збагачення корисних копалин». В документі наведені приклади розрахунків, вимоги до оформлення робіт та перелік рекомендованих джерел.

**УДК 622.7:519.876 (072)**

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2026



## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b>	4
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №1.</b> Основи моделювання технологічних процесів	5
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №2.</b> Критерії оцінки експериментальних даних. Оцінка розходження результатів опробування за допомогою критерію Ст'юдента	9
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №3.</b> Статистичні методи моделювання. Застосування кореляційного та регресійного аналізів при моделюванні	13
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №4.</b> Математичний опис гранулометричного складу сипкої мінеральної сировини. Опис характеристики крупності за допомогою аналітичного рівняння Розіна-Рамлера	18
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №5.</b> Математичний опис фракційного складу сипкої мінеральної сировини. Виконання розрахунків показників збагачення за даними фракційного аналізу	23
<b>ПРАКТИЧНА РОБОТА №6.</b> Вибір емпіричної формули. Метод вирівнювання. Спосіб середніх	28
<b>ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №1</b>	34
<b>ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №2</b>	35
<b>ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ</b>	36
<b>АКАДЕМІЧНІ ПОЛІТИКИ</b>	38
<b>ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ</b>	39
<b>ДОДАТОК А.</b> Приклад оформлення титульної сторінки звіту з практичної роботи	40
<b>ДОДАТОК Б.</b> Приклад оформлення титульної сторінки індивідуального завдання	41



## ВСТУП

«Моделювання процесів збагачення корисних копалин» є обов'язковою навчальною дисципліною спеціальності G16 Гірництво та нафтогазові технології, освітньо-професійної програми «Збагачення корисних копалин» для освітнього рівня «Бакалавр».

Метод моделювання широко використовується при вивченні явищ, що відбуваються в природі, техніці і суспільстві.

У сфері збагачення корисних копалин моделювання використовується для створення спрощених описів технологічних процесів з метою їх подальшого вивчення та прогнозування.

Методичні вказівки містять короткі теоретичні відомості, завдання та приклади виконання розрахунків, що забезпечує можливість самостійного опрацювання та засвоєння матеріалу.

Метою виконання практичних робіт та індивідуальних завдань є закріплення та поглиблення теоретичних знань, отриманих у процесі вивчення дисципліни «Моделювання процесів збагачення корисних копалин», щодо основ, методів і прикладів фізичного та математичного моделювання процесів збагачення, а також набуття здобувачами освіти практичних навичок з опису математичних, факторних та феноменологічних моделей окремих процесів збагачення корисних копалин.

Результатом виконання представлених практичних робіт та індивідуальних завдань є формування у здобувачів освіти компетентностей, необхідних для професійної діяльності в галузі збагачення корисних копалин.



## ПРАКТИЧНА РОБОТА №1

### Основи моделювання технологічних процесів

**Мета:** Ознайомитись з основними поняттями, принципами та етапами моделювання технологічних процесів

#### Теоретичні відомості

Моделювання – це метод дослідження явищ і процесів, що ґрунтується на заміні конкретного об'єкта досліджень (оригіналу) іншим, подібним до нього (моделлю) [1].

Моделювання у галузі збагачення корисних копалин має на меті, по-перше, створення спрощених, але адекватних відображень-моделей технологічних процесів, по-друге, вивчення технологічних процесів збагачення за допомогою одержаних моделей і, по-третє, прогнозування їх результатів за різних умов, зміні характеристик перероблюваної сировини, що використовується як у практиці збагачення, так і при проектуванні збагачувальних фабрик, розробці раціональних та оптимальних технологічних режимів, автоматичному керуванні процесами тощо [1].

Об'єктами моделювання у галузі збагачення корисних копалин можуть бути збагачувальні машини і апарати, транспортні системи, технологічні операції і схеми, відділення, цехи і збагачувальна фабрика у цілому [1].

**Модель** – дуже широке і ємне поняття, яке застосовується у різних аспектах. В широкому розумінні модель – речова, знакова або уявна (мислена) система, що відтворює, імітує, відображає принципи внутрішньої організації або функціонування, певні властивості, ознаки чи(та) характеристики об'єкта дослідження (оригіналу). В технічних задачах під моделлю розуміють математичний і логічний зв'язок між факторами і показниками процесу [1].

За формальною класифікацією розрізняють такі моделі: лінійні й нелінійні, зосереджені та розподілені системи, детерміновані (аналітичні) та стохастичні, статичні та динамічні, дискретні та безперервні. Можливі й змішані типи [1].

Розрізняють такі основні різновиди моделей, які використовуються у нафтогазовій інженерії:

– *описова модель* полягає в будь-якому техніко-технологічному опису об'єкта моделювання;

Приклад – опис *факторної моделі* технологічного процесу – схеми («чорного ящика»), яка показує всі фактори (чинники), що впливають на процес, вихідні параметри та зв'язок між вхідними та вихідними характеристиками потоків речовини та енергії [1].



Інший приклад – опис *феноменологічної моделі* – схеми, яка відображає послідовність та взаємозв'язок всіх елементарних фізичних та хімічних процесів (субпроцесів), які мають місце при проведенні технологічного процесу (наприклад, феноменологічна модель процесу регенерації бурового розчину тощо). Вихідні величини кожного 10 попереднього субпроцесу є вхідними для наступного. Вихідні величини останнього субпроцесу є вихідними величинами технологічного процесу в цілому [1].

– *евристична модель* полягає у формалізації моделей процесів, що сформувалися у людини, яка веде технологічний процес, в результаті численних особистих проб і спостережень;

– *графічна модель* представляє об'єкт моделювання у вигляді рисунків, креслень, графів, схем;

– *фізична модель* являє собою змінений у визначеному масштабі (зменшення або збільшення) об'єкт моделювання;

– *математична модель* – опис об'єкта моделювання однією (одноструктурна модель) або декількома (складноструктурна модель) математичною залежністю; розрізняють аналітичні, емпіричні та змішані математичні моделі;

– *аналогова модель* використовує заміну об'єкта моделювання іншим, який відрізняється за своєю фізичною природою, але вони можуть бути описані одним й тим же диференціальним рівнянням;

– *імітаційна модель* – представлення об'єкта моделювання у вигляді рекурентних співвідношень і наступна імітація роботи об'єкта на ЕОМ [1].

**Математична модель** – система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище. У нафтогазовій інженерії найчастіше застосовуються два способи математичного моделювання:

- *аналітичний*, що передбачає можливість точного математичного опису строго детермінованих систем,

- *ймовірнісний*, що дозволяє отримати не однозначне рішення, а його імовірнісну характеристику [1].

Для створення математичних моделей використовують різні математичні засоби – мову диференціальних або інтегральних рівнянь, теорії множин, абстрактної алгебри, математичну логіку, теорії ймовірностей, графі та інші [1].

Для будь якого об'єкта можна скласти велику кількість моделей, які будуть відрізнятися одна від іншої перш за все остаточною погрішністю (остаточною дисперсією), тобто будуть відтворювати реальний об'єкт з певною точністю [1].

Моделі бувають статичні  $y = f(x)$  і динамічні  $y = f(x, t)$ , де  $y$  – будь який вихідний показник процесу;  $x$  – фактор, що діє на вході процесу;  $t$  – поточний час [1].

Статичні моделі бувають:

- лінійні
- нелінійні за фактором  $x$
- нелінійні за параметром.

Частіше за все отримують багатомірні моделі, тобто  $y$  є функцією декількох факторів:  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  [1].

Теорія і практика моделювання оперує рядом понять: *об'єкт, процес, система, апріорна інформація, дослід, експеримент, фактор, область експериментування, цільова функція, похибка дослідів, обмеження* та ін. [1].

Моделювання виконують з метою:

- опису об'єкта;
- пояснення процесів, які відбуваються в об'єкті;
- прогнозування поведінки і властивостей об'єкта при різних зовнішніх впливах [1].

Реальна користь від моделювання може бути отримана при виконанні наступних умов:

- модель повинна бути адекватною оригіналу в тому сенсі, що повинна з достатньою точністю відображати основні характеристики оригіналу, які цікавлять дослідника;
- модель повинна усувати проблеми, пов'язані з фізичними вимірюваннями якихось сигналів або характеристик оригіналу [1].

Моделювання базується на таких основоположних принципах:

1. Принцип інформаційної достатності;
2. Принцип здійсненності;
3. Принцип множинності моделей;
4. Принцип агрегування;
5. Принцип параметризації.

Моделювання технологічних процесів – поетапний і циклічний процес. Виділяють чотири основних етапи моделювання [1].

**Завдання:** *Дати визначення основним поняттям, відповісти на запитання за варіантами завдань.*

**Варіант №1:**

1. Дайте визначення поняттю «математична модель».
2. Назвіть типи статичних моделей.

**Варіант №2:**

1. Дайте визначення поняттю «дослід».
2. Що є об'єктами моделювання в галузі збагачення корисних копалин.

**Варіант №3:**

1. Дайте визначення поняттю «графічна модель».
2. Поясніть сутність принципу множинності моделей.



**Варіант №4:**

1. Дайте визначення поняттю «експеримент».
2. Вкажіть умови корисного використання моделей.

**Варіант №5:**

1. Дайте визначення поняттю «гіпотеза».
2. Назвіть способи математичного моделювання.

**Варіант №6:**

1. Дайте визначення поняттю «регресія».
2. Поясніть сутність принципу інформаційної достатності.

**Варіант №7:**

1. Дайте визначення поняттю «аналогова модель».
2. Поясніть, з якою метою виконують моделювання.

**Варіант №8:**

1. Дайте визначення поняттю «похибка дослідів».
2. Назвіть основні етапи моделювання.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №2

### Критерії оцінки експериментальних даних. Оцінка розходження результатів опробування за допомогою критерію Ст'юдента

**Мета:** Набути навичок оцінки розходження результатів опробування за допомогою критерію Ст'юдента

#### Теоретичні відомості

##### 1. Порівняння середніх значень.

При порівнянні середніх значень сумісно розглядають довірчі інтервали двох статистичних сукупностей. Для оцінки довірчого інтервалу використовують **критерій Ст'юдента** ( $t$ -критерій) [1].

Нехай є дві статистичні вибірки:  $x$  – з параметрами  $\bar{X}$  і  $S_x$ , що одержані при  $n_x$  вимірювань і  $y$  – з параметрами  $\bar{Y}$  і  $S_y$  при  $n_y$  вимірювань [1].

Розподіли  $x$  та  $y$  близькі до нормального. Нульова гіпотеза полягає у припущенні, що математичні очікування  $\mu_x$  та  $\mu_y$  рівні [1].

Якщо дисперсії  $S_x^2$  і  $S_y^2$  розрізняються незначно, розраховують середньозважене двох дисперсій і параметр  $t$ :

$$\bar{S}^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2} \quad (2.1)$$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\bar{S}^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y}{n_x + n_y}} \quad (2.2)$$

Число ступенів свободи:

$$f = n_x + n_y - 2 \quad (2.3)$$

Якщо  $t > t_{95\%}$ , то розходження між  $\bar{X}$  та  $\bar{Y}$  значиме [1].

##### 2. Порівняння сполучених пар.

Роботу двох апаратів або два технологічних режими часто доводиться порівнювати в різних умовах, наприклад при зміні якості корисної копалини, температури пульпи і т.п. Попарне порівняння дозволяє виключити варіацію, що пов'язана з впливом інших факторів [1].

При цьому оцінюється не розходження середніх  $\bar{X} - \bar{Y}$ , а різницю пар спостережень  $\Delta_i = x_i - y_i$ . Варіаційний ряд  $\Delta$  розглядається як самостійний з середнім  $\bar{\Delta}$ , дисперсією  $S_{\Delta}^2$  і числом ступенів свободи  $f = n - 1$ , де  $n$  – число сполучених пар спостережень. Тоді розраховують дисперсію і критерій Ст'юдента [1]:

$$S_{\bar{\Delta}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n(n-1)} \quad (2.4)$$

$$t_{\bar{\Delta}} = \frac{|\bar{\Delta}|}{S_{\bar{\Delta}}} > t_p \quad (2.5)$$

Якщо  $t_{\bar{\Delta}} > t_p$ , то розходження вважають значимим, і навпаки [1].

**Завдання:** *Визначити критерій Ст'юдента та зробити оцінку значимості розходження результатів опробування зольності вугільних концентратів, отриманих при опробуванні двох збагачувальних блоків.*

*Дані за варіантами взяти відповідно до табл. 2.1.*

Таблиця 2.1 – Вихідні дані для розрахунку

Варіант 1			Варіант 2			Варіант 3			Варіант 4			Варіант 5		
$n$	$X_i$	$Y_i$	$n$	$X_i$	$Y_i$	$n$	$X_i$	$Y_i$	$n$	$X_i$	$Y_i$	$n$	$X_i$	$Y_i$
1	7,15	6,90	1	7,2	6,9	1	7,1	6,85	1	7,9	6,0	1	6,1	6,95
2	7,05	6,80	2	7,05	6,8	2	7,05	6,8	2	7,05	6,7	2	6,05	6,8
3	7,25	7,10	3	7,22	7,0	3	7,2	7,0	3	7,28	6,05	3	6,2	7,05
4	7,12	7,0	4	7,128	7,0	4	7,18	7,0	4	7,48	6,0	4	6,18	7,0
5	7,35	6,95	5	7,33	6,95	5	7,3	6,98	5	7,39	6,5	5	6,3	6,9
6	7,19	6,75	6	7,158	6,76	6	7,15	6,78	6	7,2	6,6	6	6,15	6,7
7	7,18	6,85	7	7,12	6,8	7	7,1	6,85	7	7,19	6,7	7	6,1	6,85
8		6,95	8		6,9	8		6,95	8		6,65	8		6,95

### Приклад розрахунку

При опробуванні двох збагачувальних блоків були отримані результати  $x_i$  та  $y_i$  з зольності вугільних концентратів (таблиця 2.2):

Таблиця 2.2 – Результати опробування

$n$	I блок	II блок
	$x_i$	$y_i$
1	7,10	6,95
2	7,05	6,80
3	7,20	7,05
4	7,15	7,00
5	7,30	6,90
6	7,15	6,70
7	7,10	6,85
8	—	6,95

1. Визначаємо середні значення показників зольності вугільних концентратів. Результати проміжних розрахунків заносимо в табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Результати проміжних розрахунків

n	I блок			II блок		
	$x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$y_i$	$y_i - \bar{Y}$	$(y_i - \bar{Y})^2$
1	7,10	-0,05	0,0025	6,95	0,05	0,0025
2	7,05	-0,10	0,0100	6,80	-0,10	0,0100
3	7,20	0,05	0,0025	7,05	0,15	0,0225
4	7,15	0	0	7,00	0,10	0,0100
5	7,30	0,15	0,0225	6,90	0	0
6	7,15	0	0	6,70	-0,20	0,0400
7	7,10	-0,05	0,0025	6,85	-0,05	0,0025
8	—	—	—	6,95	0,05	0,0025
<b>Σ</b>	<b>50,05</b>	<b>—</b>	<b>0,0400</b>	<b>55,20</b>	<b>—</b>	<b>0,0900</b>
<b>Середнє</b>	<b>7,15</b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b>6,90</b>	<b>—</b>	

2. Розраховуємо вибіркові дисперсії блоків I і II:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n_x - 1} = \frac{0,0400}{7 - 1} = 0,0067$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n_y - 1} = \frac{0,0900}{8 - 1} = 0,0129$$

3. Визначаємо середньозважене двох дисперсій:

$$\bar{S}^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2} = \frac{(7 - 1) \cdot 0,0067 + (8 - 1) \cdot 0,0129}{7 + 8 - 2} = 0,0100$$

4. Розраховуємо критерій Ст'юдента:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\bar{S}^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y}{n_x + n_y}} = \frac{7,15 - 6,90}{0,0100} \cdot \sqrt{\frac{7 \cdot 8}{7 + 8}} = 4,83$$

5. Визначаємо число ступенів свободи:

$$f = n_x + n_y - 2 = 7 + 8 - 2 = 13$$

При  $f = 13$  по таблиці значень критерію Ст'юдента (табл. 2.4) знаходимо  $t_{0,95} = 2,16$ .

Таблиця 2.4 – Критерій Ст'юдента

Число ступенів свободи $f$	Рівень значимості $\alpha$			
	0,10	0,05	0,01	0,001
1	6,31	12,70	63,70	637,00
2	2,92	4,30	9,92	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,90
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,01	2,57	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,89	2,36	3,50	5,40
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,59
11	1,80	2,20	3,11	4,44
12	1,78	2,18	3,05	4,32
13	1,77	2,16	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,92	4,01
17	1,74	2,11	2,90	3,96
18	1,73	2,10	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,86	3,88
20	1,73	2,09	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,80	3,74
25	1,71	2,06	2,79	3,72
26	1,71	2,06	2,78	3,71
27	1,71	2,05	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,76	3,66
29	1,70	2,05	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,75	3,65
40	1,68	2,02	2,70	3,55
60	1,67	2,00	2,66	3,46
120	1,66	1,98	2,62	3,37
$\infty$	1,64	1,96	2,58	3,29

Таким чином, отримане значення параметру  $t$  більше табличного ( $4,83 > 2,16$ ) і, відповідно, й розходження між зольністю в блоках потрібно вважати значимим.



## ПРАКТИЧНА РОБОТА №3

### Статистичні методи моделювання. Застосування кореляційного та регресійного аналізів при моделюванні

**Мета:** Набути навичок застосування кореляційного та регресійного аналізів при моделюванні процесів збагачення корисних копалин

#### Теоретичні відомості

##### 1. Кореляційний і регресійний аналізи.

Дисперсійний аналіз дозволяє підтвердити вплив тих або інших факторів на досліджувану результативну ознаку, але він не дає можливості визначити, ні ступінь їхнього впливу (тісноти зв'язку), ні форму залежності. Для вирішення цих питань використовують кореляційний аналіз. Щоб вивчити характер впливу однієї величини  $x$  на іншу  $y$ , виконують експеримент, при якому вимірюють значення величини  $y$  при різних значеннях величини  $x$ . Якщо дві змінні величини  $x$  і  $y$  залежать одна від одної так, що кожному значенню однієї з них відповідає цілком визначене значення іншої, то між ними є функціональний зв'язок. Цей зв'язок може бути виражений рівняннями, вид яких визначається характером існуючого зв'язку [1].

Кореляційний аналіз дозволяє оцінювати тісноту зв'язку різних параметрів і факторів, що впливають на процес. Цей метод широко застосовується при дослідженнях промислових процесів. При визначенні коефіцієнту кореляції, якщо він достатньо високий, можна одержати інформацію, яка дозволяє вибрати основні регульовальні впливи на процес, точки і методи вимірювання факторів і установити мінімально необхідне число параметрів, що вимірюються. Якщо коефіцієнт лінійної кореляції за абсолютною величиною малий, це свідчить про більш складну (нелінійну) залежність між вимірюваними параметрами або про суттєвий вплив на них інших параметрів. У цьому випадку необхідно обчислення більш складної залежності у вигляді нелінійного рівняння. Одержання таких рівнянь методом найменших квадратів є основою регресійного аналізу [1].

Для кореляційного і регресійного аналізів, як правило, використовуються дані промислового процесу (записи у робочих журналах, відстежені вхідні і вихідні параметри процесів у базах даних комп'ютерів диспетчера та операторів окремих технологічних операцій) і дані спеціального опробування та спеціальних досліджень [1].

Регресійні моделі можна використовувати, головним чином, для аналізу впливу окремих факторів або їхньої взаємодії. Крім того, на регресійному аналізі ґрунтується планування експериментів для об'єктів, статична характеристика яких за певними каналами має екстремум [1].

## 2. Кореляція.

Про наявність або відсутність зв'язку між двома випадковими величинами у першому наближенні судять по кореляційному полю. Для характеристики тісноти зв'язку між величинами  $X$  і  $Y$  використовують безрозмірну величину – коефіцієнт кореляції  $r_{xy}$ , що змінюється у межах  $-1 < r_{xy} < +1$ . Позитивна кореляція між випадковими величинами характеризує таку імовірнісну залежність між ними, коли при зростанні однієї друга у середньому теж буде зростати. Негативна кореляція характеризує залежність, коли при зростанні однієї випадкової величини друга у середньому зменшуватиметься. Величина коефіцієнта кореляції визначає тісноту зв'язку між випадковими величинами: чим більше значення  $r_{xy}$ , тим тісніше статистичний зв'язок. Близьке до нуля значення  $r_{xy}$  свідчить про відсутність лінійного зв'язку [1].

Коефіцієнт парної кореляції  $r_{xy}$  визначається за формулами:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n S_{\bar{x}} S_{\bar{y}}} \quad (3.1)$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.2)$$

$$r_{xy} = \frac{\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] - \bar{x} \bar{y}}{S_{\bar{x}} S_{\bar{y}}} \quad (3.3)$$

де  $n$  – число вимірювань,  $S_{\bar{x}}$  і  $S_{\bar{y}}$  – середньоквадратичні відхилення:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2} \quad (3.4)$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2} \quad (3.5)$$

Коефіцієнт регресії визначається за формулою:

$$b = r_{xy} \frac{S_{\bar{y}}}{S_{\bar{x}}} \quad (3.6)$$

Рівняння регресії  $Y$  по  $X$  буде мати вигляд:

$$y_i = \bar{y} + b(x_i - \bar{x}) \quad (3.7)$$

**Завдання:** *Визначити коефіцієнт кореляції та зробити висновок щодо наявності (або відсутності) зв'язку між вмістом мінералів X і Y. За допомогою рівняння регресії обчислити найбільш імовірний вміст мінералу Y, якщо відомий вміст іншого мінералу X.*

*Дані за варіантами взяти відповідно до табл. 1.*

Таблиця 3.1 – Вихідні дані для розрахунку

Варіант 1			Варіант 2			Варіант 3			Варіант 4			Варіант 5		
n	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>	n	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>	n	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>	n	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>	n	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>
1	5,0	6,0	1	2,2	26,9	1	7,1	6,85	1	37,9	36,0	1	66,1	66,95
2	6,0	6,8	2	2,1	26,8	2	7,3	7,8	2	38,0	35,0	2	66,2	65,0
3	7,0	9,3	3	2,22	27,8	3	7,29	7,0	3	39,0	35,5	3	66,24	67,9
4	8,0	10,6	4	2,8	27,9	4	7,38	6,0	4	40,0	35,0	4	66,4	70,5
5	9,0	12	5	2,83	26,95	5	7,46	5,78	5	43,0	34,5	5	66,6	73,0

### Приклад розрахунку

На збагачувальну фабрику надходить руда, яка містить два корисних компоненти – мінерали X і Y. При цьому в партіях сировини з підвищеним вмістом X звичайно спостерігається й більш високий вміст Y, тому є підстави очікувати, що ці величини знаходяться у зв'язку між собою. Аналізи 10 проб руди наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Результати аналізів проб руди

n	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>
1	6,7	2,4
2	5,4	1,5
3	7,2	2,3
4	6,4	1,9
5	3,9	1,6
6	2,2	1,1
7	5,8	2,0
8	4,3	1,6
9	4,6	1,7
10	3,4	1,3

1. Визначаємо значення квадратів показників вмісту мінералів X і Y. Результати розрахунків заносимо в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунку

n	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	y <sub>i</sub> <sup>2</sup>	x <sub>i</sub> y <sub>i</sub>	y <sub>обч</sub>
1	2	3	4	5	6	7
1	6,7	2,4	44,89	5,76	16,08	2,15
2	5,4	1,5	29,16	2,25	8,10	1,84
3	7,2	2,3	51,84	5,29	16,56	2,27
4	6,4	1,9	40,96	3,61	12,16	2,07
5	3,9	1,6	15,21	2,56	6,24	1,48
6	2,2	1,1	4,84	1,21	2,42	1,07
7	5,8	2,0	33,64	4,00	11,60	1,93
8	4,3	1,6	18,49	2,56	6,88	1,57
9	4,6	1,7	21,16	2,89	7,82	1,64
10	3,4	1,3	11,56	1,69	4,42	1,36
<b>Σ</b>	<b>49,9</b>	<b>17,4</b>	<b>271,75</b>	<b>31,82</b>	<b>92,28</b>	<b>17,38</b>
<b>Середнє</b>	<b>4,99</b>	<b>1,74</b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b>1,74</b>

2. Виконуємо розрахунок середніх квадратичних відхилень:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{271,75}{10} - 4,99^2} = 1,51$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{31,82}{10} - 1,74^2} = 0,40$$

3. Визначаємо коефіцієнт кореляції:

$$r_{xy} = \frac{\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] - \bar{x} \bar{y}}{S_{\bar{x}} S_{\bar{y}}} = \frac{\frac{92,28}{10} - 4,99 \cdot 1,74}{1,51 \cdot 0,40} = 0,90$$

Одержаний коефіцієнт кореляції достатньо високий, що вказує на наявність тісного зв'язку між вмістом мінералів X і Y.

4. Знайдемо рівняння регресії, яке дозволяє обчислити найбільш імовірний вміст одного з мінералів, якщо відомий вміст іншого.

Визначаємо коефіцієнт регресії:

$$b = r_{xy} \frac{S_{\bar{y}}}{S_{\bar{x}}} = 0,90 \cdot \frac{0,40}{1,51} = 0,24$$



Тоді рівняння регресії Y по X буде мати вигляд:

$$y_i = \bar{y} + b(x_i - \bar{x}) = 1,74 + 0,24(x_i - 4,99)$$

або

$$y_i = 0,54 + 0,24x_i$$

З використанням рівняння регресії обчислюємо значення  $y_{обч}$  (стовпчик 7 таблиці 3.3) та порівнюємо з заданими значеннями  $y_i$ .

В даному випадку результат порівняння є задовільним.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №4

### Математичний опис гранулометричного складу сипкої мінеральної сировини. Опис характеристики крупності за допомогою аналітичного рівняння Розіна-Рамлера

**Мета:** Набути навичок з математичного опису характеристики крупності матеріалу за допомогою аналітичного рівняння Розіна-Рамлера.

#### Теоретичні відомості

Для математичного опису закономірностей розподілу корисних копалин по класах різної крупності було запропоновано багато аналітичних виразів (моделей) [1].

Ж. Мартін вперше розглядав суміш зерен подрібненого матеріалу як статистичний масив. Для опису розподілу частинок по класах крупності він застосував експоненціальний закон кельвіна і представив розподіл по числу зерен в вигляді:

$$\frac{dN}{dx} = ae^{-bx} \quad (4.1)$$

де  $x$  – середній розмір частинок [1].

Узагальнюючи велику кількість результатів ситових аналізів дроблених продуктів, А. Годен вивів емпіричне степеневе рівняння для математичного опису їх гранулометричного складу по класу дрібніше  $x$  (по «– d»), тобто рівнянні характеристики крупності:

$$y = Ax^k \quad (4.2)$$

де  $y$  – сумарний вихід класу дрібніше розміру отворів сита (по «– d»);  $x$  – розмір отворів сита;  $k$  і  $a$  – параметри, які залежать від властивостей матеріалу і його максимальної крупності [1].

Пізніше С. Андрєєв, аналізуючи процес подрібнення, прийшов до такого ж висновку і рівняння (4.2) одержало назву рівняння Годена – Андрєєва. Воно по суті є математичною моделлю сипкої маси і дозволяє вирішувати ряд задач: визначити вихід будь-якого класу крупності, число зерен в будь-якому класі, поверхню зерен, питому поверхню та ін. [1].

Для подрібнених продуктів кульових млинів значення показника  $k$  в рівнянні (4.2) знаходиться в межах 0,7 – 1.

П. Розін і Є. Рамлер, аналізуючи гранулометричний склад подрібнених продуктів як статистичну сукупність зерен, встановили, що функціональна залежність між сумарним залишком на ситі і крупністю



зерен в більшості випадків з достатньою для практики точністю описується експоненціальним рівнянням:

$$R = 100e^{-bd^n} \quad (4.3)$$

де  $R$  – сумарний вихід класу крупніше  $d$  (по «+  $d$ »), %;  $d$  – розмір отворів сита;  $b$  і  $n$  – параметри, що залежать від властивостей матеріалу і розмірності величини  $x$  [1].

Параметр  $b$  непрямо характеризує вміст найдрібніших (менше 1 мкм) зерен: чим їх більше в матеріалі, тим більше  $b$ .

Параметр  $n$  характеризує ступінь увігнутості кривої сумарних залишків, побудованої у координатах  $r = f(d/d_c)$ , де  $d$  – розмір чарунок сита, мкм;  $d_c$  – розмір чарунок такого сита, на якому одержують «стандартний» залишок ( $r_c = 36,8\%$ ) [1].

Для знаходження коефіцієнтів  $b$  і  $n$  використовують наступні формули [1]:

$$n = \frac{\lg \lg \frac{100}{R_1} - \lg \lg \frac{100}{R_2}}{\lg d_1 - \lg d_2} \quad (4.4)$$

$$b = \frac{\lg \frac{100}{R_1}}{d_1^n \cdot \lg e} \quad (4.5)$$

Рівняння характеристики крупності дозволяє визначити залежність між  $r$  і  $x$ , число зерен в будь-якому класі, площу поверхні зерен, питому поверхню та інше. Але при використанні рівняння Розіна-Рамлера нульовий вихід досягається тільки при нескінченно великій крупності матеріалу, тобто  $r = 0$  при  $x = \infty$ , тому необхідно приймати кінцеву крупність матеріалу, яка відповідає будь-якому визначеному значенню виходу класу [1].

Таким чином, для опису гранулометричного складу зернистих матеріалів запропоновано багато формул. Поширення знайшли рівняння Годена-Андрєєва та Розіна-Рамлера, але найбільш точно розподіл корисної копалини за класами крупності може бути описаний рівнянням Розіна-Рамлера [1].

Придатність рівняння Розіна-Рамлера для опису розподілу по крупності видобутого і дробленого вугілля різних родовищ Англії показали Дж. Беннет і Дж. Івенс, родовищ США – М. Гір і Х. Янсі [1].

Дослідження, проведені УкрНДІВуглезбагачення, також показали, що найбільш точно розподіл вугілля за класами крупності може бути описано рівнянням Розіна-Рамлера. Однак показник  $n$  цього рівняння не залишається постійним для усього діапазону крупності, тому при

постійних параметрах це рівняння дає задовільну точність тільки для визначеного діапазону крупності вугілля [1].

**Завдання:** Описати характеристики крупності, наведені в таблиці 4.1 (за варіантами), аналітичним рівнянням Розіна-Рамлера за вузькими класами крупності.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані для розрахунку

Клас крупності, мм	Вихід класу, %							
	1	2	3	4	5	6	7	8
+ 25	30	5	43	9,5	22	3	16,5	14
– 25 + 13	12	33	31	11	40	8	28	16
– 13 + 6	28	10	14	48	10	13	23	29
– 6 + 3	19	37	9	16,5	22	26	22,5	18
– 3 + 0	11	15	3	15	6	50	10	23
Всього	100	100	100	100	100	100	100	100

### Приклад розрахунку

Описати характеристику крупності, наведену в таблиці 4.2, аналітичним рівнянням Розіна-Рамлера за вузькими класами крупності.

Таблиця 4.2 – Вихідні дані для розрахунку

Клас крупності, мм	Вихід класу, %
+ 25	6,0
– 25 + 13	28,0
– 13 + 6	39,0
– 6 + 3	10,0
– 3 + 0	17,0
Всього	100,0

1. Визначаємо сумарну гранулометричну характеристику крупності матеріалу «за плюсом» (табл. 4.3):

$$\gamma_{+25} = 6\%$$

$$\gamma_{+13} = \gamma_{+25} + \gamma_{-25+13} = 6 + 28 = 34\%$$

$$\gamma_{+6} = \gamma_{+13} + \gamma_{-13+6} = 34 + 39 = 73\%$$

$$\gamma_{+3} = \gamma_{+6} + \gamma_{-6+3} = 73 + 10 = 83\%$$

$$\gamma_{+0} = \gamma_{+3} + \gamma_{-3+0} = 83 + 17 = 100\%$$

Таблиця 4.3 – Сумарна характеристика крупності «за плюсом»

Клас крупності, мм	Вихід класу $\gamma$ , %	$\Sigma\gamma$ «+», %
+ 25	6,0	6,0
- 25 + 13	28,0	34,0
- 13 + 6	39,0	73,0
- 6 + 3	10,0	83,0
- 3 + 0	17,0	100,0
Всього	100,0	

2. Аналітичне рівняння Розіна-Рамлера для опису характеристики крупності має вигляд:

$$R = 100e^{-b \cdot d^n}$$

Знаходимо коефіцієнти  $n$  та  $b$  для кожного вузького класу крупності. Проміжні розрахунки заносимо в таблицю 4.4:

Таблиця 4.4 – Результати проміжних розрахунків

Розмір отвору сита $d$ , мм	$\Sigma\gamma$ «+», % (R)	$\lg d$	$\frac{100}{R}$	$\lg \frac{100}{R}$	$\lg \lg \frac{100}{R}$
25	6,0	1,3979	16,6667	1,221849	0,087017
13	34,0	1,1139	2,94118	0,468521	-0,329271
6	73,0	0,7782	1,36986	0,136677	-0,864304
3	83,0	0,4771	1,20482	0,080922	-1,091934

3. Визначаємо коефіцієнти  $n$  та  $b$  для класу крупності 13-25 мм (інтервал  $25 > d > 13$ ):

$$n = \frac{\lg \lg \frac{100}{R_1} - \lg \lg \frac{100}{R_2}}{\lg d_1 - \lg d_2} = \frac{0,087017 - (-0,329271)}{1,3979 - 1,1139} = 1,4658$$

$$b = \frac{\lg \frac{100}{R_1}}{d_1^n \cdot \lg e} = \frac{1,221849}{25^{1,4658} \cdot 0,4343} = 0,0251$$

Аналітичне рівняння Розіна-Рамлера для класу крупності 13-25 мм матиме вигляд:

$$R = 100e^{-0,0251 \cdot d^{1,4658}}$$

4. Визначаємо коефіцієнти  $n$  та  $b$  для класу крупності 6-13 мм (інтервал  $13 > d > 6$ ):

$$n = \frac{\lg \lg \frac{100}{R_1} - \lg \lg \frac{100}{R_2}}{\lg d_1 - \lg d_2} = \frac{-0,329271 + 0,864304}{1,1139 - 0,7782} = 1,5938$$

$$b = \frac{\lg \frac{100}{R_1}}{d_1^n \cdot \lg e} = \frac{0,468521}{13^{1,5938} \cdot 0,4343} = 0,0181$$

Аналітичне рівняння Розіна-Рамлера для класу крупності 6-13 мм матиме вигляд:

$$R = 100e^{-0,0181 \cdot d^{1,5938}}$$

5. Визначаємо коефіцієнти  $n$  та  $b$  для класу крупності 3-6 мм (інтервал  $6 > d > 3$ ):

$$n = \frac{\lg \lg \frac{100}{R_1} - \lg \lg \frac{100}{R_2}}{\lg d_1 - \lg d_2} = \frac{-0,864304 + 1,091934}{0,7782 - 0,4771} = 0,7560$$

$$b = \frac{\lg \frac{100}{R_1}}{d_1^n \cdot \lg e} = \frac{0,136677}{6^{0,7560} \cdot 0,4343} = 0,0812$$

Аналітичне рівняння Розіна-Рамлера для класу крупності 3-6 мм матиме вигляд:

$$R = 100e^{-0,0812 \cdot d^{0,7560}}$$

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №5

### Математичний опис фракційного складу сипкої мінеральної сировини. Виконання розрахунків показників збагачення за даними фракційного аналізу

**Мета:** Виконати розрахунок технологічних показників збагачення за даними фракційного аналізу

#### Теоретичні відомості

Під фракційним складом, як правило, розуміють кількісний розподіл частинок мінералу ( $y$  %) за їх густиною, магнітною сприйнятливістю, провідністю, радіоактивністю, іншими якісними ознаками. Фракційний склад визначається за результатами фракційного аналізу і подається у вигляді таблиць, на підставі яких будуються криві збагачуваності та ведуться розрахунки теоретично можливих показників збагачення (якісно-кількісного балансу) [1].

Фракційний аналіз проводять при розробці технологічної схеми гравітаційного збагачення вугілля, вольфрамових, рідкіснометалічних, олов'яних руд. Його виконують за стандартною методикою, якою унормовані кількість та густина розчинів рідини, порядок вилучення спливаючих та осілих продуктів, визначення їх виходу. Для фракційного аналізу пробу крупністю  $-25$  мм розділяють на класи крупності. Класи до  $+3$  мм розділяють на фракції у важких середовищах (рідинах) або розбирають вручну і потім визначають густину кожного шматка з точністю до  $0,1-0,02$  г/см<sup>3</sup>. Класи  $-3$  мм  $+20$  мкм розділяють на фракції за густиною у важких рідинах із застосуванням центрифуги. Як важкі рідини використовують розчини хлориду цинку, рідину Сущина-Рорбаха, бромформ, тетрабромметан і інші. Результати розділення вугілля або руди по фракціях служать еталоном для порівняння промислових проб гравітаційного збагачення. Результати фракційного аналізу використовують для побудови кривих збагачуваності корисних копалин, визначення теоретично можливих якісно-кількісних показників гравітаційного збагачення корисних копалин, а також визначення категорії збагачуваності вугілля [1].

Для математичної оцінки збагачуваності вугілля за результатами фракційного аналізу було запропоновано багато аналітичних виразів (моделей) – Р. Анрі, В. Бердом, В.Я. Топорковим, Ф. Майєром, Т.Г. Фоменком та ін. Однак не всі вони можуть бути рекомендовані, тому що допускають деякі погрішності, що іноді приводить до неправильних висновків при порівнянні результатів дослідницьких робіт і різних варіантів проектів збагачувальних фабрик [1].

**Метод Р. Анрі.** Інтегральні криві, які визначають сумарний вихід фракцій, для оцінки розподілення золи у вугіллі першим запропонував



застосовувати 1903 р. Р. Шарве. У 1905 р. ці криві були більш глибоко вивчені і описані у вигляді кривих збагачуваності Р. Анрі, а потім доповнені, особливо у відношенні їхньої математичної інтерпретації, К. Рейнгардтом. З цього часу вони широко використовуються для характеристики речовинного складу досліджуваного вугілля. За довгий період застосування і удосконалення кривих збагачуваності їхнє визначення змінювалося і уточнювалося. Найбільш відповідними характеру залежностей, які досліджуються, є криві (рис. 5.1):

- **крива  $\lambda$**  відбиває залежність між сумарним виходом і зольністю в елементарних фракціях;
- **крива  $\beta$**  – залежність між сумарним виходом фракцій, що спливли (концентратних) і їх зольністю;
- **крива  $\theta$**  – залежність між сумарним виходом фракцій, що потонули (породних) і їх зольністю;
- **крива  $\delta$**  – залежність між густиною розділення і виходами фракцій [1].

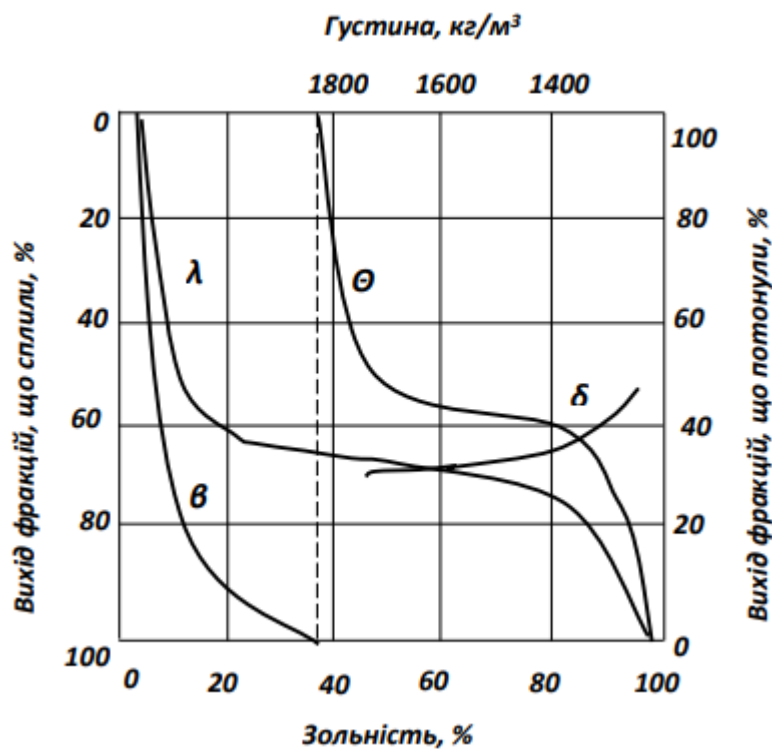


Рис. 5.1. Криві збагачуваності вугілля

Криві збагачуваності пов'язані між собою балансовими рівняннями:

$$\begin{cases} 100 = \gamma_{\beta} + \gamma_{\theta} \\ 100 \cdot A_{\text{вих}}^d = \gamma_{\beta} \cdot A_{\beta}^d + \gamma_{\theta} \cdot A_{\theta}^d \end{cases}$$

Цей зв'язок дозволяє за графіком однієї кривої побудувати інші.

За графіком кривих збагачуваності можна визначити теоретичні показники розділення вугілля, густину розділення і ступінь його збагачуваності (табл. 5.1) [1].

Таблиця 5.1 – Класифікація вугілля за збагачуваністю

Ступінь збагачуваності	Категорія збагачуваності	Показник збагачуваності, %
Легкий	1	до 5 вкл.
Середній	2	більше 5 до 10 вкл.
Важкий	3	більше 10 до 15 вкл.
Дуже важкий	4	більше 15

**Завдання:** За даними фракційного аналізу вугілля класу 13-100 мм (табл. 5.2) побудувати криві збагачуваності і скласти теоретичний баланс продуктів збагачення при зольності концентрату  $A^d_k$  7% і зольності відходів  $A^d_e$  80%.

Таблиця 5.2 – Фракційний аналіз вугілля класу крупності 13-100 мм

Густина фракцій, т/м <sup>3</sup>	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4	
	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %
<1,3	20,9	4,7	37,1	2,9	40,5	2,6	29,1	5,0
1,3-1,4	12,7	7,8	8,4	6,5	10,7	5,4	18,4	8,3
1,4-1,5	7,1	13,5	1,3	16,9	6,4	15,0	7,5	16,1
1,5-1,6	2,3	18,5	1,6	31,1	1,5	25,1	3,3	38,0
1,6-1,8	5,2	35,2	4,4	43,8	2,0	37,7	1,5	51,2
>1,8	51,8	85,3	47,2	82,0	39,9	81,8	40,2	83,4
<b>Разом</b>	100,0	49,4	100,0	43,0	100,0	36,0	100,0	39,7
Густина фракцій, кг/м <sup>3</sup>	Варіант 5		Варіант 6		Варіант 7		Варіант 8	
	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %
<1,3	22,0	2,5	24,4	6,4	26,6	4,9	25,0	5,1
1,3-1,4	17,0	5,9	13,6	8,3	18,1	5,6	10,1	6,7
1,4-1,5	11,0	12,7	10,1	20,5	13,5	17,2	8,5	19,2
1,5-1,6	4,0	21,5	1,2	34,5	4,2	28,0	2,2	28,4
1,6-1,8	2,0	33,4	2,5	43,6	2,4	43,7	3,5	40,6
>1,8	44,0	81,5	48,2	81,1	35,2	84,2	50,7	88,9
<b>Разом</b>	100,0	40,3	100,0	45,4	100,0	36,5	100,0	50,7

### Приклад розрахунку

За даними фракційного аналізу вугілля класу 13-100 мм (табл. 5.3) побудувати криві збагачуваності і скласти теоретичний баланс продуктів збагачення при зольності концентрату  $A^d_k$  7% і зольності відходів  $A^d_e$  80%.

Таблиця 5.3 – Фракційний аналіз вугілля класу крупності 13-100 мм та розрахунок даних для побудови кривих збагачуваності

Густина фракцій, т/м <sup>3</sup>	Вихідне вугілля		Фракції, що спливають		Фракції, що тонуть	
	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %	Вихід $\gamma$ , %	Зольність $A^d$ , %
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<1,3	34,9	4,8	34,9	4,8	100,0	38,0
1,3-1,4	11,2	7,2	46,1	5,4	65,1	55,8
1,4-1,5	10,8	15,0	56,9	7,2	53,9	65,9
1,5-1,6	1,1	31,1	58,0	7,7	43,1	78,6
1,6-1,8	1,7	45,2	59,7	8,7	42,0	79,8
>1,8	40,3	81,3	100,0	38,0	40,3	81,3
<b>Разом</b>	<b>100,0</b>	<b>38,0</b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b>—</b>

Криві збагачуваності будують у системі координат, де по нижній осі абсцис відкладають зольність фракцій, по верхній осі абсцис – густину розділення, по лівій осі ординат – сумарний вихід фракцій, що спливли, по правій осі ординат – сумарний вихід фракцій, що потонули.

Розрахунок сумарного виходу продукту, що сплив, виконується послідовним підсумовуванням виходів фракцій зверху униз.

Наприклад:

– вихід фракції <1,4 т/м<sup>3</sup>:

$$\gamma_{<1,4} = \gamma_{<1,3} + \gamma_{1,3-1,4} = 34,9 + 11,2 = 46,1\%$$

– зольність фракції <1,4 т/м<sup>3</sup> (визначається як середньозважена величина):

$$A^d_{<1,4} = \frac{\gamma_{<1,3} \cdot A^d_{<1,3} + \gamma_{1,3-1,4} \cdot A^d_{1,3-1,4}}{\gamma_{<1,4}} = \frac{34,9 \cdot 4,8 + 11,2 \cdot 7,2}{46,1} = 5,4\%$$

і т.д.

За даними стовпців 4 і 5 будуюмо криву  $\beta$  фракцій, що сплили.

Розрахунок сумарного виходу продукту, що потонув, виконується послідовним підсумовуванням виходів фракцій знизу вгору.

Наприклад:

– вихід фракції >1,6 т/м<sup>3</sup> :

$$\gamma_{>1,6} = \gamma_{>1,8} + \gamma_{1,6-1,8} = 40,3 + 1,7 = 42,0\%$$

– зольність фракції >1,6 т/м<sup>3</sup> (визначається як середньозважена величина):

$$A_{>1,6}^d = \frac{\gamma_{>1,8} \cdot A_{>1,8}^d + \gamma_{1,6-1,8} \cdot A_{1,6-1,8}^d}{\gamma_{>1,6}} = \frac{40,3 \cdot 81,3 + 1,7 \cdot 45,2}{42,0} = 79,8\%$$

і т.д.

За даними стовпців 6 і 7 будується крива  $\theta$  фракцій, що потонули.

Для побудови кривої елементарних фракцій  $\lambda$  з використанням даних стовпчиків 2 і 3 будується стовпчаста діаграма і через середні точки на вертикальних сторонах прямокутників проводиться плавна крива. При цьому площі трикутників, які відсікаються і приєднуються, повинні бути рівні, тому що площа під кривою  $\lambda$  – кількість золи в досліджуваному матеріалі, і для даного матеріалу величина незмінна [1].

Крива густини фракцій  $\delta$  будується за даними стовпців 1 і 4.

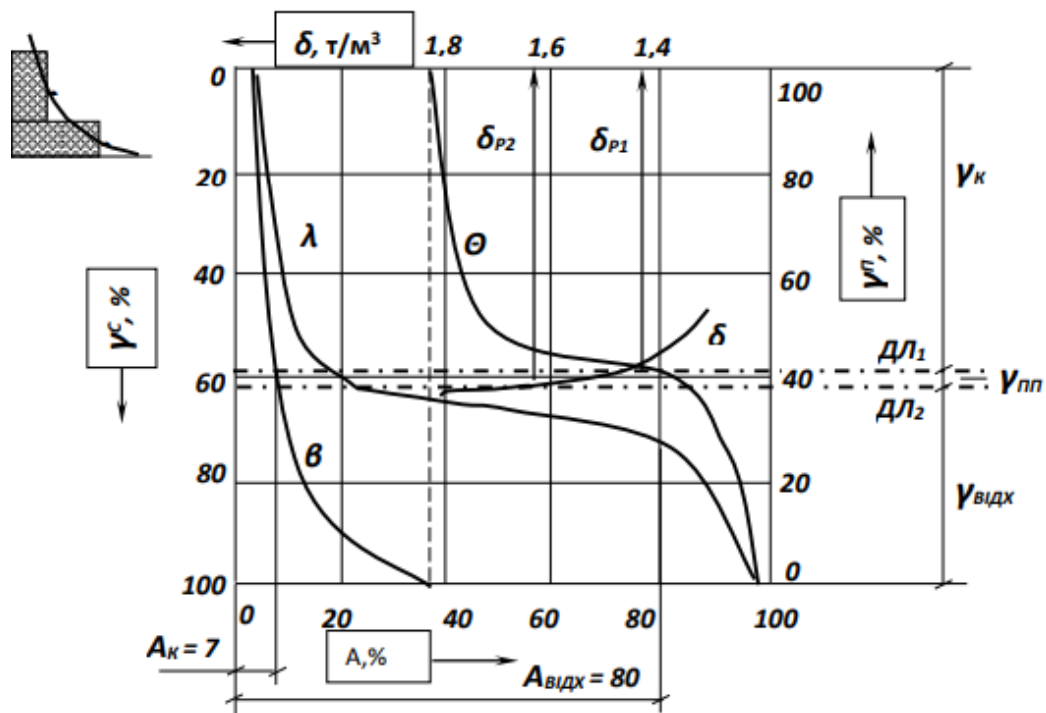


Рис. 5.2. Криві збагачуваності вугілля

При заданих зольності концентрату  $A_k^d=7\%$  і зольності відходів  $A_v^d=80\%$  визначаємо теоретичні показники розділення: виходи продуктів, зольність промпродукту і густину розділення (табл. 5.4).

Таблиця 5.4 – Теоретичні показники розділення вугілля

Продукт	$\gamma$ , %	$A^d$ , %	$\delta_p$ , кг/м <sup>3</sup>
Концентрат	56,5	7,0	1430
Промпродукт	2,0	42,3	
Відходи	41,5	80,0	1620
Разом	100,0	38,0	

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №6

### Вибір емпіричної формули. Метод вирівнювання. Спосіб середніх

**Мета:** Опанувати методику вибору емпіричної формули, яка найточніше описує отриману експериментальну залежність.

#### Теоретичні відомості

##### 1. Вибір емпіричної формули. Метод вирівнювання.

В деяких випадках вибір типу емпіричної формули може бути здійснений на основі теоретичних уявлень про характер дослідженої залежності. В інших випадках вдається підібрати таку формулу порівнянням кривої, побудованої по даним досліджень, із зразками відомих типових кривих (табл. 6.1) [1].

Іноді емпірична крива схожа на декілька кривих, рівняння яких різні. З іншого боку бувають випадки, коли та або інша емпірична формула достатньо точно відображає залежність між заданими чисельними значеннями величин, але типовий графік цієї формули зовсім не схожий на експериментальну криву. Це може мати місце, коли крива і графік формули побудовані для різних проміжків змінення аргументу [1].

Змінення чисельних значень коефіцієнтів, що входять у формулу, часто різко змінюють вид її графіка. Вибір масштабу координатних осей відображується на формі побудованої кривої, що також може привести до враження про відмінність експериментальної кривої від графіка формули, яка їй цілком відповідає [1].

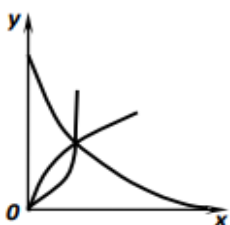
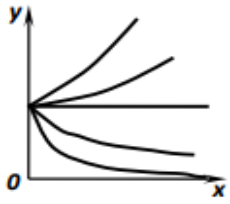
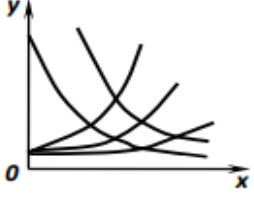


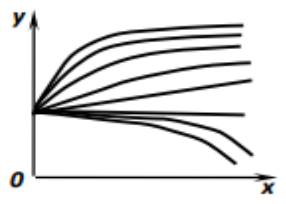
Тому раніше, ніж визначати чисельні значення коефіцієнтів у вибраній емпіричній формулі, необхідно перевірити можливість її використання методом вирівнювання. Тільки після цього можна перейти до визначення тих значень постійних коефіцієнтів, які дозволять отримати найкраще наближення дослідних і розрахованих величин [1].

Метод вирівнювання полягає у перетворенні функції  $y=\varphi(x)$  таким чином, щоб перетворити її в лінійну функцію. Досягається це заміною перемінних  $x$  і  $y$  новими перемінними  $X = \psi(x, y)$  і  $Y = \xi(x, y)$ , які вибираються так, щоб виходило рівняння прямої лінії:

$$Y = A + BX$$

Розраховані значення  $X_i$  і  $Y_i$  відповідно заданих  $x_i$  і  $y_i$  наносять на діаграму з прямокутними координатами ( $X, Y$ ). Якщо побудовані таким чином точки розташовуються поблизу прямої лінії, вибрана формула  $y=\varphi(x)$  підходить для характеристики залежності  $y = f(x)$  [1].

Таблиця 6.1 – Графіки формул і способи їх вирівнювання

№	Типові криві	Формула	Способи вирівнювання	Лінійне рівняння, отримане при вирівнюванні
1	2	3	4	5
I		$y = ax^b$ (графік для $a = const$ )	$X = \lg x$ $Y = \lg y$	$Y = \lg a + bX$
II		$y = ae^{bx}$ (графік для $a = const$ )	$Y = \lg y$	$Y = \lg a + 0,4343bX$
III		$y = \frac{1}{a + bx}$	$Y = \frac{1}{y}$	$Y = a + bX$
IV		$y = \frac{x}{a + bx}$	$Y = \frac{x}{y}$	$Y = a + bX$
V		$y = c + ax^b$	Якщо $b$ відоме: $X = x^b$ . Якщо $b$ невідоме, визначають $c$ (див. примітку) і тоді $X = \lg x$ $Y = \lg(y - c)$	$y = c + aX$ $Y = \lg a + bX$
VI		$y = c + ae^{bx}$ (графік для $c = const$ , $a < 0$ )	Визначають $c$ (див. примітку) і тоді $Y = \lg(y - c)$	$Y = \lg a + 0,4343bX$



## 2. Визначення коефіцієнтів емпіричної формули. Спосіб середніх.

Після встановлення придатності вибраної формули для відображення дослідженої залежності перемінних необхідно визначити чисельні значення коефіцієнтів, які входять у формулу. Найкращі результати дає використання способу найменших квадратів. Однак цей спосіб громіздкий. Тому в багатьох випадках його можна замінити більш простим *способом середніх*, який дає менш точні, але достатньо задовільні результати[1].

Спосіб середніх полягає у наступному: після використання метода вирівнювання і отримання лінійної залежності складають умовні рівняння  $Y_i = A + BX_i$ , число  $n$  яких дорівнює числу відповідних значень  $X_i$  та  $Y_i$ , які існують. Умовні рівняння розділяють на дві приблизно рівні групи. Групування рівнянь звичайно виконують в послідовності дослідних даних [1].

Рівняння, що входять у кожену групу, складають і отримують два підсумкових рівняння:

$$\begin{cases} \sum_{1}^k Y_i = kA + B \sum_{1}^k X_i \\ \sum_{k+1}^n Y_i = (n - k)A + B \sum_{k+1}^n X_i \end{cases}$$

При сумісному вирішенні цих рівнянь знаходять невідомі коефіцієнти  $A$  і  $B$  [1].

**Завдання:** *Вибрати емпіричну формулу, яка найточніше описує отриману в результаті досліджень експериментальну залежність параметра  $Y$  від параметра  $X$ .*

*Дані експериментальної залежності за варіантами взяти відповідно до табл. 6.2.*

*Емпіричну формулу вибрати з залежностей відповідно до табл. 6.3 (для всіх варіантів):*

Таблиця 6.2 – Вихідні дані для розрахунку

Варіант	Дані експериментальної залежності $Y$ від $X$									
	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
1	6	14,8	9	25,2	15	27,1	22	34,4	26	36
	30	39,7	35	42	50	66,5				
2	110	6,5	120	13,2	130	29	140	48,8	150	65,1
	160	84	170	97,3	180	106,3				
3	20	39,4	35	43,3	40	45,2	50	47,2	70	55,8
	75	65,2	85	75,6	100	87,3				

Продовження таблиці 6.2

Варіант	Дані експериментальної залежності У від Х								
4	x	158	163	171	175	185	200	205	210
	y	24,8	35,2	37,1	44,4	52,1	55	62	76,5
5	x	275	293	298	305	315	325	340	360
	y	15,6	18	22,4	24,6	26,8	37,9	57	70,4

Таблиця 6.3 – Емпіричні залежності

№ з/п	Емпірична формула	$\bar{x}$	$\bar{y}$
1	$y = ax + b$	$\frac{x_1 + x_n}{2}$	$\frac{y_1 + y_n}{2}$
2	$y = ax^b$	$\sqrt{x_1 x_n}$	$\sqrt{y_1 y_n}$
3	$y = ab^x$	$\frac{x_1 + x_n}{2}$	$\frac{y_1 + y_n}{2}$
4	$y = 1 + \frac{b}{x}$	$\frac{2x_1 x_n}{x_1 + x_n}$	$\frac{2y_1 y_n}{y_1 + y_n}$
5	$y = \frac{1}{ax+b}$	$\frac{x_1 + x_n}{2}$	$\frac{y_1 + y_n}{2}$
6	$y = \frac{x}{ax+b}$	$\frac{2x_1 x_n}{x_1 + x_n}$	$\frac{2y_1 y_n}{y_1 + y_n}$
7	$y = a \ln x + b$	$\sqrt{x_1 x_n}$	$\sqrt{y_1 y_n}$

### Приклад розрахунку

Вибрати емпіричну формулу, яка найточніше описує отриману в результаті досліджень експериментальну залежність параметра У від параметра Х (табл. 6.4).


Таблиця 6.4 – Вихідні дані для розрахунку

Дані експериментальної залежності У від Х								
x	273	283	288	293	313	333	353	373
y	29,4	33,3	35,2	37,2	45,8	55,2	65,6	77,3

1. Розглянемо емпіричну формулу №1.

1.1. Розраховуємо середні значення  $\bar{x}$  та  $\bar{y}$  експериментальної залежності для емпіричної формули №1:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_n}{2} = \frac{273 + 373}{2} = 323$$


$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_n}{2} = \frac{29,4 + 77,3}{2} = 53,4$$

1.2. Визначаємо експериментальне значення параметра  $Y$  при розрахунковому середньому значенні параметра  $\bar{x} = 323$  (використовуємо метод інтерполяції):

$$Y = \frac{45,8 - 55,2}{313 - 333} \cdot (323 - 313) + 45,8 = 50,5$$

1.3. Знаходимо різницю двох значень параметра  $Y$ :

$$|Y - \bar{y}| = |50,5 - 53,4| = 2,9$$

1.4. Робимо висновок щодо відповідності експериментальних даних емпіричній залежності №1.

2. Розглянемо емпіричну формулу №2.

2.1. Розраховуємо середні значення  $\bar{x}$  та  $\bar{y}$  експериментальної залежності для емпіричної формули №2:

$$\bar{x} = \sqrt{x_1 \cdot x_n} = \sqrt{273 \cdot 373} = 319,1$$

$$\bar{y} = \sqrt{y_1 \cdot y_n} = \sqrt{29,4 \cdot 77,3} = 47,7$$

2.2. Визначаємо експериментальне значення параметра  $Y$  при розрахунковому середньому значенні параметра  $\bar{x} = 319,1$  (використовуємо метод інтерполяції):

$$Y = \frac{45,8 - 55,2}{313 - 333} \cdot (319,1 - 313) + 45,8 = 48,7$$

2.3. Знаходимо різницю двох значень параметра  $Y$ :

$$|Y - \bar{y}| = |48,7 - 47,7| = 1,0$$

2.4. Робимо висновок щодо відповідності експериментальних даних емпіричній залежності №2.

3. Повторюємо розрахунки для всіх емпіричних залежностей. Розрахунки оформлюємо у вигляді таблиці 6.5:

Таблиця 6.5 – Результати розрахунків

№ з/п	Емпірична формула	Розрахункові значення		Експериментальне значення $Y$	Різниця $ Y - \bar{y} $	Висновки
		$\bar{x}$	$\bar{y}$			
1	$y = ax + b$	323	53,4	50,5	2,9	мало підходить
2	$y = ax^b$	319,1	47,7	48,7	1,0	підходить краще інших формул
3	$y = ab^x$	323	53,4	50,5	2,9	мало підходить
4	$y = 1 + \frac{b}{x}$	315,3	42,6	46,9	4,3	не підходить
5	$y = \frac{1}{ax+b}$	323	53,4	50,5	2,9	мало підходить
6	$y = \frac{x}{ax+b}$	315,3	42,6	46,9	4,3	не підходить
7	$y = a \ln x + b$	319,1	47,7	48,7	1,0	підходить краще інших формул

На основі виконаного розрахунку отриману в результаті досліджень експериментальну залежність параметра  $Y$  від параметра  $X$  найточніше описують:

- емпірична формула №2  $y = ax^b$ ;
- емпірична формула №7  $y = a \ln x + b$ .



## ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №1

Індивідуальне завдання №1 з дисципліни «Моделювання процесів збагачення корисних копалин» виконується у вигляді звіту.

Метою виконання індивідуального завдання є узагальнення та поглиблення теоретичних знань здобувачів освіти щодо основ і методів фізичного та математичного моделювання процесів збагачення корисних копалин.

Номер теми для виконання індивідуального завдання обирається здобувачем освіти із переліку тем у відповідності до його номеру за списком студентської групи, абозначається викладачем.

### Перелік тем для індивідуального завдання №1

1. Принципи та етапи моделювання технологічних процесів.
2. Особливості моделювання процесів збагачення корисних копалин.
3. Теорія подібності як основа моделювання.
4. Умови застосування теорії подібності при моделюванні процесів збагачення корисних копалин.
5. Застосування методу аналізу розмірностей при моделюванні процесів збагачення корисних копалин.
6. Моделювання процесів збагачення корисних копалин на основі методу аналогій.
7. Використання статистичних методів оцінки експериментальних даних при дослідженні процесів збагачення корисних копалин.
8. Статистичні критерії розходження, області їх застосування.
9. «Активний» метод оптимального планування експериментів.
10. «Пасивні» методи моделювання експериментів.
11. Аналітичні і комбіновані методи моделювання.
12. Графічні методи моделювання, відмінності факторних та феноменологічних моделей.
13. Спеціальні методи моделювання процесів збагачення корисних копалин.
14. Метод еволюційного планування експериментів.
15. Сепараційні характеристики збагачувальних процесів як математичні моделі.



## ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №2

Індивідуальне завдання №2 з дисципліни «Моделювання процесів збагачення корисних копалин» виконується у вигляді звіту.

Метою виконання індивідуального завдання є узагальнення та поглиблення теоретичних знань здобувачів освіти щодо методів та прикладів фізичного та математичного моделювання процесів збагачення корисних копалин.

Номер теми для виконання індивідуального завдання обирається здобувачем освіти із переліку тем у відповідності до його номеру за списком студентської групи, абозначається викладачем.

### Перелік тем для індивідуального завдання №2

1. Математичне моделювання гранулометричного складу мінеральної сировини.
2. Математичне моделювання фракційного складу мінеральної сировини.
3. Моделювання процесу дроблення марганцевої руди в валкових дробарках.
4. Моделювання процесу подрібнення залізної руди в шарових млинах.
5. Моделювання процесу грохочення матеріалу.
6. Моделювання процесу гідравлічної класифікації матеріалу в гідроциклонах.
7. Моделювання процесу гідравлічної класифікації матеріалу в спіральних класифікаторах.
8. Моделювання процесу відсадки марганцевої руди.
9. Моделювання процесу важкосередовищної сепарації вугілля.
10. Моделювання процесу гвинтової сепарації матеріалу.
11. Моделювання процесу концентрації на столах матеріалу.
12. Моделювання процесу флотації вугілля.
13. Моделювання процесу магнітної сепарації залізорудної сировини в барабанних магнітних сепараторах.
14. Моделювання процесу фільтрації матеріалу в дискових вакуум-фільтрах.
15. Моделювання технологічних схем збагачення корисних копалин.



## **ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**

### **Вимоги до оформлення практичних робіт**

Звіт з практичних робіт повинен містити:

- титульну сторінку, оформлену за зразком (додаток А);
- короткі теоретичні відомості за темою практичної роботи;
- завдання та вихідні дані відповідно до варіанту;
- розрахунки відповідно до варіанту.

Звіт готується у друкованому вигляді на аркушах білого паперу формату А4 (210х297мм). Вимоги до оформлення: шрифт Arial, 14 кегль, інтервал – 1,5; береги: верхній, нижній – 2 см, правий – 1,5 см; лівий – 3 см, з абзацним відступом 1,25 см [6; 8].

Сторінки звіту нумерують наскрізно арабськими цифрами, номер сторінки проставляють праворуч у верхньому куті сторінки без крапки в кінці. Титульний аркуш входить до загальної нумерації сторінок звіту, але номер сторінки на титульному аркуші не проставляють [6].

Основний текст звіту про виконання практичної роботи оформлюють відповідно до вимог Національного стандарту України «Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки: Структура та правила оформлювання. ДСТУ 3008:2015».

Список використаних джерел оформлюють відповідно до ДСТУ 8302:2015 «Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання».

Виконані практичні роботи у вигляді файлу \*.docx або \*.pdf розміщуються здобувачем освіти у відповідному розділі дисципліни на платформі Moodle. Перевірка та оцінювання практичних робіт здійснюється відповідно до робочої програми навчальної дисципліни.

### **Вимоги до оформлення індивідуальних завдань**

Індивідуальні завдання з дисципліни «Моделювання процесів збагачення корисних копалин» виконуються у вигляді звіту.

Виконане індивідуальне завдання повинно містити: титульну сторінку, оформлену за зразком (додаток Б), саме завдання та перелік використаних літературних джерел.

Основна частина звіту повинна містити:

- обґрунтований аналіз обраної теми завдання з наведенням розрахунків, якщо вони передбачені в індивідуальному завданні або є його невід'ємною частиною, що ілюструє тему завдання;
- приклади відносно моделювання процесів збагачення корисних копалин (для індивідуального завдання №1);



- математичні, факторні та / або феноменологічні моделі для заданого процесу збагачення корисних копалин (для індивідуального завдання №2);

- власні висновки здобувача освіти та оцінка викладеного матеріалу.

Недопустимим є механічне переписування матеріалу з літературних та інтернет-джерел без аналітичної обробки інформації.

Звіт готується у друкованому вигляді на аркушах білого паперу формату А4 (210x297мм). Вимоги до оформлення: шрифт Arial, 14 кегль, інтервал – 1,5; береги: верхній, нижній – 2 см, правий – 1,5 см; лівий – 3 см, з абзацним відступом 1,25 см [6; 8].

Сторінки звіту нумерують наскрізно арабськими цифрами, номер сторінки проставляють праворуч у верхньому куті сторінки без крапки в кінці. Титульний аркуш входить до загальної нумерації сторінок звіту, але номер сторінки на титульному аркуші не проставляють [6].

Звіт про виконання індивідуального завдання оформлюють відповідно до вимог Національного стандарту України «Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки: Структура та правила оформлювання. ДСТУ 3008:2015».

Список використаних джерел оформлюють відповідно до ДСТУ 8302:2015 «Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання».

Виконане індивідуальне завдання у вигляді файлу \*.docx або \*.pdf розміщується здобувачем освіти у відповідному розділі дисципліни на платформі Moodle. Перевірка та оцінювання індивідуального завдання здійснюється відповідно до робочої програми навчальної дисципліни.

## АКАДЕМІЧНІ ПОЛІТИКИ

Виконання практичних робіт та індивідуальних завдань повинно здійснюватись в суворому дотриманні принципів академічної доброчесності. Відповідно до «Положення про академічну доброчесність здобувачів вищої освіти та науково-педагогічних працівників ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА» дотримання академічної доброчесності здобувачами освіти передбачає, зокрема [9]:

- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання;
- посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;
- дотримання норм законодавства про авторське право і суміжні права;
- надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової) діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації [9].


Основними видами порушень академічної доброчесності у процесі виконання практичних робіт та індивідуальних завдань є:

- академічний плагіат – оприлюднення (частково або повністю) наукових результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження та/або відтворення опублікованих текстів інших авторів без зазначення авторства;
- фабрикація – вигадкування даних чи фактів, що використовуються в освітньому процесі або наукових дослідженнях;
- фальсифікація – наведення свідомо змінених даних, неповної або викривленої інформації про апробацію результатів досліджень та розробок;
- списування – виконання письмових робіт із залученням зовнішніх джерел інформації, крім дозволених для використання;
- обман – подання як результатів власної праці робіт, виконаних на замовлення іншими особами [9].

Використання ШІ в процесі виконання практичних робіт та індивідуальних завдань не заборонене, якщо воно здійснюється відповідально і з дотриманням вимог «Політики ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА» щодо використання технологій генеративного штучного інтелекту в освітній та науковій діяльності» [10].

## ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кравець В. Г., Білецький В. С., Смирнов В. О., Сергеев П. В. Моделювання процесів збагачення корисних копалин : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 437с.
2. Младецький І. К., Пілов П. І. Технологічні розрахунки показників збагачення корисних копалин : навч. посібник. Дніпропетровськ : НГУ, 2005. 156 с.
3. Младецький І. К., Левченко К. А., Дрешпак О. С., Березняк О. О., Медяник В. Ю. Синтез технологій збагачення корисних копалин : навчальний посібник. Дніпро : НТУ «ДП», 2023. 137 с.
4. Пілов П. І., Мильцин А. М., Олевський В. І. Математичне моделювання та структурно-екстраполярий аналіз в задачах збагачення : монографія. Дніпропетровськ : Національний гірничий університет, 2011. 187 с.
5. Младецький І. К., Пілов П. І., Левченко К. А., Дрешпак О. С. Теорія сепараційних процесів : навчальний посібник / М-во освіти і науки України, ТОВ «Технічний університет «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА». Дніпро : Журфонд, 2024. 204 с.
6. ДСТУ 3008:2015 «Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки: Структура та правила оформлювання». [Чинний від 2017-07-01]. Вид. офіц. Київ, 2016. 26 с.
7. ДСТУ 8302:2015 «Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання». [Чинний від 2016-07-01]. Вид. офіц. Київ, 2016. 16 с.
8. Положення про підготовку та затвердження навчально-методичних розробок у ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА» : веб-сайт. URL : <https://metinvest.university/data/file/56/7c/567c49edaba543cd974f698a8df6f8eb.pdf>
9. Положення про академічну доброчесність здобувачів вищої освіти та науково-педагогічних працівників ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА» : веб-сайт. URL : <https://metinvest.university/data/file/3b/e4/3be4c7370f9649bb837c1ffc4f14693a.pdf>
10. Політика ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА» щодо використання технологій генеративного штучного інтелекту в освітній та науковій діяльності : МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА : веб-сайт. URL : <https://metinvest.university/data/file/f8/53/f853768638e74bad8fdc7e59c54718ef.pdf>



**ДОДАТОК А**  
**Приклад титульного аркуша**

**ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»**  
**Кафедра гірничої справи**

**ЗВІТ**  
**з практичної роботи №\_\_**

з навчальної дисципліни

**«МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗБАГАЧЕННЯ**  
**КОРИСНИХ КОПАЛИН»**

Варіант №\_\_


Виконав:  
Здобувач освіти гр. ГСз-ХХ-ХХ

\_\_\_\_\_  
(Прізвище Ім'я По батькові)

Перевірив:

\_\_\_\_\_  
(Вчене звання, посада, П.І.Б.)

Запоріжжя, 20ХХ



**ДОДАТОК Б**  
**Приклад титульного аркуша**

**ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»**  
**Кафедра гірничої справи**

**Індивідуальне завдання №\_\_**

з навчальної дисципліни

**«МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗБАГАЧЕННЯ  
КОРИСНИХ КОПАЛИН»**

Варіант №\_\_

Виконав:  
Здобувач освіти гр. ГСз-ХХ-ХХ

---

(Прізвище Ім'я По батькові)

Перевірив:

---

(Вчене звання, посада, П.І.Б.)

Запоріжжя, 20ХХ



*Навчально-методичне видання*

**Младецький Ігор Костянтинович  
Михайлова Діна Олегівна**

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗБАГАЧЕННЯ  
КОРИСНИХ КОПАЛИН:**

**методичні вказівки  
до виконання практичних робіт та індивідуальних завдань**

Самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції