

УДК 622.271

DOI <https://doi.org/10.32782/3041-2080/2026-6-20>

АДАПТИВНА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ГІРНИЧИХ РОБІТ ГІРНИЧО-ВИДОБУВНОГО КЛАСТЕРА З ВИКОРИСТАННЯМ ЕВРИСТИЧНОГО БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ

Григор'єв Юліан Ігорович,

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри відкритих гірничих робіт
Криворізького національного університету
ORCID ID: 0000-0002-1780-5759

Луценко Сергій Олександрович,

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри відкритих гірничих робіт
Криворізького національного університету
ORCID ID: 0000-0002-5992-3622

Григор'єв Ігор Євгенійович,

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри гірничої справи
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
ORCID ID: 0009-0006-2787-106X

Пилипчук Давид Ігорович,

аспірант
Криворізького національного університету
ORCID ID: 0009-0000-9719-286X

Лебеденко Володимир Володимирович,

аспірант
Криворізького національного університету
ORCID ID: 0009-0006-4185-4098

Роботу присвячено науковому обґрунтуванню та формалізації підходу до визначення режиму гірничих робіт на рівні гірничодобувного кластера, що об'єднує кілька кар'єрів і техногенні родовища. Вихідною передумовою є необхідність стабілізувати подання на збагачувальну фабрику рудної шихти за обсягом і вмістом за умов просторової варіабельності руд, динамічного бортового вмісту та зміни зовнішніх чинників.

Виконаний у роботі аналіз літературних джерел підтвердив еволюцію від детермінованих контурних і календарних підходів до постановок, що враховують невизначеність параметрів родовища та вимоги стабілізації рудної шихти. Результати аналізу обґрунтовують вибір еволюційних методів як базової обчислювальної парадигми для пошуку стійких рішень у дискретному, багатокритеріальному та жорстко обмеженому просторі задачі. Запропоновано математичну постановку розв'язання такої задачі, у якій цільова функція мінімізує сукупні витрати на виймання, транспортування й зберігання з одночасним обмеженням відхилень від цільових показників якості та обсягу. Система обмежень поєднує баланси маси й умісту, продуктивність кар'єрів і фабрики, послідовність відпрацювання, місткість та режими техногенних родовищ, а також умови формування шихти з потоків різних кар'єрів. Методологічно використано аналіз і синтез наукових джерел літератури та побудову багатоперіодної моделі з подальшим обґрунтуванням еволюційної процедури пошуку рішень, а саме генетичний алгоритм, як придатної до дискретної, жорстко обмеженої та багатокритеріальної постановки. У статті наведено постановку, структуру змінних, цільову функцію та обмеження. Практичний ефект полягає в підвищенні керованості якістю рудопотоку й зниженні витрат завдяки узгодженому балансуванню видобутку, складуванню та відбору з техногенних об'єктів, що створює основу для адаптивного проектування режиму в умовах динамічного середовища.

Ключові слова: гірничодобувний кластер, режим гірничих робіт, динамічний бортовий вміст, техногенне родовище, шихта, адаптивна оптимізація, генетичний алгоритм.

Hryhoriev Yulian, Lutsenko Serhii, Hryhoriev Ihor, Pylypchuk Davyd, Lebedenko Volodymyr.
Adaptive optimization of the mining schedule of the mining cluster using a heuristic multi-criterion algorithm

The study provides the scientific substantiation and formalization of an approach to determining the mining schedule at the scale of a mining cluster that integrates several open pits and technogenic deposits. The starting premise is the need to stabilize mill feed – both tonnage and head grade – under spatial grade variability, a dynamic cut-off grade, and changing external drivers. The literature analysis confirms an evolution from deterministic pit-limit and calendar scheduling approaches to formulations that account for geological uncertainty and the requirements of blend stabilization. These findings motivate the choice of evolutionary methods as the basic computational paradigm for obtaining robust solutions in a discrete, multi-objective, and tightly constrained search space.

A mathematical formulation is proposed in which the objective function minimizes total mining, haulage, and stockpiling costs while simultaneously bounding deviations from target tonnage and head grade. The constraint set enforces tonnage- and grade-balance, mine and plant throughput, mining sequence, capacities and operating modes of technogenic deposits/stockpiles, as well as blending conditions across streams from different pits. Methodologically, the work employs analysis and synthesis of the technical literature and the construction of a multi-period model, followed by the justification of an evolutionary search procedure – specifically, a genetic algorithm – as suitable for a discrete, tightly constrained, and multi-criteria mine-scheduling setting. The article presents the problem statement, variable structure, objective function, and constraints. The practical effect lies in improving control of ore-stream quality and reducing costs through coordinated balancing of extraction, stockpiling, and reclaim from technogenic deposits, providing a basis for adaptive mine scheduling under dynamic conditions.

Key words: mining cluster, mining schedule, dynamic cut-off grade, man-made deposit, mill feed, adaptive optimization, genetic algorithm.

Вступ. Вибір та обґрунтування режиму гірничих робіт глибоких залізородних кар'єрів у сучасних умовах дедалі частіше виходять за межі детермінованих локальних постановок і трансформуються в завдання керування кластером кар'єрів, пов'язаних спільними рудопотоками, інфраструктурою та обмеженнями переробки. Для таких систем характерні значущі джерела невизначеності: варіабельність вмісту корисного компонента в масиві, зміни фізико-механічних властивостей гірничої маси, нерівномірність фронтів робіт, коливання попиту та цінові флуктуації, що безпосередньо впливають на бортовий уміст і баланс між обсягами видобутку, складування та відпрацювання техногенних родовищ. Накопичений масив досліджень із календарного планування, методів лінійного та стохастичного програмування, імітаційного моделювання та еволюційних підходів засвідчує їх ефективність у специфічних підкласах завдань. Водночас проблематика інтегрованого, адаптивного керування режимом у масштабі кластера, коли необхідно одночасно стабілізувати якість й обсяг вантажопотоку руди на збагачення та мінімізувати сумарні витрати на виймання та зберігання, залишається відкритою.

Метою роботи є наукове обґрунтування методичного підходу до адаптивної оптимізації режиму гірничих робіт на рівні гірничодобувного кластера за умов динамічного середовища. Запропонована постановка спирається на формалізацію взаємодії кар'єрів і техногенних родовищ у єдиній моделі потоків, урахування динамічних обмежень технології та

вимог до стабільності рудопотоку, а також на застосування обчислювальних процедур, здатних ефективно працювати з багатофакторною невизначеністю та нелінійностями.

Аналіз досліджень та публікацій. Сучасне проектування режиму відкритих гірничих робіт дедалі частіше виходить за межі окремого кар'єра й переходить до керування об'єднаними системами видобутку та переробки. Для умов Кривбасу таке бачення вже було концептуально обґрунтовано через створення гірничодобувного кластера [1], що створює можливості для узгодженого керування рудопотоками, складуванням і відпрацюванням техногенних родовищ у спільній інфраструктурі. На цьому фоні еволюція наукових підходів до визначення режиму гірничих робіт має вигляд поступового переходу від жорстких детермінованих схем до постановок, що враховують невизначеність і багатокритерійність.

Класичний етап сформувався навколо алгоритмічного вибору кінцевого контуру кар'єра та опосередковано – календарного порядку відпрацювання блоків. Визначальним тут став метод Лерча-Гроссмана, який задав подальшу структуру гірничо-геометричного обґрунтування й на десятиліття став промисловим стандартом для контурного проектування [2]. Подальший розвиток зосередився на погодженні режиму робіт з економічними вимогами переробки через часове керування бортовим умістом. Методологія динамічного бортового вмісту [3] забезпечила ув'язку видобутку, внутрішніх черг відпрацювання уступів і стабілізації якості рудної шихти, що було інтегровано в календарні

моделі й програмні комплекси планування відкритих гірничих робіт [4].

Водночас подальшу практика проектування засвідчила обмеженість детермінованих рішень у реальних умовах просторової мінливості вмістів, похибок геолого-розвідувальних даних і ринкових коливань. Переконливо показано, що помилки на стадії оцінки ресурсів і запасів безпосередньо призводять до відхилень фактичних показників від планових і до втрат, якщо ці невизначеності не враховують на етапі моделювання [5]. Відповіддю стала стохастична школа стратегічного планування, яка системно вводить невизначеність до постановки завдання: непоодинокі узагальнені сценарії, а сімейства геостатистично узгоджених варіантів проєктів розробки родовища, за якими оцінюють імовірність досягнення цілей за обсягом і якістю подання на переробку [6]. Узагальнення десятирічного розвитку цього напрямку показало, що стохастичні моделі підвищують надійність довгострокових планів і дають змогу керувати ризиком невиконання обмежень за якістю та продуктивністю [7]; доповнено це підходами до розкладання видобутку за умов невизначеності постачання, де план зберігає стійкість до змін вмістів і параметрів відкритої розробки [8].

Окремі публікації спрямовані на зв'язок режимних рішень із просторовою моделлю розробки та інфраструктурою підприємства. Досліджуються конфігурації внутрішніх контурів, послідовність відпрацювання уступів, маршрутизація розкривних порід та формування відвалів у логіці єдиного виробничого циклу. Зазначається, що таке ув'язування підвищує керованість календарними планами та дає змогу своєчасно враховувати слабкі місця технологічної частини проєкту [9]. Огляди останніх років фіксують зрілість інструментарію – від загальних обчислень до календарних моделей зі штрафами за відхилення якості та обсягу, і водночас указують на дефіцит робіт, які б повноцінно інтегрували стохастичність геологічних даних із реальними обмеженнями змішування й пропускних здатностей [10; 11].

Аналіз дав змогу виявити на рівні кластера відсутність усталених моделей оптимізації режиму, де одночасно враховано:

- 1) узгоджене виймання в кількох кар'єрах із просторово-часовою дискретністю;
- 2) взаємодію з усереднювальними складами та техногенними родовищами;
- 3) стабілізацію якісних параметрів під динамічний бортовий вміст;
- 4) мінімізацію сумарних витрат на виймання, транспортування й зберігання.

З огляду на комбінаційну природу рішень, багатокритеріальні цілі та потребу в адаптивності під впливом зовнішніх тригерів (ціна, попит, обмеження переробки), природним інструментом пошуку квазіоптимальних планів є еволюційні методи, насамперед генетичні алгоритми. Вони допомагають кодувати технологічні обмеження у вигляді конкретних умов, працюють із дискретними рішеннями та легко узгоджуються з багатосценарними оцінками якості й обсягу.

Методи та методики дослідження. Методологія дослідження поєднує аналіз і синтез сучасної науково-технічної літератури з формалізацією багатоперіодної моделі режиму гірничих робіт для сукупності кар'єрів і техногенних родовищ. Модель побудовано як завдання мінімізації сукупних витрат за умови стабілізації якості та обсягу подання на збагачення; систему обмежень утворюють баланси маси й вмісту, продуктивність кар'єрів і фабрики, послідовність відпрацювання родовища, місткість та режим функціонування техногенного родовища, а також умови дотримання геометричних меж розробки. Для вибору раціональної обчислювальної схеми виконано порівняльний огляд ідей імітаційного моделювання та цілочисельного лінійного програмування з оцінкою їх придатності до кластерної постановки. На основі цього обґрунтовано концепцію еволюційної процедури, зокрема генетичного алгоритму, як інструмента подальшої оптимізації з кодуванням технологічних обмежень у структурі рішення. Первинну верифікацію виконано шляхом логічного контролю досяжності вимог за якістю й обсягом у кожному періоді та перевірки узгодженості балансових співвідношень.

Результати. Сформулюємо та опишемо математичну постановку задачі визначення режиму гірничих робіт для гірничодобувного кластера, який налічує кілька кар'єрів і техногенних родовищ. Спираємось на те, що кар'єри відпрацьовують крутоспадні поклади руд зі змінним вмістом; частина бідної руди, тимчасово недоцільної до переробки, акумулюється в техногенному родовищі з подальшим відбором, тобто техногенні об'єкти функціонують у режимах і накопичення, і відпрацювання. Для забезпечення безперебійної роботи збагачувальної фабрики передбачається стабілізоване подання рудної шихти фіксованого обсягу та цільового вмісту, сформованої з потоків різних кар'єрів; при цьому продуктивність кожного кар'єра за рудою може змінюватися в часі, тоді як продуктивність за гірничою масою підтримується сталою. Постановка містить змінні обсяги виймання по кар'єрах і періодах, показники

якості шихти, а також потоки з техногенних родовищ. Систему обмежень при цьому утворюють баланси маси та вмісту, продуктивність кар'єрів і фабрики, послідовність відпрацювання, а також режимні умови функціонування техногенних об'єктів.

Критерій оптимальності визначаємо як мінімізацію сукупних витрат на виймання, транспортування та зберігання з додатковою вимогою мінімізувати відхилення від цільових показників щодо обсягу та якості рудної маси, що подається на збагачення. Така постановка забезпечує узгодженість виробничих рішень на рівні кластера за наявності різноякісних рудопотоків і дає змогу формалізовано керувати балансом між видобутком, складуванням та переробкою.

$$\min \left(\alpha \sum_{x,y,z,t} (e_{xyz}^t + s_{xyz}^t) C_{xyz}^t + \beta \left| \sum_{x,y,z,t} e_{xyz}^t V - V_{\text{target}}^t \right| + \gamma \left| \frac{\sum_{x,y,z,t} e_{xyz}^t Q_{xyz} V}{\sum_{x,y,z,t} e_{xyz}^t V} - Q_{\text{target}}^t \right| \right) \quad (1)$$

де x, y, z – координати блоку в тривимірному просторі;

Q_{xyz} – вміст корисного компонента в блоці за координатами x, y, z ;

C_{xyz}^t – вартість виймання блоку за координатами x, y, z у році t , г. о.;

V – постійний об'єм кожного блоку, м³;

Q_{target}^t – цільовий уміст корисного компонента, який потрібен для збагачувальної фабрики у році t , %;

V_{target}^t – цільовий об'єм руди, який потрібно подати на фабрику за певний період у році t , м³;

α, β, γ – вагові коефіцієнти для балансування між витратами і якісними показниками розробки;

Змінними параметрами будуть:
 e_{xyz}^t – бінарна змінна, яка вказує, чи видаляється блок за координатами x, y, z у році t ;
 s_{xyz}^t – бінарна змінна, яка вказує, чи зберігається блок за координатами x, y, z техногенному родовищі в році t .

При пошуку оптимуму мають бути враховані деякі обмеження. По-перше, блок може бути вилучений, якщо безпосередньо над ним немає іншого блоку:

$$e_{xyz}^t \leq 1 - e_{x,y,z,t+1} \quad (2)$$

Також варто враховувати, що об'єм вилученої з техногенного родовища сировини не може перевищувати об'єму заскладованої:

$$\sum_{x,y,z,t} s_{xyz}^t V \leq \sum_{x,y,z,t} (1 - e_{xyz}^t) V \quad (3)$$

Рудна маса, що подається на збагачувальну фабрику, повинна мати постійну якість і кількість, враховуючи вибір з кар'єрів і техногенних родовищ:

$$\left| \sum_{x,y,z,t} e_{xyz}^t V - V_{\text{target}}^t \right| \rightarrow \min \quad (4)$$

$$\left| \frac{\sum_{x,y,z,t} e_{xyz}^t Q_{xyz} V}{\sum_{x,y,z,t} e_{xyz}^t V} - Q_{\text{target}}^t \right| \rightarrow \min \quad (5)$$

Ця постановка задачі дає змогу комплексно підійти до планування гірничих робіт, враховуючи не тільки економічні, а й технологічні аспекти виймання та переробки руди.

Пропонована модель задає багатоперіодну, жорстко обмежену та дискретну постановку на рівні кластера. Просторово-часові пріоритети, баланси маси та вмісту, місткість складів і вимога близької до сталого подання на збагачення породжують комбінаційну вибуховість варіантів і виражені нелінійності цільової функції та обмежень. За таких умов точні методи з повним перебором або великі змішані цілочислові схеми швидко втрачають обчислювальну придатність (релаксаційні розриви, нестійкість), а локальні евристики мають схильність скочуватися на часткових рішеннях без гарантій глобального поліпшення.

Еволюційний підхід, зокрема генетичний алгоритм, безпосередньо відповідає природі задачі: природне кодування дискретних рішень через бінарні змінні, що відбивають статус блоку; єдина оцінювальна функція, яка суміщає витрати на виймання, транспортування, зберігання з штрафами за відхилення від цільових показників за обсягом і якістю; механізми відбору, схрещування й мутації, що дають змогу досліджувати простір рішень, зберігаючи технологічні стримувальні умови через убудовані перевірки. У термінах цієї статті кожен індивід інтерпретується як варіант календарного плану відпрацювання родовища. Оцінювання здійснюється за функцією пристосованості, яка враховує подання на фабрику (за кількістю і якістю) та витратні складники згідно із цільовою функцією моделі, тоді як відбір, схрещування (одноточкове, двоточкове, рівномірне) і мутація реалізують кероване різноманіття та відсікання слабких рішень.

Висновки. Так, у роботі запропоновано математичну інтерпретацію задачі визначення режиму гірничих робіт у системі гірничодобувного кластера, вирішення якої пропонується з використанням генетичного алгоритму як інструмента розв'язання складної багатокритеріальної оптимізаційної задачі.

Підхід забезпечує одночасне узгодження витратного складника гірничих робіт із вимогами до обсягу та якості рудної маси, що подається на збагачення. Цільова функція сформована

так, щоб передбачити річний перегляд бортового вмісту корисного компонента відповідно до змін зовнішніх умов, забезпечуючи адаптивне коригування режиму відпрацювання без порушення технологічних обмежень.

У підсумку розроблений підхід поглиблює засади динамічного проектування режиму гірничих робіт і підвищує здатність

гірничо-видобувного кластера оперативно реагувати на варіації середовища, зберігаючи керуваність якісними показниками рудопотоку та мінімізуючи сукупні витрати на виймання й зберігання. У подальших дослідженнях планується уточнення параметрів генетичного алгоритму, зокрема розміру вибірки варіантів, імовірності мутації та кросовера.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Hryhoriev Y., Lutsenko S., Systierov O., Kuttybayev A., Kuttybayeva A. Implementation of sustainable development approaches by creating the mining cluster: the case of MPP "Inguletskiy". *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2023. 1254(1). 012055. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1254/1/012055>.
2. Lerchs H., Grossmann I. F. Optimum Design of Open Pit Mines. *Canadian Institute of Mining Bulletin*. 1965. № 58. P. 47–54.
3. Григор'єв Ю. І. Обґрунтування методики адаптивного формування календарного плану гірничих робіт з урахуванням змінної якості рудної сировини та динаміки ринкової кон'юнктури. *Технічна інженерія*. 2025. № 1(95). С. 124–130. [https://doi.org/10.26642/ten-2025-1\(95\)-124-130](https://doi.org/10.26642/ten-2025-1(95)-124-130).
4. Whittle J., Wharton C. Optimizing cut-offs over time. *Proceedings of the 25th International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries*. 1995. P. 261–265.
5. Dominy S., Noppé M., Annels A. Errors and Uncertainty in Mineral Resource and Ore Reserve Estimation: The Importance of Getting it Right. *Exploration and Mining Geology*. 2002. № 11(1–4). P. 77–98. <https://doi.org/10.2113/11.1-4.77>.
6. Dimitrakopoulos R. Strategic mine planning under uncertainty: Stochastic optimization for strategic mine planning: A decade of developments. *Journal of Mining Science*. 2011. № 47(2). P. 138–150.
7. Dimitrakopoulos R.; Farrelly C. T.; Godoy M. Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*. 2002. № 111(1). P. 82–88. <https://doi.org/10.1179/mnt.2002.111.1.82>.
8. Ramazan S., Dimitrakopoulos R. Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. *Optimization and Engineering*. 2012. № 14(2). P. 361–380. <https://doi.org/10.1007/s11081-012-9186-2>.
9. Groeneveld B., Topal E., Leenders B. Examining system configuration in an open pit mine design. *Resources Policy*. 2019. № 63. 101438. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.101438>.
10. Buelga Díaz A., Diego Álvarez I., Castañón Fernández C., Krzemień A., Iglesias Rodríguez F. J. Calculating ultimate pit limits and determining pushbacks in open-pit mining projects. *Resources Policy*. 2021. № 72. 102058. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2021.102058>.
11. Das R., Topal E., Mardaneh E. A review of open pit mine and waste dump schedule planning. *Resources Policy*. 2023. № 85. 104064. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.104064>.

REFERENCES:

1. Hryhoriev, Y., Lutsenko, S., Systierov, O., Kuttybayev, A., & Kuttybayeva, A. (2023). Implementation of sustainable development approaches by creating the mining cluster: The case of MPP "Inguletskiy". *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1254(1), 012055. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1254/1/012055>
2. Lerchs, H., & Grossmann, I. F. (1965). Optimum design of open pit mines. *Canadian Institute of Mining Bulletin*, 58, 47–54.
3. Hryhoriev, Yu. I. (2025). Obgruntuvannia metodyky adaptivnoho formuvannia kalendarnoho planu hirnychikh robit z urakhuvanniam zminnoi yakosti rudnoi syrovyny ta dynamiky rynkovoï kon'iunktury [Substantiation of a method for adaptive formation of a calendar plan of mining operations considering variable ore quality and market dynamics]. *Tekhnichna inzheneriia – Technical Engineering*, 1(95), 124–130. [https://doi.org/10.26642/ten-2025-1\(95\)-124-130](https://doi.org/10.26642/ten-2025-1(95)-124-130) [in Ukrainian]
4. Whittle, J., & Wharton, C. (1995). Optimizing cut-offs over time. In *Proceedings of the 25th International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries* (pp. 261–265).
5. Dominy, S., Noppé, M., & Annels, A. (2002). Errors and uncertainty in mineral resource and ore reserve estimation: The importance of getting it right. *Exploration and Mining Geology*, 11(1–4), 77–98. <https://doi.org/10.2113/11.1-4.77>

6. Dimitrakopoulos, R. (2011). Strategic mine planning under uncertainty: Stochastic optimization for strategic mine planning: A decade of developments. *Journal of Mining Science*, 47(2), 138–150.
7. Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C. T., & Godoy, M. (2002). Moving forward from traditional optimization: Grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*, 111(1), 82–88. <https://doi.org/10.1179/mnt.2002.111.1.82>
8. Ramazan, S., & Dimitrakopoulos, R. (2012). Production scheduling with uncertain supply: A new solution to the open pit mining problem. *Optimization and Engineering*, 14(2), 361–380. <https://doi.org/10.1007/s11081-012-9186-2>
9. Groeneveld, B., Topal, E., & Leenders, B. (2019). Examining system configuration in an open pit mine design. *Resources Policy*, 63, 101438. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.101438>
10. Buelga Díaz, A., Diego Álvarez, I., Castañón Fernández, C., Krzemień, A., & Iglesias Rodríguez, F. J. (2021). Calculating ultimate pit limits and determining pushbacks in open-pit mining projects. *Resources Policy*, 72, 102058. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2021.102058>
11. Das, R., Topal, E., & Mardaneh, E. (2023). A review of open pit mine and waste dump schedule planning. *Resources Policy*, 85, 104064. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.104064>



Стаття поширюється на умовах
ліцензії відкритого доступу
CC BY 4.0

Дата першого надходження статті до видання: 12.12.2025
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 28.12.2025
Дата публікації (оприлюднення) статті: 16.03.2026