

ПЛЕЦЬКА Саміра

д.е.н., професор, Державного університету
«Київський авіаційний інститут», Київ, Україна
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3638-3002>
E-mail: samira.piletska@npp.kai.edu.ua

КОЛЕСНИКОВ Сергій

к.ф.-м.н., Технічного університету
«Метінвест Політехніка», Київ, Україна
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9538-8858>
E-mail: kolesnsa@gmail.com

ГРУДКІНА Наталія

д.т.н., доцент Технічного університету
«Метінвест Політехніка», Київ, Україна
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0914-8875>
E-mail: nata.grudkina@gmail.com

КОРИТЬКО Тетяна

к.е.н., доцент, ІЕП НАН України,
Київ, Україна
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4251-1971>
E-mail: taniakorytko@gmail.com

**МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ ДИНАМІКИ СТУДЕНТСЬКОЇ
ЧИСЕЛЬНОСТІ В УКРАЇНІ**

Анотація. У статті здійснено математичне прогнозування чисельності студентів закладів вищої освіти України на основі офіційної статистики за 2015–2024 навчальні роки. Актуальність дослідження визначається необхідністю стратегічного освітнього планування в умовах демографічної кризи, війни, внутрішніх і зовнішніх міграційних процесів, а також значного тиску зовнішніх соціально-економічних чинників. Застосування математичних моделей дозволяє виявити приховані закономірності змін чисельності студентів, адаптувати управлінські рішення до нових умов та розробити ефективні довгострокові стратегії у сфері вищої освіти.

У статті проведено: аналіз та порівняння математичних моделей прогнозування (експоненційне спадання, просте експонентне згладжування,

нелінійна регресія) на прикладі динаміки чисельності студентів закладів вищої освіти в Україні, визначення точності кожної моделі та обґрунтування доцільності їх використання в соціально-економічному аналізі. У процесі дослідження побудовано аналітичні функції, оцінено параметри моделей, обчислено абсолютні та відносні похибки, а також середню помилку апроксимації. Особливу увагу приділено вибору оптимального параметра згладжування для другого методу. Експоненційне згладжування з параметром $\alpha = 0,4$ продемонструвало нижчий рівень прогнозованої похибки порівняно з іншими значеннями α , однак найкращу відповідність реальним даним забезпечила модель нелінійної регресії.

Індекс детермінації 0,8407 і середня помилка апроксимації 5,51% свідчать про високу ефективність регресійної моделі для опису складної та динамічної освітньої ситуації. Перевага цієї моделі полягає в її здатності точно відображати глобальні тренди при збереженні чутливості до змін.

Висновки дослідження демонструють перевагу адаптивних статистичних методів для глибокого аналізу освітніх показників в умовах нестабільності. Отримані результати можуть бути використані в системах стратегічного прогнозування, формування освітньої політики та ухвалення управлінських рішень у сфері вищої освіти України на державному та регіональному рівнях.

Ключеві слова: моделювання, прогнозування, математичне прогнозування, математичне моделювання, чисельність студентів, вища освіта, експоненційне спадання, експонентне згладжування, нелінійна регресія, статистичний аналіз, демографічна криза, освітня політика, індекс детермінації, соціально-економічні процеси.

Постановка проблеми. Сучасна економіка характеризується високою динамічністю, непередбачуваністю змін та постійною потребою у стратегічному плануванні. Освіта, як ключовий чинник соціально-економічного розвитку, відіграє важливу роль у формуванні людського капіталу, що, своєю чергою, є фундаментом інноваційного розвитку та конкурентоспроможності держави. У цьому контексті особливого значення набуває аналіз і прогнозування чисельності студентів закладів вищої освіти, оскільки цей показник безпосередньо пов'язаний із державним бюджетуванням, плануванням освітньої інфраструктури, забезпеченням кадрових потреб економіки, регіональною політикою та соціальними ініціативами.

Крім того, в умовах демографічної кризи, міграційних процесів та трансформацій на ринку праці, стабільність та ефективність системи вищої освіти перебувають під тиском змін. Прогнозування чисельності студентів дозволяє завчасно виявити ризики та адаптувати управлінські рішення до нових умов. Саме тому інтеграція математичних методів, зокрема моделей прогнозування, в освітню та економічну аналітику стає не просто бажаною, а необхідною.

До того ж, застосування сучасних математичних моделей також має вагоме дидактичне значення. Робота з реальними даними розвиває аналітичне мислення студентів, підвищує їх мотивацію та демонструє практичну значущість математичних знань. Таким чином, дана тема є актуальною як у контексті прикладного економічного аналізу, так і в площині вдосконалення навчального процесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сучасних умовах діджиталізації та зростання обсягів даних особливої актуальності набуває питання прогнозування соціально-економічних процесів із застосуванням новітніх аналітичних методів.

У статті Ареф'євої О.В., Пілецької С.Т. та Лобур Ю.О. [1] розглянуто проблематику забезпечення прозорості реалізації стратегії фінансової стійкості підприємства, зокрема в умовах цифрової трансформації. Автори акцентують увагу на важливості інтеграції цифрових інструментів у процес управління стійкістю, що дозволяє підвищити обґрунтованість управлінських рішень, обґрунтовують необхідність їх застосування для математичного прогнозування фінансової стійкості підприємств.

Практичний підхід до прогнозування соціально-економічних процесів представлений у навчальному посібнику Галущака М.П., Галущака О.Я. та Кужди Т.І. [2], де детально описано теоретичні засади та прикладні аспекти економетричного моделювання, що є основою для ефективного прогнозування

в економіці. Гапон В.В. і Чимбай Л.Л. [3] демонструють можливості застосування економіко-математичних методів у галузі освіти, що підкреслює універсальність математичного моделювання в аналізі суспільних процесів. У роботі акцентується на потребі адаптації моделей до конкретних галузей і даних.

У дослідженнях Грудкіної Н.С. та її колег [4; 5] увага зосереджена на прикладному використанні математичних інструментів (зокрема СКМ Maple) у вирішенні інженерно-технічних задач, що, хоч і не є безпосередньо економічними, демонструє високий потенціал математичного апарату в моделюванні складних процесів.

Кривда О.В., Сидоренко Ю.В. та Романова Д.П. [6] пропонують інноваційний підхід до прогнозування динаміки економічних процесів, використовуючи методи фрактальної геометрії, що дозволяє більш гнучко враховувати нелінійність і складну структуру економічних явищ.

Пілецька С.Т., Коритько Т.Ю. та Ткаченко Є.В. [7] розробили модель інтегральної оцінки економічної безпеки підприємства, що базується на системному аналізі ключових показників з використання математичних методів. Такий підхід забезпечує комплексну оцінку ризиків і потенціалу розвитку.

Сучасні технології прогнозування на основі методів машинного навчання розглянуто у статті Пилипенка В.І. і Стаценка В.В. [8], які описують практичне застосування таких методів для оцінки академічної успішності студентів. Цей підхід може бути ефективно адаптований і до економічного середовища.

Досвід Пілецької С. [9] із застосування нейронних мереж NARX для прогнозування ризику прибутковості продукції демонструє високу точність і адаптивність моделей штучного інтелекту в складних умовах економічної невизначеності.

Але аналіз сучасних досліджень свідчить про не достатньо активний розвиток методологічної бази прогнозування соціально-економічних процесів.

Крім того, рівень практичної реалізації моделей прогнозування в секторі економіки залишається низьким.

Метою даної статті є аналіз та порівняння математичних моделей прогнозування (експоненційне спадання, просте експонентне згладжування, нелінійна регресія) на прикладі динаміки чисельності студентів закладів вищої освіти в Україні, визначення точності кожної моделі та обґрунтування доцільності їх використання в соціально-економічному аналізі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Математичне прогнозування виступає фундаментальним інструментом кількісного аналізу в економіці, що дає змогу здійснювати науково обґрунтоване передбачення майбутніх значень досліджуваних показників на основі ретроспективних даних. Його сутність полягає в математичному моделюванні зв'язків між змінними, виявленні закономірностей у часових рядах та екстраполяції цих закономірностей у майбутнє. Математичні моделі, застосовані у процесі прогнозування, не лише описують емпіричні дані, але й виконують функцію інтерпретації динаміки соціально-економічних процесів, забезпечуючи їх кількісну оцінку.

Побудова математичних моделей прогнозування передбачає обов'язкове дотримання принципу адекватності моделі до об'єкта дослідження. Це означає, що вибрана модель має коректно відображати структуру залежностей у статистичних даних та узгоджуватися з теоретичними положеннями предметної галузі. Важливо також забезпечити стабільність прогнозу щодо незначних коливань у вихідних параметрах, оскільки економічні системи мають схильність до флуктуацій. Окрім цього, необхідно прагнути до мінімізації похибки між фактичними і прогнозними значеннями, що прямо впливає на точність та надійність зроблених висновків.

У практичному вимірі однією з найскладніших задач є вибір оптимальної моделі, придатної до умов конкретного дослідження. Залежно від природи явища, специфіки статистичних даних і поставлених аналітичних цілей, різні

підходи до моделювання можуть демонструвати різну ефективність. В одних випадках доцільним є використання трендових або регресійних моделей, в інших — методів експоненційного згладжування чи стохастичних алгоритмів. Результати моделювання мають відповідати критеріям точності, надійності та інтерпретованості, що особливо важливо при прогнозуванні соціально значущих процесів, зокрема в освітній сфері.

Таким чином, математичне прогнозування виступає не лише методологічним підґрунтям для наукового аналізу, але й засобом підвищення ефективності управлінських рішень. Його застосування дозволяє формалізувати складні соціально-економічні явища, оптимізувати ресурси та передбачити потенційні ризики розвитку системи, зокрема в умовах нестабільності та структурних змін, що є характерними для сучасної економіки.

Об'єктом аналізу виступають статистичні дані щодо чисельності студентів закладів вищої освіти України за період 2015–2024 навчальних років. Джерелом інформації є офіційна державна статистика, що відображає динаміку загальної кількості студентів, а також чисельність за статевою ознакою: окремо жінок та чоловіків, які є репрезентативними, послідовними за роками та придатними для математичного моделювання (табл. 1).

Таблиця 1

Динаміка кількості студентів закладів вищої освіти в Україні

| Показники | 2015 / 2016 | 2016 / 2017 | 2017 / 2018 | 2018 / 2019 | 2019 / 2020 | 202 / 2021 | 2021 / 2022 | 2022 / 2023 | 2023 / 2024 |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Всього | 1 597 681 | 1 584 144 | 1537 743 | 1522 250 | 1439 706 | 1141 889 | 1046 669 | 1053 770 | 1148 658 |
| жінки | 824 512 | 819 697 | 794 324 | 788 019 | 746 282 | 606 945 | 562 998 | 530 695 | 535 707 |
| чоловіки | 773 169 | 764 447 | 743 419 | 734 231 | 693 424 | 534 944 | 483 671 | 523 075 | 612 951 |

Аналізуючи загальну чисельність студентів, спостерігається виразна тенденція до зменшення. У 2015–2016 навчальному році в закладах вищої освіти України навчалось понад 1,59 мільйона осіб. До 2019/2020 року

чисельність поступово скорочувалася до 1,44 мільйона, що відображає зменшення контингенту внаслідок демографічних і соціальних змін. Після 2020 року відбулося стрімке падіння: у 2020/2021 році – близько 1,14 мільйона, а в 2021–2022 – трохи більше 1,04 мільйона. Така динаміка значною мірою зумовлена пандемією COVID-19, скороченням внутрішніх міграційних потоків, а згодом – повномасштабним вторгненням РФ, що спровокувало руйнацію освітньої інфраструктури та виїзд молоді за кордон.

У 2022–2023 та 2023–2024 навчальних роках зафіксовано певне зростання кількості студентів (до 1,05 і 1,15 мільйона відповідно), що може бути пов'язано із пристосуванням освітньої системи до кризових умов та збільшенням кількості вступників на дистанційну та заочну форму навчання.

Розгляд даних у гендерному розрізі дозволяє виявити додаткові структурні особливості. Протягом аналізованого періоду чисельність жінок у системі вищої освіти стабільно перевищує чисельність чоловіків. Так, у 2015/2016 навчальному році студентками були понад 824 тисячі осіб, тоді як кількість чоловіків становила близько 773 тисяч. Проте обидві групи демонструють загальну тенденцію до скорочення. Особливо помітним стало зменшення кількості жінок у 2020–2022 роках, коли цей показник опустився нижче 550 тисяч. Схожі процеси відбуваються і в групі чоловіків, однак у 2023–2024 році вперше за останнє десятиліття кількість чоловіків перевищила жіночу (612 тисяч проти 535 тисяч), що є нетиповим для попередніх трендів і вказує на можливу зміну соціальних або демографічних структур.

Загалом динаміка студентської чисельності в Україні у 2015–2024 роках свідчить про суттєві трансформації в освітній системі, що зумовлені як внутрішніми соціально-економічними процесами, так і зовнішніми шоками. Такий контекст створює обґрунтоване підґрунтя для застосування математичних моделей з метою побудови прогнозів і формування стратегії розвитку вищої освіти.

Модель 1: Експоненційне спадання

Однією з найпростіших і водночас показових моделей прогнозування є модель експоненційного спадання, яка ґрунтується на припущенні, що швидкість зміни кількісного показника пропорційна його поточному значенню. Цей тип моделі адекватно описує процеси, що характеризуються поступовим зниженням темпів зростання або зменшення показника під впливом зовнішніх або внутрішніх обмежень, що особливо актуально для соціально-економічних систем у кризових умовах.

Математично модель базується на диференціальному рівнянні першого порядку:

$$\frac{dK}{dt} = -\lambda K \quad (1)$$

Розв'язком цього рівняння є функція експоненційного типу:

$$K = K_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

де K_0 – початкове значення показника (у нашому випадку кількість студентів у базовий рік);

λ – коефіцієнт інтенсивності спадання,

t – час (кількість років, що минули від базового періоду).

Для оцінки параметрів моделі було використано реальні дані щодо загальної чисельності студентів у 2016 (1597681 осіб) та 2023 (1053770 осіб) роках. Виходячи з цього, визначено значення λ методом логарифмування та підстановки у формулу:

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{K_0}{K_t}\right)}{t} = \frac{\ln\left(\frac{1597681}{1053770}\right)}{7} \approx 0,0589$$

Підставивши отримане значення в рівняння, отримуємо модель:

$$K(t) = 1597681 \times e^{-0,0589t}$$

На основі цієї моделі прогнозне значення на 2024 рік ($t = 8$) становить:

$$K(t) = 1597681 \times e^{-0.0589 \times 8} \approx 992945$$

Порівнявши з фактичним значенням у 2024 році (1148658 осіб), отримуємо абсолютну похибку прогнозу:

$$\varepsilon = |1148658 - 992945| = 155713$$

А відносна похибка:

$$\delta = \frac{155713}{1148658} \cdot 100\% \approx 13,6\%$$

З аналізу похибки можна зробити висновок, що модель експоненційного спадання лише умовно підходить для опису даної соціальної динаміки. Незважаючи на простоту та логічність форми, така модель демонструє значну невідповідність між прогнозованими та фактичними значеннями, що пов'язано з коливаннями даних, нелінійною динамікою змін, впливом зовнішніх подій (війна, демографічні зрушення, зміна політики у сфері освіти).

Таким чином, модель експоненційного спадання може бути корисною лише як базовий або навчальний інструмент, тоді як для практичного прогнозування в умовах складних соціально-економічних процесів вона демонструє недостатній рівень точності.

Модель 2: Просте експонентне згладжування

Метод простого експонентного згладжування є одним із найпоширеніших інструментів короткострокового прогнозування в економіці, зокрема тоді, коли часовий ряд не має вираженої сезонності або циклічності. На відміну від моделі експоненційного спадання, яка є жорстко фіксованою за формою, цей метод передбачає адаптацію моделі до нових даних, надаючи більшої ваги останнім спостереженням, що дозволяє швидше реагувати на зміни в структурі динаміки та робить метод актуальним у нестабільному середовищі, яким є сучасна українська вища освіта.

Суть методу полягає в обчисленні зваженого середнього, де ваги спадним чином залежать від «давності» спостережень. Рекурентна формула розрахунку прогнозованого значення має вигляд:

$$S_{t+1} = (1 - \alpha) \cdot Y_t + \alpha \cdot S_t,$$

де S_{t+1} - згладжене значення (прогноз) для наступного значення часу $t + 1$;

Y_t - фактичне спостереження (дані) в періоді t ;

S_t - згладжене значення (прогноз) для періоду t ;

α - коефіцієнт згладжування, значення якого знаходиться в діапазоні $(0 < \alpha < 1)$.

Важливість коефіцієнта α :

- **високе α (ближче до 1):** Прогноз буде більш плавним і менше реагуватиме на недавні коливання, надаючи більшої ваги старим спостереженням. Це добре, коли дані досить стабільні;

- **низьке α (ближче до 0):** Прогноз буде сильніше реагувати на останні зміни в даних. Це корисно, коли тренд у даних швидко змінюється. У спеціальній літературі зазначається, що на практиці значення α знаходиться в межах від 0,1 до 0,3. Значення 0,5 майже не перевищується.

Експонентне згладжування в економіці застосовується, перш за все, при постійному обсязі споживання ($\alpha = 0,1 - 0,3$). При вищих значеннях ($0,3 - 0,5$) метод підходить за зміни структури споживання, наприклад, з урахуванням сезонних коливань.

Використовуємо фактичні дані кількості студентів закладів вищої освіти за статтю на періоді від 2016 до 2023 року з точністю до 1000 (табл. 2). Будуємо прогнозні моделі при різних значеннях α . В кожному випадку знайдемо прогнозне значення на 2024 рік, та порівняємо його з фактичним значенням **1 148 658 осіб** у 2024 році, та знайдемо відносну похибку прогнозування.

Таблиця 2

Динаміка загальної кількості студентів закладів вищої освіти в Україні

| № спостереження | Рік | Кількість студентів, осіб |
|-----------------|------|---------------------------|
| 1 | 2016 | 1597 000 |
| 2 | 2017 | 1 584 000 |
| 3 | 2018 | 1 538 000 |
| 4 | 2019 | 1 522 000 |
| 5 | 2020 | 1 440 000 |
| 6 | 2021 | 1 142 000 |
| 7 | 2022 | 1 047 000 |
| 8 | 2023 | 1 054 000 |

Розрахунки обчислення $\alpha=0,1$ наведено в табл. 3

Таблиця 3

Результати згладжування для $\alpha = 0,1$ методом простого експонентного згладжування

| t | y | S_{t+1} | Формула | $(y - S_t)^2$ |
|---|---------|-------------|--------------------------------------|----------------|
| 1 | 1598000 | 1597300 | $(1 - 0.1)*1598000 + 0.1*1591000$ | 490000 |
| 2 | 1584000 | 1585330 | $(1 - 0.1)*1584000 + 0.1*1597300$ | 1768900 |
| 3 | 1538000 | 1542733 | $(1 - 0.1)*1538000 + 0.1*1585330$ | 22401289 |
| 4 | 1522000 | 1524073.3 | $(1 - 0.1)*1522000 + 0.1*1542733$ | 4298572.89 |
| 5 | 1440000 | 1448407.33 | $(1 - 0.1)*1440000 + 0.1*1524073.3$ | 70683197.729 |
| 6 | 1142000 | 1172640.733 | $(1 - 0.1)*1142000 + 0.1*1448407.33$ | 938854518.777 |
| 7 | 1047000 | 1059564.073 | $(1 - 0.1)*1047000 + 0.1*1172640.73$ | 157855937.888 |
| 8 | 1054000 | 1054556.407 | $(1 - 0.1)*1054000 + 0.1*1059564.07$ | 309589.117 |
| x | x | x | $\sum (y - S_t)^2$ | 1196662005.401 |

Середня абсолютна відсоткова похибка (MAPE - Mean Absolute Percentage Error):

$$e_t = \sqrt{\frac{\sum (y - S_t)^2}{n-1}} = 13074,85$$

Знайдемо прогноз у тимчасовий період, наступний безпосередньо за моментом часу t:

$$S(t + 1) = S(8 + 1) = 1054556.407 \cdot (1 - 0.1) + 0.1 \cdot 1054000 = 1054500.767$$

Похибка прогнозування на 2024 рік

$$\delta_1 = |1054500.767 - 1148658| = 94\,157,343$$

Відносна похибка прогнозу 8,2 %.

Обчислення для $\alpha=0,2$

Середня абсолютна відсоткова похибка

$$e_t = \sqrt{\frac{\sum(y-s_t)^2}{n-1}} = 27894,184$$

Прогноз у тимчасовий період, наступний безпосередньо за моментом часу t становить:

$$S(8 + 1) = 1058923.425 \cdot (1 - 0.2) + 0.2 \cdot 1054000 = 1057938.74$$

Похибка прогнозування на 2024 рік

$$\delta_2 = |1057938.74 - 1148658| = 90\,719,26$$

Відносна похибка прогнозу 7,9 %.

Обчислення для $\alpha=0,3$

Середня абсолютна відсоткова похибка

$$e_t = \sqrt{\frac{\sum(y-s_t)^2}{n-1}} = 44997,075$$

Знайдемо прогноз у тимчасовий період, наступний безпосередньо за моментом часу t .

$$S(8 + 1) = 1069235.217 \cdot (1 - 0.3) + 0.3 \cdot 1054000 = 1064664.652$$

Похибка прогнозування на 2024 рік

$$\delta_2 = |1064664.652 - 1148658| = 83\,993,348$$

Відносна похибка прогнозу 7,3 %.

Обчислення для $\alpha=0,4$

Середня абсолютна відсоткова похибка

$$e_t = \sqrt{\frac{\sum(y-s_t)^2}{n-1}} = 65302$$

Знайдемо прогноз у тимчасовий період, наступний безпосередньо за моментом часу t .

$$S(8 + 1) = 1087941.806 \cdot (1 - 0.4) + 0.4 \cdot 1054000 = 1074365.084$$

Похибка прогнозування на 2024 рік

$$\delta_3 = |1074365.084 - 1148658| = 74\,292,916$$

Відносна похибка прогнозу 6,47%.

Висновки до другої моделі

Для прогнозування на 2025 рік доцільно обрати останню модель і отримаємо прогнозне значення

$$y_{2025} = y(9) = (1 - 0.4) \cdot 1\,148\,658 + 0.4 \cdot 1\,074\,365.084 = 1\,118\,940,8$$

Отже, у моделі проведено розрахунки для кількох значень α : 0,1; 0,2; 0,3; 0,4, з метою визначення оптимального параметру згладжування для прогнозування чисельності студентів.

При значенні $\alpha=0,1$, модель видає прогноз на 2024 рік у розмірі 1 054 500 осіб, що дає абсолютну похибку 94 157 осіб та відносну похибку 8,2%. Подальше збільшення α до 0,2, 0,3 та 0,4 демонструє відповідне зменшення похибки до 7,9%, 7,3% та 6,47% відповідно. Найменшу відносну похибку спостерігаємо при $\alpha=0,4$, що свідчить про високу чутливість моделі до останніх змін у динаміці студентської чисельності.

Таким чином, експонентне згладжування дозволяє отримати більш точні результати у порівнянні з простою експоненційною моделлю спадання. Це зумовлено гнучкістю підходу: метод швидко враховує нові тенденції, зокрема структурні зрушення, що відбуваються внаслідок зовнішніх подій, таких як пандемія або воєнний конфлікт. Також важливо відзначити, що згладжування забезпечує зменшення випадкових коливань, не спотворюючи основної тенденції в часі.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що метод простого експонентного згладжування є придатним для застосування в умовах нестабільності, демонструє меншу відносну похибку у порівнянні з попередньою моделлю та може бути рекомендований для подальшого використання в системі прогнозування освітніх показників.

Модель 3: Прогнозування методом нелінійної регресії

Метод нелінійної регресії є потужним інструментом аналізу, який дозволяє досліджувати залежності, що не можуть бути адекватно описані лінійними моделями. Його застосування особливо виправдане в ситуаціях, коли емпіричні дані виявляють криволінійний або експоненційний характер зміни. Для моделювання чисельності студентів у закладах вищої освіти України така модель виявилася перспективною, оскільки структура динаміки демонструє спад з ознаками згладженого вирівнювання.

В основі моделі покладено експоненційне рівняння регресії, яке здійснюється за наступними етапами.

Етап 1. Візуалізація даних: Перший крок – побудова графіків даних, що допомагає виявити потенційні нелінійні закономірності та вибрати відповідну форму нелінійної моделі (рис. 1).

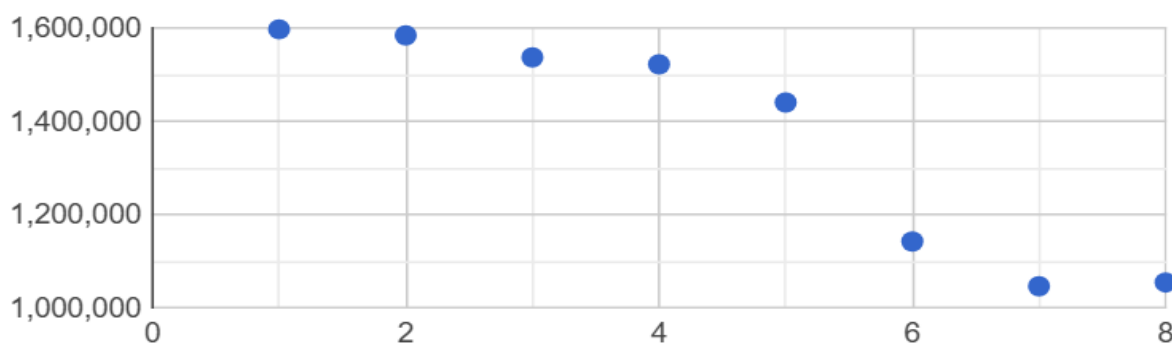


Рис. 1. Графічна інтерпретація динаміки чисельності студентів та побудова моделі експоненційної регресії

Етап 2. Вибір моделі. З поля кореляції можна висунути гіпотезу (для генеральної сукупності) у тому, що зв'язок між усіма можливими значеннями X і Y носить експоненційний характер. Експонентне рівняння регресії має вигляд

$$Y = a \cdot e^{bX}$$

де Y – прогнозований показник (чисельність студентів);

X – номер року (із зафіксованим початком у 2016 році);

a, b – параметри, що визначають початковий рівень і темп зміни показника/

$$Y = 1849039,55 \cdot e^{-0,07062X}$$

Параметри моделі було визначено на підставі фактичних даних за 2016–2023 роки, після чого виконано прогноз на 2024 рік (тобто для $X=9$). Підставивши значення у рівняння, отримано:

$$Y(9) = 1849039,55 \cdot e^{-0,07062 \cdot 9} \approx 979340$$

Результат зіставлено з фактичним значенням чисельності студентів у 2024 році (1148658), що дозволило обчислити абсолютну похибку у 169318 осіб. Проте головна перевага моделі полягає не лише у рівні точності, а й у статистичній обґрунтованості її структури.

Етап 3. Оцінка придатності моделі. Оцінювання якості моделі здійснено за допомогою середньої помилки апроксимації, яка склала 5,51%. Такий рівень вважається прийнятним у соціально-економічному аналізі й свідчить про відповідність моделі реальній динаміці. Індекс детермінації, що дорівнює 0,8407 (84,07%), підтверджує високу щільність зв'язку між змінними та хорошу пояснювальну здатність побудованої функціональної залежності.

Етап 4. Прогнозування

$$y(9) = 1849039,55 \cdot e^{-0,07062 \cdot 9} = 979340,03$$

Побудовано довірчий інтервал для прогнозу на рівні 95%, у межах якого з високою ймовірністю перебуватиме фактичне значення прогнозованого показника, що дозволяє розглядати модель як стабільну та надійну з точки зору прийняття рішень у плануванні та управлінні системою вищої освіти (зосереджено 95% можливих значень Y при необмежено великій кількості спостережень та $X_p = 9$).

$$y(9) = 1848712,484 \cdot e^{-0,0706 \cdot 9} = 979340,03$$
$$(586572,79; 1372107,27)$$

Таким чином, на обрано парну експоненційну регресію, оцінено її параметри методом найменших квадратів. Статистична значущість рівняння перевірена за допомогою коефіцієнта детермінації та критерію Фішера. Встановлено, що у досліджуваній ситуації 84.07% загальної варіабельності Y пояснюється зміною X . Отримані оцінки рівняння регресії дозволяють використовувати його прогнозу. При $x=9$, Y перебуватиме в межах від 737931.03 до 1220749.03 од. і з ймовірністю 95% не вийде за ці межі. Значення помилки апроксимації (5.51%) говорить про хорошу якість знайденої моделі.

Таким чином, нелінійна експоненційна регресія виявилася найбільш статистично обґрунтованою серед розглянутих моделей. Вона демонструє хорошу апроксимацію вихідних даних, дає можливість побудови прогнозів із визначеними межами довіри та є ефективною для застосування в умовах складної соціально-економічної динаміки.

Після апробації трьох математичних моделей прогнозування чисельності студентів у закладах вищої освіти України постає необхідність у їх системному порівнянні. Метою цього етапу є визначення найбільш ефективної з погляду точності, адаптивності до змін та відповідності реальній соціально-економічній ситуації.

Модель експоненційного спадання, незважаючи на простоту реалізації, показала найвищу відносну похибку прогнозування – 13,6%, що свідчить про недостатню здатність моделі до урахування нелінійних змін та короткострокових коливань, які характерні для динаміки освітніх показників у кризових умовах. Вона більше підходить для опису процесів зі стабільним темпом зменшення, але виявляється малоефективною при структурних зрушеннях і зовнішніх шоках.

Модель простого експонентного згладжування продемонструвала кращу відповідність емпіричним даним. При використанні коефіцієнта згладжування $\alpha=0,4$ відносна похибка знизилась до 6,47%. Метод виявився чутливим до

останніх змін у даних, що забезпечує вищу гнучкість та точність прогнозу. Це робить модель придатною для практичного застосування у коротко- та середньостроковій перспективі, особливо у періоди динамічних змін в освітньому середовищі.

Найкращу апроксимацію забезпечила модель нелінійної експоненційної регресії, яка продемонструвала середню помилку на рівні 5,51% і високий індекс детермінації (84,07%). Модель відображає глобальну тенденцію спадання чисельності студентів, що підтверджується високим рівнем пояснювальної здатності. Застосування довірчого інтервалу робить її більш прозорою з точки зору оцінки прогнозного ризику, що є критично важливим при ухваленні стратегічних рішень.

Узагальнюючи результати, слід відзначити, що кожна з моделей має певну сферу застосування. Проста експоненційна функція може слугувати початковим етапом аналізу або навчальним прикладом. Метод згладжування більш доречний для оперативного реагування на зміну ситуації. Нелінійна регресія, у свою чергу, є найбільш обґрунтованим варіантом для стратегічного прогнозування.

Висновки. У ході дослідження було здійснено комплексний аналіз динаміки чисельності студентів закладів вищої освіти України протягом 2015–2024 років із використанням математичних моделей прогнозування. На основі обробки статистичних даних побудовано три моделі: експоненційного спадання, простого експонентного згладжування та нелінійної регресії. Кожна з них була проаналізована з точки зору точності прогнозування, адаптивності до змін і відповідності реальній динаміці соціально-економічних процесів.

Результати моделювання підтвердили, що застосування математичних методів дозволяє не лише описувати історичну динаміку, але й формувати кількісно обґрунтовані прогнози з прийнятним рівнем точності. Зіставлення моделей виявило переваги адаптивних та статистично стабільних підходів.

Зокрема, модель експоненційного спадання продемонструвала обмежену ефективність в умовах змінної соціальної ситуації, натомість метод експонентного згладжування виявився чутливим до нових тенденцій, а нелінійна регресія забезпечила найвищу точність і пояснювальну силу.

Високий рівень апроксимації та достовірність інтервалу прогнозу, властиві моделі нелінійної регресії, дають підстави рекомендувати її як основний інструмент стратегічного планування в освітній сфері. Метод експонентного згладжування, завдяки простоті реалізації та швидкій реакції на зміни, може використовуватись для оперативного моніторингу показників у поточному періоді. Такий підхід забезпечує баланс між аналітичною точністю та гнучкістю застосування.

Загалом, дослідження підтверджує доцільність і ефективність інтеграції математичних моделей у процес аналізу соціально-економічних явищ. Використання реальних статистичних даних не лише підвищує об'єктивність результатів, але й сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти практичних навичок застосування математичних інструментів у професійній діяльності.

Використані джерела

1. Ареф'єва О.В., Пілецька С.Т., Лобур Ю.О. Транспарентність реалізації стратегії фінансової стійкості підприємства в умовах діджиталізації. *Бізнес Інформ*. 2023. № 11. С. 111-120. DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2023-12-231-239>

2. Галушак М. П., Галушак О. Я., Кужда Т. І. Прогнозування соціально-економічних процесів: навчальний посібник для економічних спеціальностей. *Тернопіль: ФОП Паляниця*. 2021. 160 с.

3. Гапон В.В., Чимбай Л.Л. Застосування економіко-математичних методів для розроблення прогнозів у сфері загальної середньої освіти. *Освітня аналітика України*. 2023. № 2 (23). С. 108 – 121. DOI: [10.32987/2617-8532-2023-2-108-121](https://doi.org/10.32987/2617-8532-2023-2-108-121)

4. Грудкіна Н. С., Кайдан Н. В., Колесников С. О., Дмитришин І. С. Використання СКМ Maple при розв'язанні задач з обчислення геометричної ймовірності. *Педагогічна Академія: наукові записки*. 2024. № 9. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13326522>

5. [Грудкіна Н. С.](#), Алієва Л. І. Моделювання процесів комбінованого видавлювання із використанням трапецеїдальних криволінійних кінематичних модулів. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2020. № 1(1). С. 35-42. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkhdtu_2020_1%281%29_5

6. Кривда О.В., Сидоренко Ю.В., Романова Д.П. Прогнозування динаміки економічних процесів за допомогою методів фрактальної геометрії. *Економічний вісник НТУУ «КПІ»*. 2020. №14. С. 483 – 490. DOI: 10.20535/2307-5651.14.2017.108714

7. Пілецька С.Т., Коритько Т.Ю., Ткаченко Є.В. Модель інтегральної оцінки економічної безпеки підприємства. *Економічний вісник Донбасу*. №3(65) 2021. С. 56 – 65. DOI: [https://doi.org/10.12958/1817-3772-2021-3\(65\)-56-65](https://doi.org/10.12958/1817-3772-2021-3(65)-56-65).

8. Пилипенко В. І., Стаценко В. В. Прогнозування академічної успішності студентів за допомогою методів машинного навчання. Електромеханічні, інформаційні системи та нанотехнології : матеріали IV Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції молодих учених та студентів, м. Київ, 20 квітня 2025 року. Київ : КНУТД, 2025. С. 134-135.

9. Piletska S. Prediction of risk in product profitability to attract neural network NARX. *Актуальні проблеми економіки*. 2014. № 2 (152). С. 539– 546. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/ape_2014_2_64

References

1. Arefieva O.V., Piletska S.T. & Lobur Yu.O. (2023) Transparentnist realizatsii stratehii finansovoi stiiokosti pidpriemstva v umovakh didzhytalizatsii. [Transparency in implementing the company's financial stability strategy in the context of digitalization]. *Biznes Inform.* N 11. pp. 111-120. DOI: <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2023-12-231-239>

2. Galushchak M. P., Galushchak O. Ya. & Kuzhda T. I. (2021) Prohnozuvannia sotsialno-ekonomichnykh protsesiv: navchalnyi posibnyk dlia ekonomichnykh spetsialnostei [Forecasting socio-economic processes: a textbook for economics majors]. Ternopil: FOP Palianytsia. 160 s.

3. Hapon V.V., Chymbai L.L. Zastosuvannia ekonomiko matematychnykh metodiv dlia rozroblennia prohnoziv u sferi zahalnoi serednoi osvity. [Application of economic and mathematical methods for forecasting in the field of general secondary education]. *Osvitnia analityka Ukrainy*. 2023 № 2 (23). pp. 108 – 121. DOI: 10.32987/2617-8532-2023-2-108-121

4. Hrudkina N. S., Kaidan N. V. & Kolesnykov S. O., Dmytryshyn I. S. Vykorystannia SKM Maple pry rozviazanni zadach z obchyslennia heometrychnoi ymovirnosti. [Using Maple SCM to solve problems involving geometric probability calculations]. *Pedahohichna Akademiia: naukovy zapysky*. 2024. № 9. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13326522>

5. [Hrudkina N. S., Aliieva L. I. Modeliuvannia protsesiv kombinovanoho vydavliuvannia iz vykorystanniam trapetseidalnykh kryvoliniinykh kinematychnykh moduliv. \[Modeling of combined extrusion processes using trapezoidal curved kinematic modules\]. Visnyk Khersonskoho natsionalnogo tekhnichnogo universytetu/2020. № 1\(1\). pp. 35-42. URL: \[http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkhdtu_2020_1%281%29_5\]\(http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkhdtu_2020_1%281%29_5\)](#)

6. Kryvda O.V., Sydorenko Yu.V., Romanova D.P. (2020) Prohnozuvannia dynamiky ekonomichnykh protsesiv za dopomohoiu metodiv fraktalnoi heometrii. [Forecasting economic dynamics using fractal geometry methods] *Ekonomichnyi visnyk NTUU «KPI»*. №14. pp. 483 – 490. DOI: 10.20535/2307-5651.14.2017.108714

7. Piletska S.T., Korytko T.Iu. & Tkachenko Ye.V. 2021. Model intehralnoi otsinky ekonomichnoi bezpeky pidpriemstva. [Model for integrated assessment of enterprise economic security]. *Ekonomichnyi visnyk Donbasu*. №3(65) pp. 56 – 65. DOI: [https://doi.org/10.12958/1817-3772-2021-3\(65\)-56-65](https://doi.org/10.12958/1817-3772-2021-3(65)-56-65).

8. Pylypenko V. I., Statsenko V. V. Prohnozuvannia akademichnoi uspihnosti studentiv za dopomohoiu metodiv mashynnoho navchannia [Predicting student academic performance using machine learning methods]. *Elektromekhanichni, informatsiini systemy ta nanotekhnologii : materialy IV Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi Internet-konferentsii molodykh uchenykh ta studentiv*, m. Kyiv, 20 kvitnia 2025 roku. Kyiv : KNUTD,. S. 134-135.

9. Piletska S. Prediction of risk in product profitability to attract neural network NARX. *Aktualni problemy ekonomiky*. 2014. № 2 (152). С. 539– 546. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/ape_2014_2_64

Samira Piletska

Doctor of Sciences in Economics, Professor,
State University «Kyiv Aviation Institute»

Nataliia Hrudkina

Doctor of Technical Sciences, Associate Professor
Technical University «Metinvest Polytechnic»

Sergiy Kolesnykov

Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Technical University «Metinvest Polytechnic»

Tetyana Korytko

Candidate of Economic Sciences, Associate Professor
Institute of Industrial Economics of National Academy of Sciences of Ukraine,

**MATHEMATICAL FORECASTING OF SOCIO-ECONOMIC PROCESSES
ON THE EXAMPLE OF STUDENT NUMBERS IN UKRAINE**

Abstract. The article presents a mathematical forecast of the number of students enrolled in higher education institutions in Ukraine based on official statistics for the academic years 2015–2024. The relevance of the study stems from the need for strategic educational planning amid demographic crisis, war, internal and external migration processes, as well as significant pressure from external socio-economic factors. The use of mathematical models allows for the identification of hidden patterns in changes in student enrollment, the adaptation of management decisions to new conditions, and the development of effective long-term strategies in the field of higher education.

The purpose of this article is to analyze and compare forecasting models (exponential decay, simple exponential smoothing, and nonlinear regression) using the example of student population dynamics in Ukrainian higher education institutions, to assess the accuracy of each model, and to justify their application in socio-economic analysis. Analytical functions were constructed, model parameters were evaluated, and absolute and relative forecast errors, as well as mean approximation error, were calculated. Special attention was given to selecting the optimal smoothing parameter for the second method. Exponential smoothing with a parameter $\alpha = 0.4$ demonstrated a lower forecast error compared to other values of α ; however, the nonlinear regression model provided the best fit to real data.

A determination coefficient of 0.8407 and a mean approximation error of 5.51% confirm the high effectiveness of the regression model in describing the complex and dynamic educational situation. The model's strength lies in its ability to accurately reflect global trends while maintaining sensitivity to recent changes.

The study's findings highlight the advantages of adaptive statistical methods for in-depth analysis of educational indicators in conditions of instability. The results may be applied in strategic forecasting systems, educational policy development, and managerial decision-making in the field of higher education in Ukraine at both national and regional levels.

Keywords: modeling, forecasting, mathematical forecasting, mathematical modeling, student enrollment, higher education, exponential decay, exponential smoothing, nonlinear regression, statistical analysis, demographic crisis, education policy, determination coefficient, socio-economic processes.