

ПРАКТИКУМ З ДИСЦИПЛІНИ "ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ"

Частина 2

**Нестационарні процеси у лінійних,
нелінійних колах з зосередженими
та розподіленими параметрами.
Магнітні кола. Чотириполюсники,
реактивні фільтри**

Навчальний посібник

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА”»

В. С. ХІЛОВ

**ПРАКТИКУМ З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ
ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»**

ЧАСТИНА 2

**Нестаціонарні процеси у лінійних,
нелінійних колах з зосередженими
та розподіленими параметрами.
Магнітні кола. Чотириполюсники,
реактивні фільтри**

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Одеса • 2025 • Олді+

Рецензенти:

Папайка Ю. А., доктор технічних наук, професор, професор кафедри електроенергетики Національного ТУ «Дніпровська політехніка»;

Кононюк Д. В., головний енергетик ТОВ «МЕТІНВЕСТ СІЧ-СТАЛЬ»

Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА”»
(протокол № 7 від 27.03.2025 р.)

Хілов В. С.

X45 Практикум з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки»: навч. посіб. : у 2 ч. Ч. 2 / Нестационарні процеси у лінійних, нелінійних колах з зосередженими та розподіленими параметрами. Магнітні кола. Чотириполюсники, реактивні фільтри ; В. С. Хілов. – Одеса : Олді+, 2025. – 242 с.

ISBN 978-966-289-895-8

ISBN 978-966-289-984-9 (ч. 2)

Навчальний посібник спрямовано на поглиблення вивчення бакалаврами фундаментальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». У другій частині посібника проаналізовані стаціонарні та перехідні процеси в лінійних, нелінійних колах з зосередженими та розподіленими параметрами, магнітні кола, чотириполюсники, реактивні фільтри. У стислій формі узагальнено та викладено особливості сучасних інженерних методів аналізу електричних і магнітних кіл, приведені типові кола, числові приклади розрахунків, індивідуальні завдання для виконання самостійної роботи, задачі та питання для самоконтролю отриманих знань.

Посібник призначений для здобувачів вищої освіти за спеціальністю G3 Електрична інженерія (141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка») та може використовуватись інженерно-технічним персоналом при розрахунках електротехнічного обладнання підприємств гірничо-металургійного виробництва.

УДК 621.3.01(076.5)

ЗМІСТ

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ПЕРЕДМОВА | 7 |
| РОЗДІЛ 1 | |
| МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ | 10 |
| 1.1 Методичні вказівки до розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах | 10 |
| 1.2 Розрахунок перехідних процесів у розгалуженому резистивно-індуктивному колі | 14 |
| 1.3 Розрахунок перехідних процесів у розгалуженому резистивно-ємнісному колі | 23 |
| 1.4 Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-індуктивно-ємнісному колі | 29 |
| 1.5 Розрахунок перехідного процесу при дії в колі джерела енергії з довільною формою вихідного сигналу | 42 |
| 1.6 Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах» | 46 |
| 1.7. Питання для самоперевірки по методам розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах | 59 |
| 1.8. Питання для самоконтролю залишкових знань по методам розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах | 64 |
| РОЗДІЛ 2 | |
| МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ПАСИВНИХ ЧОТИРИПОЛЮСНИКІВ І РЕАКТИВНИХ ФІЛЬТРІВ | 69 |
| 2.1 Методичні вказівки до розрахунку пасивних чотириполюсників і реактивних фільтрів | 69 |
| 2.2. Розрахунок первинних та вторинних параметрів чотириполюсника | 73 |
| 2.3. Розрахунок узгодженого режиму роботи чотириполюсника | 76 |
| 2.4. Розрахунок частотних властивостей чотириполюсника | 79 |
| 2.5. Розрахунок параметрів реактивних фільтрів | 85 |
| 2.6. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок частотних властивостей пасивного чотириполюсника» | 89 |
| 2.7. Питання для самоконтролю з аналізу загальних властивостей чотириполюсників і фільтрів | 101 |
| 2.8. Питання для самоконтролю залишкових знань з аналізу загальних властивостей чотириполюсників і фільтрів | 103 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| РОЗДІЛ 3 | |
| АНАЛІЗ ЗАГАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ І ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У КОЛАХ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ | 107 |
| 3.1. Методичні вказівки до розрахунку електричних кіл з розподіленими параметрами | 107 |
| 3.2. Розрахунок вторинних параметрів довгої лінії | 110 |
| 3.3. Розрахунок вторинних параметрів довгої лінії без втрат | 112 |
| 3.4. Розрахунок параметрів заступної схеми довгої лінії | 114 |
| 3.5. Розрахунок коефіцієнта корисної дії лінії з розподіленими параметрами | 115 |
| 3.6. Розрахунок розподілу діючого значення напруги вздовж лінії без втрат | 117 |
| 3.7. Розрахунок перехідного процесу в однорідній довгої лінії | 120 |
| 3.8. Розрахунок перехідного процесу в однорідних довгих лініях, з'єднаних резистивним опором | 122 |
| 3.9. Розрахунок перехідного процесу в однорідних довгих лініях, з'єднаних індуктивним опором | 124 |
| 3.10. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок стаціонарних процесів в колах з розподіленими параметрами» | 127 |
| РОЗДІЛ 4 | |
| МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ | 133 |
| 4.1. Методичні вказівки до розрахунку нелінійних кіл постійного струму | 133 |
| 4.2. Графічний розрахунок параметрів нерозгалуженого та розгалуженого кіл з одним нелінійним елементом | 135 |
| 4.3. Розрахунок параметрів розгалуженої нелінійної кола з одним нелінійним елементом методом еквівалентного генератора | 139 |
| 4.4. Розрахунок параметрів розгалуженої нелінійної кола з двома нелійними елементами методом заміщення | 141 |
| 4.5. Розрахунок параметрів розгалуженої нелінійної кола з трьома нелійними елементами методом вузлових потенціалів | 144 |
| 4.6. Питання для самоконтролю за методами розрахунку нелінійних кіл постійного струму | 146 |
| 4.7. Питання для самоконтроля залишкових знань по методам розрахунку сталих процесів в нелінійних електричних колах постійного струму | 151 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| РОЗДІЛ 5 | |
| МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ МАГНІТНИХ КІЛ | 155 |
| 5.1. Методичні вказівки до розрахунку магнітних кіл постійного струму | 155 |
| 5.2. Розрахунок магнітного струму по заданому магнітному потоку феромагнітного сердечника (пряма задача) | 156 |
| 5.3. Розрахунок магнітних потоків за заданими магніторушійними силами (зворотна задача) | 158 |
| 5.4. Розрахунок спадів магнітних напруг у стрижнях магнітопроводу за заданими магніторушійними силами | 160 |
| 5.5. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок магнітних кіл при постійних магніторушійних силах» | 167 |
| РОЗДІЛ 6 | |
| МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ В СТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ | 173 |
| 6.1. Методичні вказівки до розрахунку нелінійних електричних кіл змінного струму в стаціонарних режимах | 173 |
| 6.2. Розрахунок параметрів в однорідній резистивно-вентильній цепі за миттєвими значеннями | 174 |
| 6.3. Розрахунок параметрів в однорідній резистивно-вентильному колі за миттєвими значеннями | 177 |
| 6.4. Розрахунок параметрів в однорідному нелінійному резистивно-ємнісному колі за миттєвими значеннями | 178 |
| 6.5. Розрахунок параметрів в однорідному нелінійному резистивно-індуктивному колі за миттєвими значеннями | 181 |
| 6.6. Розрахунок параметрів в однорідному нелінійному резистивно-індуктивно-ємнісному колі за діючими значеннями еквівалентних синусоїд | 185 |
| 6.7. Розрахунок параметрів котушки з насиченим осердям методом еквівалентних синусоїд | 187 |
| 6.8. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок стаціонарних процесів у нелінійних електричних колах змінного струму» | 192 |
| 6.9. Запитання для самоконтролю за методами розрахунку нелінійних ланцюгів змінного струму | 209 |
| 6.10. Питання для самоконтроля залишкових знань за методами розрахунку нелінійних кіл змінного струму | 211 |

РОЗДІЛ 7

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ З НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕМЕНТАМИ | 216 |
| 7.1. Методичні вказівки до методів розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах. | 216 |
| 7.2. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом умовної лінеаризації. | 218 |
| 7.3. Розрахунок перехідного процесу у нелінійних електричних колах методом графічного інтегрування. | 221 |
| 7.4. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом аналітичної апроксимації нелінійної характеристики. | 223 |
| 7.5. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом кусково-лінійної апроксимації. | 226 |
| 7.6. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом послідовних інтервалів. | 229 |
| 7.7. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом фазової площини. | 233 |
| 7.8. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом еквівалентного генератора. | 234 |
| 7.9. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок перехідних процесів у нелінійних електричних колах постійного струму». | 236 |

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» (ТОЕ) є основою для вивчення більш спеціалізованих та прикладних аспектів електротехніки та електроніки. Вона включає фундаментальні знання, необхідні для розуміння процесів, що відбуваються в електричних і магнітних полях, а також закономірностей, що управляють електричними колами і системами.

Основною метою курсу є знайомство студентів з основними принципами, методами та законами, що лежать в основі всіх електричних та електроенергетичних пристроїв. Дисципліна ТОЕ охоплює такі ключові поняття, як електричні та магнітні поля, баланси струмів, напруг, потужностей, а також принципи роботи різних типів електричних кіл та їх аналіз за допомогою різних методів та підходів.

Знання, отримані під час вивчення цього курсу, є важливим фундаментом для подальшого освоєння більш складних технологій та систем у галузі електроніки, енергетики, автоматизації та інших напрямів, пов'язаних із електротехнікою. Студенти зможуть не тільки опанувати необхідні теоретичні навички, але й навчатися застосовувати їх для вирішення практичних завдань в інженерній практиці.

Практичні заняття є невід'ємною складовою при опануванні матеріалів курсу. Практикум з дисципліни ТОЕ до самостійної та практичної роботи з розрахунку та аналізу процесів у електричних, магнітних колах і електромагнітних полях випускається у трьох частинах. Перші дві частини присвячені методам розрахунку та аналізу електричних і магнітних кіл.

У першу частину ввійшли задачі присвячені розрахунку та аналізу процесів у лінійних електричних колах постійного, однофазного та трифазного гармонійних струмів а також однофазного та трифазного струмів за наявності негармонійних джерел живлення.

Друга частина практикуму охоплює питання розрахунку та аналізу сталих і перехідних процесів в лінійних і нелінійних колах постійного та змінного струмів, колах з котушками зі феромагнітними осердями, у колах з розподіленими параметрами, пасивних чотириполюсників і реактивних фільтрів.

Третя (самостійна) частина буде присвячена розрахункам і аналізу процесів в електромагнітних полях.

Обсяг та зміст дисципліни ТОЕ викладений у Практикумі відповідає освітньо-професійній програмі «Інжиніринг електропостачання та електромеханічних систем у металургії та гірництві», затвердженій Вченою радою для здобувачів першого (бакалаврський) рівня вищої освіти за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» у ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА».

У Практикумі знайшло відображення досвіду виконання практичних задач для електротехнічних та електромеханічних спеціальностей при проведенні проміжних, семестрових і модульних контрольних роботах. При формуванні методичних вказівок по методам і методикам розрахунку завдань були використані доцільні корекції, які були виявлені при проведенні практичних занять в аудиторії зі студентами.

Основна мета Практикуму – здійснення практичної допомоги бакалаврам в опануванні дисципліни ТОЕ в умовах все більшого зростання питомої ваги самостійної роботи при навчанні в університеті.

Практичні роботи з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки. Частина 2» призначені для поглиблення знань студентів у галузі нелінійних електричних кіл, їх аналізу та розрахунків, а також для розвитку навичок роботи з основними методами вирішення електротехнічних завдань. Метою цих робіт є освоєння принципів функціонування електричних схем, дослідження різних параметрів кіл та застосування теоретичних знань на практиці.

У рамках другої частини курсу студенти знайомитимуться з такими важливими темами, як стаціонарні та перехідні процеси у колах з зосередженими та розподіленими параметрами, розрахунок магнітних кіл, методи аналізу електричних і магнітних кіл з використанням різних теоретичних підходів. Особливу увагу буде приділено вивченню чотириполюсників і реактивним фільтрам.

Навчальна робота побудована так, щоб студенти могли поетапно освоювати ключові аспекти теорії та практики

електротехніки з наростаючою складністю завдань та поглибленням рівня розуміння. Очікується, що виконання практичних завдань забезпечить міцне освоєння навчального матеріалу та підготує студентів до вирішення інженерних завдань у галузі проектування та експлуатації електричних систем.

Використання обчислювальної техніки при розрахунку електричних і магнітних кіл у дисципліні «Теоретичні основи електротехніки» значно покращує точність, ефективність та швидкість виконання обчислень. Сучасні програми та методи, засновані на обчислювальній техніці, надають ряд переваг та можливостей:

Програми для розрахунку електричних кіл, такі як MATLAB, Simulink, Multisim, PSpice, LTspice, дозволяють моделювати та аналізувати кола в різних умовах, а також автоматизувати складні обчислення.

- Multisim та LTspice – це програми для моделювання електронних схем, які дозволяють віртуально збирати кола та перевіряти їхню поведінку за різних параметрів.

- MATLAB та Simulink часто використовуються для аналізу, обчислення параметрів та симуляції динамічних процесів в електричних колах, вивчати лінійні та нелінійні системи.

Розділ 1

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

1.1 Методичні вказівки до розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах

1. Класичний метод розрахунку перехідних процесів.

1.1. Перехідні процеси виникають в електричних колах у яких є зміна запасеної електромагнітної енергії в реактивних елементах. Запасена електромагнітна енергія при кінцевих потужностях джерел енергії може змінюватися плавно, без стрибкоподібних змін, що призводить до генерування перехідного процесу.

1.2. Розглядається зміна запасеної електромагнітної енергії за рахунок перемикань у вітках кола. Будь-яке перемикання в колі визначаємо терміном комутація.

1.3. Перемикання робиться за допомогою ключів. В електричних колах використовуються ключі двох типів: розмикаючи (ключ на розмикання або нормально замкнутий) і замикаючи (ключ на замикання або нормально розімкнутий). У розмикаючого ключа до комутації опір дорівнює нулю, а після комутації – нескінченності. У замикаючого ключа – до комутації опір дорівнює нескінченності, а після комутації – нулю.

1.4. Перехідний процес описується в колі неоднорідним диференціальним рівнянням. Порядок диференціального рівняння однозначно визначається кількістю накопичувачів енергії в електричному колі. У правій частині неоднорідного диференціального рівняння знаходиться величина, яка визначається параметрами джерела енергії кола.

1.5. Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння знаходиться у вигляді суми двох інтегралів. Перший визначається загальним розв'язком однорідного диференціального рівняння і називається таке рішення як вільна складова

перехідного процесу, а другий – визначається частковим розв'язком неоднорідного диференціального рівняння і називається це рішення вимушеною (вимушена) складовою перехідного процесу.

1.6. Вільна складова перехідного процесу знаходиться по корінню характеристичного рівняння. Коріння характеристичного рівняння знаходяться з операційного опору електричного кола після комутації. Кожному кореневі характеристичного рівняння відповідає своя експоненціальна складова перехідного процесу.

1.7. Дійсні частини коренів характеристичного рівняння повинні бути від'ємними, що відповідає загасаючим перехідним процесам.

1.8. Величина зворотна по модулю від дійсної частини кореня характеристичного рівняння є постійною часу перехідного процесу. Перехідний процес триває від трьох до п'яти постійних часу перехідного процесу.

1.9. Розв'язок диференціальних рівнянь призводить до необхідності розрахунку постійних інтегрування, які визначаються виходячи з незалежних і залежних початкових умов.

1.10. Незалежні початкові умови визначаються на накопичувачах електромагнітної енергії. Незалежні початкові умови розраховуються виходячи із законів комутації.

1.11. Перший закон комутації: в будь-який електричній вітці, що містить індуктивний елемент струм і потокозчеплення в індуктивності в момент комутації зберігають значення, які вони мали безпосередньо перед комутацією, і надалі вони змінюються починаючи від цих значень.

1.12. Другий закон комутації: в будь-який електричній вітці, що містить ємнісний елемент напруга і заряд на ємності в момент комутації зберігають ті значення, які вони мали безпосередньо перед комутацією, і в подальшому вони змінюються від цих значень.

1.13. Відлік початку перехідного процесу проводиться від моменту комутації.

1.14. Незалежні початкові умови розраховуються по законам комутації.

1.15. Залежні початкові умови розраховуються виходячи з незалежних початкових умов і законів Кірхгофа, складених в момент комутації.

2. Операторний метод розрахунку перехідних процесів.

2.1. На першому етапі розрахунку визначаються за законами комутації незалежні початкові умови на накопичувачах електромагнітної енергії.

2.2. На другому етапі розрахунків переходимо з області дійсного змінного до операторних зображень – для цього будується операторна заступна схема, в якій ненульові початкові умови на накопичувачах енергії враховуються шляхом введення додаткових електрорушійних сил.

2.3. За операторною заступною схемою в області операторних зображень знаходиться шукана величина шляхом розв'язку алгебраїчних рівнянь одним з методів: за законами Кірхгофа, методами контурних струмів, вузлових потенціалів, перетворення, накладення, еквівалентного генератора.

2.4. Шукана величина буде отримана в області операторних зображень у вигляді дрібно-раціональної функції як відношення поліномів чисельника до поліному знаменника.

2.5. На третьому етапі розв'язку переходимо з області операторних зображень до області дійсної змінної. В найпростіших випадках використовуються таблиці перетворень, а в загальному випадку шляхом використання теореми розкладання.

3. Розрахунок перехідних процесів методом змінних станів.

3.1. Поряд з струмами віток і напругами в якості змінних зручно вибрати змінні, які призводять до розв'язку диференціальних рівнянь в нормальній формі або формі Коші. Нормальна форма системи диференціальних рівнянь характеризується тим, що кожне рівняння містить лише першу похідну, відповідної змінної, яка записується в лівій частині рівняння. Права частина рівнянь не містить похідних і є лінійною функцією обраних змінних і діючих в колі джерел енергії. Такі змінні є змінними стану, а рівняння – рівняння стану. При цьому змінні стану утворюють

систему рівнянь з мінімальною кількістю змінних, які повністю визначають перехідні функції струмів і напруг у всіх вітках кола після комутації.

3.2. Число рівнянь першого порядку в формі Коші в системі рівнянь і число змінних стану, дорівнює порядку диференціального рівняння або кількості накопичувачів енергії в колі.

3.3. Для електричних кіл в якості змінних стану зручно приймати струми в індуктивних елементах i_L і напруги на ємнісних елементах u_C , де виконуються незалежні початкові умови.

3.4. Використовуючи закони Кірхгофа складають систему рівнянь в нормальній формі в яку входять вектор стану, параметри джерел енергії та опорів віток:

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = A\bar{X} + B\bar{V},$$

де X – вектор стану; V – вектор джерел живлення; A, B – матриці коефіцієнтів, які визначаються параметрами віток кола.

3.5. Отримана система диференціальних рівнянь розв'язується аналітично, використовуючи апарат матричних перетворень або чисельними методами шляхом інтегрування диференціальних рівнянь з урахуванням початкових умов в формі Коші.

3.6. Знайшовши вектор стану кола X , вихідний вектор Y визначається як лінійна комбінація вектору стану і вектору джерел енергії:

$$Y = CX + DV,$$

де C, D – матриці коефіцієнтів, які визначаються параметрами віток кола.

4. Розрахунок перехідних процесів з використанням інтеграла Дюамеля.

4.1. Класичним або операторним методом визначається перехідна функція при стрибкоподібному змінюванні параметрів електричного кола.

4.2. Для полегшення знаходження залежних початкових умов в момент комутації котушки індуктивності зручно замінювати ідеальними джерелами струму, а ємнісні елементи – ідеальними

джерелами напруги. Значення струму джерела струму визначається за першим законом комутації, а значення напруги ідеального джерела напруги – за другим законом комутації. При нульових початкових умовах можна вважати, що котушка індуктивності в момент комутації розмикає вітку, де вона ввімкнена, а ємність – шунтує ділянку вітки, де вона ввімкнена.

4.3. По перехідній функції знаходять нормовану перехідну функцію при вмиканні одиничного джерела енергії: джерела напруги з вихідною напругою 1 В або джерела струму з вихідним струмом 1 А. Нормована перехідна функція залежно від розмірності вхідного і вихідного сигналів може мати розмірність опору, провідності або бути безрозмірною величиною.

4.4. Здійснюється кусково-лінійна апроксимація вхідної напруги або струму з аналітичним описом у функції часу.

4.5. Для виділених ділянок кусково-лінійної апроксимації застосовують одну з форм інтеграла Дюамеля і знаходять реакцію кола на заданий складний вплив у вигляді суми розв'язань, які стикаються на кордонах ділянок апроксимації.

1.2 Розрахунок перехідних процесів у розгалуженому резистивно-індуктивному колі

Задача 1.1. Розрахувати перехідні струми і напруги класичним і операторних методами в електричному колі, рис. 1.1, що містить елементи: $U=20$ В; $R_1=10$ Ом; $R_2=15$ Ом; $R_3=20$ Ом; $L=0,05$ Гн.

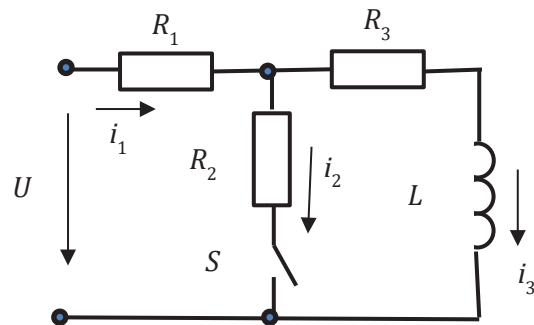


Рис. 1.1. Розрахункова схема до задачі 1.1

Розв'язок класичним методом

Перехідні струми у вітках спрямовуємо довільно.

До комутації коло містить одну вітку, яка обтикається струмом:

$$i_3(-0) = U / (R_1 + R_3) = 20 / (10 + 20) = 0,67 \text{ А.}$$

Відповідно до струму $i_3(-0) = 0,67$ А до комутації котушка накопичить енергію в магнітному полі $W_L(-0) = L i_3^2(-0) / 2$.

Після закінчення перехідного процесу котушка обтикається постійним струмом (вимушена складова):

$$i_{\text{пр3}} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} = 0,46 \text{ А.}$$

Після закінчення перехідного процесу запасена в котушці електромагнітна енергія $W_{\text{прL}}(-0) = L i_{\text{пр3}}^2 / 2$ зміниться (зменшиться), так як зменшився струм, обтікаючий котушку. Виходячи з принципу плавності зміни запасеної електромагнітної енергії в колі виникає перехідний процес.

Для спрощення розрахунків в вітках з індуктивністю простіше визначити струм, а напругу на котушці розрахувати як спад напруги від цього струму.

Після комутації генеруються вільні (індекс віль) і вимушені (індекс вим) струми в кожній вітці:

$$i_1 = i_{1\text{віль}} + i_{1\text{вим}}; i_2 = i_{2\text{віль}} + i_{2\text{вим}}; i_3 = i_{3\text{віль}} + i_{3\text{вим}}.$$

Вимушені складові струмів віток знаходимо по закінченню перехідного процесу. При розрахунку враховано, що ідеальна індуктивність не здійснює опору протіканню постійному струму, а струми в паралельних вітках визначаються як в подільнику струмів:

$$i_{1\text{вим}} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} = 1,08 \text{ А;}$$

$$i_{2\text{вим}} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0,61 \text{ А;}$$

$$i_{3\text{вим}} = i_{1\text{вим}} - i_{2\text{вим}} = 0,46 \text{ А.}$$

Вільні складові знаходимо по кореню характеристичного рівняння. Це рівняння знаходимо через повний Після комутації генеруються вільні (індекс віль) і вимушені (індекс вим) струми в кожній вітці:

$$i_1 = i_{1\text{віль}} + i_{1\text{вим}}; i_2 = i_{2\text{віль}} + i_{2\text{вим}}; i_3 = i_{3\text{віль}} + i_{3\text{вим}}.$$

Вимушені складові струмів віток знаходимо по закінченню перехідного процесу. При розрахунку враховано, що ідеальна індуктивність не робить опору протіканню постійному струму, а струми в паралельних вітках визначаються як в подільнику струмів:

$$i_{1\text{вим}} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} = 1,08 \text{ A};$$

$$i_{2\text{вим}} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}} \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0,61 \text{ A};$$

$$i_{3\text{вим}} = i_{1\text{вим}} - i_{2\text{вим}} = 0,46 \text{ A}.$$

Вільні складові знаходимо по кореню характеристичного рівняння. Це рівняння знаходимо через повний опір змінному струму кола після комутації:

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{(R_3 + j\omega L) \times R_2}{R_2 + R_3 + j\omega L}.$$

У знайдений опір вводимо корінь характеристичного рівняння λ шляхом модифікації в повному опорі з формальною заміною символів $j\omega \rightarrow \lambda$ і прирівнювання отриманого рівняння до нуля:

$$R_1 + \frac{(R_3 + \lambda L) \times R_2}{R_2 + R_3 + \lambda L} = 0.$$

Відділяємо корінь з характеристичного рівняння:

$$R_1 + \frac{(R_3 + \lambda L) \times R_2}{R_2 + R_3 + \lambda L} = \frac{R_1 (R_2 + R_3 + \lambda L) + (R_3 + \lambda L) \times R_2}{R_2 + R_3 + \lambda L} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю:

$$R_1 (R_2 + R_3 + \lambda L) + (R_3 + \lambda L) \times R_2 = 0.$$

Шуканий корінь λ характеристичного рівняння:

$$\lambda = -\frac{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}{L (R_2 + R_3)} = -\frac{10 \times 35 + 300}{0,05 \times 35} = -3711/\text{с}.$$

Стала часу перехідного процесу:

$$\tau = \left| \frac{1}{\lambda} \right| = \frac{1}{371} = 2 \times 10^{-3} \text{ с}.$$

Перехідний процес завершується за час (3...4) τ .

Знайденому кореню в загальному вигляді відповідають вільні струми віток:

$$i_{1\text{віль}} = A_1 e^{\lambda t}; i_{2\text{віль}} = A_2 e^{\lambda t}; i_{3\text{віль}} = A_3 e^{\lambda t},$$

де A_1, A_2, A_3 – невідомі стали інтегрування.

Для знаходження сталих інтегрування знаходимо незалежні початкові умови. За першим законом комутації: в будь-який електричній вітці, що містить індуктивний елемент струм і потокозчеплення в індуктивності в момент комутації зберігають значення, які вони мали безпосередньо перед комутацією, і надалі вони змінюються починаючи від цих значень, тобто

$$i_3(-0) = i_3(0) = U / (R_1 + R_3) = 20 / (10 + 20) = 0,67 \text{ A}.$$

Залежні початкові умови знаходимо по незалежним і законам Кірхгофа, складеним в момент комутації:

$$\left. \begin{aligned} i_3(0) &= 0,67 \text{ A}; \\ i_1(0) &= i_2(0) + i_3(0); \\ U &= i_1(0) R_1 + i_2(0) R_2. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язуємо систему рівнянь з двома невідомими струмами:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_2(0) + 0,67; \\ 20 &= 10 \times i_1(0) + 15 \times i_2(0) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i_1(0) &= 1,2 \text{ A}; \\ i_2(0) &= 0,53 \text{ A}. \end{aligned}$$

Визначивши залежні початкові умови знаходимо постійні інтегрування A_1, A_2, A_3 . Для цього складаємо початкові рівняння перехідних струмів у момент комутації ($t=0$):

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_{1\text{віль}}(0) + i_{3\text{вим}}(0); \\ i_2(0) &= i_{2\text{віль}}(0) + i_{2\text{вим}}(0); \\ i_3(0) &= i_{3\text{віль}}(0) + i_{3\text{вим}}(0); \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 1,2 &= A_1 + 1,08; \\ 0,53 &= A_2 + 0,61; \\ 0,67 &= A_3 + 0,46; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A_1 &= 1,2 - 1,08 = 0,12; \\ A_2 &= 0,51 - 0,61 = -0,1; \\ A_3 &= 0,67 - 0,46 = 0,21. \end{aligned}$$

Перехідні струми віток у схемі рис. 1.1 описуються вільними та вимушеному складовими:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 0,12e^{-371 \times t} + 1,08 \text{ А}; \\ i_2(t) &= -0,1e^{-371 \times t} + 0,61 \text{ А}; \\ i_3(t) &= 0,21e^{-371 \times t} + 0,46 \text{ А}. \end{aligned}$$

Спад напруги на котушці індуктивності знаходиться через швидкість зміни струму $i_3(t)$:

$$u_L(t) = L \frac{di_3}{dt} = 0,05 \times \frac{d}{dt}(0,21e^{-371 \times t} + 0,46 \text{ А}) = -3,9e^{-371 \times t} \text{ В}.$$

Напругу на котушці індуктивності можна розрахувати і безпосередньо як суму вимушеної і вільної складових:

$$u_L = u_{L\text{віль}} + u_{L\text{вим}}.$$

Вимушена складова спаду напруги після закінчення перехідного процесу дорівнює нулю, так як котушка обтикається постійним струмом $u_{L\text{вим}} = 0$ для якого реактивний опір дорівнює нулю.

Вільна складова визначається по кореню характеристичного рівняння $\lambda = -3711/c$: $u_{L\text{віль}} = A_4 e^{\lambda t}$.

Знаходимо залежну початкову умову, застосувавши до зовнішнього контуру другий закон Кірхгофа:

$$U = i_1(0)R_1 + i_3(0)R_3 + u_L(0);$$

$$20 = 12 + 13,4 + u_L(0);$$

$$u_L(0) = -5,4 \text{ В}.$$

Розглядаємо початкове рівняння в момент комутації:

$$u_L(0) = u_{L\text{св}}(0) + u_{L\text{нр}}(0); \quad -5,4 = A_4 + 0.$$

Шуканий розв'язок для перехідної напруги на котушці індуктивності після комутації співпадає з раніше знайденим:

$$u_L = -5,4e^{-371 \times t} \text{ В}.$$

Графіки розрахункових значень перехідних функцій напруги на котушці індуктивності і струмів віток, представлені на рис. 1.2 (див. с. 19).

Розв'язок операторним методом

Ненульові початкові умови на накопичувачі енергії (котушка індуктивності) знаходяться за першим законом комутації

$$i_3(-0) = U / (R_1 + R_3) = 20 / (10 + 20) = 0,67 \text{ А}.$$

Заступна операторна схема будується після комутації з урахуванням ненульових початкових умов (рис. 1.3, див. с. 20).

Зображення шуканих струмів віток знаходимо методом контурних струмів в операторній формі:

$$\left\{ \begin{aligned} I_{11}(s)Z_{11}(s) - I_{22}(s)Z_{12}(s) &= E_{11}(s); \\ -I_{11}(s)Z_{21}(s) + I_{22}(s)Z_{22}(s) &= E_{22}(s). \end{aligned} \right.$$

де $I_{11}(s), I_{22}(s)$ – операторні зображення контурних струмів; $Z_{11}(s), Z_{22}(s)$ – власні операторні опори контурів; $Z_{12}(s) = Z_{21}(s)$ – суміжний операторний опір між контурами; $E_{11}(s), E_{22}(s)$ – операторні контурні ЕРС контурів.

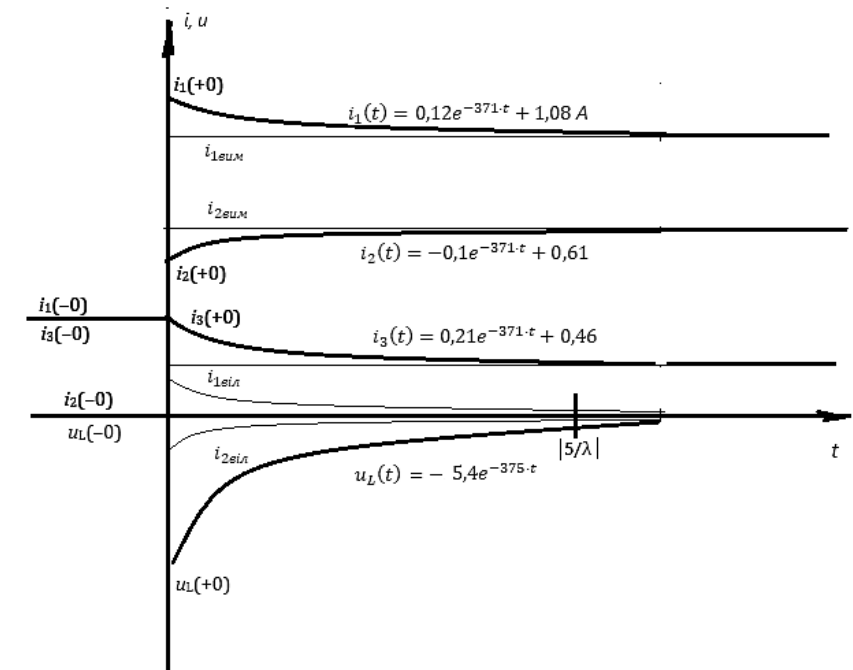


Рис. 1.2. Графіки перехідних струмів та спаду напруги до задачі 1.1

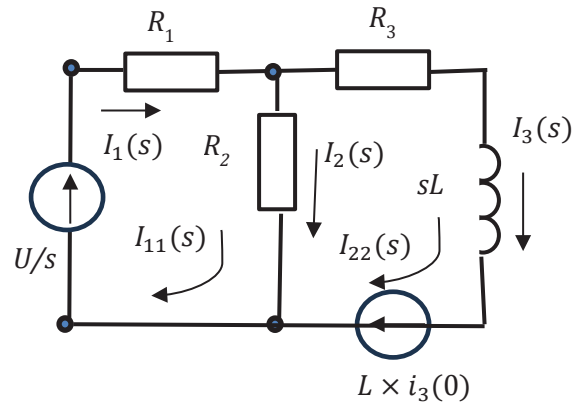


Рис. 1.3. Заступна операторна схема до задачі 1.1

Підставляємо операторні зображення власних контурних $Z_{11}(s)$, $Z_{22}(s)$ і суміжних $Z_{12}(s)$, $Z_{21}(s)$ опорів і контурних електрорушійних сил:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(s)(R_1 + R_2) - I_{22}(s)R_2 &= \frac{U}{s}; \\ -I_{11}(s)R_2 + I_{22}(s)(R_3 + R_2 + sL) &= Li_3(0). \end{aligned} \right\}$$

Записуємо числові данні:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(s) \times 25 - I_{22}(s) \times 15 &= \frac{20}{s}; \\ -I_{11}(s) \times 15 + I_{22}(s)(35 + s \times 0,05) &= 0,05 \times 0,67. \end{aligned} \right\}$$

Зображення контурних струмів шукаємо використовуючи правило Крамера для системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими. Головний визначник системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 25 & -15 \\ -15 & 35 + s \times 0,05 \end{vmatrix} = 25 \times (35 + s \times 0,05) - 15 \times 15 = 650 + 1,25 \times s.$$

Визначник $\Delta \neq 0$ тому система має єдине рішення, і для знаходження коріння необхідно обчислити ще два визначники:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20/s & -15 \\ 0,0335 & 35 + s \times 0,05 \end{vmatrix} = \frac{20}{s}(35 + s \times 0,05) + 15 \times 0,0335 = \frac{700}{s} + 1,5025 = \frac{700 + 1,5025 \times s}{s};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 25 & 20/s \\ -15 & 0,0335 \end{vmatrix} = 0,8375 + \frac{300}{s} = \frac{0,8375 \times s + 300}{s}.$$

Зображення контурних струмів схеми:

$$I_{11}(s) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{700 + 1,5025 \times s}{s}}{\frac{650 + 1,25 \times s}{s}} = \frac{700 + 1,5025 \times s}{s \times (650 + 1,25 \times s)};$$

$$I_{22}(s) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\frac{0,8375 \times s + 300}{s}}{\frac{650 + 1,25 \times s}{s}} = \frac{0,8375 \times s + 300}{s \times (650 + 1,25 \times s)}.$$

Зображення струмів віток схеми:

$$I_1(s) = I_{11}(s) = \frac{700 + 1,5025 \times s}{s \times (650 + 1,25 \times s)} = \frac{F_1(s)}{F_2(s)};$$

$$I_2(s) = I_{11}(s) - I_{22}(s) = \frac{700 + 1,5025 \times s}{s \times (650 + 1,25 \times s)} - \frac{0,8375 \times s + 300}{s \times (650 + 1,25 \times s)} = \frac{400 + 0,665 \times s}{s \times (650 + 1,25 \times s)} = \frac{F_3(s)}{F_4(s)};$$

$$I_3(s) = I_{22}(s) = \frac{0,8375 \times s + 300}{s \times (650 + 1,25 \times s)} = \frac{F_5(s)}{F_6(s)}.$$

Знаходимо оригінали шуканих струмів у функції дійсної змінної, використовуючи теорему розкладання:

$$F_1(p) = 700 + 1,5025 \times s; \quad F_2(p) = F_4(p) = F_6(p) = s \times (650 + 1,25 \times s);$$

$$F_3(p) = 400 + 0,665 \times s; \quad F_5(p) = 0,8375 \times s + 300.$$

Визначаємо коріння знаменника:

$$F_2(p) = F_4(p) = F_6(p) = s \times (650 + 1,25 \times s) = 0.$$

$$s_0 = 0; \quad s_1 = -371.$$

Похідна від полінома знаменника:

$$F_2'(p) = F_4'(p) = F_6'(s) = 650 + 3,5 \times s.$$

Оригінали перехідних струмів віток:

$$i_1(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_1'(s_n)}{F_2'(s_n)} e^{s_n t} = \frac{F_1'(0)}{F_2'(0)} e^{0t} + \frac{F_1'(-371)}{F_2'(-371)} e^{-371t} =$$

$$= \frac{700}{650} + \frac{700 + 1,5025 \times (-371)}{650 + 3,5 \times (-371)} e^{-371t} = 1,08 + 0,12e^{-371t} \text{ A};$$

$$i_2(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_3'(s_n)}{F_4'(s_n)} e^{s_n t} = \frac{F_3'(0)}{F_4'(0)} e^{0t} + \frac{F_3'(-371)}{F_4'(-371)} e^{-371t} =$$

$$= \frac{400}{650} + \frac{200 + 0,5 \times 10^{-3} \times (-371)}{650 + 3,5 \times (-371)} e^{-371t} = 0,61 - 0,1e^{-371t} \text{ A};$$

$$i_3(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_5'(s_n)}{F_6'(s_n)} e^{s_n t} = \frac{F_5'(0)}{F_6'(0)} e^{0t} + \frac{F_5'(-371)}{F_6'(-371)} e^{-371t} =$$

$$= \frac{300}{650} e^{0t} + \frac{300 + 0,8375 \times (-371)}{650 + 3,5 \times (-371)} e^{-371t} = 0,46 + 0,21 \text{ A}.$$

Зображення спаду напруги на котушці індуктивності знаходимо за законом Ома в операторній формі:

$$U_L(s) = I_3(s) sL = \frac{0,8375 \times s + 300}{s \times (650 + 1,75 \times s)} \times s \times 0,05 =$$

$$= \frac{0,0418 \times s + 15}{650 + 1,75 \times s} = \frac{F_7(p)}{F_8(p)}.$$

Оригінал спаду напруги на котушці індуктивності знаходимо застосувавши теорему розкладання:

$$u_L(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_7'(s_n)}{F_8'(s_n)} e^{s_n t} = \frac{F_7'(0)}{F_8'(0)} e^{0t} + \frac{F_7'(-371)}{F_8'(-371)} e^{-371t} =$$

$$= \frac{0}{650} e^{0t} + \frac{0,0418(-371) + 15}{650 + 1,75 \times (-371)} e^{-371t} = -5,4e^{-371t} \text{ В}.$$

Графіки перехідних функцій спаду напруги на котушці індуктивності та струмів віток, надані на рис. 1.2.

1.3 Розрахунок перехідних процесів у розгалуженому резистивно-ємнісному колі

Задача 1.2. Визначити перехідні струми і напруги класичним і операторних методами в електричному колі (рис. 1.4), що містить елементи: $U=20 \text{ В}$; $R_1=10 \text{ Ом}$; $R_2=15 \text{ Ом}$; $R_3=20 \text{ Ом}$; $C=100 \text{ мкФ}$.

Розв'язок класичним методом

Перехідні струми у вітках спрямовуємо довільно.

У вітках, що містять ємнісні елементи зручніше спочатку знайти напруга на ємності, а струм визначити як похідну від розрахованої напруги на ємності.

Розраховуємо струми віток і напругу на ємності з використанням принципу суперпозиції. (методу накладення) для змушених і вільних складових $u_C = u_{C\text{ввл}} + u_{C\text{ввим}}$.

$$i_1 = i_{1\text{ввл}} + i_{1\text{ввим}}; i_2 = i_{2\text{ввл}} + i_{2\text{ввим}}; i_3 = i_{3\text{ввл}} + i_{3\text{ввим}}.$$

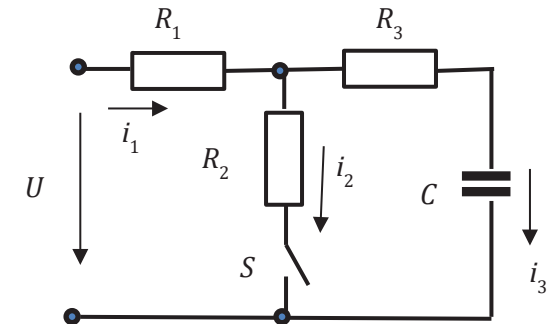


Рис. 1.4. Розрахункова схема до задачі 1.2

Змушені складові знаходимо в колі після закінчення перехідного процесу. Враховуємо, що ідеальний ємнісний елемент постійний струм не пропускає (опір ємності постійному струму дорівнює нескінченності):

$$i_{1\text{ввим}} = i_{2\text{ввим}} = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0,8 \text{ А}; i_{3\text{ввим}} = 0, \text{ А}; u_{C\text{ввим}} = R_2 i_{2\text{ввим}} = 12 \text{ В}.$$

Загальний розв'язок для вільних складових перехідного процесу визначаємо по кореню характеристичного рівняння. Корінь знаходимо по повному вхідному опорі змінному струму. Так як характеристичне рівняння єдине для всього кола, то в даному розрахунку зручніше знайти вхідний опір щодо вітки з ємністю:

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 + R_2 + j\omega C (R_1 + R_2) R_3 + j\omega C R_1 R_2}{j\omega C (R_1 + R_2)}.$$

У вхідний опір вводимо корінь характеристичного рівняння λ шляхом модифікації у повному опорі з формальною заміною символів $j\omega \rightarrow \lambda$ і прирівнювання рівняння до нуля:

$$\frac{R_1 + R_2 + \lambda C (R_1 + R_2) R_3 + \lambda C R_1 R_2}{\lambda C (R_1 + R_2)} = 0.$$

Звідки значення кореня характеристичного рівняння:

$$R_1 + R_2 + \lambda C (R_1 + R_2) R_3 + \lambda C R_1 R_2 = 0;$$

$$\lambda = -\frac{(R_1 + R_2)}{C (R_1 + R_2) R_3 + C R_1 R_2} = -\frac{(10 + 15)}{100 \times 10^{-6} (10 + 15) 20 + 100 \times 10^{-6} \times 10} = -490 \frac{1}{c}.$$

Стала часу перехідного процесу:

$$\tau = \left| \frac{1}{\lambda} \right| = \frac{1}{490} = 2 \times 10^{-3} c.$$

Кореню характеристичного рівняння відповідають вільний складові перехідних функцій струмів і напруги

$$i_{1\text{віль}} = A_1 e^{\lambda t}; i_{2\text{віль}} = A_2 e^{\lambda t}; i_{3\text{віль}} = A_3 e^{\lambda t}; u_{C\text{віль}} = A_4 e^{\lambda t},$$

де A_1, A_2, A_3, A_4 - стали інтегрування.

Для знаходження сталих інтегрування визначаємо незалежні початкові умови. За другим законом комутації напруга і заряд на ємності в момент комутації зберігають ті значення, які вони мали безпосередньо перед комутацією, і в подальшому вони змінюються від цих значень:

$$u_C(-0) = u_C(+0) = U = 20 \text{ В}.$$

Залежні початкові умови знаходимо по незалежним і законам Кірхгофа, складеним в момент комутації:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_2(0) + i_3(0); \\ U &= i_1(0) \times R_1 + i_2(0) \times R_2; \\ U &= i_1(0) \times R_1 + i_3(0) \times R_3 + u_C(0). \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_2(0) + i_3(0); \\ 20 &= i_1(0) \times 10 + i_2(0) \times 15; \\ 20 &= i_1(0) \times 10 + i_3(0) \times 20 + 20. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= 0,62 \text{ А}; \\ i_2(0) &= 0,93 \text{ А}; \\ i_3(0) &= -0,31 \text{ А}. \end{aligned} \right\}$$

Знайшовши залежні початкові умови розраховуємо стали інтегрування A_1, A_2, A_3, A_4 , розглядаючи початкові рівняння перехідних струмів і спаду напруги на ємності в момент комутації при $t=0$:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_{1\text{віль}}(0) + i_{3\text{віль}}(0); \\ i_2(0) &= i_{2\text{віль}}(0) + i_{3\text{віль}}(0); \\ i_3(0) &= i_{3\text{віль}}(0) + i_{3\text{віль}}(0); \\ u_C(0) &= u_{C\text{віль}}(0) + u_{C\text{віль}}(0). \end{aligned} \right\}$$

Підставляємо чисельні значення:

$$\left. \begin{aligned} 0,62 &= A_1 + 0,8; & A_1 &= 0,62 - 0,8 = -0,18; \\ 0,93 &= A_2 + 0,8; & A_2 &= 0,93 - 0,8 = 0,13; \\ -0,31 &= A_3 + 0; & A_3 &= -0,31 - 0 = -0,31; \\ 20 &= A_4 + 12. & A_4 &= 20 - 12 = 8. \end{aligned} \right\}$$

Знайдене рішення для струмів віток і напруги на ємності:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= -0,18e^{-490 \times t} + 0,8 \text{ А}; \\ i_2(t) &= 0,13e^{-490 \times t} + 0,8 \text{ А}; \\ i_3(t) &= -0,31e^{-490 \times t} + 0 \text{ А}; \\ u_C(t) &= 8e^{-490 \times t} + 12 \text{ В}. \end{aligned}$$

Струм ємності можна визначити через похідну від напруги на ємності:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = 100 \times 10^{-6} \frac{d}{dt} (8e^{-490 \times t}) = -0,31e^{-490 \times t},$$

що прямо підтверджує коректність розв'язання.

Графіки розрахункових значень перехідних функцій напруги на котушці індуктивності і струмів віток, представлені на рис. 1.5.

Розв'язок операторним методом

Ненульові початкові умови на накопичувачі енергії (ємнісний елемент) знаходяться за другим законом комутації:

$$u_c(0) = U = 20 \text{ В.}$$

Операторна заступна схема будується з урахуванням ненульових початкових умов на накопичувачі енергії (рис. 1.6, див. с. 27).

Зображення шуканих струмів віток знаходимо методом вузлових потенціалів в операторній формі, так як схема має два вузла. Заземлюємо вузол 2. Потенціал вузла 2 дорівнює нулю $V_2=0$. Для зображення потенціалу вузла 1 ($V_1(s)$) відповідно до методу вузлових потенціалів маємо:

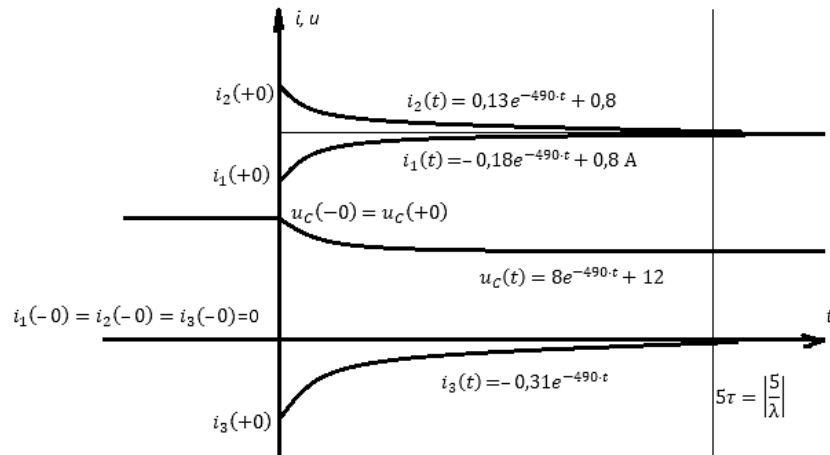


Рис. 1.5. Графіки перехідних струмів та спаду напруги до задачі 1.2

$$V_1(s) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{sC}} \right) = \frac{U}{sR_1} + \frac{u_c(0)}{s(R_3 + \frac{1}{sC})}.$$

Звідки зображення потенціалу вузла 1:

$$V_1(s) = \frac{UR_2(R_3sC + 1) + u_c(0)sCR_1R_2}{s((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)}.$$

Зображення струмів віток визначаємо за законом Ома:

$$I_1(s) = \frac{\frac{U}{s} - V_1(s)}{R_1} = \frac{U}{sR_1} - \frac{UR_2(R_3sC + 1) + u_c(0)sCR_1R_2}{sR_1((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)} =$$

$$= U \frac{sC(2R_1R_2 + R_1R_3) + R_1}{sR_1(sC(R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)) + R_1 + R_2)} = 20 \frac{s0,0045 - 2,25}{s(s0,51 + 250)} = \frac{F_1(s)}{F_2(s)};$$

$$I_2(s) = \frac{V_1(s)}{R_2} = \frac{U(R_3sC + 1) + u_c(0)sCR_1}{s((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)};$$

$$I_3(s) = \frac{\frac{u_c(0)}{s} + V_1(s)}{(R_3 + \frac{1}{sC})} = \frac{u_c(0)}{s(R_3 + \frac{1}{sC})} -$$

$$- \frac{UR_2(R_3sC + 1) + u_c(0)sCR_1R_2}{s((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)(R_3 + \frac{1}{sC})}.$$

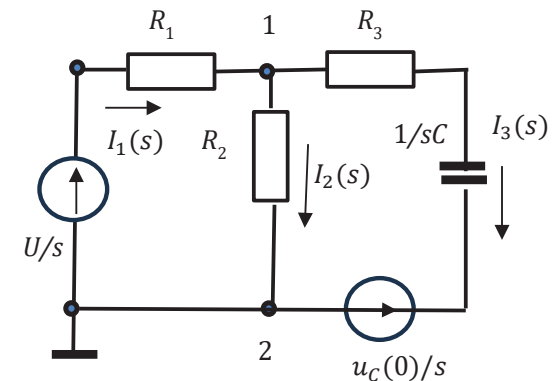


Рис. 1.6. Заступна операторна схема до задачі 1.2

Знаходимо оригінали шуканих струмів у функції дійсної змінної, використовуючи теорему розкладання:

$$I_1(s) = U \frac{sC(2R_1R_2 + R_1R_3) + R_1}{sR_1(sC(R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)) + R_1 + R_2)} =$$

$$= 20 \frac{s0,025 + 10}{s(s0,51 + 250)} = \frac{F_1(s)}{F_2(s)};$$

$$F_1(s) = 20(s0,025 + 10); F_2(s) = s(s0,51 + 250) = 0;$$

$$s_0 = 0; s_1 = -490; F_2'(s) = 1,02s + 250;$$

$$i_1(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_1(s_n)}{F_2'(s_n)} e^{p_n t} = \frac{F_1(s_0)}{F_2'(s_0)} e^{s_0 t} + \frac{F_1(s_1)}{F_2'(s_1)} e^{s_1 t} = 20 \frac{10}{250} =$$

$$= 0,8 + 20 \frac{-490 \times 0,025 + 10}{-490 \times 2 \times 0,51 + 250} e^{-490t} = 0,8 - 0,18e^{-490t} \text{ А};$$

$$I_2(s) = \frac{V_1(s)}{R_2} = U \frac{(R_3sC + 1) + sCR_1}{s((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)} =$$

$$= 20 \frac{s0,025 + 10}{s(s0,51 + 250)} = \frac{F_3(s)}{F_4(s)};$$

$$F_3(s) = 20(s0,025 + 10); F_4(s) = s(s0,51 + 250) = 0;$$

$$s_0 = 0; s_1 = -490; F_4'(s) = 1,02s + 250;$$

$$i_2(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_3(s_n)}{F_4'(s_n)} e^{p_n t} = \frac{F_3(s_0)}{F_4'(s_0)} e^{s_0 t} + \frac{F_3(s_1)}{F_4'(s_1)} e^{s_1 t} = 20 \frac{10}{250} =$$

$$= 0,8 + 20 \frac{-490 \times 0,024 + 10}{-490 \times 2 \times 0,51 + 250} e^{-490t} = 0,8 + 0,13e^{-490t} \text{ А};$$

$$I_3(s) = \frac{u_C(0)}{s(R_3 + \frac{1}{sC})} - \frac{UR_2(R_3sC + 1) + u_C(0)sCR_1R_2}{s((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)(R_3 + \frac{1}{sC})} =$$

$$= 20 \frac{s0,02 + 10}{s0,51 + 250} = \frac{F_5(s)}{F_6(s)};$$

$$F_5(s) = 20(s0,02 + 10); F_6(s) = s0,51 + 250 = 0;$$

$$s_1 = -490; F_6'(s) = 0,51;$$

$$i_3(t) = \sum_{n=1} \frac{F_1(s_1)}{F_2'(s_1)} e^{s_1 t} = 20 \frac{-0,0079}{0,51} = -0,31e^{-490t} \text{ А}.$$

Знайдемо зображення спаду напруга на ємності по закону Ома:

$$U_C(s) = \frac{u_C(0)}{s(R_3 + \frac{1}{sC})} \times \frac{1}{sC} - \frac{UR_2(R_3sC + 1) + u_C(0)sCR_1R_2}{s((R_1 + R_2)(R_3sC + 1) + sCR_1R_2)(R_3 + \frac{1}{sC})} \times$$

$$\times \frac{1}{sC} = 20 \frac{s0,05 + 150}{s(s0,51 + 250)} = \frac{F_7(s)}{F_8(s)};$$

$$F_7(s) = 20(s0,3 + 150); F_8(s) = s(s0,51 + 250) = 0;$$

$$s_0 = 0; s_1 = -490; F_8'(s) = 1,02s + 250;$$

$$u_C(t) = \sum_{n=0}^1 \frac{F_7(s_n)}{F_8'(s_n)} e^{p_n t} = \frac{F_7(s_0)}{F_8'(s_0)} e^{s_0 t} + \frac{F_7(s_1)}{F_8'(s_1)} e^{s_1 t} =$$

$$= 20 \frac{150}{250} + 20 \frac{-490 \times 0,3 + 150}{-490 \times 2 \times 0,51 + 250} e^{-490t} = 12 - 0,18e^{-490t} \text{ А}.$$

Результат розрахунку спаду напруги операторним методом показує, що в кінцевому рівнянні враховується не тільки напруга на ємнісному елементі, а й ненульові початкові умови конденсатора.

Графіки розрахункових значень перехідних функцій напруги на котушці індуктивності і струмів віток, представлені на рис. 1.5.

1.4 Розрахунок перехідних процесів в розгалуженому резистивно-індуктивно-ємнісному колі

Задача 1.3. Визначити перехідні струми і напруги класичним і операторним методами в електричному колі, рис. 1.7 (див. с. 30), що містить елементи $R_1=0,1$ Ом; $R_2=0,1$ Ом; $R_3=10$ Ом, $R_4=10$ Ом, $L=1,0$ мГ, $C=30$ мкФ, $E=20$ В.

Розв'язок класичним методом

Щоб уникнути операцій інтегрування кінцевих результатів, знаходимо струми віток і напругу на конденсаторі. Спад напруги

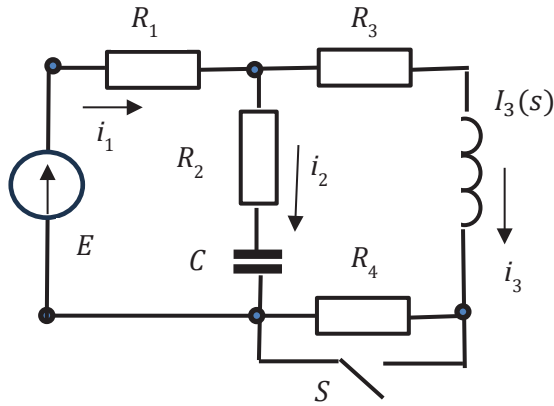


Рис. 1.7. Розрахункова схема до задачі 1.3

на індуктивному елементі знайдемо як похідну від струму в індуктивності. Представляємо перехідні функції як суму вимушених і вільних складових:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_{1\text{віль}}(0) + i_{1\text{вим}}(0); \\ i_2(0) &= i_{2\text{віль}}(0) + i_{2\text{вим}}(0); \\ i_3(0) &= i_{3\text{віль}}(0) + i_{3\text{вим}}(0); \\ u_C(0) &= u_{C\text{віль}}(0) + u_{C\text{вим}}(0). \end{aligned} \right\}$$

Вимушені складові перехідних функцій знаходимо в колі після закінчення перехідного процесу, з огляду на нульовий опір ідеальної котушки індуктивності і нескінченний опір ємності постійному струму:

$$i_{3\text{вим}} = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{20}{0,1 + 10} = 1,98 \text{ A};$$

$$i_{2\text{вим}} = 0;$$

$$i_{1\text{вим}} = i_{3\text{вим}} = 1,98 \text{ A};$$

$$u_{C\text{вим}} = i_{3\text{вим}} \times R_3 = 1,98 \times 10 = 19,8 \text{ В}.$$

Для визначення вільних складових перехідного процесу складаємо характеристичне рівняння, використовуючи опір кола змінному струму. З кола видаляємо джерела енергії, залишаючи внутрішні опори, і розриваючи вітку з ємністю, маємо:

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} + R_2 + \frac{(R_1 + j\omega L)R_3}{R_3 + R_1 + j\omega L}.$$

Вводимо в отримане рівняння корінь характеристичного рівняння шляхом модифікації рівняння з формальною підстановкою символу λ замість символу $j\omega$ і прирівнюємо отримане рівняння до нуля, отримаємо:

$$\frac{1}{\lambda C} + R_2 + \frac{(R_1 + \lambda L)R_3}{R_3 + R_1 + \lambda L} = 0;$$

$$\frac{R_3 + R_1 + \lambda L + \lambda C(R_3 + R_1 + \lambda L)R_2 + \lambda C(R_1 + \lambda L)R_3}{\lambda C(R_3 + R_1 + \lambda L)} = 0.$$

Дріб дорівнює нулю, коли чисельник дорівнює нулю:

$$R_3 + R_1 + \lambda L + \lambda C(R_3 + R_1 + \lambda L)R_2 + \lambda C(R_1 + \lambda L)R_3 = 0.$$

Впорядкуємо поліном, щодо кореня характеристичного рівняння λ :

$$\lambda^2 CL(R_2 + R_3) + \lambda(L + C(R_3R_2 + R_1R_2 + R_1R_3)) + (R_3 + R_1) = 0;$$

$$\lambda^2 3,03 \times 10^{-7} + \lambda \times 1,06 \times 10^{-3} + 10,1 = 0.$$

Відділяємо корені характеристичного рівняння:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{-1,06 \times 10^{-3} \pm \sqrt{(1,06 \times 10^{-3})^2 - 4 \times 3,03 \times 10^{-7} \times 10,1}}{2 \times 3,03 \times 10^{-7}} = \\ &= -1749 \pm j5502 = \delta \pm j\omega. \end{aligned}$$

Отримали комплексно-зв'язані коріння, що свідчить про коливальному перехідному процесі з декрементом загасання $\delta = -99,75$ частотою вільних коливань $\omega = 5502$ рад/с. Стала часу перехідного процесу $\tau = |\delta^{-1}| = 1749^{-1} = 5,7 \times 10^{-4}$ с.

Знайдені коріння відповідають в загальному вигляді вільні складові перехідних функцій

$$i_{LCB} = B_1 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1);$$

$$i_{CCB} = B_2 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_2);$$

$$i_{RCB} = B_3 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_3);$$

$$u_{CCB} = B_4 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_4),$$

де $B_1, B_2, B_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ - невідомі постійні інтегрування.

Незалежні початкові умови розраховуємо за законами комутації:

$$i_3(0) = i_L(0) = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20}{0,1 + 10 + 10} = 0,995 A;$$

$$u_C(0) = i_L(0)(R_3 + R_4) = 0,995 \times 20 = 19,9 B.$$

Залежні початкові умови знаходимо по незалежним і законам Кірхгофа, складеним в момент комутації ($t=0$):

$$\left. \begin{aligned} i_3(0) &= 0,995 A; \\ u_C(0) &= 19,9 B; \\ i_1(0) &= i_2(0) + i_3(0); \\ E &= i_1(0)R_1 + i_2(0)R_2 + u_C(0); \\ E &= i_1(0)R_1 + i_3(0)R_3 + L \frac{di_3}{dt} \Big|_{t=0}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_2(0) + 0,995; \\ 20 &= 0,1 \times i_1(0) + 0,1 \times i_2(0) + 19,9; \\ 20 &= 0,1 \times i_1(0) + 9,95 + 1 \times 10^{-3} \frac{di_3}{dt} \Big|_{t=0}; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} i_3(0) &= 0,995 A; \\ i_2(0) &= 0,0025 A; \\ i_1(0) &= 0,9975 A; \\ \frac{di_3}{dt} \Big|_{t=0} &= 9950,25 A / c. \end{aligned} \right\}$$

Знаходимо залежні початкові умови для струмів у ємності і резистори шляхом диференціювання початкової системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} i_1(0) &= i_2(0) + i_3(0); \\ E &= i_1(0)R_1 + i_2(0)R_2 + u_C(0) \end{aligned} \right\}$$

за часом у момент комутації

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0} &= \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{di_3}{dt} \Big|_{t=0}; \\ 0 &= R_1 \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0} + R_2 \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{i_3(0)}{C}, \end{aligned} \right\}$$

де враховано, що $u_C = \frac{1}{C} \int i_2 dt \rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{i_2}{C} \rightarrow \frac{du_C}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{i_2(0)}{C}$.

Підставляємо числові значення

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0} &= \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0} + 9950,25; \\ 0 &= 0,1 \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0} + 0,1 \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0} + \frac{0,0025}{30 \times 10^{-6}} \end{aligned} \right\}$$

та визначаємо залежні початкові умови

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_2}{dt} \Big|_{t=0} &= -5391 A / c; \\ \frac{di_1}{dt} \Big|_{t=0} &= 4559 A / c. \end{aligned} \right\}$$

Знайшовши залежні початкові умови розраховуємо стали інтегрування $B_1, B_2, B_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$, розглядаючи початкові рівняння перехідних струмів і напруги

$$\left. \begin{aligned} i_3 &= i_{3\text{вим}} + i_{3\text{вл}} = i_{3\text{вим}} + B_3 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_3); \\ i_2 &= i_{2\text{вим}} + i_{2\text{вл}} = i_{2\text{вим}} + B_2 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_2); \\ i_1 &= i_{1\text{вим}} + i_{1\text{вл}} = i_{1\text{вим}} + B_1 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1); \\ u_C &= u_{\text{Свим}} + u_{\text{Свл}} = u_{\text{Свим}} + B_4 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_4). \end{aligned} \right\}$$

В останній системі рівнянь в кожному рівнянні по два невідомих параметра – B і β . Для того, щоб число рівнянь відповідало кількості невідомих, то від останніх рівнянь знаходимо похідні за часом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_3}{dt} &= B_3\delta \times e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_3) + B_3e^{\delta t} \omega \times \cos(\omega t + \beta_3); \\ \frac{di_2}{dt} &= B_2\delta \times e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_2) + B_2e^{\delta t} \omega \times \cos(\omega t + \beta_2); \\ \frac{di_1}{dt} &= B_1\delta \times e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1) + B_1e^{\delta t} \omega \times \cos(\omega t + \beta_1); \\ \frac{du_C}{dt} &= B_4\delta \times e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_4) + B_4e^{\delta t} \omega \times \cos(\omega t + \beta_4) \end{aligned} \right\}$$

та розглядаємо дві останні системи рівнянь в момент комутації ($t=0$)

$$\left. \begin{aligned} i_3(0) &= i_{3\text{вим}}(0) + i_{3\text{вил}}(0) = 1,98 + B_3 \sin(\beta_3); \\ i_2(0) &= i_{2\text{вим}}(0) + i_{2\text{вил}}(0) = 0 + B_2 \sin(\beta_2); \\ i_1(0) &= i_{1\text{вим}}(0) + i_{1\text{вил}}(0) = 1,98 + B_1 \sin(\beta_1); \\ u_C(0) &= u_{C\text{пр}}(0) + u_{C\text{св}}(0) = 19,8 + B_4 \sin(\beta_4); \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \left. \frac{di_3}{dt} \right|_{t=0} &= B_3\delta \times \sin(\beta_3) + B_3\omega \times \cos(\beta_3); \\ \left. \frac{di_2}{dt} \right|_{t=0} &= B_2\delta \times \sin(\beta_2) + B_2\omega \times \cos(\beta_2); \\ \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} &= B_1\delta \times \sin(\beta_1) + B_1\omega \times \cos(\beta_1); \\ \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0} &= B_4\delta \times \sin(\beta_4) + B_4\omega \times \cos(\beta_4). \end{aligned} \right\}$$

Підставляємо числові значення в систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} 0,995 &= i_{3\text{вим}}(0) + i_{3\text{вил}}(0) = 1,98 + B_3 \sin(\beta_3); \\ 0,0025 &= i_{2\text{вим}}(0) + i_{2\text{вил}}(0) = 0 + B_2 \sin(\beta_2); \\ 1,9975 &= i_{1\text{вим}}(0) + i_{1\text{вил}}(0) = 1,98 + B_1 \sin(\beta_1); \\ 19,9 &= u_{C\text{пр}}(0) + u_{C\text{св}}(0) = 19,8 + B_4 \sin(\beta_4); \\ 9950,25 &= B_3\delta \times \sin(\beta_3) + B_3\omega \times \cos(\beta_3); \\ -5391 &= B_2\delta \times \sin(\beta_2) + B_2\omega \times \cos(\beta_2); \\ 4559 &= B_1\delta \times \sin(\beta_1) + B_1\omega \times \cos(\beta_1); \\ \frac{i_3(0)}{C} &= \frac{0,995}{30 \times 10^{-6}} = 33166,7 = B_4\delta \times \sin(\beta_4) + B_4\omega \times \cos(\beta_4). \end{aligned} \right\}$$

Як приклад знаходимо B_1, β_1 для струму i_1 . Для цього з останньої системи рівнянь вибираємо два рівняння, що містять дві невідомі величини B_1, β_1 :

$$\left. \begin{aligned} 1,9975 &= i_{1\text{вим}}(0) + i_{1\text{вил}}(0) = 1,98 + B_1 \sin(\beta_1); \\ 4559 &= B_1\delta \times \sin(\beta_1) + B_1\omega \times \cos(\beta_1). \end{aligned} \right\}$$

Шляхом послідовної підстановки знаходимо числові значення B_1, β_1 :

$$\left. \begin{aligned} B_1 \sin(\beta_1) &= 0,0175; \\ 4559 &= \delta \times (0,0175) + 5502 B_1 \cos(\beta_1); \end{aligned} \right\}$$

$$B_1 \cos(\beta_1) = \frac{(4559 + 1749 \times 0,0175)}{5502} = 0,0056;$$

$$\frac{B_1 \sin(\beta_1)}{B_1 \cos(\beta_1)} = \operatorname{tg}(\beta_1) = \frac{0,0175}{0,0056} = 3,125; \beta_1 = \operatorname{arctg}(3,125) = 72,3^\circ;$$

$$B_1 = \frac{0,0175}{\sin(\beta_1)} = \frac{0,0175}{\sin(72,3^\circ)} = 0,018 \text{ A.}$$

Рішення для перехідного струму i_1 має вигляд:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{1\text{вим}} + i_{1\text{вил}} = i_{1\text{вим}} + B_1 e^{\delta t} \sin(\omega t + \beta_1) = \\ &= 1,98 + 0,018 e^{-1749 t} \sin(5502 t + 72,3^\circ), \text{ A.} \end{aligned}$$

Решта постійні інтегрування B і β знаходяться аналогічно з тією ж системи рівнянь шляхом вибору пар рівнянь, що містять по дві невідомі величини B і β для струмів перехідних струмів i_2, i_3 і напруги u_C :

$$i_3 = i_{3\text{вим}} + i_{3\text{вил}} = 1,98 + 0,985 e^{-1749 t} \sin(5502 t - 89,9^\circ), \text{ A;}$$

$$i_2 = i_{2\text{вим}} + i_{2\text{вил}} = 1,126 e^{-1749 t} \sin(5502 t - 60,9^\circ), \text{ A;}$$

$$u_C = u_{C\text{вим}} + u_{C\text{вил}} = 19,8 - 5,72 e^{-1749 t} \sin(5502 t - 1^\circ) \text{ B.}$$

Розв'язок операторним методом

Ненульові початкові умови на накопичувачах енергії (ємнісний і індуктивний елементи) знаходяться за законами комутації (рис. 1.7):

$$i_L(0) = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{20}{0,1 + 10 + 10} = 0,995, \text{ A;}$$

$$u_c(0) = i_L(0)(R_3 + R_4) = 0,995 \times 20 = 19,9, V.$$

Заступна операторна схема будується після комутації з урахуванням ненульових початкових умов, рис. 1.8.

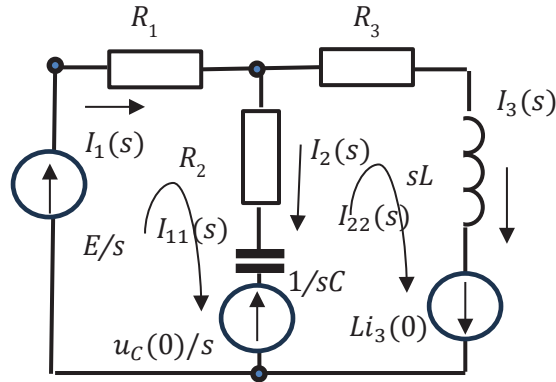


Рис. 1.8. Заступна операторна схема до задачі 1.3

Розрахунок струмів віток робимо в операторній формі методом контурних струмів. Вводимо контурні струмі $I_{11}(s)$, $I_{22}(s)$ в незалежні контури. На підставі другого закону Кірхгофа маємо:

$$\left. \begin{aligned} Z_{11}(s)I_{11}(s) - Z_{12}(s)I_{22}(s) &= E_{11}(s); \\ -Z_{21}(s)I_{22}(s) + Z_{22}(s)I_{22}(s) &= E_{22}(s), \end{aligned} \right\}$$

де $Z_{11}(s)$, $Z_{22}(s)$ – власні операторні контурні опори; $Z_{12}(s) = Z_{21}(s)$ – суміжні операторні контурні опори; $E_{11}(s)$, $E_{22}(s)$ – контурні операторні електрорушійні сили.

Визначаємо $Z_{11}(s)$, $Z_{22}(s)$, $Z_{12}(s)$, $Z_{21}(s)$, $E_{11}(s)$, $E_{22}(s)$:

$$\left. \begin{aligned} \left(R_1 + R_2 + \frac{1}{sC} + sL\right)I_{11}(s) - \left(R_2 + \frac{1}{sC}\right)I_{22}(s) &= Li_L(0) - \frac{u_c(0)}{s} + \frac{E}{s}; \\ -\left(R_2 + \frac{1}{sC}\right)I_{22}(s) + \left(R_3 + R_2 + \frac{1}{sC}\right)I_{22}(s) &= E_{22}(s). \end{aligned} \right\}$$

Спростуємо шляхом приведення до загального знаменника:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(sL + R_1 + R_2)sC + 1}{sC} I_{11}(s) - \frac{sCR_2 + 1}{sC} I_{22}(s) &= \frac{Li_L(0)s - u_c(0) + E}{s}; \\ -\frac{sCR_2 + 1}{sC} I_{22}(s) + \frac{(R_3 + R_2)sC + 1}{sC} I_{22}(s) &= \frac{u_c(0)}{s}. \end{aligned} \right\}$$

Зображення струмів шукаємо з допомогою правила Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{(sL + R_1 + R_2)sC + 1}{sC} & -\frac{sCR_2 + 1}{sC} \\ -\frac{sCR_2 + 1}{sC} & \frac{(R_3 + R_2)sC + 1}{sC} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{s^2 LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2))(R_3 + R_2) - R_2^2 + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)}{sC};$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{Li_L(0)s - u_c(0) + E}{s} & -\frac{sCR_2 + 1}{sC} \\ \frac{u_c(0)}{s} & \frac{(R_3 + R_2)sC + 1}{sC} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{s^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + s(Li_L(0) + (E - u_c(0))) + (R_3 + R_2)C + u_c(0)CR_2 + E}{s^2C};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \frac{(sL + R_1 + R_2)sC + 1}{sC} & \frac{Li_L(0)s - u_c(0) + E}{s} \\ -\frac{sCR_2 + 1}{sC} & \frac{u_c(0)}{s} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{s^2(CLu_c(0) + Li_L(0)CR_2) + s((R_1 + R_2)Cu_c(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_c(0))) + E}{s^2C};$$

$$I_{11}(s) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{s^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + s(Li_L(0) + (E - u_c(0))(R_3 + R_2)C + u_c(0)CR_2) + E}{s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)} =$$

$$= \frac{s^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + s(Li_L(0) + (E - u_c(0))(R_3 + R_2)C + u_c(0)CR_2) + E}{s \left(s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)};$$

$$I_{22}(s) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{s^2(CLu_c(0) + Li_L(0)CR_2) + s((R_1 + R_2)Cu_c(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_c(0))) + E}{s \left(s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)}$$

Зображення струмів у вітах схеми:

$$I_1(s) = I_{11}(p) = \frac{s^2(Li_L(0)(R_3 + R_2)C) + s(Li_L(0) + (E - u_c(0))(R_3 + R_2)C + u_c(0)CR_2) + E}{s \left(s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)} =$$

$$= \frac{a_{12}s^2 + a_{11}s + a_{10}}{(b_{12}s^2 + b_{11}s + b_{10})s} = \frac{N_1(s)}{D_1(s)};$$

$$I_3(s) = I_{22}(s) = \frac{s^2(CLu_c(0) + Li_L(0)CR_2) + s((R_1 + R_2)Cu_c(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_c(0))) + E}{s \left(s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2) \right)} =$$

$$= \frac{a_{22}s^2 + a_{21}s + a_{20}}{(b_{22}s^2 + b_{21}s + b_{20})s} = \frac{N_3(s)}{D_3(s)};$$

$$I_2(s) = I_{11}(s) - I_{22}(s) =$$

$$= \frac{((E - u_c(0))(R_3 + R_2)C - (R_1)Cu_c(0))}{s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)} =$$

$$= \frac{a_{30}}{b_{32}s^2 + b_{31}s + b_{30}} = \frac{N_2(s)}{D_2(s)}.$$

Знаходимо оригінал струму i_1 , застосувавши до його зображення теорему розкладання:

$$i_1 = \frac{N_1(p_0)}{D_1(p_0)} e^{p_0 t} + 2 \operatorname{Re} \frac{N_1(p_1)}{D_1(p_1)} e^{p_1 t} = \frac{a_{10}}{b_{10}} + 2 \operatorname{Re} \frac{2a_{12}p_1 + a_{11}}{3b_{12}p_1^2 + 2b_{11}p_1 + b_{10}} =$$

$$= \frac{E}{R_1 + R_3} 2 \operatorname{Re} \frac{s_1^2(CLu_c(0) + Li_L(0)CR_2) + s_1((R_1 + R_2)Cu_c(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_c(0))) + E}{3s_1^2LC(R_3 + R_2) + s_1(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)};$$

$$i_1 = \frac{N_1(p_0)}{D_1(p_0)} e^{p_0 t} + 2 \operatorname{Re} \frac{N_1(p_1)}{D_1(p_1)} e^{p_1 t} = \frac{a_{10}}{b_{10}} + 2 \operatorname{Re} \frac{2a_{12}p_1 + a_{11}}{3b_{12}p_1^2 + 2b_{11}p_1 + b_{10}} =$$

$$= \frac{E}{R_1 + R_3} 2 \operatorname{Re} \frac{s_1^2(CLu_c(0) + Li_L(0)CR_2) + s_1((R_1 + R_2)Cu_c(0) + Li_L(0) + CR_2(E - u_c(0))) + E}{3s_1^2LC(R_3 + R_2) + s_1(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2)}.$$

Знаходимо корені полінома:

$$D_2(s) = s^2LC(R_3 + R_2) + s(L + C(R_1 + R_2)(R_3 + R_2) - R_2^2) + ((R_1 + R_2) + (R_3 + R_2) - 2R_2);$$

$$s_0 = 0; \quad s_{1,2} = -1749 \pm j5502.$$

Після підстановки значень коренів і виділення дійсної частини отримаємо:

$$i_1 = 1,98 + 0,018e^{-1749t} \sin(5502t + 72,3^\circ) A.$$

Оригінали струмів i_2 і i_3 розраховуються аналогічно.

Для визначення спадів напруг на реактивних елементах кола спочатку визначаються їх зображення за законом Ома:

$$U_L(s) = sLI_3(s) = \frac{N_L(s)}{D_L(s)};$$

$$U_C(s) = \frac{1}{sC} I_2(s) = \frac{N_C(s)}{D_C(s)}.$$

На останньому етапі розв'язку переходимо з області операторних зображень $U_L(s)$, $U_C(s)$ до області дійсної змінної $u_L(t)$, $u_C(t)$. У найпростіших випадках використовуються таблиці перетворень, а в загальному випадку шляхом використання теореми розкладання.

Розв'язок методом змінних станів. Як компонент вектору змінних станів вибираємо струм в індуктивності і напруга на ємності. Щодо обраних змінних стану за другим законом Кірхгофа складаємо рівняння відносно незалежних контурів:

$$\left. \begin{aligned} E &= i_L R_1 + CR_2 \frac{du_C}{dt} + u_C + L \frac{di_L}{dt}; \\ CR_2 \frac{du_C}{dt} + u_C &= \left(i_L - C \frac{du_C}{dt} \right) R_3. \end{aligned} \right\}$$

Із системи рівнянь виділяємо в явному вигляді рівняння в нормальній формі Коші:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_C}{dt} &= \frac{i_L R_3 - u_C}{C(R_2 + R_3)}; \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{E}{L} - \frac{u_C}{L} - \frac{R_1}{L} i_L - \frac{(i_L R_3 - u_C) R_2}{L(R_2 + R_3)}. \end{aligned} \right\}$$

Методом Ейлера першого порядку інтегруємо отриману систему рівнянь (k – поточний інтервал інтегрування; $k-1$ – попередній крок інтегрування):

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_{Ck} &= u_{Ck} - u_{Ck-1} = \left(\frac{i_{Lk-1} R_3 - u_{Lk-1}}{C(R_2 + R_3)} \right) \Delta t; \\ \Delta i_{Lk} &= i_{Lk} - i_{Lk-1} = \left(\frac{E}{L} - \frac{u_{Lk-1}}{L} - \frac{R_1}{L} i_{Lk-1} - \frac{(i_{Lk-1} R_3 - u_{Ck-1}) R_2}{L(R_2 + R_3)} \right) \Delta t. \end{aligned} \right\}$$

Більш точний метод інтегрування – метод Рунге-Кутта, реалізований в середовищі MathCAD. Роздруковка алгоритму розрахунку перехідного процесу методом змінних станів в середовищі MathCAD, нижче.

Розрахунок перехідного процесу методом змінних станів в лінійній колі з двома накопичувачами енергії в середовищі MathCAD

Завдання початкових величин параметрів кола (рис. 1.8) для задачі 1.3:

$$E=20 \times L=10^{-3}; C=3 \times 10^{-5}; R_1=0,1; r_3=10; R_4=10; R_2=0,1;$$

$$TP=3 \times 10^{-3}; DT = \frac{TR}{4000}; DT=7,5 \times 10^{-7},$$

де TP – час рахунку, дорівнює п'яти сталим часу перехідного процесу.

Визначення незалежних початкових умов за законами комутації:

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4}; U_{C0} = I_0 \times (R_3 + R_4); \\ I_0 &= 0,995; U_{C0} = 19,9. \end{aligned}$$

Присвоєння початкових умов вектору стану:

$$x = \begin{pmatrix} U_{C0} \\ I_0 \end{pmatrix}.$$

Матриця похідних змінних стану на накопичувачах енергії:

$$D(t, x) = \begin{bmatrix} \frac{x_1 \times R_3 - x_0}{C \times (R_2 + R_4)} \\ \frac{E}{L} - \frac{x_0}{L} - \frac{R_1}{L} x_1 - \frac{(x_1 \times R_3 - x_0) \times R_2}{L \times (R_2 + R_3)} \end{bmatrix}.$$

Числове інтегрування похідних змінних стану методом Рунге-Кутта з постійним кроком інтегрування DT :

$$z = rkfixed \left(x, 0, TP, \frac{TP}{DT}, D \right).$$

Результати розрахунку напруги на ємності і струму індуктивності в функції часу приведені на рис. 1.9.

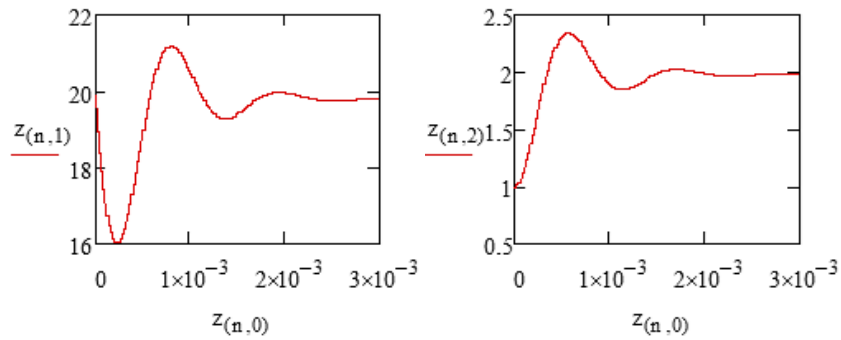


Рис. 1.9. Перехідна напруга на ємності та струм індуктивності до задачі 1.3

1.5 Розрахунок перехідного процесу при дії в колі джерела енергії з довільною формою вихідного сигналу

При довільній формі вихідного сигналу джерела енергії розрахунок проводиться на основі кусково-лінійної апроксимації вхідного сигналу і знаходження реакції кола з використанням інтеграла Дюамеля.

Задача 1.4. Задана електрична схема (рис. 1.10, а (див. с. 43)) на вході якої діє джерело струму, вихідний сигнал $J_S(t)$ якого змінюється по заданому закону (рис. 1.10, б (див. с. 43)). Потрібно визначити закон зміни струму і напруги у вітках схеми.

Розв'язок задачі. Для того щоб скористатися інтегралом Дюамеля необхідно описати вхідний струм схеми. Вихідний сигнал джерела струму, згідно з графіком (рис. 1.10, б).

$$\begin{aligned}
 J_{S1}(t) &= 0, \text{ при } t < 0; \\
 J_{S2}(t) &= \frac{A}{2} \left(1 + \frac{t}{t_1} \right), \text{ при } 0 \leq t < t_1; \\
 J_{S3}(t) &= A, \text{ при } t_1 \leq t < t_2; \\
 J_{S4}(t) &= A + \left(\frac{A}{2} - A \right) \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}, \text{ при } t_2 \leq t < t_3; \\
 J_{S5}(t) &= 0, \text{ при } t \geq t_3.
 \end{aligned}$$

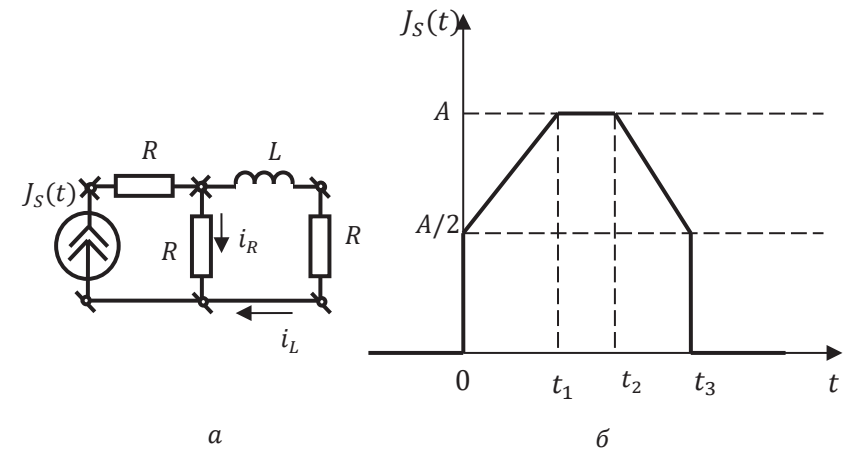


Рис. 1.10. Перехідна напруга на ємності та струм індуктивності до задачі 1.4

Знаходимо перехідну функцію струму класичним методом:

$$i_R(t) = J_S(t) - i_L(t) = J_S(t) - \frac{J_S(t)}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) = \frac{J_S(t)}{2} \left(1 + e^{-\frac{L}{2R}t} \right).$$

Нормовані перехідні функції знаходимо від дії джерела струму з одиничним вихідним струмом ($J_S(t) = 1, A$):

$$i_L(t) = \frac{J_S(t)}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right); \quad u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{L}{4R} e^{-\frac{L}{2R}t};$$

$$h_1(t) = \frac{i_L(t)}{J_S(t)} = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right);$$

$$h_2(t) = \frac{u_L(t)}{J_S(t)} = \frac{L}{4R} e^{-\frac{L}{2R}t};$$

$$h_3(t) = \frac{i_R(t)}{J_S(t)} = \frac{1}{2} \left(1 + e^{-\frac{L}{2R}t} \right).$$

Зауважимо, що нормовані перехідні функції $h_1(t)$, $h_3(t)$ безрозмірні, функція $h_2(t)$ має розмірність опору, тому вона називається перехідним опором, який змінюється у функції часу в даному випадку за експоненціальним законом.

Знаходимо струми і напруги електричного кола на ділянках кусково-лінійної апроксимації вхідного струму з використанням інтеграла Дюамеля:

$$y(t) = h(t) \times J_S(0) + \int_0^t h(t-x) J'_S(x) dx,$$

де $y(t)$ – шукана реакція вітки кола; x – параметр інтегрування; $h(t-x)$ – нормована зсунута перехідна функція; $J'_S(x)$ – похідна від вхідного сигналу по параметру інтегрування x .

Для досліджуваного кола (рис. 1.10) маємо в проміжку часу $0 \leq t < t_1$ струм джерела струму при $t=0$ стрибком зростає від нульового значення до значення $A/2$, а потім лінійно зростає до значення A по заданому закону $J_{S2}(t)$:

$$0 \leq t < t_1; J_S(t) = \frac{A}{2} \left(1 + \frac{t}{t_1} \right);$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= h_1(t) \times J_{S2}(0) + \int_0^t h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx = \frac{A}{2} \times \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \\ &+ \int_0^t \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}(t-x)} \right) \frac{A}{2t_1} dx = \frac{A}{4} \times \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \frac{A}{4t_1} t + \\ &+ \frac{1}{2} e^{-\frac{L}{2R}t} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(e^{\frac{L}{2R}t} - 1 \right) = \frac{A}{4} \times \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \\ &+ \frac{A}{4t_1} t + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right). \end{aligned}$$

На другому етапі апроксимації $t_1 \leq t < t_2$ вхідний струм заданий функцією $J_{S3}(t)$ і триває реакція кола на вплив $J_{S2}(t)$:

$$t_1 \leq t < t_2;$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= h_1(t_1) \times J_{S2}(0) + \int_0^{t_1} h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_1) \times (J_{S3}(t_1) - J_{S2}(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} h_1(t-x) J'_{S3}(x) dx = \\ &= \frac{A}{4} \times \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \frac{A}{4} + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}(t_1)} \right). \end{aligned}$$

Так як відсутній стрибок впливу в момент часу $t=t_1$ і не змінюється вхідний вплив на ділянці $t_1 \leq t < t_2$, то реакція кола визначається впливом, який був на попередньому інтервалі апроксимації.

На третій ділянці апроксимації вхідний сигнал починає зменшуватися від значення A до значення $A/2$ по закону $J_{S3}(t)$:

$$t_2 \leq t < t_3;$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= h_1(t_1) \times J_{S2}(0) + \int_0^{t_1} h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_1) \times (J_{S3}(t_1) - J_{S2}(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} h_1(t-x) J'_{S3}(x) dx + \\ &+ h_1(t-t_2) \times (J_{S4}(t_2) - J_{S3}(t_2)) + \int_{t_2}^t h_1(t-x) J'_{S4}(x) dx = \\ &= \frac{A}{4} \times \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t} \right) + \frac{A}{4} + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}(t_1)} \right) + \\ &+ \left(-\frac{A}{4} \frac{1}{t_3 - t_2} \right) (t - t_2) \frac{1}{2} \frac{2R}{L} e^{-\frac{L}{2R}(t-t_2)}. \end{aligned}$$

На четвертій ділянці апроксимації продовжують діяти перехідні функції струму і напруги від впливів на попередніх ділянках, додається негативний стрибок струму в момент $t=t_3$:

$$\begin{aligned}
& t_3 \leq t; \\
i_L(t) &= h_1(t_1) \times J_{S2}(0) + \int_0^{t_1} h_1(t-x) J'_{S2}(x) dx + \\
& + h_1(t-t_1) \times (J_{S3}(t_1) - J_{S2}(t_1)) + \int_{t_1}^{t_2} h_1(t-x) J'_{S3}(x) dx + \\
& + h_1(t-t_2) \times (J_{S4}(t_2) - J_{S3}(t_2)) + \int_{t_2}^{t_3} h_1(t-x) J'_{S4}(x) dx + \\
& + h_1(t-t_3) \times (J_{S5}(t_2) - J_{S4}(t_2)) + \int_{t_3}^t h_1(t-x) J'_{S5}(x) dx = \\
& = \frac{A}{4} \times \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}t}\right) + \frac{A}{4} + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} \frac{A}{2t_1} \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}(t_1)}\right) + \left(-\frac{A}{4} \frac{1}{t_3 - t_2}\right) (t_3 - t_2) + \\
& + \frac{1}{2} \frac{2R}{L} e^{-\frac{L}{2R}t_3 - t_2} - \frac{A^2}{8} \times \left(1 - e^{-\frac{L}{2R}(t-t_3)}\right).
\end{aligned}$$

Решта струмів віток прораховуються аналогічно за наведеним алгоритмом.

1.6 Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах»

Завдання складається з трьох задач. Перша задача передбачає розрахунок перехідної функції класичним методом в колі з двома накопичувачами енергії, друга задача – розрахунок цієї ж перехідної функції оперним методом і третя – розрахунок перехідної функції в колі з одним накопичувачем енергії.

Задачі 1, 2. В електричному колі (рис. 1.11–1.30, див. с. 48–51) відбувається комутація. У колі діє постійна ЕРС E . Параметри кола задані в табл. 1.1 (див. с. 53–55). Потрібно визначити в часі закон зміни перехідної функції після комутації в одній з віток схеми. Задачу розв'язати двома методами: класичним

і операторним. На підставі отриманого аналітичного виразу для перехідної функції побудувати графік зміни знайденої величини на інтервалі починаючи від моменту комутації і до значення часу, яке визначається п'ятьма максимальними постійними часу, коли вільні складові зменшуються до 99 % від початкового значення.

Вказівки:

1. Рівняння для операторних зображень схеми (рис. 1.12, див. с. 48) рекомендується складати за методом вузлових потенціалів з урахуванням наявних у схемі джерел енергії та ненульових початкових умов.

2. У схемі (рис. 1.21, див. с. 49) з метою спрощення складання характеристичного рівняння і рівнянь для операторних зображень лівий контур схеми E, R_1, R_2, R_3 рекомендується при розрахунках замінити еквівалентним джерелом енергії з внутрішнім ідеальним джерелом енергії і внутрішнім опором.

Задача 3. Дана електрична схема (рис. 1.31–1.36, див. с. 51) на вході якої діє напруга, що змінюється в часі за заданим законом. Потрібно визначити закон зміни струму в одній з віток схеми або напруги на заданій ділянці схеми. У табл. 1.2 (див. с. 56–58) відповідно до номеру варіанту вказано номер рисунка, на якому наведено графік зміни в часі вхідної напруги (рис. 1.37–1.42, див. с. 52). Параметри кола R, L, C задані в загальному вигляді.

Задачу потрібно розв'язати за допомогою інтеграла Дюамеля. Шукану величину слід визначити (записати її аналітичний вираз) для всіх інтервалів часу. Залежно від умов задачі повна відповідь буде містити два або три доданків, кожний з яких справедливий лише в певних межах зміни часу t .

У кожній відповіді слід виконати приведення подібних членів щодо коефіцієнтів $e^{b_1 t}$, $e^{b_2 t}$, t і виділити постійну складову.

Примітка. На рис. 1.41, 1.42 (див. с. 52) вхідна напруга дана з двома індексами. Перший індекс (індекс 1) вказує на вхідну напругу, другий індекс (1 або 2) – на інтервал часу до якого належить вхідна напруга. Так, наприклад, u_{11} – вхідна напруга для першого інтервалу часу, u_{12} – вхідна напруга для другого інтервалу часу.

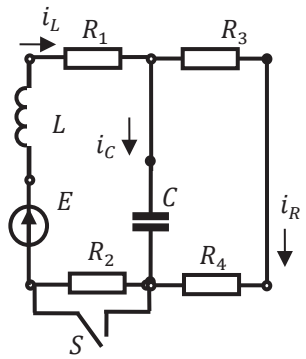


Рис. 1.11. Завдання 1.6

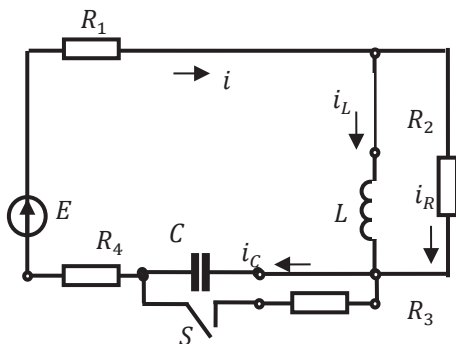


Рис. 1.12. Завдання 1.6

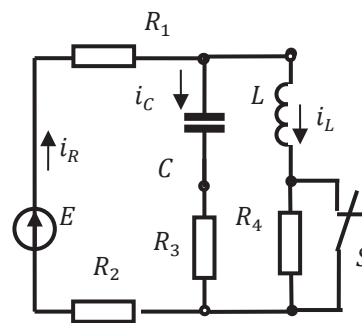


Рис. 1.17. Завдання 1.6

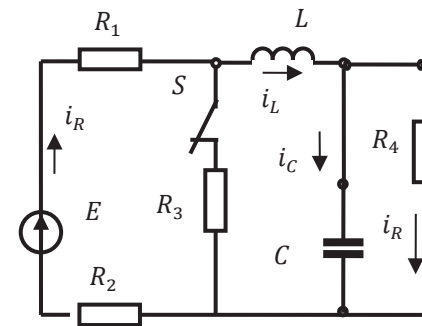


Рис. 1.18. Завдання 1.6

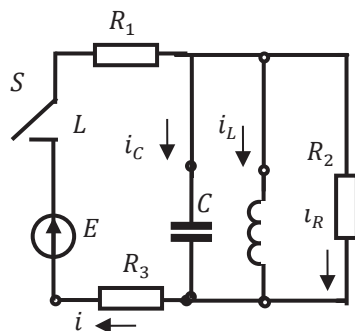


Рис. 1.13. Завдання 1.6

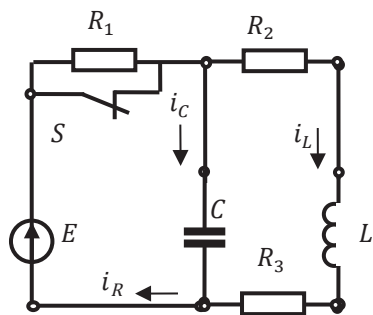


Рис. 1.14. Завдання 1.6

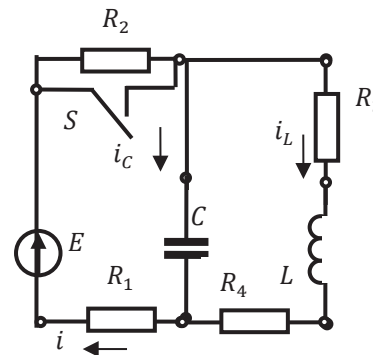


Рис. 1.19. Завдання 1.6

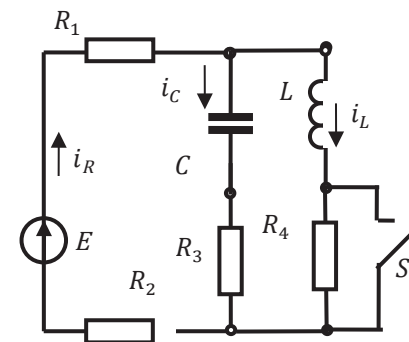


Рис. 1.20. Завдання 1.6

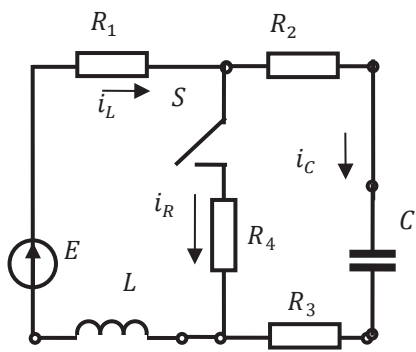


Рис. 1.15. Завдання 1.6

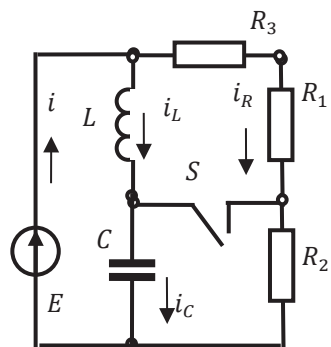


Рис. 1.16. Завдання 1.6

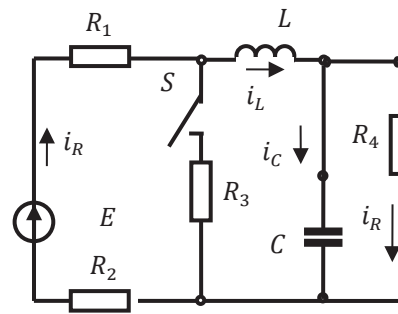


Рис. 1.21. Завдання 1.6

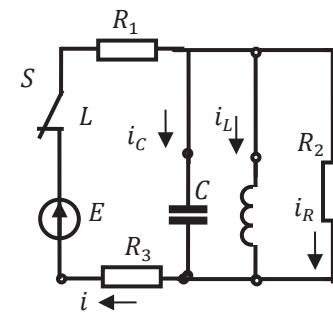


Рис. 1.22. Завдання 1.6

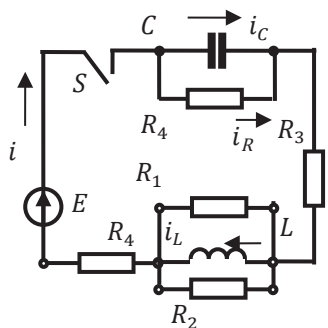


Рис. 1.23. Завдання 1.6

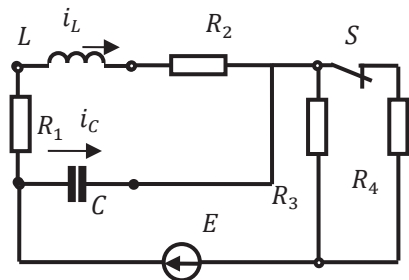


Рис. 1.24. Завдання 1.6

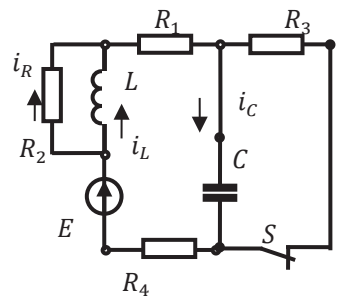


Рис. 1.25. Завдання 1.6

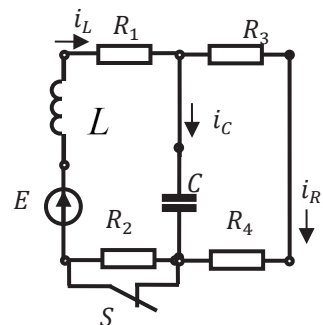


Рис. 1.26. Завдання 1.6

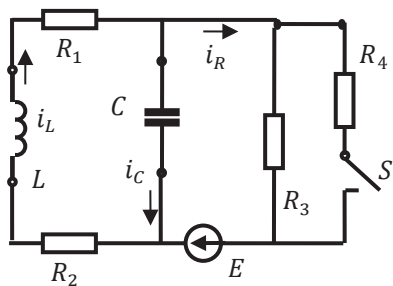


Рис. 1.27. Завдання 1.6

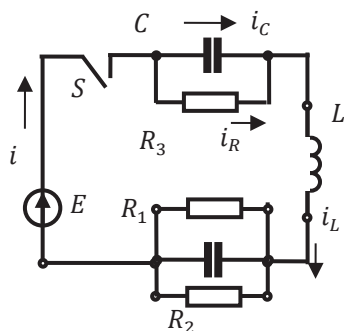


Рис. 1.28. Завдання 1.6

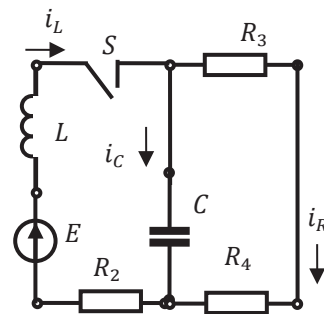


Рис. 1.29. Завдання 1.6

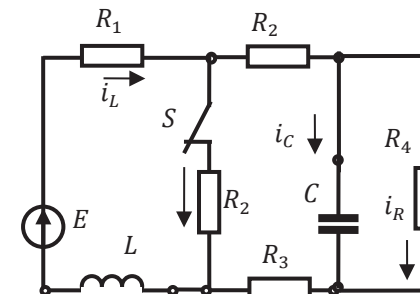


Рис. 1.30. Завдання 1.6

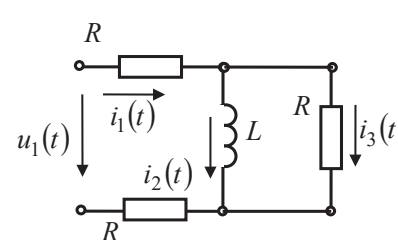


Рис. 1.31. Завдання 1.6

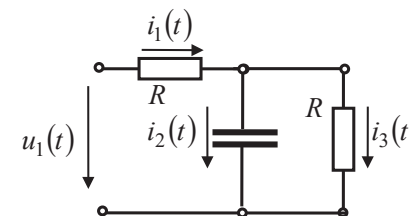


Рис. 1.32. Завдання 1.6

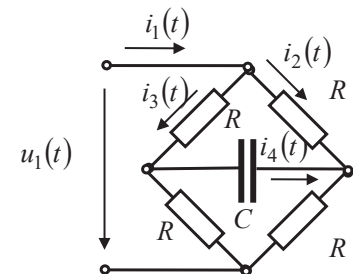


Рис. 1.33. Завдання 1.6

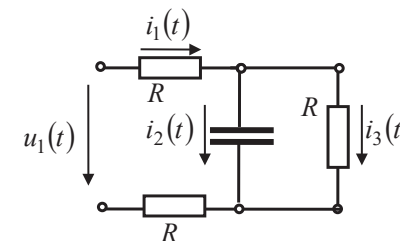


Рис. 1.34. Завдання 1.6

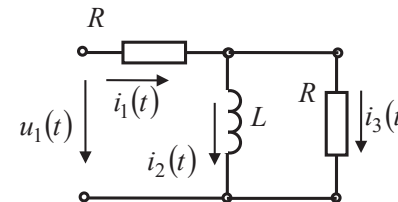


Рис. 1.35. Завдання 1.6

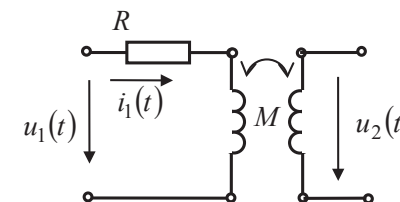


Рис. 1.36. Завдання 1.6

Таблица 1.1

| Вар. | Рис. | $E, В$ | $L, мГн$ | $C, мкФ$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $R_3, Ом$ | $R_4, Ом$ | Визн. |
|------|------|--------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 01 | 1.14 | 100 | 1 | 10 | 20 | 15 | 5 | 2 | i |
| 02 | 1.12 | 150 | 2 | 5 | 8 | 10 | 5 | 2 | i_L |
| 03 | 1.29 | 100 | 1 | 10 | 2 | 2 | 0 | 0 | i |
| 04 | 1.20 | 120 | 1 | 10 | 3 | 0 | 1 | 1 | i_C |
| 05 | 1.13 | 100 | 5 | 50 | 2 | 8 | 6 | 0 | i |
| 06 | 1.11 | 50 | 1 | 1500 | 2 | 13 | 1 | 4 | i_R |
| 07 | 1.21 | 120 | 10 | 10 | 10 | 90 | 1000 | 1000 | i_L |
| 08 | 1.28 | 200 | 1 | 20 | 4 | 4 | 2 | 0 | i_R |
| 09 | 1.14 | 100 | 1 | 10 | 50 | 25 | 25 | 0 | u_C |
| 10 | 1.27 | 300 | 5 | 4 | 10 | 20 | 10 | 20 | u_C |
| 11 | 1.30 | 100 | 1 | 10 | 20 | 4 | 16 | 2 | u_{R2} |
| 12 | 1.25 | 150 | 4 | 5 | 6 | 10 | 5 | 4 | u_C |
| 13 | 1.16 | 30 | 1 | 265 | 10 | 10 | 10 | 0 | u_C |
| 14 | 1.17 | 200 | 10 | 10 | 100 | 0 | 50 | 100 | i_L |
| 15 | 1.22 | 100 | 1 | 10 | 10 | 10 | 4 | 0 | i |
| 16 | 1.26 | 50 | 2 | 1670 | 1 | 2 | 1 | 5 | i |
| 17 | 1.18 | 120 | 10 | 10 | 10 | 90 | 1000 | 1000 | i_L |
| 18 | 1.23 | 120 | 1 | 10 | 8 | 8 | 8 | 4 | i |
| 19 | 1.19 | 200 | 1 | 10 | 10 | 20 | 50 | 20 | i_C |
| 20 | 1.24 | 50 | 1 | 100 | 2 | 8 | 10 | 10 | i |
| 21 | 1.13 | 100 | 1 | 10 | 20 | 20 | 0 | 2 | i_R |
| 22 | 1.12 | 150 | 2 | 5 | 5 | 10 | 5 | 5 | i_L |
| 23 | 1.29 | 100 | 1 | 10 | 1 | 3 | 0 | 0 | i_R |
| 24 | 1.20 | 120 | 1 | 10 | 1 | 2 | 1 | 1 | u_C |
| 25 | 1.13 | 100 | 5 | 50 | 3 | 8 | 5 | 0 | u_C |
| 26 | 1.11 | 50 | 1 | 1500 | 2 | 13 | 2 | 3 | u_{R2} |
| 27 | 1.21 | 120 | 10 | 10 | 20 | 80 | 1000 | 1000 | u_C |
| 28 | 1.28 | 200 | 1 | 20 | 6 | 3 | 2 | 0 | u_C |
| 29 | 1.14 | 100 | 1 | 10 | 50 | 20 | 30 | 0 | i_L |
| 30 | 1.27 | 300 | 5 | 4 | 15 | 20 | 5 | 20 | i |
| 31 | 1.30 | 100 | 1 | 10 | 20 | 17 | 3 | 2 | i_L |
| 32 | 1.25 | 150 | 4 | 5 | 9 | 10 | 5 | 1 | u_L |
| 33 | 1.16 | 30 | 1 | 2,5 | 5 | 10 | 15 | 0 | i_L |
| 34 | 1.17 | 200 | 10 | 10 | 50 | 50 | 50 | 100 | i |
| 35 | 1.22 | 100 | 1 | 10 | 5 | 15 | 4 | 0 | i_L |

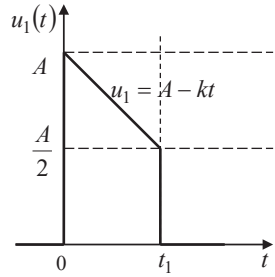


Рис. 1.37. Завдання 1.6

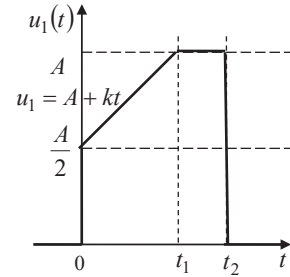


Рис. 1.38. Завдання 1.6

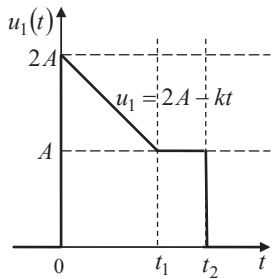


Рис. 1.39. Завдання 1.6

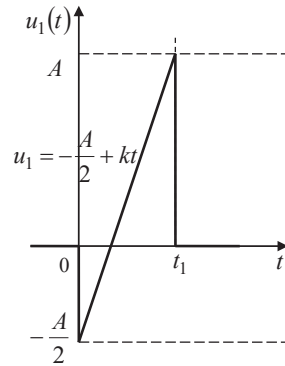


Рис. 1.40. Завдання 1.6

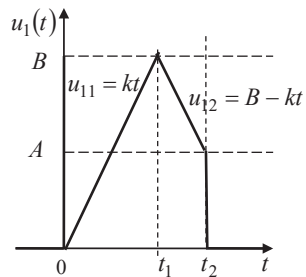


Рис. 1.41. Завдання 1.6

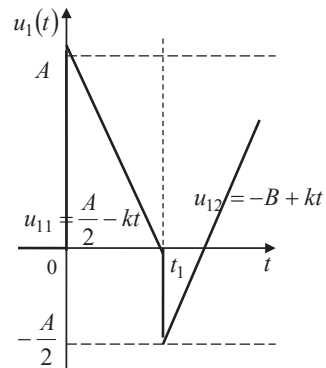


Рис. 1.42. Завдання 1.6

Продовження таблиці 1.1

| Вар. | Рис. | $E, В$ | $L, мГн$ | $C, мкФ$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $R_3, Ом$ | $R_4, Ом$ | Визн. |
|------|------|--------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 36 | 1.26 | 50 | 2 | 1670 | 1 | 2 | 3 | 3 | i |
| 37 | 1.18 | 120 | 10 | 10 | 20 | 80 | 1000 | 1000 | i_C |
| 38 | 1.23 | 120 | 1 | 10 | 12 | 6 | 8 | 4 | i |
| 39 | 1.19 | 200 | 1 | 10 | 10 | 10 | 50 | 30 | i_R |
| 40 | 1.27 | 300 | 5 | 4 | 15 | 20 | 5 | 20 | u_C |
| 41 | 1.15 | 100 | 1 | 10 | 20 | 2 | 18 | 2 | i_L |
| 42 | 1.12 | 150 | 2 | 5 | 4 | 10 | 5 | 6 | i_R |
| 43 | 1.29 | 100 | 1 | 10 | 1,5 | 2,5 | 0 | 0 | u_C |
| 44 | 1.20 | 120 | 1 | 10 | 2 | 1 | 1 | 1 | u_C |
| 45 | 1.13 | 100 | 5 | 50 | 6 | 8 | 2 | 0 | u_{R2} |
| 46 | 1.11 | 50 | 1 | 1500 | 2 | 13 | 3 | 2 | u_C |
| 47 | 1.21 | 120 | 10 | 10 | 30 | 70 | 1000 | 1000 | u_C |
| 48 | 1.28 | 200 | 1 | 20 | 12 | 2,4 | 2 | 0 | i_L |
| 49 | 1.14 | 100 | 1 | 10 | 50 | 10 | 40 | 0 | i |
| 50 | 1.27 | 300 | 5 | 4 | 3 | 20 | 17 | 20 | i |
| 51 | 1.30 | 100 | 1 | 10 | 20 | 8 | 12 | 2 | i_L |
| 52 | 1.25 | 150 | 4 | 5 | 0 | 10 | 5 | 10 | i |
| 53 | 1.16 | 30 | 1 | 2,5 | 15 | 10 | 5 | 0 | i_C |
| 54 | 1.17 | 200 | 10 | 10 | 25 | 75 | 50 | 100 | i |
| 55 | 1.21 | 100 | 1 | 10 | 15 | 5 | 4 | 0 | i_R |
| 56 | 1.26 | 50 | 2 | 1670 | 1 | 2 | 3 | 3 | i_L |
| 57 | 1.18 | 120 | 10 | 10 | 30 | 70 | 1000 | 1000 | i_R |
| 58 | 1.23 | 120 | 1 | 10 | 24 | 4,8 | 8 | 4 | u_C |
| 59 | 1.19 | 200 | 1 | 10 | 10 | 25 | 50 | 15 | u_C |
| 60 | 1.24 | 50 | 1 | 100 | 4 | 6 | 10 | 10 | u_{R2} |
| 61 | 1.15 | 100 | 1 | 10 | 20 | 10 | 10 | 2 | u_C |
| 62 | 1.12 | 150 | 2 | 5 | 7 | 10 | 5 | 3 | u_C |
| 63 | 1.29 | 100 | 1 | 10 | 3 | 1 | 0 | 0 | i_L |
| 64 | 1.20 | 120 | 1 | 10 | 1,5 | 1,5 | 1 | 1 | i |
| 65 | 1.13 | 100 | 5 | 50 | 3 | 8 | 5 | 0 | i |
| 66 | 1.11 | 50 | 1 | 1500 | 2 | 13 | 4 | 1 | i_L |
| 67 | 1.21 | 120 | 10 | 10 | 40 | 60 | 1000 | 1000 | i |
| 68 | 1.28 | 200 | 1 | 20 | 3 | 6 | 2 | 0 | i_C |
| 69 | 1.14 | 100 | 1 | 10 | 50 | 30 | 20 | 0 | i |
| 70 | 1.27 | 300 | 5 | 4 | 6 | 20 | 14 | 20 | i_R |

Закінчення таблиці 1.1

| Вар. | Рис. | $E, В$ | $L, мГн$ | $C, мкФ$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $R_3, Ом$ | $R_4, Ом$ | Визн. |
|------|------|--------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 71 | 1.30 | 100 | 1 | 10 | 20 | 11 | 9 | 2 | u_C |
| 72 | 1.25 | 150 | 4 | 5 | 3 | 10 | 5 | 7 | i_L |
| 73 | 1.16 | 30 | 1 | 2,5 | 12 | 10 | 8 | 0 | i_R |
| 74 | 1.17 | 200 | 10 | 10 | 0 | 100 | 50 | 100 | u_C |
| 75 | 1.22 | 100 | 1 | 10 | 15 | 5 | 4 | 0 | u_C |
| 76 | 1.26 | 50 | 2 | 1670 | 1 | 2 | 4 | 2 | u_{R2} |
| 77 | 1.18 | 120 | 10 | 10 | 40 | 60 | 1000 | 1000 | u_C |
| 78 | 1.23 | 120 | 1 | 10 | 6 | 12 | 8 | 4 | u_C |
| 79 | 1.19 | 200 | 1 | 10 | 10 | 30 | 50 | 10 | i_L |
| 80 | 1.24 | 50 | 1 | 100 | 5 | 5 | 10 | 10 | i |
| 81 | 1.15 | 100 | 1 | 10 | 20 | 16 | 4 | 2 | i |
| 82 | 1.12 | 150 | 2 | 5 | 10 | 10 | 5 | 0 | i_L |
| 83 | 1.29 | 100 | 1 | 10 | 4 | 0 | 0 | 0 | i |
| 84 | 1.20 | 120 | 1 | 10 | 0 | 3 | 1 | 1 | i_C |
| 85 | 1.13 | 100 | 5 | 50 | 4 | 8 | 4 | 0 | i |
| 86 | 1.11 | 50 | 1 | 1500 | 2 | 13 | 5 | 0 | i_R |
| 87 | 1.21 | 120 | 10 | 10 | 50 | 50 | 1000 | 1000 | i_L |
| 88 | 1.28 | 200 | 1 | 20 | 4 | 4 | 2 | 0 | i_R |
| 89 | 1.14 | 100 | 1 | 10 | 50 | 35 | 15 | 0 | u_C |
| 90 | 1.27 | 300 | 5 | 4 | 4 | 20 | 16 | 20 | u_C |
| 91 | 1.30 | 100 | 1 | 10 | 20 | 13 | 7 | 2 | u_{R2} |
| 92 | 1.25 | 150 | 4 | 5 | 2 | 10 | 5 | 8 | u_C |
| 93 | 1.16 | 30 | 1 | 2,5 | 8 | 10 | 12 | 0 | u_C |
| 94 | 1.17 | 200 | 10 | 10 | 75 | 25 | 50 | 100 | i_L |
| 95 | 1.22 | 100 | 1 | 10 | 13 | 7 | 4 | 0 | i |
| 96 | 1.26 | 50 | 2 | 1670 | 1 | 2 | 5 | 1 | u_{R2} |
| 97 | 1.23 | 120 | 1 | 10 | 8 | 8 | 8 | 4 | u_C |
| 98 | 1.19 | 200 | 1 | 10 | 10 | 18 | 50 | 22 | i_L |
| 99 | 1.24 | 50 | 1 | 100 | 6 | 4 | 10 | 10 | i |
| 00 | 1.23 | 120 | 1 | 10 | 8 | 8 | 8 | 4 | u_C |

Таблиця 1.2

| Вар. | Рис. | Граф. | Визн. | Вар. | Рис. | Граф. | Визн. |
|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| 01 | 1.32 | 1.37 | i_1 | 25 | 1.30 | 1.37 | i_2 |
| 02 | 1.34 | 1.38 | i_2 | 26 | 1.31 | 1.38 | i_3 |
| 03 | 1.33 | 1.39 | i_3 | 27 | 1.33 | 1.41 | i_1 |
| 04 | 1.31 | 1.46 | i_2 | 28 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 05 | 1.31 | 1.37 | i_3 | 29 | 1.36 | 1.41 | i_1 |
| 06 | 1.33 | 1.40 | i_1 | 30 | 1.30 | 1.38 | i_1 |
| 07 | 1.34 | 1.42 | i_2 | 31 | 1.33 | 1.39 | i_1 |
| 08 | 1.35 | 1.39 | i_1 | 32 | 1.31 | 1.44 | i_1 |
| 09 | 1.30 | 1.38 | i_1 | 33 | 1.34 | 1.39 | i_1 |
| 10 | 1.33 | 1.44 | i_2 | 34 | 1.31 | 1.40 | i_1 |
| 11 | 1.31 | 1.45 | i_3 | 35 | 1.34 | 1.38 | i_1 |
| 12 | 1.34 | 1.43 | i_2 | 36 | 1.33 | 1.43 | i_1 |
| 13 | 1.31 | 1.42 | i_3 | 37 | 1.31 | 1.42 | i_3 |
| 14 | 1.36 | 1.37 | i_1 | 38 | 1.34 | 1.44 | i_1 |
| 15 | 1.33 | 1.40 | i_1 | 39 | 1.36 | 1.40 | i_1 |
| 16 | 1.32 | 1.43 | i_1 | 40 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 17 | 1.35 | 1.40 | i_1 | 41 | 1.33 | 1.45 | i_1 |
| 18 | 1.32 | 1.39 | i_1 | 42 | 1.32 | 1.44 | i_1 |
| 19 | 2.34 | 1.38 | i_1 | 43 | 1.35 | 1.43 | i_1 |
| 20 | 2.31 | 1.37 | i_1 | 44 | 1.32 | 1.41 | i_1 |
| 21 | 2.32 | 1.39 | i_1 | 45 | 1.32 | 1.42 | i_1 |
| 22 | 2.33 | 1.43 | i_1 | 46 | 1.35 | 1.43 | i_1 |
| 23 | 2.32 | 1.39 | i_1 | 47 | 1.31 | 1.40 | i_1 |
| 24 | 2.35 | 1.37 | i_1 | 48 | 1.33 | 1.44 | i_1 |
| 25 | 1.31 | 1.37 | i_1 | 57 | 1.36 | 1.39 | i_1 |
| 26 | 1.33 | 1.38 | i_2 | 58 | 1.31 | 1.37 | i_3 |
| 27 | 1.32 | 1.41 | i_3 | 59 | 1.33 | 1.38 | i_1 |
| 28 | 1.33 | 1.40 | i_2 | 60 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 29 | 1.31 | 1.41 | i_3 | 61 | 1.34 | 1.37 | i_1 |
| 30 | 1.33 | 1.38 | i_1 | 62 | 1.35 | 1.41 | i_1 |
| 31 | 1.34 | 1.39 | i_2 | 63 | 1.33 | 1.46 | i_1 |
| 32 | 1.35 | 1.44 | i_1 | 64 | 1.31 | 1.39 | i_1 |
| 33 | 1.31 | 1.39 | i_1 | 65 | 1.34 | 1.37 | i_1 |
| 34 | 1.33 | 1.39 | i_2 | 66 | 1.31 | 1.42 | i_1 |
| 35 | 1.31 | 1.38 | i_3 | 67 | 1.34 | 1.46 | i_1 |

Продовження таблиці 1.2

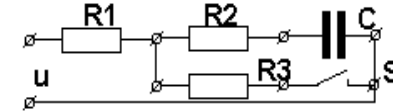
| Вар. | Рис. | Граф. | Визн. | Вар. | Рис. | Граф. | Визн. |
|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| 36 | 1.34 | 1.43 | i_2 | 68 | 1.33 | 1.45 | i_1 |
| 37 | 1.31 | 1.42 | i_3 | 69 | 1.31 | 1.44 | i_3 |
| 38 | 1.34 | 1.44 | i_1 | 70 | 1.34 | 1.37 | i_1 |
| 39 | 1.33 | 1.40 | i_1 | 71 | 1.31 | 1.39 | i_1 |
| 40 | 1.32 | 1.40 | i_1 | 72 | 1.34 | 1.43 | i_1 |
| 41 | 1.35 | 1.40 | i_1 | 73 | 1.33 | 1.40 | i_1 |
| 42 | 1.32 | 1.44 | i_1 | 74 | 1.32 | 1.39 | i_1 |
| 43 | 1.32 | 1.43 | i_1 | 74 | 1.35 | 1.38 | i_1 |
| 44 | 1.32 | 1.41 | i_1 | 76 | 1.32 | 1.37 | i_1 |
| 45 | 1.31 | 1.42 | i_1 | 77 | 1.34 | 1.39 | i_1 |
| 46 | 1.33 | 1.43 | i_1 | 78 | 1.32 | 1.41 | i_1 |
| 47 | 1.32 | 1.45 | i_1 | 79 | 1.31 | 1.42 | i_1 |
| 48 | 1.36 | 1.43 | i_1 | 80 | 1.32 | 1.38 | i_1 |
| 49 | 1.33 | 1.42 | i_1 | 81 | 1.35 | 1.39 | i_2 |
| 50 | 1.31 | 1.44 | i_2 | 82 | 1.32 | 1.44 | i_1 |
| 51 | 1.34 | 1.45 | i_3 | 83 | 1.32 | 1.39 | i_1 |
| 52 | 1.31 | 1.42 | i_2 | 84 | 1.32 | 1.43 | i_1 |
| 53 | 1.34 | 1.39 | i_3 | 85 | 1.31 | 1.38 | i_3 |
| 54 | 1.33 | 1.43 | i_1 | 86 | 1.33 | 1.43 | i_1 |
| 55 | 1.31 | 1.38 | i_1 | 87 | 1.32 | 1.42 | i_1 |
| 56 | 1.34 | 1.43 | i_1 | 88 | 1.34 | 1.44 | i_1 |
| 57 | 1.32 | 1.45 | i_1 | 95 | 1.31 | 1.37 | i_2 |
| 58 | 1.31 | 1.37 | i_2 | 96 | 1.33 | 1.38 | i_3 |
| 59 | 1.33 | 1.38 | i_3 | 97 | 1.32 | 1.41 | i_1 |
| 60 | 1.34 | 1.44 | i_2 | 98 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 61 | 1.36 | 1.37 | i_3 | 99 | 1.31 | 1.41 | i_1 |
| 62 | 1.33 | 1.40 | i_1 | 00 | 1.33 | 1.38 | i_1 |
| 63 | 1.31 | 1.37 | i_1 | 57 | 1.36 | 1.39 | i_1 |
| 64 | 1.33 | 1.38 | i_2 | 58 | 1.31 | 1.37 | i_3 |
| 65 | 1.32 | 1.41 | i_3 | 59 | 1.33 | 1.38 | i_1 |
| 66 | 1.33 | 1.40 | i_2 | 60 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 67 | 1.31 | 1.41 | i_3 | 61 | 1.34 | 1.37 | i_1 |
| 68 | 1.33 | 1.38 | i_1 | 62 | 1.35 | 1.41 | i_1 |
| 69 | 1.34 | 1.39 | i_2 | 63 | 1.33 | 1.46 | i_1 |
| 70 | 1.35 | 1.44 | i_1 | 64 | 1.31 | 1.39 | i_1 |

Закінчення таблиці 1.2

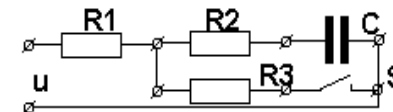
| Вар. | Рис. | Граф. | Визн. | Вар. | Рис. | Граф. | Визн. |
|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| 71 | 1.31 | 1.39 | i_1 | 65 | 1.34 | 1.37 | i_1 |
| 72 | 1.33 | 1.39 | i_2 | 66 | 1.31 | 1.42 | i_1 |
| 73 | 1.31 | 1.38 | i_3 | 67 | 1.34 | 1.46 | i_1 |
| 74 | 1.32 | 1.37 | i_1 | 25 | 1.30 | 1.37 | i_2 |
| 75 | 1.34 | 1.38 | i_2 | 26 | 1.31 | 1.38 | i_3 |
| 76 | 1.33 | 1.39 | i_3 | 27 | 1.33 | 1.41 | i_1 |
| 77 | 1.31 | 1.46 | i_2 | 28 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 78 | 1.31 | 1.37 | i_3 | 29 | 1.36 | 1.41 | i_1 |
| 79 | 1.33 | 1.40 | i_1 | 30 | 1.30 | 1.38 | i_1 |
| 80 | 1.34 | 1.42 | i_2 | 31 | 1.33 | 1.39 | i_1 |
| 81 | 1.35 | 1.39 | i_1 | 32 | 1.31 | 1.44 | i_1 |
| 82 | 1.30 | 1.38 | i_1 | 33 | 1.34 | 1.39 | i_1 |
| 83 | 1.33 | 1.44 | i_2 | 34 | 1.31 | 1.40 | i_1 |
| 84 | 1.31 | 1.45 | i_3 | 35 | 1.34 | 1.38 | i_1 |
| 84 | 1.34 | 1.43 | i_2 | 36 | 1.33 | 1.43 | i_1 |
| 85 | 1.31 | 1.42 | i_3 | 37 | 1.31 | 1.42 | i_3 |
| 86 | 1.36 | 1.37 | i_1 | 38 | 1.34 | 1.44 | i_1 |
| 87 | 1.33 | 1.40 | i_1 | 39 | 1.36 | 1.40 | i_1 |
| 88 | 1.32 | 1.43 | i_1 | 40 | 1.34 | 1.40 | i_1 |
| 89 | 1.35 | 1.40 | i_1 | 41 | 1.33 | 1.45 | i_1 |
| 90 | 1.32 | 1.39 | i_1 | 42 | 1.32 | 1.44 | i_1 |
| 91 | 2.34 | 1.38 | i_1 | 43 | 1.35 | 1.43 | i_1 |
| 92 | 2.31 | 1.37 | i_1 | 44 | 1.32 | 1.41 | i_1 |
| 93 | 2.32 | 1.39 | i_1 | 45 | 1.32 | 1.42 | i_1 |
| 94 | 2.33 | 1.43 | i_1 | 46 | 1.35 | 1.43 | i_1 |
| 95 | 2.32 | 1.39 | i_1 | 47 | 1.31 | 1.40 | i_1 |
| 96 | 2.35 | 1.37 | i_1 | 48 | 1.33 | 1.44 | i_1 |
| 97 | 1.31 | 1.37 | i_1 | 57 | 1.36 | 1.39 | i_1 |
| 98 | 1.33 | 1.38 | i_2 | 58 | 1.31 | 1.37 | i_3 |
| 99 | 1.32 | 1.37 | i_1 | 25 | 1.30 | 1.37 | i_2 |
| 00 | 1.34 | 1.38 | i_2 | 26 | 1.31 | 1.38 | i_3 |

1.7. Питання для самоперевірки по методам розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах

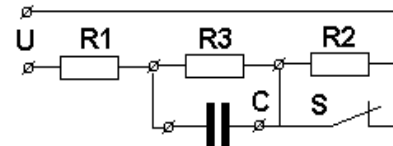
1. Знайти значення струму в резисторі R2 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R1=10$ Ом, $R2=R3=5$ Ом.



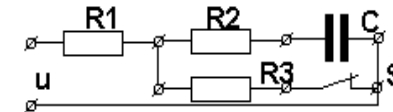
2. Знайти значення струму в резисторі R3 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R1=10$ Ом, $R2=5$ Ом, $R3=5$ Ом.



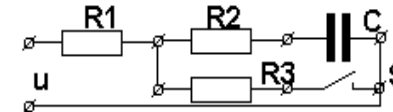
3. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $U=80$ В, $R1=2$ Ом, $R2=8$ Ом, $R3=6$ Ом.



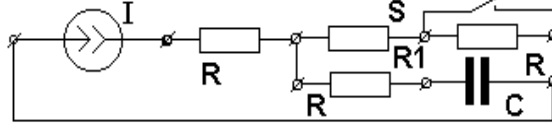
4. Знайти значення струму в резисторі R1 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R1=10$ Ом, $R2=5$ Ом, $R3=50$ м.



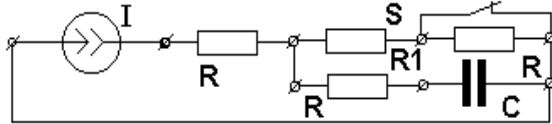
5. Знайти значення струму в резисторі R3 в момент комутації, якщо $U=150$ В, $R1=10$ Ом, $R2=5$ Ом, $R3=5$ Ом.



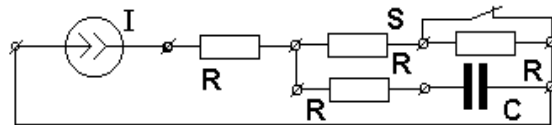
6. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $I=10\text{ A}$, $R=R_1=10\text{ Ом}$.



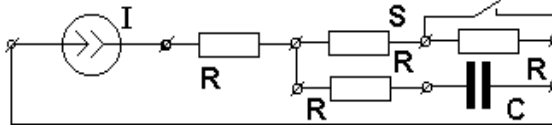
7. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $I=10\text{ A}$, $R_1=R=10\text{ Ом}$.



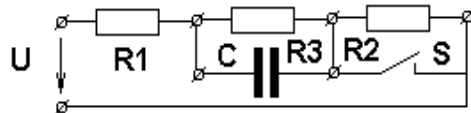
8. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $I=10\text{ A}$; $R=10\text{ Ом}$.



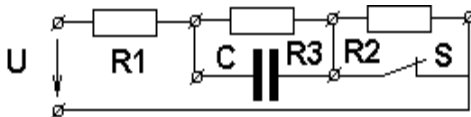
9. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $I=10\text{ A}$, $R=10\text{ Ом}$.



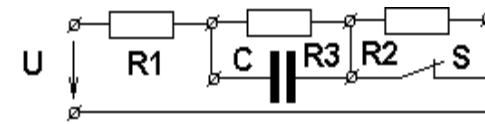
10. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $U=80\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



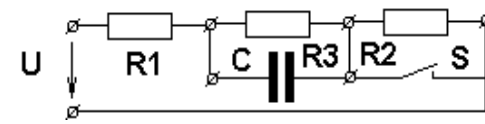
11. Знайти значення струму в ємності в момент комутації, якщо $U=80\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



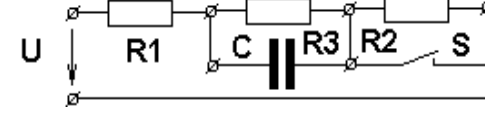
12. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=80\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



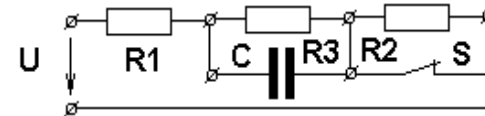
13. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=80\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



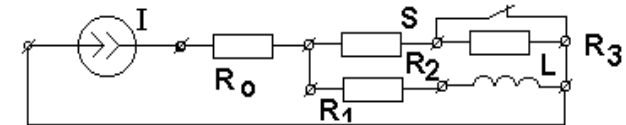
14. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=80\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



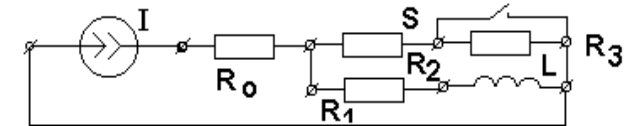
15. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=80\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=8\text{ Ом}$, $R_3=6\text{ Ом}$.



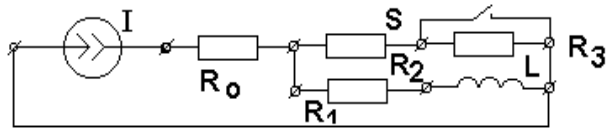
16. Знайти значення струму в резисторі R_2 в момент комутації, якщо $I=1\text{ A}$, $R_0=R_2=2\text{ Ом}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_3=90\text{ Ом}$.



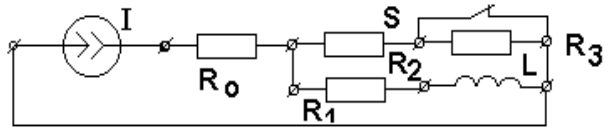
17. Знайти значення струму в резисторі R_2 в момент комутації, якщо $I=1\text{ A}$, $R_0=R_2=2\text{ Ом}$, $R_1=8\text{ Ом}$, $R_3=90\text{ Ом}$.



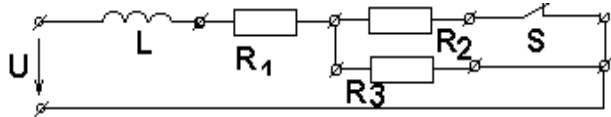
18. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $I=1$ А, $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=3,9$ Ом.



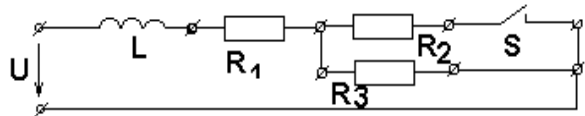
19. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $I=1$ А, $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=8$ Ом.



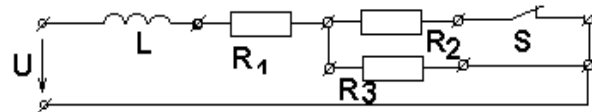
20. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $U=160$ В, $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом.



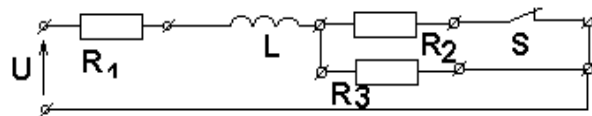
21. Знайти значення напруги на індуктивності в момент комутації, якщо $U=160$ В, $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом.



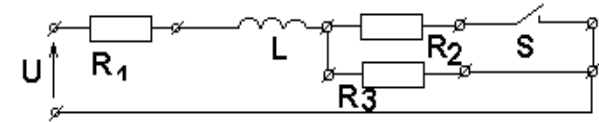
22. Знайти значення струму в резисторі R_1 в момент комутації, якщо $U=160$ В, $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом.



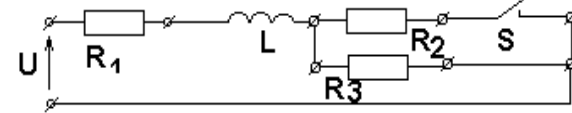
23. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=160$ В, $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом.



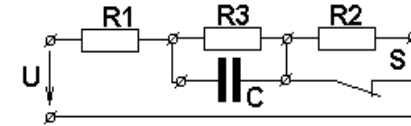
24. Знайти значення струму в резисторі R_3 в момент комутації, якщо $U=160$ В, $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом.



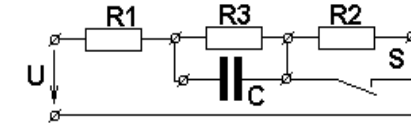
25. Знайти значення струму в резисторі R_2 в момент комутації, якщо $U=160$ В, $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом.



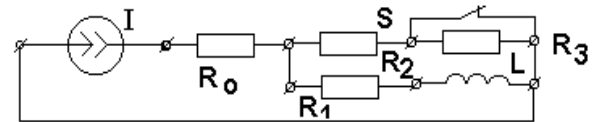
26. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом, $C=10$ мкФ.



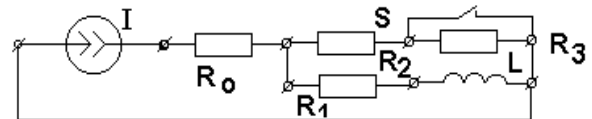
27. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_1=2$ Ом, $R_2=8$ Ом, $R_3=6$ Ом, $C=10$ мкФ.



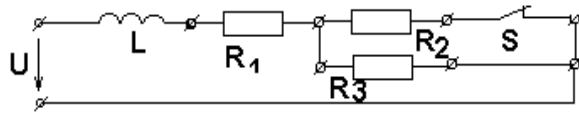
28. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=90$ Ом, $L=100$ мГ.



29. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_0=R_2=2$ Ом, $R_1=8$ Ом, $R_3=90$ Ом, $L=100$ мГ.



30. Знайти сталу часу вільної складової перехідного процесу, якщо задано: $R_1=8$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=6$ Ом, $L=100$ мГ.



1.8. Питання для самоконтролю залишкових знань по методам розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах

1. У котушці індуктивності стрибком не змінюються:
 - електричний заряд і потокозчеплення;
 - струм і потокозчеплення;
 - напруга та струм;
 - напруга та потокозчеплення;
 - електричний заряд і напруга.
2. У ємнісному елементі стрибком не змінюються:
 - електричний заряд і потокозчеплення;
 - струм і потокозчеплення;
 - напруга та струм;
 - напруга та потокозчеплення;
 - електричний заряд і напруга.
3. Незалежні початкові умови розраховуються:
 - методом контурних струмів;
 - методом вузлових потенціалів;
 - за законами комутації;
 - за першим законом Кірхгофа;
 - за законами Кірхгофа та комутації.
4. Залежні початкові умови розраховуються:
 - методом контурних струмів;
 - методом вузлових потенціалів;
 - за законами комутації;
 - за першим законом Кірхгофа;
 - за законами Кірхгофа та комутації.

5. Стала часу перехідного процесу в послідовному R-L колі:
 - прямо-пропорційна значенню резистора R;
 - зворотно-пропорційна значенню індуктивності L;
 - є добутком значень резистора R та індуктивності L;
 - зворотно-пропорційна значенню резистора R;
 - не залежить від значення резистора R.
6. Стала часу перехідного процесу в послідовному R-C колі:
 - зворотно-пропорційна значенню резистора R;
 - зворотно-пропорційна значенню ємності C;
 - є добутком значень резистора R та ємності C;
 - прямо-пропорційна значенню ємності C та зворотно-пропорційна значенню резистора R;
 - не залежить від значення резистора R.
7. Тривалість перехідного процесу в послідовному R-L колі при збільшенні значення резистора R:
 - зменшиться;
 - збільшиться;
 - не зміниться;
 - залежить від незалежних початкових умов;
 - залежить від залежних початкових умов.
8. Тривалість перехідного процесу в послідовному R-C колі при зменшенні значення резистора R:
 - зменшиться;
 - збільшиться;
 - не зміниться;
 - залежить від незалежних початкових умов;
 - залежить від залежних початкових умов.
9. Значення струму в індуктивному елементі L кола у момент комутації:
 - змінюється стрибком;
 - збільшується у 1,41 рази;
 - не змінюється;
 - зменшується;
 - збільшується у 1,73 рази.

10. Значення поточкозчеплення в індуктивному елементі L кола у момент комутації:
- змінюється стрибком;
 - збільшується у 1,41 рази;
 - не змінюється;
 - зменшується;
 - збільшується у 1,73 рази.
11. Значення електричного заряду в ємнісному елементі C кола у момент комутації:
- змінюється стрибком;
 - збільшується у 1,41 рази;
 - не змінюється;
 - зменшується;
 - збільшується у 1,73 рази.
12. У R-L колі можливо спостерігати у момент спрацювання ключа:
- коливальний перехідний процес;
 - стрибок струму на котушці;
 - експоненціальний перехідний процес;
 - стрибок електричного заряду;
 - стрибок поточкозчеплення.
13. У R-C колі можливо спостерігати у момент спрацювання ключа:
- коливальний перехідний процес;
 - стрибок струму на котушці;
 - експоненціальний перехідний процес;
 - стрибок електричного заряду;
 - стрибок поточкозчеплення.
14. Коливальний перехідний процес виникає, якщо активний опір кола:
- менший за критичне значення опору;
 - більший за критичне значення опору в два рази;
 - більший за критичне значення опору у 1,41 рази;
 - більший за критичне значення опору у 1,73 рази;
 - дорівнює критичному значенню опору.

15. Коливальний перехідний процес не виникає, якщо активний опір кола:
- менший за критичне значення опору;
 - більший за критичне значення опору;
 - менший за критичне значення опору у 1,41 рази;
 - менший за критичне значення опору у 1,73 рази;
 - менший за критичне значення опору у 2 рази;
 - стрибок поточкозчеплення.
16. Гранично аперіодичний перехідний процес виникає, якщо активний опір кола:
- менший за критичне значення опору;
 - більший за критичне значення опору в два рази;
 - більший за критичне значення опору у 1,41 рази;
 - більший за критичне значення опору у 1,73 рази;
 - дорівнює критичному значенню опору.
17. Які параметри R-L-C кола визначають критичне значення опору:
- R-L;
 - R-C;
 - R-L-C;
 - L-C;
 - не залежить від R-L параметрів.
18. У яких колах не виникають перехідні процеси?
- R-L-колах;
 - R-C-колах;
 - R-колах;
 - L-C-колах;
 - R- L-C-колах.
19. Які параметри визначаються, як незалежні початкові умови на індуктивному елементі?
- електричний заряд і поточкозчеплення;
 - електричний заряд і напруга на котушці;
 - струм і напруга;
 - струм і поточкозчеплення;
 - напруга і поточкозчеплення.

20. Які параметри визначаються, як незалежні початкові умови на ємнісному елементі?

- електричний заряд і потокозчеплення;
- електричний заряд і напруга;
- струм і напруга;
- струм і потокозчеплення;
- напруга і потокозчеплення.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ПАСИВНИХ ЧОТИРИПОЛЮСНИКІВ І РЕАКТИВНИХ ФІЛЬТРІВ

2.1 Методичні вказівки до розрахунку пасивних чотириполюсників і реактивних фільтрів

1. Під чотириполюсниками розуміємо електричної кола або ланку кола, яка розглядається відносно двох пар виводів, названих вхідними та вихідними. Теорія чотириполюсників у загальному вигляді розглядає задачу передачі потоку енергії від джерела до приймача через проміжну ланку – чотириполюсник.

2. Активні чотириполюсники містять джерела енергії, пасивні – без джерел енергії.

3. Рівняння чотириполюсників зв'язують напруги і струми на вході і виході чотириполюсника. Існує шість форм запису рівнянь чотириполюсників, в залежності від того які величини використані в явному вигляді. У теорії електричних кіл найбільш зручна форма запису рівнянь чотириполюсника:

$$\underline{U}_1 = A\underline{U}_2 + B\underline{I}_2; \underline{I}_1 = C\underline{U}_2 + D\underline{I}_2,$$

де $\underline{U}_1, \underline{I}_1$ – напруга і струм на вході чотириполюсника; $\underline{U}_2, \underline{I}_2$ – теж на виході; A, B, C, D – параметри чотириполюсника.

Друге позначення параметрів чотириполюсника $A=A_{11}; B=A_{12}; C=A_{21}; D=A_{22}$ і відповідні рівняння:

$$\underline{U}_1 = A_{11}\underline{U}_2 + A_{12}\underline{I}_2; \underline{I}_1 = A_{21}\underline{U}_2 + A_{22}\underline{I}_2.$$

Приведені рівняння зветься рівняння чотириполюсниками, вираженими через A -параметри або у формі A .

4. Параметри чотириполюсників визначають тільки схемою з'єднання та елементи чотириполюсників і не залежать від напруг і струмів на вході та виході чотириполюсників. Параметри чотириполюсників можна визначити з режимів холостого ходу та короткочасного замикання як на вхідних, так і на вихідних виводах чотириполюсників.

5. Параметри чотириполюсника зв'язані рівнянням $AD - BC = 1$. Звідси випливає, що з чотирьох параметрів чотириполюсника лише три є незалежними. Любий чотириполюсник характеризується трьома незалежними величинами. Відповідно пасивний чотириполюсник з якою завгодно складна схемою можна замінити найпростішим еквівалентним чотириполюсником, що складається з трьох опорів, з'єднаний за Т-подібною (зіркою) або П-подібною (трикутником) схемами.

6. Чотириполюсник характеризується первинними та вторинними параметрами. Первинні параметри – це коефіцієнти A, B, C, D . Вторинні параметри – вхідні та вихідні характеристичні опори та коефіцієнт поширення, який інакше називається мірою передачі чотириполюсників. Характеристичні параметри чотириполюсників визначаються за первинними параметрами.

7. Коефіцієнти для Т-образної схеми чотириполюсника

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0; \\ B &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0; \\ C &= \underline{Y}_0; \\ D &= 1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0, \end{aligned} \right\}$$

де $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Y}_0$ – поздовжні опори і поперечна провідність чотириполюсника.

8. Коефіцієнти для П-образної схема чотириполюсника:

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_2; \\ B &= \underline{Z}_0; \\ C &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0; \\ D &= 1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_1, \end{aligned} \right\}$$

де $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \underline{Z}_0$ – поперечні провідності і поздовжній опір чотириполюсника.

9. Коефіцієнти чотириполюсника, виражені через опори холостого ходу $\underline{Z}_{1oc}, \underline{Z}_{2oc}$ і короткого замикання $\underline{Z}_{1sc}, \underline{Z}_{2sc}$:

$$A = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1oc}}{\underline{Z}_{2oc} - \underline{Z}_{2sc}}}; \quad B = A \underline{Z}_{2oc};$$

$$C = \frac{A}{\underline{Z}_{1sc}}; \quad D = \frac{B}{\underline{Z}_{1sc}}.$$

10. Узгоджений опір чотириполюсника:

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}; \quad \underline{Z}_{C2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}.$$

11. Якщо вхідний характеристичний опір дорівнює опору навантаження, то чотириполюсник узгоджений з навантаженням. Якщо вхідний характеристичний опір дорівнює внутрішньому опору джерела енергії, то чотириполюсник узгоджений з джерелом енергії. Коли чотириполюсник узгоджений з навантаженням і джерелом енергії і при цьому його характеристичний опір є чисто резистивним опором, створюються найбільш сприятливі умови для передачі потужності в навантаження.

12. Коефіцієнт розповсюдження характеризується зміною сигналу при його проходженні через чотириполюсник. Це комплексна величина. Дійсна частина коефіцієнта поширення називається коефіцієнтом загасання і показує зміну повної потужності сигналу при проходженні через чотириполюсник, а уявна частина – називається коефіцієнтом фази і показує зміну фази напруги і струму.

13. Коефіцієнт поширення чотириполюсника (міра передачі) при узгодженому навантаженні

$$14. \quad g = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}).$$

15. Залежно від способу підключення виводів чотириполюсника розрізняють три основних види з'єднання: паралельне, послідовне і каскадне (ланцюгове).

16. Симетричним чотириполюсником є схема, у якій вхідні та вихідні опори однакові. Кілька симетричних чотириполюсників з однаковими характеристичними (повторними) опорами можуть бути з'єднані каскадне, у вигляді симетричною ланцюгової схеми, за рахунок чого досягається збільшення коефіцієнта загасання і коефіцієнта фази – при каскадному з'єднанні ці коефіцієнти складаються.

17. Еквівалентний опір пасивного чотириполюсника можна визначити, розглядаючи його як послідовно-паралельне з'єднання окремих опорів з прямим і зворотним перетворенням трикутника в еквівалентну зірку. Параметри чотириполюсника

можна також визначити, якщо уявити його як з'єднання елементарних чотириполюсників.

18. Окремим випадком чотириполюсника є реактивні електричні фільтри. Реактивним електричним фільтром є чотириполюсник який пропускає з усього спектра частот джерела до приймача один або кілька діапазонів частот. Реактивні фільтри складаються з ідеальних індуктивних і ємнісних елементів, з'єднаних за *T*-подібною (зірка) або *Π*-подібною (трикутник) схемами.

19. У смузі пропускання фільтру коефіцієнт загасання прагне до нульового значення, а в смузі загасання фільтру – коефіцієнт загасання максимальний.

20. Низькочастотні фільтри мають смугу пропускання, яка починається від нульової частоти і до верхньої частоти смуги пропускання.

21. Високочастотні фільтри мають смугу загасання, яка починається від нульової частоти і до нижньої частоти смуги пропускання.

22. Смугові фільтри мають смугу пропускання, яка починається від нижньої частоти смуги пропускання і до верхньої частоти смуги пропускання.

23. Загороджувальні фільтри мають смугу загасання, яка починається від нижньої частоти смуги затухання і до верхньої частоти смуги затухання.

24. Оскільки фільтр є окремим випадком чотириполюсника, то його частотні властивості визначаються вторинними параметрами: характеристичним опором і коефіцієнтом поширення.

25. Послідовно з'єднані між входом і виходом фільтра опори називаються поздовжніми, а паралельно – поперечними. Фільтри, у яких добуток поздовжнього і поперечного опору являє собою деяке постійне число, яке не залежить від частоти називається *K*-фільтром.

2.2. Розрахунок первинних та вторинних параметрів чотириполюсника

Задача 2.1

У чотириполюснику, схема якого надана на рис. 2.1, $R_1=20$ Ом, $R_2=25$ Ом, $R_3=20$ Ом, $x_1=10$ Ом, $x_2=15$ Ом, $x_3=20$ Ом, $x_4=30$ Ом. Визначити первинні та вторинні параметри чотириполюсника.

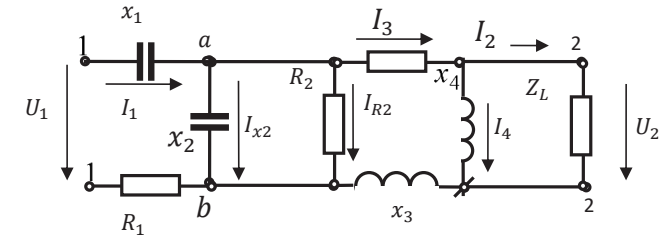


Рис. 2.1. Розрахункова схема до задачі 2.1

Розв'язок

Находимо параметри чотириполюсника, використав режим холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника.

Режим холостого ходу. Опір навантаження дорівнює нескінченності $Z_L=\infty$.

Задаємо напругу на виході чотириполюсника $U_2=30$ В. Цієї напругі відповідають струми та напруги чотириполюсника:

$$I_3 = I_4 = \frac{U_2}{jx_4} = -j1 \text{ А.}$$

Враховуємо, що опори x_3 і R_3 обтикаються струмом I_3 , тобто вони з'єднанні послідовно:

$$U_{ab} = I_3 (R_3 + jx_3) + U_2 = (50 + j20) \text{ В.}$$

Струми в опорах R_2 і x_2 знаходимо за законом Ома:

$$I_{R2} = \frac{U_{ab}}{R_2} = (2 - j0,8) \text{ А;}$$

$$I_{x2} = \frac{U_{ab}}{-jx_2} = (1,33 + j3,33) \text{ А.}$$

Вхідний струм чотириполюсника, знаходимо за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_3 + \underline{I}_{R2} + \underline{I}_{x2} = (3,33 + j1,53) = 3,66e^{j24,6^\circ} \text{ А.}$$

Напруга на вході чотириполюсника:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{ab} + \underline{I}_1 (R_1 - jx_1) = (1,31 + j0,23) = 1,33e^{j9,8^\circ} \text{ В.}$$

Відповідно з рівняннями чотириполюсника у формі A при холостому ході, маємо

$$A = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = 4,43e^{j9,8^\circ}; \quad C = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} = 0,122e^{j24,6^\circ}.$$

Режим короткого замикання. Виводи 2-2 замикаємо перемичкою. Опір навантаження дорівнює нулю $Z_L=0$. Задаємо струм навантаження $I_2=1$ А. Цьому струму відповідають струми і напруги чотириполюсника:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_2 (R_3 + jx_3) = (20 + j20) \text{ В.}$$

Струми в опорах R_2 і x_2 знаходимо за законом Ома:

$$\underline{I}_{R2} = \frac{\underline{U}_{ab}}{R_2} = (0,8 - j0,8) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{x2} = \frac{\underline{U}_{ab}}{-jx_2} = (-1,33 + j3,33) \text{ А.}$$

Вхідний струм чотириполюсника, знаходимо за першим законом Кірхгофа

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_3 + \underline{I}_{R2} + \underline{I}_{x2} = (0,47 + j2,13) = 2,18e^{j77,56^\circ} \text{ А.}$$

Напруга на вході чотириполюсника

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{ab} + \underline{I}_1 (R_1 - jx_1) = (50,6 + j57,3) = 76,3e^{j48,6^\circ} \text{ В.}$$

Відповідно до рівняннями чотириполюсника у формі A при короткому замиканні, маємо:

$$B = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} = 76,3e^{j48,6^\circ}; \quad D = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = 2,18e^{j77,56^\circ}.$$

Вхідні опори чотириполюсник:

- виводи 1-1

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{4,43e^{j9,8^\circ} 76,8e^{j48,6^\circ}}{0,122e^{j24,6^\circ} 2,18e^{j77,56^\circ}}} = 35,8e^{-j31,56^\circ} \text{ Ом;}$$

- виводи 2-2:

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{2,18e^{j77,56^\circ} 76,8e^{j48,6^\circ}}{0,122e^{j24,6^\circ} 4,43e^{j9,8^\circ}}} = 17,5e^{j55,85^\circ} \text{ Ом.}$$

Мера передачі:

$$g = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = 1,82 + j35,33^\circ = 1,82 + j0,62.$$

Коефіцієнт загасання дорівнює 1,82 Непер (Hz), коефіцієнт фази - 0,62 радіан (rad).

Задача 2.2

Опити холостого ходу і короткого замикання чотириполюсника дали наступні результати:

- виводи 1-1:

$$U_{10}=74 \text{ В, } I_{10}=0,86 \text{ А, } \varphi_{10}=74^\circ; \quad U_{1k}=78 \text{ В, } I_{1k}=1,47 \text{ А, } \varphi_{1k}=10^\circ;$$

- виводи 2-2:

$$U_{20}=115 \text{ В, } I_{20}=0,9 \text{ А, } \varphi_{20}=-34^\circ; \quad U_{2k}=75 \text{ В, } I_{2k}=0,95 \text{ А, } \varphi_{2k}=18^\circ.$$

Визначити постійні коефіцієнти чотириполюсника.

Розв'язок

Комплексні значення опорів знаходимо із рівнянь чотириполюсника.

Комплексні значення опорів при холостому ході чотириполюсника:

- з боку виводів 1-1

$$\underline{U}_{10} = A\underline{U}_2; \quad \underline{I}_{10} = C\underline{U}_2;$$

$$\text{тоді маємо} \quad \underline{Z}_{10} = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{I}_{10}} = 86e^{-j42^\circ} = \frac{A}{C};$$

- з боку виводів 2-2

$$\underline{U}_{20} = D\underline{U}_1; \quad \underline{I}_{20} = C\underline{U}_1;$$

$$\text{тоді маємо} \quad \underline{Z}_{20} = \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{I}_{20}} = 128e^{-j34^\circ} = \frac{D}{C}.$$

Комплексні значення опорів при короткому замиканні чотириполюсника:

- з боку виводів 1-1

$$\underline{U}_{1k} = B\underline{I}_2; \quad \underline{I}_{1k} = D\underline{I}_2;$$

$$\text{тоді маємо} \quad \underline{Z}_{1k} = \frac{\underline{U}_{1k}}{\underline{I}_{1k}} = 53e^{j10^\circ} = \frac{B}{D};$$

– з боку виводів 2-2

$$\underline{U}_{2k} = \underline{B}I_1; \quad \underline{I}_{2k} = \underline{A}I_1;$$

тоді маємо

$$\underline{Z}_{2k} = \frac{\underline{U}_{2k}}{\underline{I}_{2k}} = 79e^{j18^\circ} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}}.$$

Для перевірки правильності знайдених опорів розраховуємо співвідношення

$$\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{1k}} = \frac{\underline{Z}_{20}}{\underline{Z}_{2k}}; \quad 1,62e^{-j52^\circ} = 1,62e^{-j52^\circ}.$$

Розраховуємо коефіцієнти чотириполюсника

$$A = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{2k}}} = 0,92e^{j15^\circ};$$

$$B = \underline{Z}_{2k} \sqrt{\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{2k}}} = \underline{Z}_{2k}A = 72,6e^{j33^\circ};$$

$$C = \frac{1}{\underline{Z}_{10}} \sqrt{\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{2k}}} = \frac{A}{\underline{Z}_{10}} = 0,0107e^{j57^\circ}.$$

Із співвідношення $AD-BC=1$ знаходимо:

$$D = \frac{1 + BC}{A} = 1,37e^{j23^\circ}.$$

Перевіримо значення знайденого коефіцієнта з опиту короткого замикання з боку виводів 1-1:

$$D = \frac{B}{\underline{Z}_{1k}} = 1,37e^{j23^\circ}.$$

2.3. Розрахунок узгодженого режиму роботи чотириполюсника

Задача 2.3

Від джерела енергії необхідно передавати максимальну потужність в резистивне навантаження (рис. 2.2, а). Внутрішній резистивний опір джерела енергії дорівнює $R_{sp}=12$ Ом, резистивний опір навантаження $R_L=8$ Ом. Розрахувати параметри чотириполюсника, який необхідно включити між джерелом енергії

і навантаженням, щоб у навантаженні виділялася максимальна потужність.

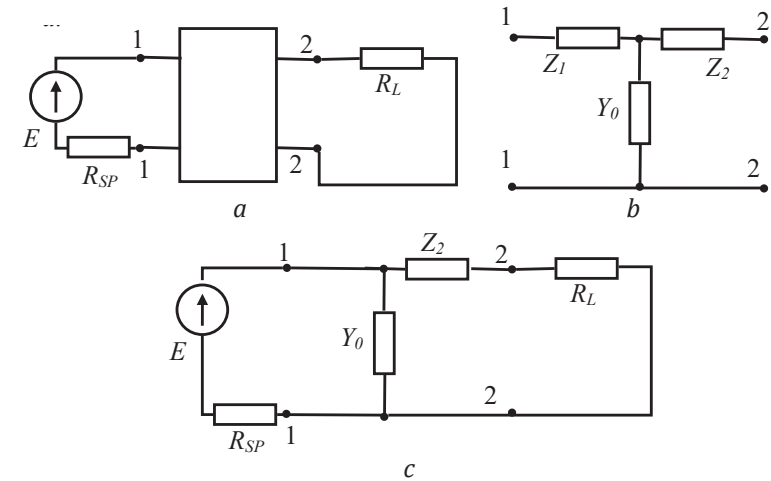


Рис. 2.2. Розрахункова схема до задачі 2.2

Розв'язок

Щоб в опорі навантаження R_L виділялася максимальна потужність, необхідно, щоб шуканий чотириполюсник був узгоджений як з джерелом, так і з навантаженням, тобто $Z_{1c}=R_{sp}=12,5$ Ом, $Z_{2c}=R_L=8$ Ом. Оскільки $Z_{1c} \neq Z_{2c}$, то чотириполюсник повинен бути несиметричним.

Характеристичні опори чотириполюсник відомі

$$Z_{1c} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}; \quad Z_{2c} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}.$$

Обираємо попередньо Т-подібний чотириполюсник (рис. 2.2, b). Для такого чотириполюсника коефіцієнти виражаються через поздовжні Z_1, Z_2 опори поперечну Y_0 провідність

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 + \underline{Z}_1 Y_0; \\ B &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 Y_0; \\ C &= Y_0; \\ D &= 1 + \underline{Z}_2 Y_0. \end{aligned} \right\}$$

Маємо

$$Z_{1C} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = 12,5 \text{ Ом}; \quad Z_{2C} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = 8 \text{ Ом}.$$

Помноживши і поділивши почлено два останніх рівняння, отримаємо систему з двох рівнянь з двома невідомими

$$\left. \begin{aligned} Z_{1C} \times Z_{1C} &= \frac{B}{C} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0}{Y_0} = 12,5 \times 8 = 100; \\ \frac{Z_{1C}}{Z_{2C}} &= \frac{A}{D} = \frac{1 + Z_1 Y_0}{1 + Z_2 Y_0} = \frac{12,5}{8} = 1,5625. \end{aligned} \right\}$$

Зменшуємо число невідомих до двох, приймаючи подовжній опір Z_1 рівним нулю, тобто, переходимо до Г-подібного чотириполюсника. Остання система рівнянь спрощується до вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z_2}{Y_0} &= 100; \\ \frac{1}{1 + Z_2 Y_0} &= 1,5625. \end{aligned} \right\}$$

Розв'язав отриману систему, знаходимо шукані параметри Г-подібного чотириполюсника

$$Z_2 = \pm j6 \text{ Ом}, \quad Y_0 = \pm j0,05988 \text{ См}.$$

Можливі два варіанти реалізації Г-подібного чотириполюсника: Z_2 індуктивний елемент, Y_0 ємнісний елемент і навпаки. Один із цих варіантів показано на рис. 2.2, с.

Знаходимо вхідний та вихідний пори чотириполюсника:

$$Z_{\text{вх1}} = \frac{(Z_2 + R_L) / Y_0}{Z_2 + R_L + 1 / Y_0} = \frac{(j6 + 8) / j0,05988}{j6 + 8 + 1 / j0,05988} = 12,5 \text{ Ом};$$

$$Z_{\text{вх2}} = Z_2 + \frac{R_{SP} / Y_0}{R_{SP} + 1 / Y_0} = j6 + \frac{12,5 / j0,05988}{12,5 + 1 / j0,05988} = 8 \text{ Ом}.$$

Вхідний опір чотириполюсника з боку виводів 1-1 $Z_{\text{вх1}}$ дорівнює внутрішньому опорі джерела енергії R_{SP} , а вихідний з боку виводів 2-2 $Z_{\text{вх2}}$ дорівнює опорі навантаження R_L . Таке узгодження опорів відповідає найбільшою можливою потужністю, що генерується джерелом енергії. Вся генерується потужність виділяється в навантаженні, оскільки чотириполюсник

складається з ідеальних реактивних елементів і в ньому відсутні втрати активної потужності.

2.4. Розрахунок частотних властивостей чотириполюсника

Задача 2.4

Між джерелом полігармонійної напруги $u_1(\omega \times t)$ і резистивної навантаженням R_L ввімкнений пасивний чотириполюсник (рис. 2.3, а). Полігармонійна напруга задана графічно (рис. 2.3, б). Максимальне значення напруги на вході схеми $U_m = 20$ В, період повторення напруги $T = 10^{-3}$ с, параметри схеми $L = 5$ мГ, $C = 2$ мкФ, $R_1 = 10$ Ом, $R_L = 10$ Ом.

Потрібно: використовуючи табличні розкладання розкласти вхідну напругу $u_1(\omega \times t)$ у ряд Фур'є до п'ятої гармоніки включно; знайти передавальну функцію чотириполюсника по напрузі для k -тій гармоніки; знайти гармоніки напруги на навантаженні; записати миттєву напругу на навантаженні; побудувати лінійчаті спектри вхідної і вихідної напруг; побудувати векторну діаграму струмів і напруг для першої гармоніки.

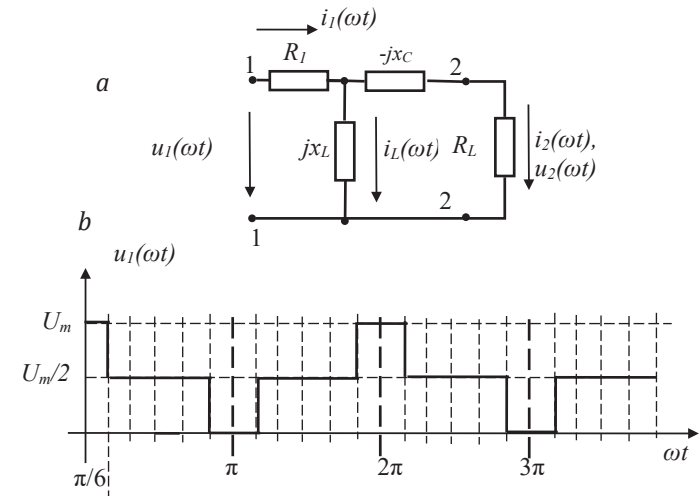


Рис. 2.3. Розрахункова схема до задачі 2.3

Розв'язок

Кутова частота першої (основної) гармоніки

$$\omega_1 = 2\pi f = 2\pi / T = 6,28 \times 10^3 \text{ рад/с.}$$

За таблицях розкладання в ряд Фур'є знаходимо функцію $y(\omega t)$ (рис. 2.4), ідентичну заданій вхідній напрузі $u_1(\omega t)$. Таблична функція аналітично описується рівнянням, поданим у вигляді ряду Фур'є

$$y(x) = \frac{4A}{\pi} \left(\cos \frac{\pi}{3} \sin x + \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi}{3} \sin 3x + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{3} \sin 5x + \frac{1}{7} \cos \frac{7\pi}{3} \sin 7x + \dots \right).$$

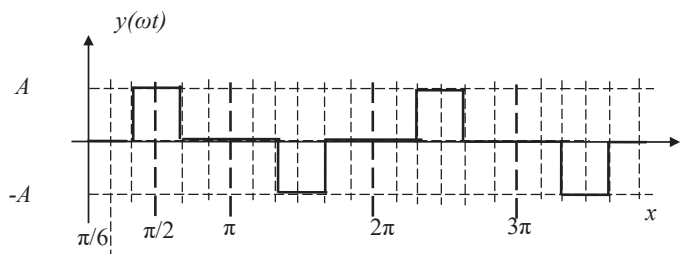


Рис. 2.4. Таблична функція до задачі 2.3

Відмінність табличній і заданої функцій полягає в зміщенні по осі ординат на значення $U_m/2$ і по фазі на кут $\pi/2$. У відповідності зі зміщенням вхідна напруга $u_1(\omega t)$ записується в ряд Фур'є так:

$$u_1(\omega t) = \frac{U_m}{2} + \\ + \frac{4U_m}{2\pi} \left(\cos \frac{\pi}{3} \sin \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi}{3} \sin 3 \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{3} \sin 5 \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{7} \cos \frac{7\pi}{3} \sin 7 \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + \dots \right)$$

Підставляємо числові значення, отримаємо:

$$u_1(\omega t) = 10 + 6,38 \sin \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) - 4,25 \sin 3 \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + \\ + 1,26 \sin 5 \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + 0,9 \sin 7 \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) + \dots \text{ В.}$$

Обмежуємося во вхідному сигналі п'ятьма гармоніками:

- нульова $U_{1(0)} = U_m/2 = 10 \text{ В}$;
- перша $\underline{U}_{1(1)} = \frac{6,38}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 4,41 e^{j90^\circ} \text{ В}$;
- третя $\underline{U}_{1(3)} = -\frac{4,25}{\sqrt{2}} e^{j270^\circ} = 3,00 e^{j90^\circ} \text{ В}$;
- п'ята $\underline{U}_{1(5)} = \frac{1,26}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 0,89 e^{j90^\circ} \text{ В}$.

Знаходимо передавальну функцію за напругою $H_U = U_2/U_1$ чотириполюсника. Зв'яжемо вхідну і вихідну напруги з параметрами чотириполюсника. До зовнішнього контуру застосовуємо другий закон Кірхгофа. Струми в вітках схеми виражаємо через напругу на навантаженні і опору віток:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 - jx_C \frac{\underline{U}_2}{R_L} + R_1 \left(\frac{\underline{U}_2}{R_L} + \frac{(R_L - jx_C) \underline{U}_2}{jx_L R_L} \right);$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left[1 - jx_C \frac{1}{R_L} + R_1 \left(\frac{1}{R_L} + \frac{(R_L - jx_C)}{jx_L R_L} \right) \right];$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left[\frac{(R_L - jx_C) jx_L + R_1 (R_L - jx_C + jx_L)}{jx_L R_L} \right];$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left[\frac{x_C x_L + R_1 R_L + j(x_L R_L + R_1 (x_L - x_C))}{jx_L R_L} \right];$$

$$\underline{U}_2 = \frac{jx_L R_L}{x_C x_L + R_1 R_L + j(x_L R_L + R_1 (x_L - x_C))} \underline{U}_1.$$

Передавальна функція чотириполюсника за напругою для k -тої гармоніки:

$$\underline{U}_{2(k)} = \frac{j k x_{L(1)} R_L}{x_{C(1)} x_{L(1)} + R_1 R_L + j(k x_{L(1)} R_L + R_1 (k x_{L(1)} - x_{C(1)} / k))} \underline{U}_{1(k)}$$

Значення реактивних опорів для першої гармоніки $k=1$:

- $x_{L(1)} = \omega_1 L = 31,4 \text{ Ом}$;
- $x_{C(1)} = 1/\omega_1 C = 79,6 \text{ Ом}$.

Розраховуємо напругу на навантаженні:

– нульова гармоніка $k=0$:

$$U_{2(0)} = \frac{x_{L(0)} R_L}{x_{C(0)} x_{L(0)} + R_1 R_L + (x_{L(0)} R_L + R_1 (x_{L(0)} - x_{C(0)}))} U_{1(0)} = 0 \text{ В,}$$

так як індуктивний опір нульової гармоніки $x_{L(0)}$ дорівнює нулю, а ємнісний $x_{C(0)}$ – нескінченності;

– перша гармоніка $k=1$:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2(1)} &= \frac{jx_{L(1)} R_L}{x_{C(1)} x_{L(1)} + R_1 R_L + j(x_{L(1)} R_L + R_1 (x_{L(1)} - x_{C(1)}))} \underline{U}_{1(1)} = \\ &= \frac{j31,4 \times 10}{79,6 \times 31,4 + 100 + j(314 - 482)} 4,41e^{j90^\circ} = \\ &= -0,53 - j0,034 = 0,53e^{j176^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

– третя:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2(3)} &= \frac{j3x_{L(1)} R_L}{x_{C(1)} x_{L(1)} + R_1 R_L + j(3x_{L(1)} R_L + R_1 (3x_{L(1)} - x_{C(1)} / 3))} \underline{U}_{1(3)} = \\ &= \frac{j3 \times 31,4 \times 10}{79,6 \times 31,4 + 100 + j(3 \times 314 - 482 / 3)} 3,00e^{j90^\circ} = \\ &= -0,99 + j0,29 = 1,04e^{j163^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

– п'ята:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2(5)} &= \frac{j5x_{L(1)} R_L}{x_{C(1)} x_{L(1)} + R_1 R_L + j(5x_{L(1)} R_L + R_1 (5x_{L(1)} - x_{C(1)} / 5))} \underline{U}_{1(5)} = \\ &= \frac{j5 \times 31,4 \times 10}{79,6 \times 31,4 + 100 + j(5 \times 314 - 482 / 5)} 0,89e^{j90^\circ} = \\ &= -0,41 + j0,23 = 0,46e^{j150^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Миттєве значення напруги на навантаженні:

$$\begin{aligned} u_2(\omega t) &= 0,53\sqrt{2} \sin(\omega_1 t + 176^\circ) + 1,04\sqrt{2} \sin 3(\omega_1 t + 54^\circ) + \\ &+ 0,46\sqrt{2} \sin 5(\omega_1 t + 30^\circ) = 0,75 \sin(\omega_1 t + 176^\circ) + \\ &1,47 \sin 3(\omega_1 t + 54^\circ) + 0,65 \sin 5(\omega_1 t + 30^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

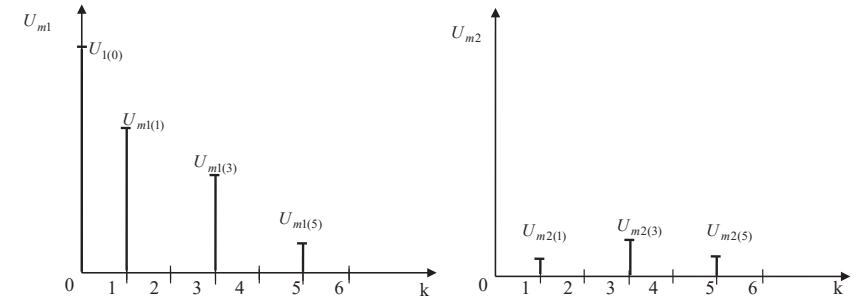


Рис. 2.5. Лінійчаті спектри вхідної та вихідної напруг до задачі 2.3

На рис. 2.5 побудовані лінійчаті спектри амплітуд вхідної та вихідної напруг.

Розраховуємо первинні параметри для Т-подібного чотириполюсника (коефіцієнти A, B, C, D) для першої гармоніки з кутовою частотою ω_1 :

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0 = R_1 = A = 1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0 = 1 + \frac{R_1}{jx_{L(0)}} = 1 - j0,32;$$

$$\begin{aligned} B = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0 &= R_1 - jx_{C(1)} + R_1 (-jx_{C(1)}) / jx_{L(1)} = \\ &= 10 - j79,6 - 25,3 = -15,3 - j79,6; \end{aligned}$$

$$C = \underline{Y}_0 = -j / x_L = -j0,032;$$

$$D = 1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0 = 1 - x_C / x_L = -1,54.$$

Перевірка:

$$(1 - j0,32)(-1,54) - (-15,3 - j79,6)(-j0,032) = 1.$$

Вторинні параметри чотириполюсника. Значення узгоджених опорів чотириполюсника для першої гармоніки знаходимо за коефіцієнтами A, B, C, D :

$$Z_{1C} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{(1 - j0,32)(-15,3 - j79,6)}{(-j0,032)(-1,54)}} = 40,6e^{j83,5^\circ} \text{ Ом;}$$

$$Z_{2C} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{(-1,54)(-15,3 - j79,6)}{(-j0,032)(1 - j0,32)}} = 60,9e^{-j86,5^\circ} \text{ Ом.}$$

Мера передачі:

$$g = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) = \ln(\sqrt{(1 - j0,32)(-1,54)} + \sqrt{(-15,3 - j79,6)(-j0,032)}) = 0,62 + j84^\circ = 0,62 + j1,46.$$

Коефіцієнт загасання дорівнює 0,62 Непер (Hn), коефіцієнт фази – 1,46 радіана (rad).

На рис. 2.6 наведена суміщена векторна діаграма струмів і напруг за першої гармоніки.

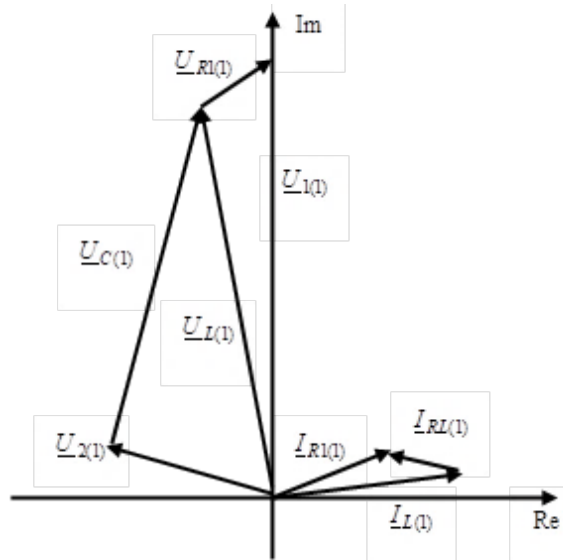


Рис. 2.6. Суміщена векторна діаграма струмів і напруг за першої гармоніки до задачі 2.3

2.5. Розрахунок параметрів реактивних фільтрів

Для розрахунку параметрів низькочастотних і високочастотних реактивних фільтрів необхідно знати смугу пропускання фільтра, опір навантаження.

Задача 2.5

Розрахувати параметри реактивних елементів Т-подібного низькочастотного фільтра (рис. 2.7) з нижньої частотою смуги загасання $\omega_0 = 100 \times 10^3$ рад/с. Опір навантаження $R_L = 100 \times 10^3$ Ом.

Розв'язок

Нижня частота смуги загасання $\omega_0 = 100 \times 10^3$ рад/с, є верхньою частотою смуги пропускання, тобто

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 100 \times 10^3 \text{ рад/с,}$$

де L, C – поздовжня індуктивність і поперечна ємність.

Прирівнюємо характеристичний опір Т-подібного фільтра низьких частот опору навантаження

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{2C}} = R_L = 100 \times 10^3 \text{ Ом.}$$

Із отриманих рівнянь знаходимо:

$$L = \frac{\rho}{\omega_0} = 1 \text{ Гн; } C = \frac{2}{\omega_0 \rho} = 2 \times 10^{-10} \text{ Ф.}$$

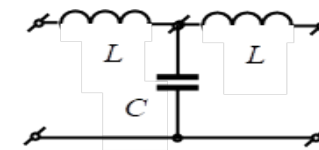


Рис. 2.7. Розрахункова схема до задачі 2.4

Задача 2.6

Розрахувати параметри реактивних елементів П-подібного високочастотного фільтра (рис. 2.8) з нижньої частотою смуги пропускання $\omega_0 = 100 \times 10^3$ рад/с. Опір навантаження $R_L = 100 \times 10^3$ Ом.

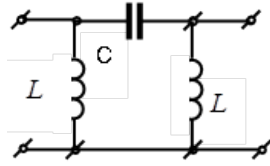


Рис. 2.8. Розрахункова схема до задачі 2.5

Розв'язок

Нижня частота смуги пропускання $\omega_0=100 \times 10^3$ рад/с, є верхньою частотою смуги затухання, тобто

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2LC}} = 100 \times 10^3 \text{ рад/с,}$$

де L, C – поперечна індуктивність і поздовжня ємність.

Прирівнюємо характеристичний опір П-образного фільтра низьких опор навантаження

$$\rho = \sqrt{\frac{2L}{C}} = R_L = 100 \times 10^3 \text{ Ом.}$$

З отриманих рівнянь маємо

$$L = \frac{\rho}{2\omega_0} = 0,5 \text{ Гн; } C = \frac{1}{\omega_0\rho} = 1 \times 10^{-10} \text{ Ф.}$$

Задача 2.7

Розрахувати параметри реактивних елементів Т-подібного смугового фільтра (рис. 2.9) з нижньої частотою смуги пропускання $\omega_1=100 \times 10^3$ рад/с і верхньої частотою смуги пропускання $\omega_2=1000 \times 10^3$ рад/с. Опір навантаження $R_L=100 \times 10^3$ Ом. Коефіцієнт співвідношення індуктивних елементів $m=1$.

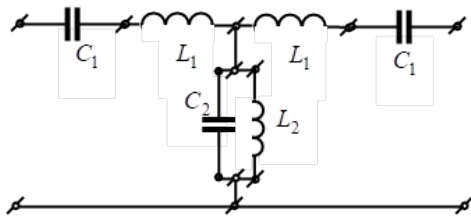


Рис. 2.9. Розрахункова схема до задачі 2.6

Розв'язок

Добуток нижньої частоти $\omega_1=100 \times 10^3$ рад/с на верхню частоту $\omega_2=1000 \times 10^3$ рад/с смуги пропускання є резонансною частотою ω_0 послідовного і паралельного коливальних контурів загороджувального фільтра

$$\omega_1\omega_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{L_1C_1} = \frac{1}{L_2C_2}.$$

Хвильовий (характеристичне) опір фільтра прирівнюємо до величини опор навантаження

$$\rho = \sqrt{\frac{2L_2}{C_1}}.$$

Коефіцієнт кратності індуктивностей для смугового фільтру

$$m = \sqrt{\frac{2L_2}{L_1}}.$$

Розв'язуючи спільно записані співвідношення, отримаємо:

$$C_1 = \frac{m}{R_L\omega_0} = \frac{1}{100 \times 10^3 \sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 3,16 \times 10^{-11} \text{ Ф;}$$

$$L_1 = \frac{R_L}{m\sqrt{\omega_1\omega_2}} = \frac{100 \times 10^3}{\sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 3,16 \times 10^{-1} \text{ Г;}$$

$$C_2 = \frac{2}{mR_L\omega_0} = \frac{2}{1 \times 100 \times 10^3 \sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 6,32 \times 10^{-11} \text{ Ф;}$$

$$L_2 = \frac{mR_L}{2\sqrt{\omega_1\omega_2}} = \frac{1 \times 100 \times 10^3}{2\sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 1,58 \times 10^{-1} \text{ Г.}$$

Задача 2.8

Розрахувати параметри реактивних елементів П-подібного загороджувального фільтра (рис. 2.10) з нижньої частотою смуги затухання $\omega_1=100 \times 10^3$ рад/с і верхньої частотою смуги затухання $\omega_2=1000 \times 10^3$ рад/с. Опір навантаження $R_L=100 \times 10^3$ Ом. Коефіцієнт співвідношення індуктивних елементів $n=1$.

Розв'язок

Добуток нижньої частоти $\omega_1=100 \times 10^3$ рад/с на верхню частоту $\omega_2=1000 \times 10^3$ рад/с смуги затухання є резонансною

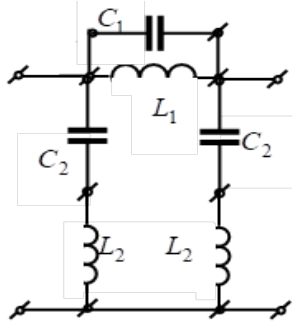


Рис. 2.10. Розрахункова схема до задачі 2.7

частотою ω_0 послідовного і паралельного коливальних контурів загороджувального фільтру

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2}.$$

Хвильовий (характеристичне) опір фільтру прирівнюємо до величини опору навантаження

$$\rho = \sqrt{\frac{L_1}{2C_2}}.$$

Коефіцієнт кратності індуктивностей для загороджувального фільтру

$$n = \sqrt{\frac{L_1}{2L_2}}.$$

Розв'язуючи спільно записані співвідношення, отримуємо:

$$C_1 = \frac{1}{2nR_L\omega_0} = \frac{1}{2 \times 100 \times 10^3 \sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 1,58 \times 10^{-11} \text{ Ф};$$

$$L_1 = \frac{2nR_L}{\sqrt{\omega_1\omega_2}} = \frac{2 \times 100 \times 10^3}{\sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 6,32 \times 10^{-1} \text{ Г};$$

$$C_2 = \frac{n}{R_L\omega_0} = \frac{1}{100 \times 10^3 \sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 3,16 \times 10^{-11} \text{ Ф};$$

$$L_2 = \frac{R_L}{n\sqrt{\omega_1\omega_2}} = \frac{100 \times 10^3}{\sqrt{100 \times 10^3 \times 1000 \times 10^3}} = 3,16 \times 10^{-1} \text{ Г}.$$

2.6. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок частотних властивостей пасивного чотириполюсника»

На вході чотириполюсника (рис. 2.11–2.14) діє полігармонічна напруга $u_1(\omega t)$, яка задана графічно (рис. 2.15–2.17). Вихід чотириполюсника навантажений на резистивне опір R_L . Чисельні значення максимальної вхідної напруги U_m , періоду повторення вхідної напруги T , параметрів схеми R, L, C і величини резистивного навантаження R_L відповідно до номером варіанта задані в таблиці табл. 2.1.

Потрібно:

- використовуючи табличні розкладання розкласти вхідну напругу $u_1(\omega \times t)$ у ряд Фур'є до п'ятої гармоніки включно;
- знайти передавальну функцію чотириполюсника по напрузі для k -тої гармоніки;
- знайти гармоніки напруги на навантаженні; записати миттєву напругу на навантаженні;
- побудувати лінійчаті спектри вхідної та вихідної напруг;
- побудувати векторну діаграму струмів і напруг для першої гармоніки;
- розрахувати первинні і вторинні параметри чотириполюсника для першої гармоніки.

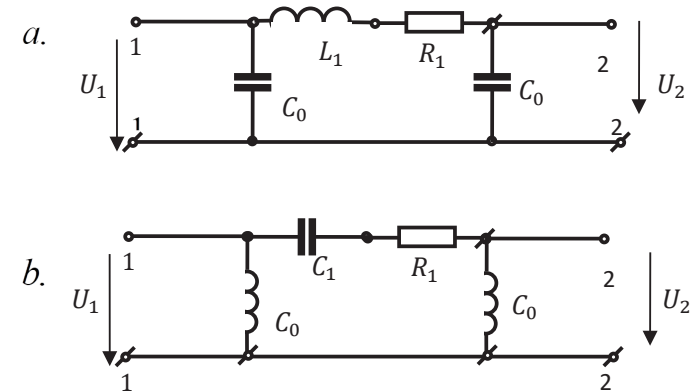


Рис. 2.11. Розрахункові схеми до пункту 2.6

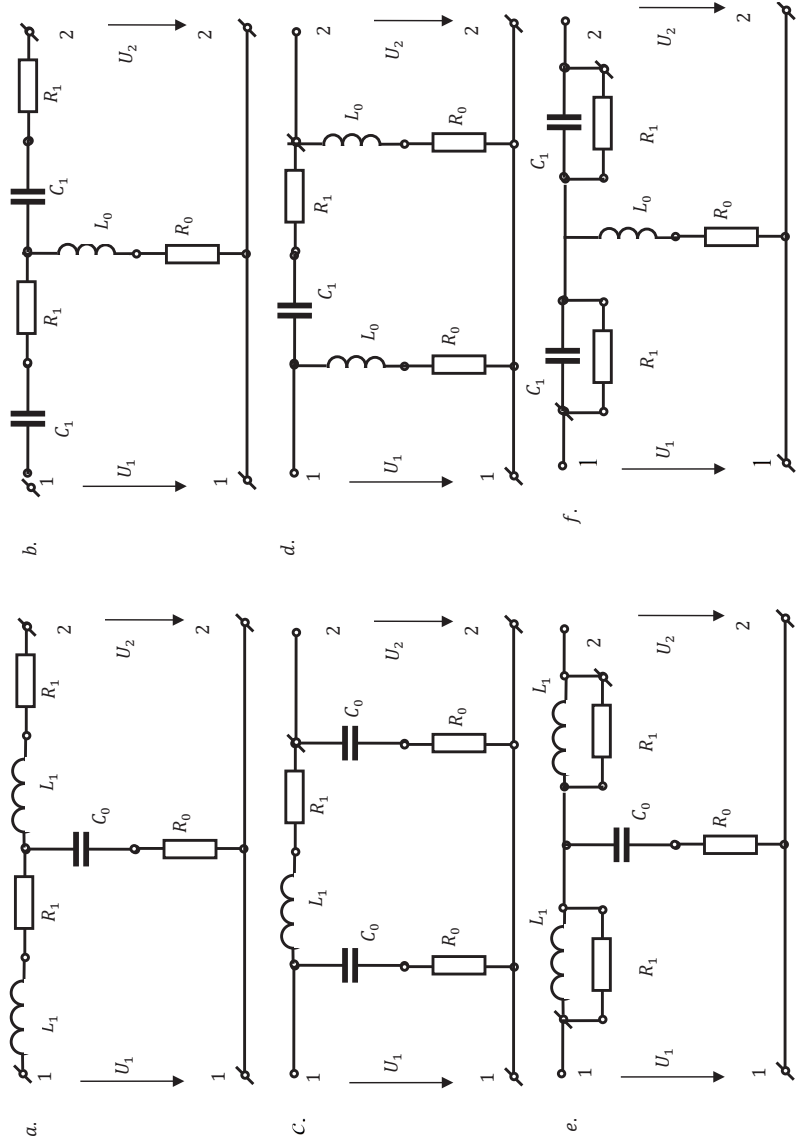


Рис. 2.12. Розрахункові схеми до пункту 2.6

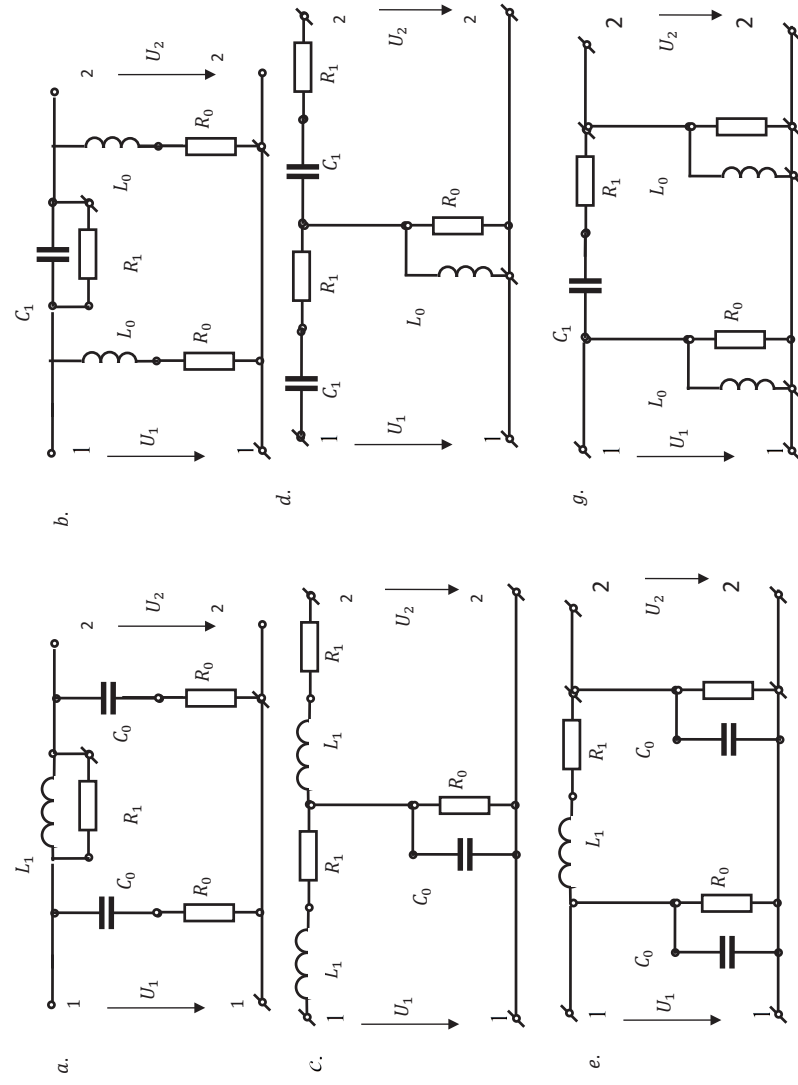


Рис. 2.13. Розрахункові схеми до пункту 2.6

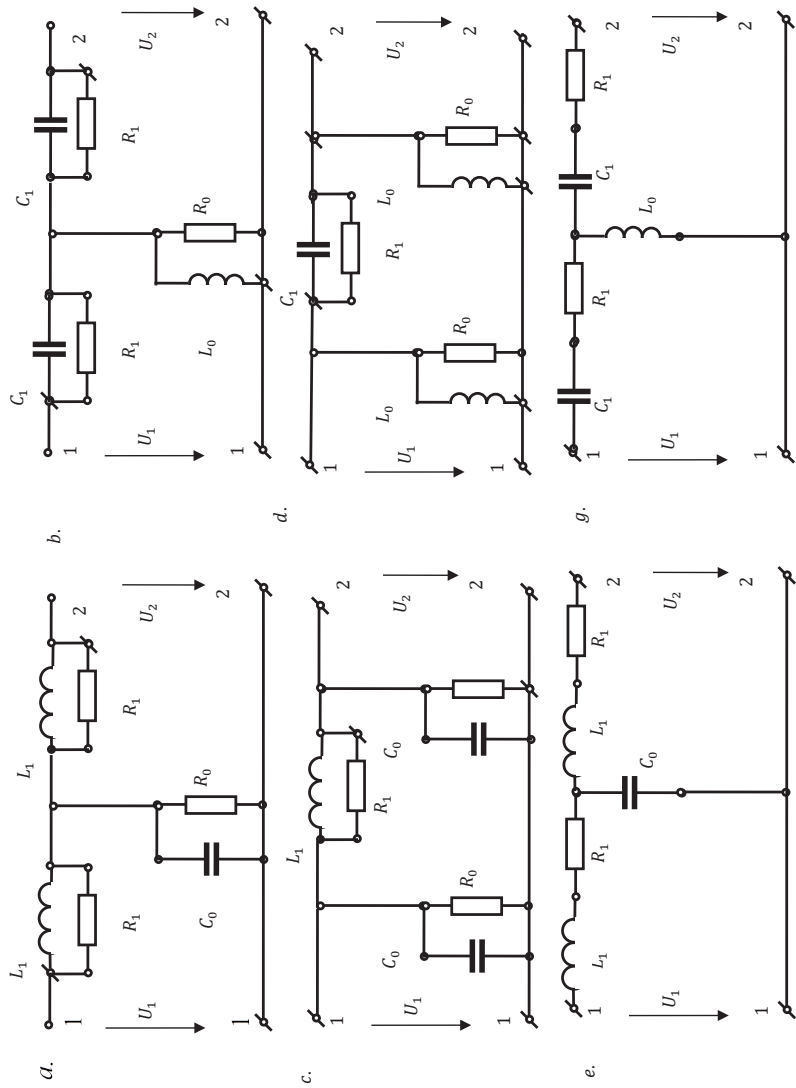


Рис. 2.14. Розрахункові схеми до пункту 2.6

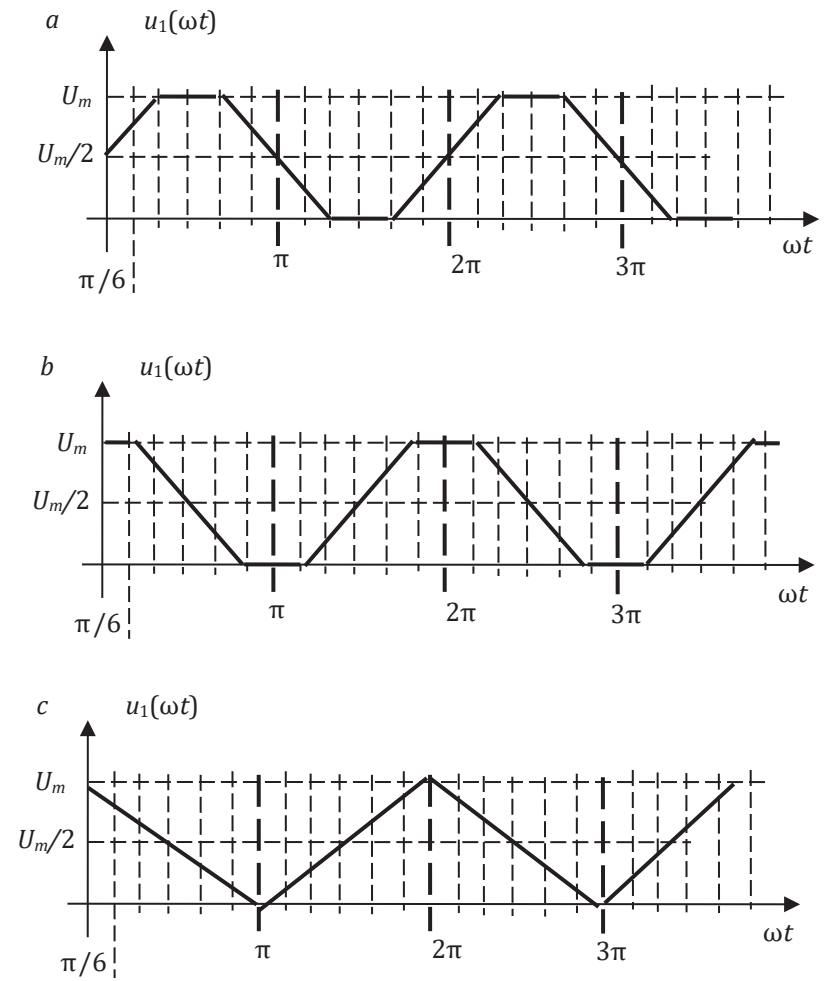


Рис. 2.15. Графіки вхідних напруг до пункту 2.6

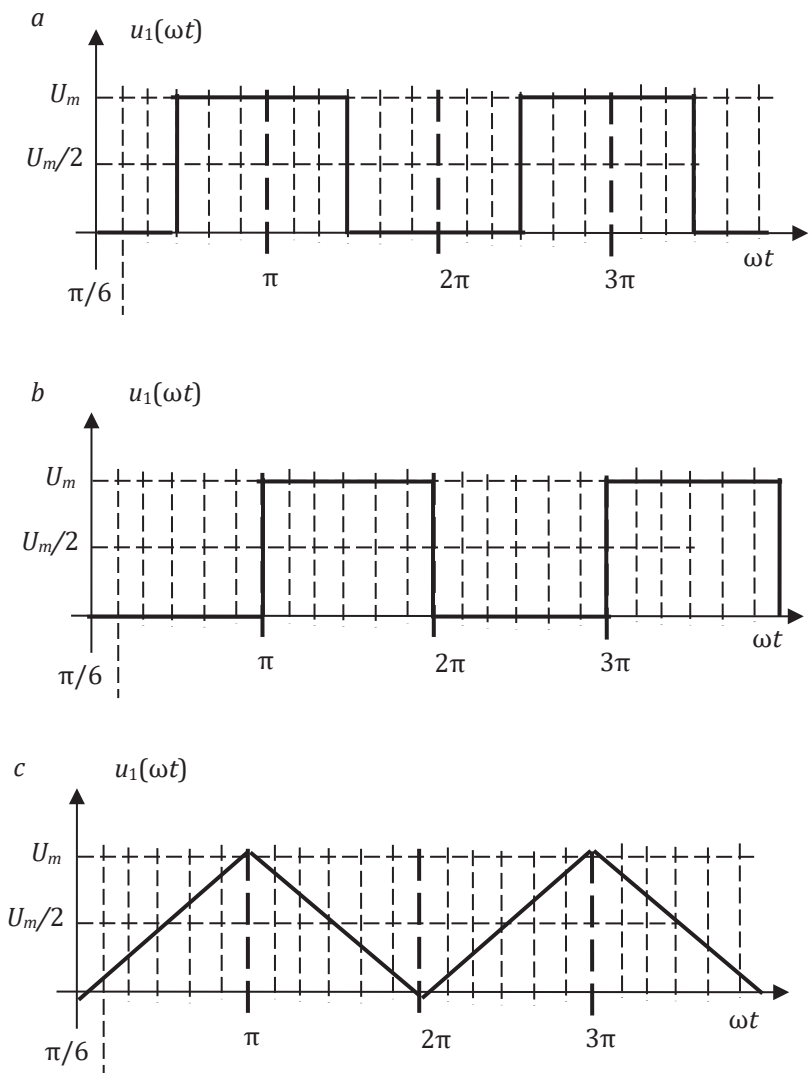


Рис. 2.16. Графіки вхідних напруг до пункту 2.6

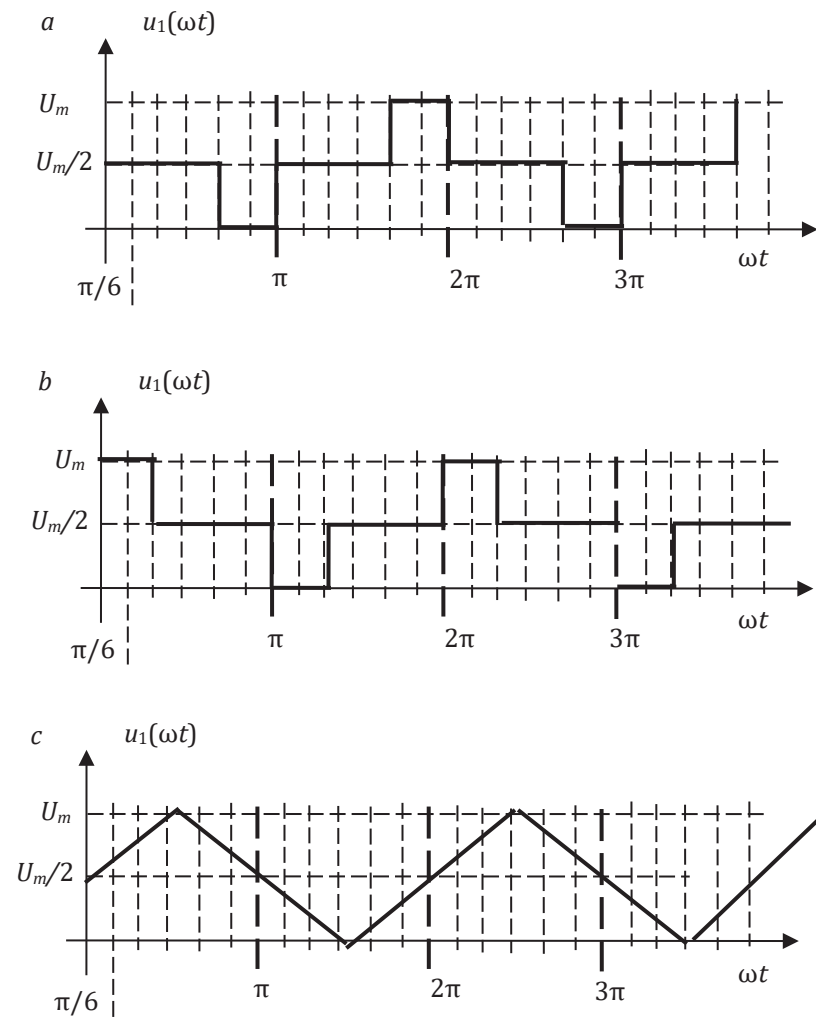


Рис. 2.17. Графіки вхідних напруг до пункту 2.6

Таблиця 2.1

| Варіант | Схема | Графік напруги | R_0 , Ом | R_1 , Ом | C_0 , мкФ | C_1 , мкФ | L_0 , мГн | L_1 , мГн | $T \times 10^{-3}$, с | U_m , В | R_L , Ом |
|---------|---------|----------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-----------|------------|
| 01 | 2.11, a | 2.15, a | 25 | 86,5 | 0,8 | 1,00 | 1,44 | 1 | 0,48 | 12 | 35,4 |
| 02 | 2.11, b | 2.15, b | 59 | 38,6 | 4,0 | 8,00 | 11,0 | 20 | 2,00 | 100 | 65,7 |
| 03 | 2.12, a | 2.15, c | 64,5 | 55,0 | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 1,5 | 0,167 | 50 | 27 |
| 04 | 2.12, b | 2.16, a | 49,6 | 41,4 | 0,5 | 1,43 | 0,4 | 2,58 | 0,159 | 50 | 36,4 |
| 05 | 2.12, c | 2.16, b | 44,7 | 185 | 0,24 | 0,9 | 0,7 | 3 | 0,134 | 45 | 41,4 |
| 06 | 2.12, d | 2.16, c | 55,2 | 25 | 1,00 | 3,0 | 5 | 5,4 | 0,625 | 25 | 86,5 |
| 07 | 2.12, e | 2.17, a | 17,5 | 59 | 2,28 | 12,4 | 5,6 | 6,25 | 1,2 | 48,5 | 38,6 |
| 08 | 2.12, f | 2.17, b | 31,5 | 64,5 | 1,40 | 10,0 | 2,52 | 6,25 | 0,63 | 17 | 55,0 |
| 09 | 2.12, a | 2.17, c | 27 | 49,6 | 1,44 | 0,4 | 4,2 | 0,5 | 0,8 | 40 | 41,4 |
| 10 | 2.12, b | 2.15, a | 36,4 | 44,7 | 1,00 | 0,875 | 20 | 0,7 | 1,67 | 80 | 185 |
| 11 | 2.12, c | 2.15, b | 64,5 | 35,4 | 1,00 | 0,8 | 1 | 1,44 | 0,314 | 100 | 25 |
| 12 | 2.12, d | 2.15, c | 49,6 | 65,7 | 8,00 | 4,0 | 20 | 11,0 | 5,88 | 30 | 59 |
| 13 | 2.12, e | 2.16, a | 44,7 | 27 | 0,3 | 0,4 | 1,5 | 0,5 | 0,354 | 33,4 | 64,5 |
| 14 | 2.12, g | 2.16, b | 55,2 | 36,4 | 1,43 | 0,5 | 2,58 | 0,4 | 0,483 | 75 | 49,6 |
| 15 | 2.14, a | 2.16, c | 17,5 | 41,4 | 0,9 | 0,24 | 3 | 0,7 | 0,565 | 40 | 44,7 |
| 16 | 2.14, b | 2.17, a | 31,5 | 86,5 | 3,0 | 1,00 | 5,4 | 5 | 1,34 | 12,78 | 55,2 |
| 17 | 2.14, c | 2.17, b | 27 | 38,6 | 12,4 | 2,28 | 6,25 | 5,6 | 3,13 | 40 | 17,5 |
| 18 | 2.14, d | 2.17, c | 36,4 | 55,0 | 10,0 | 1,40 | 6,25 | 2,52 | 2,5 | 70 | 31,5 |
| 19 | 2.14, e | 2.15, a | 0 | 41,4 | 0,4 | 1,44 | 0,5 | 4,2 | 0,167 | 110 | 27 |
| 20 | 2.14, g | 2.15, b | 0 | 185 | 0,875 | 1,00 | 0,7 | 20 | 0,277 | 70 | 36,4 |
| 21 | 2.11, a | 2.15, c | 25,0 | 27,0 | 0,89 | 1,15 | 1,6 | 1,15 | 0,536 | 18,85 | 35,4 |
| 22 | 2.11, b | 2.16, a | 59,0 | 36,4 | 3,48 | 6,57 | 9,57 | 16,7 | 1,74 | 104,6 | 65,7 |

Продовження таблиці 2.1

| Варіант | Схема | Графік напруги | R_0 , Ом | R_1 , Ом | C_0 , мкФ | C_1 , мкФ | L_0 , мГн | L_1 , мГн | $T \times 10^{-3}$, с | U_m , В | R_L , Ом |
|---------|---------|----------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-----------|------------|
| 23 | 2.12, a | 2.16, b | 64,4 | 27,0 | 0,44 | 0,344 | 0,55 | 1,72 | 0,184 | 33,4 | 27,0 |
| 24 | 2.12, b | 2.16, c | 49,6 | 36,4 | 0,447 | 1,08 | 0,357 | 1,95 | 0,142 | 150,0 | 36,4 |
| 25 | 2.12, c | 2.17, a | 44,7 | 41,4 | 0,212 | 1,08 | 0,62 | 3,6 | 0,118 | 15,0 | 41,4 |
| 26 | 2.12, d | 2.17, b | 55,2 | 86,5 | 0,87 | 3,3 | 4,35 | 5,94 | 0,544 | 26,2 | 86,5 |
| 27 | 2.12, e | 2.17, c | 17,5 | 38,6 | 2,5 | 11,27 | 6,15 | 5,68 | 1,33 | 76,0 | 38,6 |
| 28 | 2.12, f | 2.15, a | 31,5 | 55,0 | 1,61 | 11,0 | 2,9 | 6,87 | 0,725 | 17,0 | 55,0 |
| 29 | 2.12, a | 2.15, b | 27,0 | 41,4 | 1,0 | 0,5 | 2,92 | 0,625 | 0,555 | 13,35 | 41,4 |
| 30 | 2.12, b | 2.15, c | 36,4 | 185,0 | 1,15 | 0,81 | 23,0 | 0,65 | 1,92 | 102,2 | 185,0 |
| 31 | 2.12, c | 2.16, a | 27,0 | 35,4 | 1,15 | 0,89 | 1,15 | 1,6 | 0,362 | 104,5 | 25,0 |
| 32 | 2.12, d | 2.16, b | 36,4 | 65,7 | 6,57 | 3,48 | 16,7 | 9,57 | 4,9 | 141,0 | 59,0 |
| 33 | 2.12, e | 2.16, c | 41,4 | 27,0 | 0,344 | 0,44 | 1,72 | 0,55 | 0,416 | 100,0 | 64,4 |
| 34 | 2.12, g | 2.17, a | 86,5 | 36,4 | 1,08 | 0,447 | 1,95 | 0,357 | 0,365 | 37,5 | 49,6 |
| 35 | 2.14, a | 2.17, b | 38,6 | 41,4 | 1,08 | 0,212 | 3,6 | 0,62 | 0,678 | 60,0 | 44,7 |
| 36 | 2.14, b | 2.17, c | 55,0 | 86,5 | 3,3 | 0,87 | 5,94 | 4,35 | 1,47 | 60,0 | 55,2 |
| 37 | 2.14, c | 2.15, a | 41,4 | 38,6 | 11,27 | 2,5 | 5,68 | 6,15 | 2,84 | 40,0 | 17,5 |
| 38 | 2.14, d | 2.15, b | 185,0 | 55,0 | 11,0 | 1,61 | 6,87 | 2,9 | 2,75 | 44,7 | 31,5 |
| 39 | 2.14, e | 2.15, c | 0 | 41,4 | 0,5 | 1,0 | 0,625 | 2,92 | 0,209 | 110,0 | 27,0 |
| 40 | 2.14, g | 2.16, a | 0 | 185,0 | 0,81 | 1,15 | 0,65 | 23,0 | 0,257 | 14,9 | 36,4 |
| 41 | 2.11, a | 2.16, b | 185,0 | 41,4 | 0,72 | 0,87 | 1,3 | 0,87 | 0,432 | 12 | 35,4 |
| 42 | 2.11, b | 2.16, c | 25,0 | 86,5 | 4,6 | 9,6 | 12,63 | 24,0 | 2,3 | 200 | 65,7 |
| 43 | 2.12, a | 2.17, a | 59,0 | 38,6 | 0,364 | 0,375 | 0,455 | 1,88 | 0,152 | 31,9 | 27,0 |

Продовження таблиці 2.1

| Варіант | Схема | Графік напруги | R_0 , Ом | R_1 , Ом | C_0 , мкФ | C_1 , мкФ | L_0 , мГн | L_1 , мГн | $T \times 10^{-3}$, с | U_m , В | R_L , Ом |
|---------|---------|----------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-----------|------------|
| 44 | 2.12, b | 2.17, b | 64,5 | 55,0 | 0,417 | 1,3 | 0,333 | 2,35 | 0,133 | 31,9 | 36,4 |
| 45 | 2.12, c | 2.17, c | 49,6 | 41,4 | 0,198 | 1,17 | 0,578 | 3,9 | 0,11 | 9,56 | 41,4 |
| 46 | 2.12, d | 2.15, a | 44,7 | 185,0 | 1,15 | 3,6 | 5,75 | 6,47 | 0,72 | 39,2 | 86,5 |
| 47 | 2.12, e | 2.15, b | 55,2 | 25,0 | 2,97 | 9,57 | 7,28 | 4,82 | 1,57 | 50,7 | 38,6 |
| 48 | 2.12, f | 2.15, c | 17,5 | 59,0 | 1,22 | 12,0 | 2,19 | 7,5 | 0,55 | 80,0 | 55,0 |
| 49 | 2.12, a | 2.16, a | 31,5 | 64,5 | 0,92 | 0,427 | 2,69 | 0,534 | 0,513 | 8,52 | 41,4 |
| 50 | 2.12, b | 2.16, b | 27,0 | 49,6 | 0,87 | 0,735 | 17,4 | 0,6 | 1,45 | 51,1 | 185,0 |
| 51 | 2.12, c | 2.16, c | 36,4 | 35,4 | 0,87 | 0,72 | 0,87 | 1,3 | 0,274 | 156,5 | 25,0 |
| 52 | 2.12, d | 2.17, a | 41,4 | 65,7 | 9,6 | 4,6 | 24,0 | 12,63 | 7,05 | 30,0 | 59,0 |
| 53 | 2.12, e | 2.17, b | 86,5 | 27,0 | 0,375 | 0,364 | 1,88 | 0,455 | 0,442 | 21,3 | 64,5 |
| 54 | 2.12, g | 2.17, c | 38,6 | 36,4 | 1,3 | 0,417 | 2,35 | 0,333 | 0,438 | 75,0 | 49,6 |
| 55 | 2.14, a | 2.15, a | 55,0 | 41,4 | 1,17 | 0,198 | 3,9 | 0,578 | 0,735 | 38,3 | 44,7 |
| 56 | 2.14, b | 2.15, b | 41,4 | 86,5 | 3,6 | 1,15 | 6,47 | 5,75 | 1,6 | 60,0 | 55,2 |
| 57 | 2.14, c | 2.15, c | 185,0 | 38,6 | 9,57 | 2,97 | 4,82 | 7,28 | 2,41 | 25,5 | 17,5 |
| 58 | 2.14, d | 2.16, a | 25,0 | 55,0 | 12,0 | 1,22 | 7,5 | 2,19 | 3,0 | 89,4 | 31,5 |
| 59 | 2.14, e | 2.16, b | 0 | 41,4 | 0,427 | 0,92 | 0,534 | 2,69 | 0,179 | 172,5 | 27,0 |
| 60 | 2.14, g | 2.16, c | 0 | 185,0 | 0,735 | 0,87 | 0,6 | 17,4 | 0,238 | 23,4 | 36,4 |
| 61 | 2.11, a | 2.17, a | 185,0 | 38,6 | 0,64 | 0,77 | 1,15 | 0,77 | 0,384 | 56,5 | 35,4 |
| 62 | 2.11, b | 2.17, b | 25,0 | 55,0 | 5,2 | 6,15 | 14,3 | 15,4 | 2,6 | 157,0 | 65,7 |
| 63 | 2.12, a | 2.17, c | 59,0 | 41,4 | 0,308 | 0,26 | 0,385 | 1,3 | 0,129 | 64,0 | 27,0 |
| 64 | 2.12, b | 2.15, a | 64,5 | 185,0 | 0,56 | 1,56 | 0,448 | 2,81 | 0,178 | 31,9 | 36,4 |

Продовження таблиці 2.1

| Варіант | Схема | Графік напруги | R_0 , Ом | R_1 , Ом | C_0 , мкФ | C_1 , мкФ | L_0 , мГн | L_1 , мГн | $T \times 10^{-3}$, с | U_m , В | R_L , Ом |
|---------|---------|----------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-----------|------------|
| 65 | 2.12, c | 2.15, b | 49,6 | 25,0 | 0,27 | 0,75 | 0,79 | 2,5 | 0,15 | 9,56 | 41,4 |
| 66 | 2.12, d | 2.15, c | 44,7 | 59,0 | 1,2 | 2,73 | 6,0 | 4,9 | 0,75 | 50,0 | 86,5 |
| 67 | 2.12, e | 2.16, a | 55,2 | 64,5 | 2,08 | 8,85 | 5,1 | 4,46 | 1,1 | 97,0 | 38,6 |
| 68 | 2.12, f | 2.16, b | 17,5 | 49,6 | 1,75 | 13,0 | 3,15 | 8,13 | 0,79 | 26,7 | 55,0 |
| 69 | 2.13, a | 2.16, c | 31,5 | 44,7 | 1,56 | 0,37 | 4,56 | 0,463 | 0,87 | 8,52 | 41,4 |
| 70 | 2.12, b | 2.17, a | 27,0 | 55,2 | 0,8 | 0,685 | 16,0 | 0,55 | 1,34 | 53,5 | 185,0 |
| 71 | 2.13, c | 2.17, b | 41,4 | 35,4 | 0,77 | 0,64 | 0,77 | 1,15 | 0,242 | 200,0 | 25,0 |
| 72 | 2.12, d | 2.17, c | 86,5 | 65,7 | 6,15 | 5,2 | 15,4 | 14,3 | 4,53 | 47,0 | 59,0 |
| 73 | 2.13, e | 2.15, a | 38,6 | 27,0 | 0,26 | 0,308 | 1,3 | 0,385 | 0,307 | 33,4 | 64,5 |
| 74 | 2.12, g | 2.15, b | 55,0 | 36,4 | 1,56 | 0,56 | 2,81 | 0,448 | 0,527 | 58,8 | 49,6 |
| 75 | 2.14, a | 2.15, c | 41,4 | 41,4 | 0,75 | 0,27 | 2,5 | 0,79 | 0,472 | 38,3 | 44,7 |
| 76 | 2.14, b | 2.16, a | 185,0 | 86,5 | 2,73 | 1,2 | 4,9 | 6,0 | 1,21 | 12,78 | 55,2 |
| 77 | 2.14, c | 2.16, b | 25,0 | 38,6 | 8,85 | 2,08 | 4,46 | 5,1 | 2,23 | 25,5 | 17,5 |
| 78 | 2.14, d | 2.16, c | 59,0 | 55,0 | 13,0 | 1,75 | 8,13 | 3,15 | 3,25 | 89,4 | 31,5 |
| 79 | 2.14, e | 2.17, a | 0 | 41,4 | 0,37 | 1,56 | 0,463 | 4,56 | 0,155 | 220,0 | 27,0 |
| 80 | 2.14, g | 2.17, b | 0 | 185,0 | 0,685 | 0,8 | 0,55 | 16,0 | 0,217 | 23,4 | 36,4 |
| 81 | 2.11, a | 2.17, c | 35,4 | 55,0 | 1,0 | 1,3 | 1,8 | 1,3 | 0,6 | 18,85 | 35,4 |
| 82 | 2.11, b | 2.15, a | 65,7 | 41,4 | 3,08 | 10,4 | 8,48 | 26,0 | 1,54 | 100,0 | 65,7 |
| 83 | 2.12, a | 2.15, b | 27,0 | 185,0 | 0,52 | 0,24 | 0,65 | 1,2 | 0,217 | 31,9 | 27,0 |
| 84 | 2.12, b | 2.15, c | 36,4 | 25,0 | 0,6 | 1,18 | 0,48 | 2,13 | 0,19 | 150 | 36,4 |
| 85 | 2.12, c | 2.16, a | 41,4 | 59,0 | 0,29 | 0,693 | 0,847 | 2,3 | 0,162 | 45,0 | 41,4 |

| Варіант | Схема | Графік напруги | $R_0, \text{ Ом}$ | $R_1, \text{ Ом}$ | $C_0, \text{ мкФ}$ | $C_1, \text{ мкФ}$ | $L_0, \text{ мГн}$ | $L_1, \text{ мГн}$ | $T \times 10^{-3}, \text{ с}$ | $U_m, \text{ В}$ | $R_L, \text{ Ом}$ |
|---------|---------|----------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------|------------------|-------------------|
| 86 | 2.12, d | 2.16, b | 86,5 | 64,5 | 0,834 | 2,5 | 4,17 | 4,5 | 0,52 | 26,2 | 86,5 |
| 87 | 2.12, e | 2.16, c | 38,6 | 49,6 | 1,75 | 10,4 | 4,28 | 5,23 | 0,922 | 50,7 | 38,6 |
| 88 | 2.12, f | 2.17, a | 55,0 | 44,7 | 1,12 | 14,0 | 2,02 | 8,75 | 0,505 | 17,0 | 55,0 |
| 89 | 2.12, a | 2.17, b | 41,4 | 55,2 | 1,2 | 0,346 | 3,5 | 0,432 | 0,667 | 8,52 | 41,4 |
| 90 | 2.12, b | 2.17, c | 185,0 | 17,5 | 1,25 | 0,625 | 25,0 | 0,5 | 2,09 | 80,0 | 185,0 |
| 91 | 2.12, c | 2.15, a | 36,4 | 185,0 | 1,3 | 1,0 | 1,3 | 1,8 | 0,41 | 200,0 | 25,0 |
| 92 | 2.12, d | 2.15, b | 41,4 | 25,0 | 10,4 | 3,08 | 26,0 | 8,48 | 7,64 | 47,0 | 59,0 |
| 93 | 2.12, e | 2.15, c | 86,5 | 59,0 | 0,24 | 0,52 | 1,2 | 0,65 | 0,283 | 21,3 | 64,5 |
| 94 | 2.12, g | 2.16, a | 38,6 | 64,5 | 1,18 | 0,6 | 2,13 | 0,48 | 0,398 | 39,2 | 49,6 |
| 95 | 2.14, a | 2.16, b | 55,0 | 49,6 | 0,693 | 0,29 | 2,3 | 0,847 | 0,435 | 76,5 | 44,7 |
| 96 | 2.14, b | 2.16, c | 41,4 | 44,7 | 2,5 | 0,834 | 4,5 | 4,17 | 1,11 | 20,0 | 55,2 |
| 97 | 2.14, c | 2.17, a | 185,0 | 55,2 | 10,4 | 1,75 | 5,23 | 4,28 | 2,64 | 120,0 | 17,5 |
| 98 | 2.14, d | 2.17, b | 25,0 | 17,5 | 14,0 | 1,12 | 8,75 | 2,02 | 3,5 | 46,7 | 31,5 |
| 99 | 2.14, e | 2.17, c | 0 | 31,5 | 0,346 | 1,2 | 0,432 | 3,5 | 0,145 | 115,0 | 27,0 |
| 00 | 2.14, g | 2.15, a | 0 | 27,0 | 0,625 | 1,25 | 0,5 | 25,0 | 0,198 | 14,9 | 36,4 |

2.7. Питання для самоконтролю з аналізу загальних властивостей чотириполюсників і фільтрів

- Знайти узгоджений опір чотириполюсника, якщо $A=8e^{j20^\circ}$, $B=4e^{-j20^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.
- Знайти вхідні струм і напруга чотириполюсника, якщо $\underline{U}_2=50e^{j12^\circ}$, $B; \underline{I}_2=1e^{j10^\circ}$, $A; A=8e^{j20^\circ}$, $B=4e^{-j10^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.
- Знайти узгоджений опір чотириполюсника на виводах 2-2 \underline{Z}_{2C} , якщо відомо $\underline{Z}_{1xx}=7e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{1kz}=e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=8e^{-j20^\circ}$, Ом.
- Знайти узгоджений опір чотириполюсника на виводах 1-1 \underline{Z}_{1C} , якщо відомо $\underline{Z}_{1xx}=7e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{1kz}=e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=8e^{-j40^\circ}$, Ом.
- Знайти вхідний опір чотириполюсника, якщо відомо $\underline{I}_1=2e^{j20^\circ}$, $A, \underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, $A; \underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, $B; A=10e^{j5^\circ}$, $B=20e^{j10^\circ}$.
- Знайти вхідну провідність чотириполюсника, якщо відомо $\underline{U}_1=40e^{j20^\circ}$, $B; \underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, $A; \underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, $B; A=10e^{j5^\circ}$, $B=20e^{j10^\circ}$.
- Знайти узгоджений опір симетричного чотириполюсника, якщо $A=8e^{j20^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.
- Знайти сталу передачі чотириполюсника, якщо на вході чотириполюсника $\underline{U}_1=40e^{j20^\circ}$, В, а на виході $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В.
- Знайти сталу передачі чотириполюсника, якщо струм на вході чотириполюсника $\underline{I}_1=4e^{j15^\circ}$, А, а на виході $\underline{I}_2=2e^{j30^\circ}$, А.
- Знайти напругу на вході чотириполюсник, якщо $\underline{U}_2=18e^{j20^\circ}$, В; $g=-0,7+j15$.
- Знайти узгоджений опір чотириполюсника, якщо $A=8e^{j20^\circ}$, $B=4e^{-j20^\circ}$, $D=2e^{j10^\circ}$.
- Знайти узгоджений опір чотириполюсника, якщо $A=8e^{j20^\circ}$, $C=4e^{-j40^\circ}$, $D=10e^{j140^\circ}$.
- Знайти узгоджений опір чотириполюсника, якщо $A=4e^{j20^\circ}$, $C=2e^{-j40^\circ}$, $D=10e^{j140^\circ}$.
- Знайти вхідні струм і напругу чотириполюсника, якщо $\underline{U}_2=50e^{j120^\circ}$, В; $\underline{I}_2=8e^{-j180^\circ}$, А; $A=e^{j20^\circ}$, $B=4e^{-j20^\circ}$, $D=16e^{-j40^\circ}$.
- Знайти вхідні струм і напругу чотириполюсника, якщо $\underline{U}_2=50e^{j120^\circ}$, В; $\underline{I}_2=8e^{-j180^\circ}$, А; $A=8e^{j20^\circ}$, $C=2e^{-j40^\circ}$, $D=10e^{j140^\circ}$.
- Знайти вхідні струм і напругу чотириполюсника, якщо $\underline{U}_2=50e^{j120^\circ}$, В; $\underline{I}_2=8e^{-j180^\circ}$, А; $A=4e^{-j20^\circ}$, $B=2e^{-j40^\circ}$, $D=10e^{j140^\circ}$.

17. Знайти вхідні струм і напругу чотириполюсника з боку виводів 2-2 Z_{2C} , якщо відомо $\underline{U}_{1xx}=50e^{j170^\circ}$, В; $\underline{Z}_{1кз}=e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=8e^{-j40^\circ}$, Ом; $\underline{I}_{1xx}=5e^{-j23^\circ}$, А.

18. Знайти узгоджений опір чотириполюсника з боку виводів 2-2 Z_{2C} , якщо відомо $\underline{U}_{1кз}=8e^{-j18^\circ}$, В; $\underline{Z}_{1xx}=7e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=8e^{-j40^\circ}$, Ом; $\underline{I}_{1кз}=4e^{j12^\circ}$, А.

19. Знайти вхідні струм і напругу чотириполюсника з боку виводів 2-2 Z_{2C} , якщо відомо $\underline{U}_{1xx}=80e^{-j40^\circ}$, В; $\underline{Z}_{1кз}=e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=7e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{I}_{2xx}=5e^{j20^\circ}$, А.

20. Знайти вхідні струм і напругу чотириполюсника з боку виводів 1-1 Z_{1C} , якщо відомо $\underline{U}_{1кз}=100e^{j22^\circ}$, В; $\underline{Z}_{2кз}=8e^{-j40^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=7e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{I}_{1кз}=20e^{-j18^\circ}$, А.

21. Знайти узгоджений опір чотириполюсника з боку виводів 1-1 Z_{1C} , якщо відомо $\underline{U}_{1xx}=20e^{j14^\circ}$, В; $\underline{Z}_{1кз}=e^{j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=8e^{-j40^\circ}$, Ом; $\underline{I}_{1xx}=5e^{-j26^\circ}$, А.

22. Знайти узгоджений опір чотириполюсника з боку виводів 1-1 Z_{1C} , якщо відомо $\underline{U}_{2xx}=100e^{j14^\circ}$, В; $\underline{Z}_{1кз}=e^{j20^\circ}$, Ом; $\underline{Z}_{2xx}=7e^{-j20^\circ}$, Ом; $\underline{I}_{2xx}=7e^{-j20^\circ}$, А.

23. Знайти вхідний опір чотириполюсника, якщо відомо $\underline{I}_1=2e^{j20^\circ}$, А; $\underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, А; $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В; $A=10e^{j5^\circ}$, $D=20e^{j10^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.

24. Знайти вхідний опір чотириполюсника, якщо відомо $\underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, А; $\underline{U}_1=50e^{j20^\circ}$, В; $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В; $D=20e^{j10^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.

25. Знайти вхідний опір чотириполюсника, якщо відомо $\underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, А; $\underline{U}_1=50e^{j20^\circ}$, В; $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В; $A=e^{j5^\circ}$, $B=20e^{j60^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.

26. Знайти вхідну провідність чотириполюсника, якщо відомо $\underline{I}_1=2e^{j20^\circ}$, А; $\underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, А; $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В; $C=2e^{j10^\circ}$, $D=20e^{j10^\circ}$.

27. Знайти вхідну провідність чотириполюсника, якщо відомо $\underline{U}_1=50e^{j20^\circ}$, В; $\underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, А; $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В; $C=2e^{j10^\circ}$, $D=20e^{j10^\circ}$.

28. Знайти вхідну провідність чотириполюсника, якщо відомо $\underline{I}_1=2e^{j20^\circ}$, А; $\underline{I}_2=0,5e^{j10^\circ}$, А; $\underline{U}_2=20e^{j40^\circ}$, В; $C=2e^{j10^\circ}$, $D=20e^{j10^\circ}$.

29. Знайти узгоджений опір симетричного чотириполюсника, якщо $A=8e^{j20^\circ}$, $C=2e^{j10^\circ}$.

30. Знайти струм на вході чотириполюсника, якщо $\underline{I}_2=1,8e^{j20^\circ}$, А; $g=-0,7+j15$.

2.8 Питання для самоконтроля залишкових знань з аналізу загальних властивостей чотириполюсників і фільтрів

- Із чотирьох комплексних коефіцієнтів A , B , C , D незалежними є:
 - один коефіцієнт;
 - два коефіцієнта;
 - три коефіцієнта;
 - чотири коефіцієнта.
- Який зв'язок між коефіцієнтами A , B , C , D :
 - $A, B, C, D = 1$;
 - $A, B / C, D = 1$;
 - $A, B - C, D = 1$;
 - $A, D - B, C = 1$.
- У симетричному чотириполюснику:
 - $A = B, C, D$;
 - $A, B, C, D = 1$;
 - $A, B - C, D = 1$;
 - $A = D$.
- У режимі холостого ходу чотириполюсника:
 - струм на вході дорівнює нулю;
 - струм на виході дорівнює нулю;
 - напруга на вході дорівнює нулю;
 - напруга на виході дорівнює нулю.
- Із чотирьох комплексних коефіцієнтів A , B , C , D незалежними є:
 - один коефіцієнт;
 - два коефіцієнта;
 - три коефіцієнта;
 - чотири коефіцієнта.
- Скільки опитів холостого ходу та короткого замикання достатньо здійснити щоб визначити коефіцієнти A , B , C , D :
 - один;
 - два;
 - три;
 - чотири.

7. Яке співвідношення опорів короткого замикання та холостого ходу чотириполюсника:

- $\frac{Z_{1xx}}{Z_{1кз}} = \frac{Z_{2кх}}{Z_{2кз}}$;
- $\frac{Z_{кх}}{Z_{1xx}} = \frac{Z_{2кх}}{Z_{2кз}}$;
- $\frac{Z_{1xx}}{Z_{1кз}} = \frac{Z_{кх}}{Z_{2кх}}$;
- $\frac{Z_{1xx}}{Z_{2кз}} = \frac{Z_{2кх}}{Z_{1кз}}$.

8. У режимі короткого замикання чотириполюсника:

- струм на вході дорівнює нулю;
- струм на виході дорівнює нулю;
- напруга на вході дорівнює нулю;
- напруга на виході дорівнює нулю.

9. Скільки опорів має найпростіша схема чотириполюсника:

- один;
- два;
- три;
- чотири.

10. Скільки опорів має Т-подібна схема чотириполюсника:

- один;
- два;
- три;
- чотири.

11. Як зв'язані між собою коефіцієнти поширення γ , загасання α та фази β :

- $\gamma = \alpha + j\beta$;
- $\gamma = \alpha - j\beta$;
- $\gamma = j\alpha + \beta$;
- $\gamma = \alpha + \beta$.

12. Яка розмірність коефіцієнта фази β :

- градуси;
- гради;
- радіани;
- безрозмірний.

13. Яка розмірність коефіцієнта загасання α :

- градуси;
- гради;
- радіани;
- непер.

14. Коефіцієнт загасання α у смузі загасання:

- не визначений;
- дорівнює нулю;
- не дорівнює нулю;
- визначається навантаженням.

15. Коефіцієнт загасання α у смузі пропускання:

- не визначений;
- дорівнює нулю;
- не дорівнює нулю;
- визначається навантаженням.

16. Коефіцієнт загасання α у смузі загасання:

- не визначений;
- дорівнює нулю;
- не дорівнює нулю;
- визначається навантаженням.

17. Коефіцієнт фази β у смузі пропускання:

- не визначений;
- дорівнює нулю;
- не дорівнює нулю;
- визначається навантаженням.

18. Коефіцієнт фази β у смузі загасання:

- не визначений;
- дорівнює нулю;
- не змінюється;
- визначається навантаженням.

19. Низькочастотний фільтр:

- має смугу пропускання в області високих частот;
- має смугу пропускання в області низьких частот;
- має смугу загасання в області низьких частот;
- має смугу пропускання яка розділена смугою загасання.

20. Високочастотний фільтр:

- має смугу пропускання в області високих частот;
- має смугу пропускання в області низьких частот;
- має смугу загасання в області низьких частот;
- має смугу пропускання яка розділена смугою загасання.

РОЗДІЛ 3

АНАЛІЗ ЗАГАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ І ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У КОЛАХ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

3.1. Методичні вказівки до розрахунку електричних кіл з розподіленими параметрами

1. Процеси в колах з розподіленими параметрами далі досліджуються тільки в довгих лініях, у яких встановлюються закони зміни напруги і струму вздовж лінії при гармонійному або полігармонійному зміні вхідної напруги або струму.

2. Для спрощення розрахунків вважаємо, що конструктивні параметри довгих ліній не змінюються і рівномірно розподілені по всій довжині лінії. Такі лінії є однорідними.

3. Однорідна лінія характеризується первинними параметрами:

R_0 – резистивний опір на одиницю довжини лінії, $Ом/км$;

L_0 – індуктивність на одиницю довжини лінії, $Гн/км$;

C_0 – ємність на одиницю довжини лінії, $Ф/км$;

G_0 – провідність на одиницю довжини лінії, $См/км$.

4. Вторинні параметри довгої лінії:

γ – коефіцієнт поширення, який має дві складові: α коефіцієнт загасання і коефіцієнт фази β ;

Z_c – хвильовий опір.

5. Величини струму і напруги в довгій лінії є параметрами двох незалежних змінних: часу і відстані. Миттєві значення струму і напруги в різних точках лінії мають різні значення внаслідок того, що в лінії існують струми зміщення і струми витоку. У цьому полягає принципова відмінність кіл з розподіленими параметрами від кіл із зосередженими параметрами.

6. Два основних диференціальних рівняння в часткових похідних встановлюють зв'язок напруги і струму з параметрами лінії. Розв'язок цих рівнянь містить залежність напруги і струму в будь-якій точці лінії від напруги і струму на початку лінії або в кінці її. У розрахункових виразах користуються вторинними

параметрами довгої лінії, які визначаються через первинні параметри лінії і частоту вхідного напруги.

7. Напруга і струм в лінії розглядаються як результат накладення біжучих хвиль – прямих і зворотних. Зворотну хвилю можна розглядати як результат відбиття прямої хвилі, і тому пряму хвилю можна розглядати як падаючу, а зворотну – як відбиту. Таке уявлення напруги та струму в формі двох біжучих хвиль для сталого режиму має розрахункових характер.

8. Основними характеристиками біжучої хвилі є фаза, фазова швидкість і довжина хвилі.

9. Якщо на вхід лінії подається несинусоїдальна періодичне напруги, то розрахунок лінії проводиться методом накладення, при якому початкова несинусоїдальна напруга розкладається в ряд Фур'є, і розрахунок ведеться для кожної гармоніки окремо з наступним накладенням гармонік..

10. При полігармонійних напругах і струмах в лінії виникають спотворення внаслідок різної фазової швидкості і різного загасання гармонік.

11. За умови, що параметри лінії пов'язані співвідношенням $R_0 C_0 = G_0 L_0$, спотворення в лінії зникають. Така лінія є неспотворювальна. Для реальних ліній $R_0 C_0 > G_0 L_0$ і для отримання лінії без спотворень приймають спеціальні заходи, зазвичай збільшують індуктивність.

12. Для ліній, що працюють на високих частотах, величиною резистивного опор R_0 і провідністю G_0 можливо знехтувати, так як виконуються співвідношення $R_0 \ll \omega L_0$ і $G_0 \ll \omega C_0$, тобто можна знехтувати втратами енергії в лінії і розглядати її як лінію без втрат.

13. У лініях без втрат, які не передають енергію при холостому ході, короткому замиканні або ідеальному реактивному навантаженні, встановлюються стоячі хвилі напруги і струму.

14. Лінія без втрат має ідеальні реактивні опори. Величина і характер вхідного опору лінії без втрат визначаються довжиною лінії, частотою прикладеної напруги і режиму роботи. Чверть хвильовий відрізок довгої лінії без втрат являє собою ідеальний трансформатор і використовується для узгодження навантаження з лінією або для узгодження двох ліній.

15. Для спрощення аналізу електромагнітних процесів в лініях використовуються еквівалентні схеми з зосередженими параметрами. Параметри еквівалентних схем знаходяться шляхом порівняння режимів роботи довгої лінії та еквівалентної схеми. При такому підході лінію заданої довжини заміщають симетричним чотириполосником і складають залежності між напругою і струмами на вході і виході лінії.

16. У колах з розподіленими параметрами при вмиканнях і перемикаваннях будь-яких ділянок кола зміняться запасена електромагнітна енергія, що призводить до її плавного зміни і виникнення перехідних процесів. У довгих лініях перехідні процеси виникають і від впливу атмосферних явищ: руху повітряних мас при зміні температури атмосфери, переміщенні заряджених грозових хмар, розряду блискавки і таке інше.

17. При аналізі перехідних процесів в лініях необхідно виходити з двох основних диференціальних рівнянь однорідної лінії. Розв'язок рівнянь в загальному вигляді найбільш просто отримати для неспотворювальних ліній без втрат. В результаті отримаємо вираз, що містить напруги і струм у вигляді падаючих і відбитих хвиль. У кожній точці лінії падаючі і відбиті хвилі напруги і струму пов'язані між собою законом Ома.

18. Перехідні процеси в однорідних лініях, тобто значення струму і напруги в функції часу, можуть бути розраховані аналітично. Для спрощення розрахунків застосовуються еквівалентні заступні схеми.

19. Заступна схема заміщення довгої лінії, що містить елементи із зосередженими параметрами, складається з основних рівнянь лінії і містить резистивний опір, рівний хвильовому опору лінії без втрат, який вмикається послідовно з опором навантаження.

20. Для визначення напруги і струму навантаження досить розрахувати схему при вмиканні на напругу, рівною подвійній напрузі падаючої хвилі. За відомими напругою і струмом в кінці лінії і швидкості поширення уздовж лінії будуються графіки зміни напруги і струму в лінії після відбиття хвиль від навантаження. Розглядаючи напругу і струм, які складаються з падаючих і відбитих хвиль, визначаються відбиті хвилі. Отримані таким

чином вирази для напруг і струмів будуть справедливі, поки відбита хвиля не досягне джерела енергії і виникає нова падаюча хвиля. Подальший розгляд процесів проводиться методом накладення.

21. Якщо лінія з характеристичним опором Z_{c1} має продовженням іншу лінію з характеристичним опором Z_{c2} в кінці якої включено навантаження, то падаючі від джерела енергії хвилі напруги і струму, дійшовши до стику двох ліній, частково проникають в другу лінію, утворюючи заломлену хвилю, частково відбиваються. Поширюючись у другій лінії хвилі, дійшовши до навантаження, в свою чергу, частково переходять у навантаження, а частково відбиваються від нього. У цьому випадку розрахунок перехідних процесів проводиться в два етапи і містить наступні операції:

- для знаходження хвиль напруги і струму в другій лінії використовують заступну схему, що містить джерело енергії при двох кратному значенню напруги падаючої хвилі в першій лінії і хвильовому опорі ліній;

- для визначення напруги і струму в навантаженні складається інша заступна схема, що містить джерело енергії при двох кратному значенні напруги падаючої хвилі другої лінії і послідовно з'єднаними хвильовому опорі другої лінії і опір навантаження.

Аналогічно проводиться розрахунок, якщо на стику двох однорідних ліній ввімкнені резистивні або реактивні елементи з зосередженими параметрами.

3.2. Розрахунок вторинних параметрів довгої лінії

Задача 3.1

Для мідної лінії довжиною 100 км, діаметром дроту 3 мм, частотою напруги живлення 800 Гц і первинними параметрами $R_0=2,52$ Ом/км, $C_0=6 \times 10^{-9}$ Ф/км, $G_0=1 \times 10^{-6}$ См/км, $L_0=2 \times 10^{-3}$ Гн/км, визначити:

- модуль і аргумент хвильового опору;
- коефіцієнти загасання, фази і постійну поширення;

- фазову швидкість поширення хвилі вздовж лінії;
- довжину хвилі;
- відношення амплітуд струмів і напруг падаючої хвилі в кінці і на початку довгої лінії.

Розв'язок

Розраховуємо хвильовий опір лінії:

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{2,52 + j \times 2 \times \pi \times 800 \times 2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-6} + j \times 2 \times \pi \times 800 \times 6 \times 10^{-9}}} = 585e^{-j6,12^\circ} \text{ Ом.}$$

Коефіцієнт поширення:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \\ &= \sqrt{\frac{(2,52 + j \times 2 \times \pi \times 800 \times 2 \times 10^{-3})}{(1 \times 10^{-6} + j \times 2 \times \pi \times 800 \times 6 \times 10^{-9})}} = 17,6 \times 10^{-3} e^{j82^\circ}, \text{ км}^{-1}. \end{aligned}$$

Коефіцієнт загасання:

$$\alpha = \text{Re}(\gamma) = \text{Re}(17,6 \times 10^{-3} e^{j82^\circ}) = 17,6 \times 10^{-3} \cos 82^\circ = 2,44 \times 10^{-3}, \text{ км}^{-1}.$$

Коефіцієнт фази (фазова стала):

$$\beta = \text{Im}(\gamma) = \text{Im}(17,6 \times 10^{-3} e^{j82^\circ}) = 17,6 \times 10^{-3} \sin 82^\circ = 17,4 \times 10^{-3}, \text{ км}^{-1}.$$

Фазова швидкість поширення хвилі вздовж лінії:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi 800}{17,4 \times 10^{-3}} = 289\,000 \text{ км/с.}$$

Довжина хвилі:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{17,4 \times 10^{-3}} = 360 \text{ км.}$$

Відношення амплітуд напруги і струму для падаючої хвилі в кінці і на початку лінії:

$$\frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{I_{2m}}{I_{1m}} = e^{-\alpha l} = 0,785.$$

3.3. Розрахунок вторинних параметрів довгої лінії без втрат

Задача 3.2

Лінія без втрат має довжину 200 м і первинні параметри $C_0 = 5,55 \times 10^{-6}$ мкФ/м, $L_0 = 2 \times 10^{-6}$ Гн/м. Довжина хвилі в лінії 60 м. У кінці лінії підключена індуктивність 0,01 мГн.

Потрібно:

- визначити модуль і аргумент хвильового опору;
- визначити коефіцієнти загасання, фази і сталу поширення;
- довести, що в лінії будуть стоячі хвилі струму і напруги;
- визначити на якій відстані від кінця лінії будуть найближчі пучності напруги і струму;
 - для напруги і струму визначити відношення амплітуд в пучності в кінці довгої лінії;
 - для напруги і струму визначити ставлення амплітуд в пучності на початку довгої лінії;
 - визначити вхідний опір і побудувати графік його зміни вздовж лінії.

Розв'язок

Хвильовий опір лінії:

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 600 \text{ Ом.}$$

Коефіцієнт фази:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = 0,105 \text{ м}^{-1}.$$

Використовуємо рівняння довгої лінії в комплексному вигляді та враховуємо, що $Z_C = \underline{Z}_C$, $\gamma = j\beta$, $\underline{I}_2 = \underline{U}_2 / \underline{Z}_H$, $\underline{Z}_H = j\omega L = 2\pi fL = 314 \text{ Ом}$, отримуємо рівняння лінії в наступному вигляді:

$$\underline{U} = \underline{U}_2 \left(\cos \beta x + \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_H} \sin \beta x \right) = \frac{\underline{U}_2}{\cos \delta} \cos(\beta x - \delta);$$

$$\underline{I} = \underline{I}_2 \left(\cos \beta x - \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_H} \sin \beta x \right) = -\frac{\underline{I}_2}{\sin \delta} \sin(\beta x - \delta),$$

тут
$$\delta = \arctg \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_H} = 63,5^\circ = 1,09 \text{ рад.}$$

Переходячи до миттєвим значенням і вважаючи, що напруга має початкову фазу яка дорівнює нулю, отримуємо:

$$u = \text{Im}(\underline{U}) = \frac{\sqrt{2}U_2}{\cos \delta} \cos(\beta x - \delta) \sin \omega t = U_{2m} \cos(\beta x - \delta) \sin \omega t;$$

$$i = \text{Im}(\underline{I}) = \frac{\sqrt{2}I_2}{\sin \delta} \sin(\beta x - \delta) \cos \omega t = I_{2m} \sin(\beta x - \delta) \cos \omega t.$$

Отримані рівняння свідчать, що виникають стоячі хвилі, які вздовж лінії не переміщуються.

Найближча від кінця пучність напруги визначається з рівняння, $\cos(\beta x_1 - \delta) = 1$, тобто

$$\beta x_1 - \delta = 0; \quad x_1 = \frac{\delta}{\beta} = \frac{1,09}{0,105} = 10,5 \text{ м.}$$

Найближча від кінця пучність струму буде на відстані:

$$x_2 = x_1 + \frac{\lambda}{4} = 10,5 + \frac{60}{4} = 25,5 \text{ м.}$$

Відношення амплітуди напруги в пучності до амплітуди напруги в кінці лінії дорівнює: $\frac{U_2}{\cos \delta} : U_2 = 2,15$, а для струму

$$\frac{I_2}{\sin \delta} : I_2 = 1,12.$$

Відношення амплітуди напруги в пучності до амплітуди напруги на початку лінії дорівнює:

$$\frac{U_2}{\cos \delta} : \frac{U_2}{\cos \delta} \cos(\beta l - \delta) = \frac{1}{\cos 19,85} = 1,86,$$

а для струму
$$\frac{I_2}{\sin \delta} : \frac{I_2}{\sin \delta} \sin(\beta l - \delta) = 1,19.$$

3.4. Розрахунок параметрів заступної схеми довгої лінії

Задача 3.3

Визначити параметри поздовжнього опору і поперечних провідностей П-подібної заступної схеми лінії довжиною 100 км, у якій $R_0=5,04$ Ом/км і $G_0=0,7$ мГсм/км.

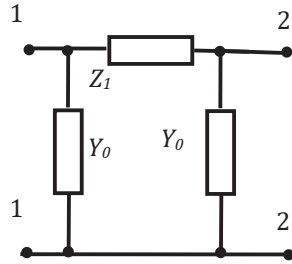


Рис. 3.1. Заступна схема до задачі 3.3

Розв'язок

Довга лінія є симетричним чотириполюсником. Для П-подібного чотириполюсника, рис. 3.1, справедливі рівняння:

$$\underline{U}_1 = A\underline{U}_2 + B\underline{I}_2; \quad \underline{I}_1 = C\underline{U}_2 + D\underline{I}_2,$$

де $\underline{U}_1, \underline{I}_1$ – напруга та струм на вході чотириполюсника; $\underline{U}_2, \underline{I}_2$ – на виході; A, B, C, D – параметри чотириполюсника.

У режимі холостого ходу чотириполюсника $\underline{I}_2=0$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{U}_2 \underline{Z}_1 \underline{Y}_0 = \underline{U}_2 (1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0),$$

звідки отримуємо

$$A = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = ch\gamma l = 1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0.$$

У режимі короткого замикання чотириполюсника $\underline{U}_2=0$

$$\underline{U}_1 = B\underline{I}_2; \quad \underline{I}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_2,$$

тоді

$$B = \underline{Z}_1 = \underline{Z}_C \times ch\gamma l.$$

Знаходимо значення гіперболічного синуса

$$sh\gamma l = sh0,188 = 0,189;$$

тоді $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_C sh\gamma l = \sqrt{\frac{R_0}{G_0}} sh\gamma l = 2685 \times 0,189 = 508$ Ом,

$$\underline{Y}_0 = \frac{ch\gamma l - 1}{\underline{Z}_1}.$$

В останньому рівнянні в чисельнику стоїть різниця близьких значень ($ch\gamma l = ch0,188 = 1,016$), що призводить до великих погрешностей обчислення. Щоб уникнути це, наводимо рівняння до наступного вигляду:

$$\underline{Y}_0 = \frac{ch\gamma l - 1}{\underline{Z}_1} = \frac{2sh^2 \frac{\gamma l}{2}}{\underline{Z}_C 2sh \frac{\gamma l}{2} ch \frac{\gamma l}{2}} = \frac{th \frac{\gamma l}{2}}{\sqrt{\frac{R_0}{G_0}}} \frac{0,0937}{2685} = 3,49 \times 10^{-5} \text{ Ом}^{-1}.$$

3.5. Розрахунок коефіцієнта корисної дії лінії з розподіленими параметрами

Задача 3.4

За заданим первинним параметрам лінії з розподіленими параметрами (R_0, C_0, L_0, G_0), циклічної частоті напруги живлення f , довжині лінії l , комплексним значенням напруги \underline{U}_2 і струму \underline{I}_2 на кінці лінії, опору навантаження \underline{Z}_H , потрібно розрахувати струм \underline{I}_1 і напругу \underline{U}_1 на початку лінії, активну P і повну S потужності на початку і в кінці лінії, а також коефіцієнт корисної дії лінії.

$$f = 3000 \text{ Гц}; \quad l = 80 \text{ км}; \quad R_0 = 10 \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; \quad C_0 = 6 \times 10^{-9} \frac{\text{Ф}}{\text{км}};$$

$$L_0 = 2,05 \times 10^{-3} \frac{\text{Гн}}{\text{км}}; \quad G_0 = 1,25 \times 10^{-6} \frac{\text{См}}{\text{км}}; \quad \underline{I}_2 = 100 \text{ мА};$$

$$\underline{Z}_H = 300 \text{ Ом}.$$

Розв'язок

Кутова частота коливань джерела напруги живлення

$$\omega = 2\pi f = 18\,850 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Повздовжній комплексний опір на одиницю довжини лінії

$$\underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 = 10 + j18850 \times 2,04 \times 10^{-3} =$$

$$= 10 + j38,64 = 39,92 \times e^{j76^\circ} \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Поперечна комплексна провідність на одиницю довжини лінії

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0 = 1,25 \times 10^{-6} + j18850 \times 5,9 \times 10^{-9} =$$

$$1,25 \times 10^{-6} + j1,13 \times 10^{-4} = 1,13 \times 10^{-4} \times e^{j90^\circ} \frac{\text{СМ}}{\text{КМ}}.$$

Коефіцієнт розповсюдження

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{39,92 \times e^{j76^\circ} \times 1,13 \times 10^{-4} \times e^{j90^\circ}} = 0,067 \times e^{j83^\circ} =$$

$$= 0,008851 + j0,066604 = \alpha + j\beta.$$

Коефіцієнт загасання $\alpha = 0,008851 \frac{\text{Нп}}{\text{КМ}}$.

Коефіцієнт фази $\beta = 0,066604 \frac{\text{рад}}{\text{КМ}}$.

Хвильовий (характеристичний) опір лінії

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{39,92 \times e^{j76^\circ}}{1,13 \times 10^{-4} \times e^{j90^\circ}}} = 594,055 \times e^{-j7^\circ} =$$

$$= 589,702 - j71,78 \text{ Ом}.$$

Напряг та струм на відстані x від кінця лінії

$$\underline{U}(x) = A_1 \times e^{\gamma x} + A_2 \times e^{-\gamma x};$$

$$\underline{I}(x) = \frac{A_1 \times e^{\gamma x} - A_2 \times e^{-\gamma x}}{Z_C},$$

де стали інтегрування визначені з граничних умов

$$A_1 = \frac{\underline{U}_2 + Z_C \underline{I}_2}{2} = \frac{30 + (589,702 - j71,78) \times 100 \times 10^{-3}}{2} =$$

$$= 44,49 - j3,59 = 44,63 \times e^{-j5^\circ} \text{ В};$$

$$A_2 = \frac{\underline{U}_2 - Z_C \underline{I}_2}{2} = \frac{30 - (589,702 - j71,78) \times 100 \times 10^{-3}}{2} =$$

$$= -14,49 + j3,59 = 14,92 \times e^{j166^\circ} \text{ В};$$

Напряг та струм на початку лінії ($x=l=80$ км)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}(x=l) = A_1 \times e^{\gamma l} + A_2 \times e^{-\gamma l} = 44,63 \times$$

$$\times e^{-j5^\circ} \times e^{(0,008851 + j0,066604)80} + 14,92 \times e^{j166^\circ} \times e^{-(0,008851 + j0,066604)80} =$$

$$= 44,63 \times e^{-j5^\circ} \times e^{0,708} \times e^{j5,32 \times \frac{180}{\pi}} + 14,92 \times e^{j166^\circ} \times e^{-0,708} \times$$

$$\times e^{-j5,32 \times \frac{180}{\pi}} = 90,6 \times e^{j301^\circ} + 7,35 \times e^{-j139^\circ} = 46,23 - j77,92 -$$

$$-5,56 - j4,8 = 40,66 - j82,72 = 92,18 \times e^{-j64^\circ} \text{ В};$$

$$44,63 \times e^{-j5^\circ} \times e^{(0,008851 + j0,066604)80} -$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}(x=l) = \frac{A_1 \times e^{\gamma l} - A_2 \times e^{-\gamma l}}{Z_C} = \frac{-14,92 \times e^{j166^\circ} \times e^{-(0,008851 + j0,066604)80}}{594,055 \times e^{-j7^\circ}} =$$

$$= \frac{44,63 \times e^{-j5^\circ} \times e^{0,708} \times e^{j5,32 \times \frac{180}{\pi}} - 14,92 \times e^{j166^\circ} \times e^{-0,708} \times e^{-j5,32 \times \frac{180}{\pi}}}{594,055 \times e^{-j7^\circ}} =$$

$$= \frac{90,6 \times e^{j301^\circ} - 7,35 \times e^{-j139^\circ}}{594,055 \times e^{-j7^\circ}} = \frac{46,23 - j77,92 + 5,56 + j4,8}{594,055 \times e^{-j7^\circ}} =$$

$$= \frac{89,6 \times e^{-j55^\circ}}{594,055 \times e^{-j7^\circ}} = 0,15 \times e^{-j48^\circ} = 0,1 - j0,11 \text{ А}.$$

Повна потужність на початку лінії

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = 92,18 \times e^{-j64^\circ} \times 0,15 \times e^{j48^\circ} = 13,36 \times e^{-j16^\circ} = 13,36 - j3,85 \text{ ВА}.$$

Активна потужність на початку лінії

$$P_1 = \text{Re}(\underline{S}_1) = 13,36 \text{ Вт}.$$

Повна потужність на кінці лінії

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \underline{I}_2^* = 30 \times 100 \times 10^{-3} = 3 \text{ ВА}.$$

Активна потужність на кінці лінії

$$P_2 = \text{Re}(\underline{S}_2) = 3 \text{ Вт}.$$

ККД лінії

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{13} = 0,2245 = 22,45 \%$$

3.6. Розрахунок розподілу діючого значення напруги вздовж лінії без втрат

Задача 3.5

Для довгої лінії без втрат, навантаженою на активний опір визначити струм \underline{I}_1 і напругу \underline{U}_1 на початку лінії, також довжину електромагнітної хвилі λ , побудувати графік розподілу діючого

значення напруги вздовж лінії в функції координати довжини лінії x , відраховуючи від кінця лінії.

$$f = 3000 \text{ Гц}; \quad l = 80 \text{ км}; \quad R_0 = 0 \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; \quad C_0 = 6 \times 10^{-9} \frac{\text{Ф}}{\text{км}};$$

$$L_0 = 2,05 \times 10^{-3} \frac{\text{Гн}}{\text{км}}; \quad G_0 = 0 \frac{\text{См}}{\text{км}}; \quad I_2 = 100 \text{ мА};$$

$$Z_n = 300 \text{ Ом}.$$

Розв'язок

Кутова частота коливань джерела напруги живлення

$$\omega = 2\pi f = 18850 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Повздовжній комплексний опір на одиницю довжини лінії

$$Z_0 = j\omega L_0 = j18850 \times 2,04 \times 10^{-3} = j38,64 = 38,64 \times e^{j90^\circ} \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Поперечна комплексна провідність на одиницю довжини лінії

$$Y_0 = j\omega C_0 = j18850 \times 5,9 \times 10^{-9} = j1,13 \times 10^{-4} = 1,13 \times 10^{-4} \times e^{j90^\circ} \frac{\text{См}}{\text{км}}.$$

Коефіцієнт розповсюдження

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{38,64 \times e^{j90^\circ} \times 1,13 \times 10^{-4} \times e^{j90^\circ}} =$$

$$= 0,066604 \times e^{j90^\circ} = j0,066604 = \alpha + j\beta.$$

Коефіцієнт загасання $\alpha = 0 \frac{\text{Нп}}{\text{км}}$.

Коефіцієнт фази $\beta = 0,066604 \frac{\text{рад}}{\text{км}}$.

Коефіцієнт розповсюдження визначається тільки коефіцієнтом фази в лінії без втрат.

Хвильовий (характеристичний) опір лінії

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{38,64 \times e^{j90^\circ}}{1,13 \times 10^{-4} \times e^{j90^\circ}}} = 584,52 \text{ Ом}.$$

Хвильовий опір в лінії без втрат є активним та не залежить від частоти. В усталеному режимі рівня лінії без втрат від показникової форми

$$\underline{U}(x) = A_1 \times e^{\gamma x} + A_2 \times e^{-\gamma x};$$

$$\underline{I}(x) = \frac{A_1 \times e^{\gamma x} - A_2 \times e^{-\gamma x}}{Z_C},$$

перетворюються до рівнянь у кругових тригонометричних функціях

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \times \cos\beta x + jZ_C \times \sin\beta x;$$

$$\underline{I}(x) = \underline{I}_2 \times \cos\beta x + j \frac{\underline{U}_2}{Z_C} \times \sin\beta x.$$

Визначаємо напругу та струм на початку лінії ($x=l=80 \text{ км}$)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}(x=l) = \underline{U}_2 \times \cos\beta l + jZ_C \times \sin\beta l = 30 \cos\left(0,066 \frac{180^\circ}{\pi} 80\right) +$$

$$+ j584,52 \times 100 \times 10^{-3} \sin\left(0,066 \frac{180^\circ}{\pi} 80\right) = 30 \cos(301^\circ) +$$

$$+ j58,45 \sin(301^\circ) = 16,35 + j49 = 51,67 \times e^{-j72^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_1(x) = \underline{I}(x=l) = \underline{I}_2 \times \cos\beta l + j \frac{\underline{U}_2}{Z_C} \times \sin\beta l =$$

$$= 100 \times 10^{-3} \cos\left(0,066 \frac{180^\circ}{\pi} 80\right) + j \frac{30}{584,52} \sin\left(0,066 \frac{180^\circ}{\pi} 80\right) =$$

$$= 100 \times 10^{-3} \cos(301^\circ) + j0,051 \sin(301^\circ) =$$

$$= 0,055 - j0,043 = 0,069 \times e^{-j39^\circ} \text{ А};$$

де $\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \times Z_n = 100 \times 10^{-3} \times 300 = 30 \text{ В}$.

Довжина електромагнітної хвилі λ

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0,066} = 95,044 \text{ км}.$$

Графік розподілу діючого значення напруги вздовж лінії в функції координати довжини лінії x , відраховуючи від кінця лінії розраховуємо та будуємо за рівнянням

$$U(x) = |\underline{U}(x)| = \sqrt{(\underline{U}_2 \times \cos\beta x)^2 + (Z_C \times \underline{I}_2 \times \sin\beta x)^2} =$$

$$= \sqrt{(30 \times \cos(0,066x))^2 + (584,52 \times 100 \times 10^{-3} \times \sin(0,066x))^2} =$$

$$= \sqrt{(30 \times \cos(0,066x))^2 + (58,25 \times \sin(0,066x))^2}.$$

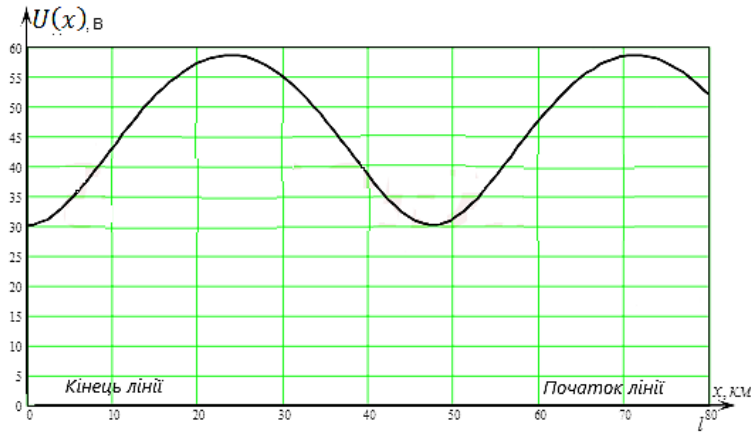


Рис. 3.2. Заступна схема до задачі 3.5

3.7. Розрахунок перехідного процесу в однорідній довгій лінії

Задача 3.6

Повітряна лінія, замкнута на ємність $C=1$ мкФ з паралельно з'єднаним опором $R=100$ Ом, підключається до джерела енергії з постійною напругою $U=300$ кВ (рис. 3.3). Характеристичний опір лінії $Z_C=500$ Ом, її довжина $l=150$ км. Розрахувати струм і напругу в лінії.

Розв'язок

Для розрахунку струму і напруги на навантаженні лінії складаємо заступну схему (рис. 3.3). Операторний опір заступної схеми.

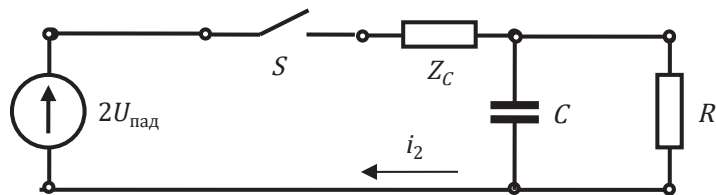


Рис. 3.3. Розрахункова схема до задачі 3.6

$$Z(p) = Z_C + \frac{R \frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{pRCZ_C + R + Z_C}{pRC + 1}.$$

Зображення струму навантаження

$$I_2(p) = \frac{2U_{\text{пад}}(pRC + 1)}{p(pRCZ_C + R + Z_C)}.$$

Коріння полінома знаменника

$$p_1 = 0; p_2 = -\frac{R + Z_C}{RCZ_C} = -3 \times 10^3, \text{ c}^{-1}.$$

Оригінал струму навантаження

$$i_2(t) = 400(1 + 2e^{-3 \times 10^3 t}).$$

Струм падаючої хвилі $i_{\text{пад}}(t) = \frac{U_{\text{пад}}}{Z_C} = 600, \text{ A}.$

Струм відбитої хвилі

$$i_{\text{отр}} = i_2 - i_{\text{пад}} = 200(2e^{-3 \times 10^3 t} + 1), \text{ A}.$$

Напруга відбитої хвилі

$$u_{\text{отр}} = -i_{\text{отр}} Z_C = -100(2e^{-3 \times 10^3 t} + 1), \text{ kV}.$$

Напруга і струм у будь-якій точці довгої лінії знаходяться за формулами:

$$u = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}} = 300 - 100(1 + 2e^{-3 \times 10^3 t}), \text{ kV};$$

$$i = i_{\text{пад}} + i_{\text{отр}} = i_2 - i_{\text{пад}} = 600 + 200(2e^{-3 \times 10^3 t} + 1), \text{ A}.$$

На рис. 3.4 представлені миттєві перехідні значення напруг і струмів у лінії (пунктиром позначені відбиті хвилі напруги і струму).

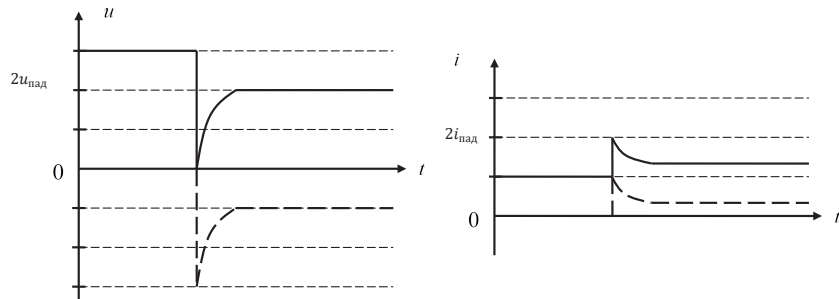


Рис. 3.4. Графіки перехідних функцій до задачі 3.6

3.8. Розрахунок перехідного процесу в однорідних довгих лініях, з'єднаних резистивним опором

Задача 3.7

Дві лінії (рис. 3.5), з'єднані через послідовно ввімкнений резистивний опір R , підключаються до джерела енергії з постійною напругою U . Довжина першої лінії l_1 , другої l_2 . Характеристичні опори першої лінії Z_{C1} , другої Z_{C2} . Визначити струм і напруга в кінці другої лінії для моменту, коли поширюючись по другій лінії хвиля, дійшовши до її кінця, відіб'ється і дійде назад до опору R . У кінці другої лінії ввімкнені послідовно індуктивність L_1 і опір R_1 .

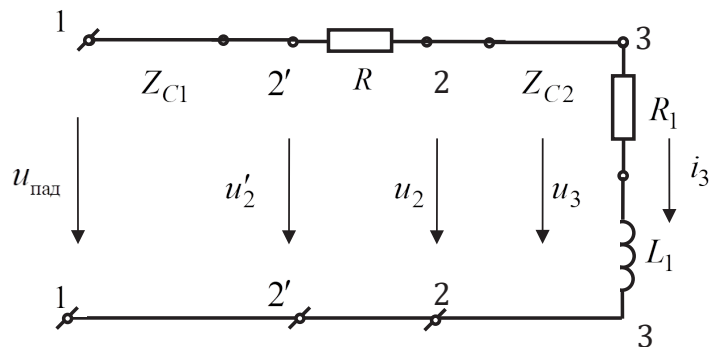


Рис. 3.5. Розрахункова схема до задачі 3.7

Розв'язок

Перше відбиття хвиль напруги і струму, що рухаються по першій лінії, буде в точках $2'-2'$.

Для цих точок основне розрахункове рівняння буде $2u = u'_2 + Z_{C1}i_2$, яке отримуємо з спільного розв'язання рівнянь:

$$u'_2 = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}} = u + u_{\text{отр}};$$

$$i_2 = i_{\text{пад}} + i_{\text{отр}} = \frac{u - u_{\text{отр}}}{Z_{C1}}.$$

Безпосередньо зі схеми маємо

$$u'_2 = Ri_2 + u_3 = Ri_2 + Z_{C2}i_2.$$

Після підстановки в розрахункове рівняння, отримуємо вираз для заломлених хвиль:

$$i_2 = i_{\text{пад}2} + i_{\text{отр}} = \frac{2U}{Z_{C1} + Z_{C2} + R};$$

$$u_2 = u_{\text{пад}2} = i_{\text{пад}2}Z_{C2} = \frac{2UZ_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2} + R},$$

які для другої лінії є падаючими хвилями. В кінці другої лінії (точки 3-3) хвилі напруги і струму відбиваються.

Розрахункові рівняння для точок 3-3:

$$2u_{\text{пад}2} = u_3 + Z_{C2}i_3.$$

На підставі другого закону Кірхгофа маємо:

$$u_3 = Ri_3 + L_1 \frac{di_3}{dt}.$$

Підставляючи значення u_3 в рівняння, отримуємо:

$$2u_{\text{пад}2} = (R_1 + Z_{C2})i_3 + L_1 \frac{di_3}{dt}.$$

З характеристичного рівняння $pL_1 + R_1 + Z_{C2} = 0$ знаходимо корінь

$$p = -\frac{R_1 + Z_{C2}}{L_1}.$$

У розв'язку рівняння $i_3 = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = i_{\text{пр}} + Ae^{pt}$ складова вимушеного режиму $i_{\text{пр}} = \frac{2u_{\text{пад}2}}{R_1 + Z_{C2}}$, постійна інтегрування A визначається з початкових умов: при $t=0$ і $i(0)=0$ або

$$A = -\frac{2u_{\text{пад}2}}{R_1 + Z_{C2}}$$

Рівняння струму і напруги в кінці другої лінії

$$i_3 = \frac{2u_{\text{пад}2}}{R_1 + Z_{C2}}(1 - e^{pt});$$

$$u_3 = R_1 i_3 + L_1 \frac{di_3}{dt} = \frac{2u_{\text{пад}2} R_1}{R_1 + Z_{C2}}(1 - e^{pt}) + 2u_{\text{пад}2} e^{pt}.$$

На підставі цих рівнянь обчислюються величини i_3 і u_3 для моменту часу $t=l_2/v_2$, де v_2 швидкість переміщення хвиль по другій лінії.

Закон зміни напруги і струму в кінці другої лінії в залежності від часу може бути також отриманий шляхом накладення падаючих і відбитих хвиль.

3.9. Розрахунок перехідного процесу в однорідних довгих лініях, з'єднаних індуктивним опором

Задача 3.8

Кінець першої лінії і початок другої лінії замкнуті на індуктивність $L=0,1$ Гн, і з'єднані між собою (рис. 3.6).

У першій лінії в напрямку до другої поширюється хвиля з прямокутним фронтом. Характеристичний опір першої лінії $Z_{C1}=300$ Ом, а другий $Z_{C2}=400$ Ом.

Напруга головною хвилі, що розповсюджується в першій лінії, $U=100$ кВ. Знайти закони зміни хвиль напруги і струму, що проходять в другу лінію і відбитих від вузлової точки 2-2. Визначити на яку відстань повинна переміститися відбита хвиля, якщо струм в індуктивності до цього моменту буде дорівнює струму головною хвилі, визначити функції розподілу напруги і струму вздовж лінії для цього моменту часу.

На рис. 3.7 показана еквівалентна схема для вузлової точки 2-2, яка утворюється в місці приєднання індуктивності і другої лінії до кінця першої лінії.

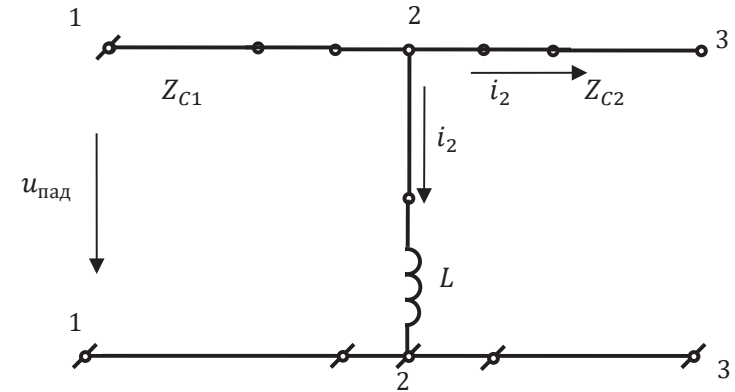


Рис. 3.6. Розрахункова схема до задачі 3.8

З цієї схеми

$$Z(p) = Z_{C1} + \frac{pL \times Z_{C2}}{pL + Z_{C2}} = 0$$

корінь характеристичного рівняння

$$p = -\frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{L(Z_{C1} + Z_{C2})}.$$

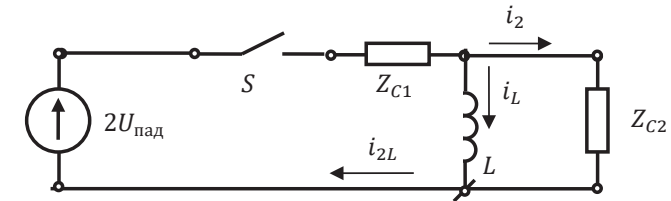


Рис. 3.7. Заступна схема до задачі 3.8

Струм i_3 визначитися як сума вимушеної і вільної складових:

$$i_{2L} = \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_{C1}} + Ae^{pt}.$$

Постійна інтегрування A визначається з початкових умов при $t=0$ $i_{2L}(0) = \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$, отже, $\frac{2U_{\text{пад}}}{Z_{C1} + Z_{C2}} = \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_{C1}} + A$, звідси

$$A = \frac{2U_{\text{пад}} Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2}) Z_{C1}}.$$

Таким чином, $i_{2L} = \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_{C1}} \left(1 - \frac{Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2})Z_{C1}} e^{pt} \right)$.

Струм відбитої хвилі в першій лінії

$$i_{\text{отр}} = i_{\text{пад}} - i_{2L} = \frac{U_{\text{пад}}}{Z_{C1}} - \frac{2U_{\text{пад}}}{Z_{C1}} \left(1 - \frac{Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2})Z_{C1}} e^{pt} \right) = \frac{U_{\text{пад}}Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2})Z_{C1}} e^{pt} - \frac{U_{\text{пад}}}{Z_{C1}}.$$

Напруга відбитої хвилі

$$u_{\text{отр}} = -i_{\text{отр}}Z_{C1} = i_{\text{пад}} - i_{2L} = U_{\text{пад}} \left(1 - \frac{2Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2})Z_{C1}} e^{pt} \right).$$

Напруга хвилі, що проходить у другу лінію, визначається з еквівалентної схеми виразом

$$u_{\text{пад2}} = U_{\text{пад1}} - Z_{C1}i_{2L} = \frac{2U_{\text{пад1}}Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}} e^{pt}$$

і струм $i_{\text{пад2}} = \frac{2U_{\text{пад1}}}{Z_{C1} + Z_{C2}} e^{pt}$.

Струм, що відгалужується в індуктивність L , знаходиться з виразу

$$i_L = i_{2L} - i_2 = \frac{2U_{\text{пад1}}}{Z_{C1}} (1 - e^{pt}).$$

Для визначення відстані, на яке поширюється відбита хвиля по першій лінії при зазначеному умови, досить прирівняти струм в індуктивності току головною хвилі з цього рівності визначити час t_1 , тобто

$$\frac{2U_{\text{пад1}}}{Z_{C1}} = \frac{2U_{\text{пад1}}}{Z_{C1}} (1 - e^{pt_1}).$$

Підставляючи в це рівняння числові значення величин, отримуємо $t_1 = 4,08 \times 10^{-4}$ с.

Так як $x_1 = v_1 t_1$, то приймаючи при заданому характеристичний опір швидкість $v_1 = 3 \times 10^5$ км/с, знайдемо $x_1 = 123$ км.

Отримані вище рівняння визначають закон зміни в часі відображених і проходять у другу лінію хвиль тільки в вузловій точці 2-2.

Для побудови графіків розподілу напруги і струму вздовж першої і другої ліній замінюємо в рівняннях t на $t_1 - x/v$ (за умови $t_1 - x/v > 0$) і отримуємо:

$$i_{\text{отр}} = \frac{U_{\text{пад}}Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2})Z_{C1}} e^{p(t-vt)} - \frac{U_{\text{пад}}}{Z_{C1}};$$

$$u_{\text{отр}} = U_{\text{пад}} \left(1 - \frac{2Z_{C2}}{(Z_{C1} + Z_{C2})Z_{C1}} e^{p(t_1-vt)} \right);$$

$$u_{\text{пад2}} = \frac{2U_{\text{пад1}}Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}} e^{p(t_1-vt)};$$

$$i_{\text{пад2}} = \frac{2U_{\text{пад1}}}{Z_{C1} + Z_{C2}} e^{p(t_1-vt)},$$

де відстань x відраховується від вузлової точки 2-2 для відбитих хвиль вліво, а для заломлених – вправо.

3.10. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок стаціонарних процесів в колах з розподіленими параметрами»

За заданим в таблиці 3.1 первинним параметрам лінії з розподіленими параметрами (R_0, C_0, L_0, G_0), циклічної частоті напруги живлення f , довжині лінії l , комплексним значенням напруги L_0 і струму I_2 на кінці лінії, опору навантаження Z_H , потрібно:

1. Розрахувати струм I_1 і напругу U_1 на початку лінії, активну P і повну S потужності на початку і в кінці лінії, а також коефіцієнт корисної дії лінії.

2. Вважаючи, що лінія п. 1 стала лінією без втрат (тобто її $R_0=G_0=0$), а навантаження на кінці лінії стала резистивним і рівним модулю комплексного навантаження в п. 1, визначити струм I_1 і напругу U_1 на початку лінії, а також довжину електромагнітної хвилі λ .

3. Для лінії без втрат п. 2 побудувати графік розподілу діючого значення напруги вздовж лінії в функції координати довжини, відраховуємої від кінця лінії.

Таблиця 3.1

| Варіант | f , 1/с | l , км | R_0 , Ом/км | $C_0 \times 10^{-9}$, Ф/км | $G_0 \times 10^{-6}$, См/км | L_0 , В | $L_0 \times 10^{-3}$, Г/км | I_2 , мА | $Z_{\text{нр}}$, Ом |
|---------|--------------|-------------|------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------|--------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 1 | 500 | 400 | 5 | 4,8 | 0,625 | 50 | 2,54 | $32,1 \times e^{j15^\circ}$ | — |
| 2 | 1000 | 250 | 5 | 5,9 | 0,75 | 50 | 2,08 | $42,2 \times e^{j10^\circ}$ | — |
| 3 | 10000 | 15 | 29 | 5,75 | 0,51 | 24,4 | 2,12 | $20,0 \times e^{j6^\circ}$ | — |
| 4 | 5000 | 23,7 | 78,6 | 5,75 | 1,75 | 39,3 | 5,0 | $20,0 \times e^{j13^\circ}$ | — |
| 5 | 1500 | 146 | 12 | 5,3 | 0,0875 | 20,0 | 2,3 | — | $400,0 \times e^{j0^\circ}$ |
| 6 | 3000 | 80 | 10 | 6,0 | 1,25 | — | 5,05 | $100,0 \times e^{j0^\circ}$ | $300,0 \times e^{j0^\circ}$ |
| 7 | 1200 | 60 | 50,4 | 6,35 | 0,8 | 10,0 | 7,7 | $23,9 \times e^{j14^\circ}$ | — |
| 8 | 7000 | 20 | 90,2 | 6,11 | 2,25 | 10,0 | 3,8 | $56,4 \times e^{j8^\circ}$ | — |
| 9 | 1200 | 200 | 6,2 | 5,0 | 0,8 | 20,0 | 2,4 | $36,0 \times e^{j7^\circ}$ | — |
| 10 | 800 | 315 | 2,9 | 6,5 | 0,7 | 10,0 | 1,9 | $32,1 \times e^{j15^\circ}$ | — |
| 11 | 600 | 200 | 5,5 | 10,0 | 0,65 | 60,0 | 3,0 | $52,1 \times e^{j12^\circ}$ | — |
| 12 | 900 | 114 | 9,6 | 7,4 | 0,725 | — | 5,4 | $24,4 \times e^{j8^\circ}$ | $180 \times e^{j8^\circ}$ |
| 13 | 8000 | 25,4 | 48,6 | 3,2 | 0,41 | 30,0 | 3,75 | $45,0 \times e^{j0^\circ}$ | — |
| 14 | 6500 | 21 | 102 | 2,8 | 2,1 | 18,0 | 4,27 | $24,5 \times e^{j15^\circ}$ | — |
| 15 | 2000 | 91,5 | 12,6 | 3,6 | 1,0 | 22,0 | 3,25 | $45,0 \times e^{j7^\circ}$ | — |
| 16 | 4000 | 42,7 | 16,7 | 9,5 | 1,5 | 21,0 | 1,33 | $26,0 \times e^{j0^\circ}$ | — |
| 17 | 1800 | 94,2 | 27 | 3,4 | 0,95 | 12,0 | 3,54 | $6,0 \times e^{j16^\circ}$ | — |
| 18 | 9000 | 23 | 54 | 4,1 | 0,46 | 16,0 | 5,2 | $40,0 \times e^{j5^\circ}$ | — |
| 19 | 1600 | 130 | 10,2 | 3,4 | 0,9 | 24,0 | 3,54 | — | $750 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 20 | 700 | 210 | 7,3 | 8,2 | 0,675 | 30,0 | 1,52 | $33,3 \times e^{j23^\circ}$ | — |
| 21 | 250 | 400 | 5 | 9,6 | 0,625 | — | 5,08 | $16,1 \times e^{j15^\circ}$ | $1560 \times e^{-j15^\circ}$ |
| 22 | 1000 | 177 | 10 | 5,9 | 0,75 | 70,5 | 4,16 | — | $1675 \times e^{-j10^\circ}$ |

Продовження таблиці 3.1

| Варіант | f , 1/с | l , км | R_0 , Ом/км | $C_0 \times 10^{-9}$, Ф/км | $G_0 \times 10^{-6}$, См/км | L_0 , В | $L_0 \times 10^{-3}$, Г/км | I_2 , мА | $Z_{\text{нр}}$, Ом |
|---------|--------------|-------------|------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------|--------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 23 | 10000 | 7,5 | 116 | 5,75 | 0,51 | — | 4,48 | $20,0 \times e^{j6^\circ}$ | $2440 \times e^{-j6^\circ}$ |
| 24 | 5000 | 16,75 | 157,2 | 5,75 | 1,75 | 55,4 | 10,0 | — | $2770 \times e^{-j13^\circ}$ |
| 25 | 750 | 146 | 12 | 10,6 | 0,0875 | 10,0 | 4,6 | — | $400 \times e^{j0^\circ}$ |
| 26 | 3000 | 57,6 | 20 | 6,0 | 1,25 | 42,3 | 4,1 | — | $423 \times e^{j0^\circ}$ |
| 27 | 1200 | 49 | 75,6 | 6,35 | 0,8 | — | 11,52 | $3,94 \times e^{j20^\circ}$ | $3110 \times e^{-j20^\circ}$ |
| 28 | 7000 | 10 | 180,4 | 12,22 | 4,5 | 20,0 | 7,6 | — | $419 \times e^{-j14^\circ}$ |
| 29 | 600 | 200 | 6,2 | 10,0 | 0,8 | — | 4,8 | $28,2 \times e^{-j3^\circ}$ | $355 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 30 | 800 | 223 | 5,8 | 6,5 | 0,7 | 14,1 | 3,8 | — | $392 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 31 | 600 | 100 | 22,0 | 10,0 | 0,65 | — | 12,0 | $52,1 \times e^{j12^\circ}$ | $2300 \times e^{-j12^\circ}$ |
| 32 | 900 | 81 | 19,2 | 7,4 | 0,725 | 62,0 | 10,8 | $24,4 \times e^{j8^\circ}$ | — |
| 33 | 4000 | 25,4 | 48,6 | 6,4 | 7,5 | 0,41 | — | $22,5 \times e^{j0^\circ}$ | $667 \times e^{j0^\circ}$ |
| 34 | 6500 | 10,5 | 204 | 5,6 | 8,54 | 4,2 | 36,0 | — | $800 \times e^{-j15^\circ}$ |
| 35 | 2000 | 45,75 | 50,4 | 3,6 | 13,4 | 1,0 | — | $45,0 \times e^{j7^\circ}$ | $980 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 36 | 4000 | 30,2 | 33,4 | 9,5 | 2,66 | 1,5 | 29,6 | — | $1130 \times e^{j0^\circ}$ |
| 37 | 900 | 94,2 | 27 | 6,8 | 7,08 | 0,95 | — | $3,0 \times e^{j16^\circ}$ | $2000 \times e^{-j16^\circ}$ |
| 38 | 9000 | 16,3 | 108 | 4,1 | 10,4 | 0,46 | 22,6 | — | $1565 \times e^{-j5^\circ}$ |
| 39 | 1600 | 65 | 40,8 | 3,4 | 14,16 | 0,9 | — | $32,0 \times e^{j7^\circ}$ | $1500 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 40 | 700 | 105 | 14,6 | 16,4 | 3,04 | 1,35 | 60,0 | — | $900 \times e^{-j23^\circ}$ |
| 41 | 500 | 200 | 10 | 9,6 | 5,08 | 1,25 | 100 | $6,2 \times e^{j15^\circ}$ | — |
| 42 | 500 | 250 | 5 | 11,8 | 4,16 | 0,75 | — | $21,1 \times e^{j10^\circ}$ | $1188 \times e^{-j10^\circ}$ |
| 43 | 10000 | 11,65 | 58 | 5,75 | 4,24 | 0,51 | 34,4 | — | $1720 \times e^{-j6^\circ}$ |

Продовження таблиці 3.1

| Варіант | f , 1/с | l , км | R_0 , Ом/км | $C_0 \times 10^{-9}$, Ф/км | $G_0 \times 10^{-6}$, См/км | L_0 , В | $L_0 \times 10^{-3}$, Г/км | I_2 , МА | $Z_{нр}$, Ом |
|---------|--------------|-------------|------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------|--------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 44 | 2500 | 23,7 | 78,6 | 11,5 | 10,0 | 1,75 | — | $10,0 \times e^{j13^\circ}$ | $1968 \times e^{-j13^\circ}$ |
| 45 | 1500 | 73 | 24 | 10,6 | 4,6 | 0,175 | 40,0 | 100 | — |
| 46 | 1500 | 80 | 10 | 12,0 | 4,1 | 1,25 | — | $50,0 \times e^{j0^\circ}$ | $300,0 \times e^{j0^\circ}$ |
| 47 | 600 | 120 | 12,6 | 12,7 | 3,85 | 0,8 | 5,0 | — | $127 \times e^{-j20^\circ}$ |
| 48 | 7000 | 16,3 | 135 | 6,11 | 5,7 | 2,25 | — | $23,9 \times e^{j14^\circ}$ | $512 \times e^{-j14^\circ}$ |
| 49 | 1200 | 100 | 12,4 | 10,0 | 4,8 | 1,6 | 40,0 | — | $355 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 50 | 400 | 315 | 2,9 | 13,0 | 3,8 | 0,7 | — | $18 \times e^{j8^\circ}$ | $278 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 51 | 600 | 142 | 11 | 6,0 | 0,65 | 0,65 | 84,7 | — | $355 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 52 | 450 | 114 | 9,6 | 14,8 | 10,8 | 0,725 | — | $12,2 \times e^{j8^\circ}$ | $1800 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 53 | 8000 | 12,7 | 97,2 | 6,4 | 7,5 | 0,82 | 60,0 | — | $667 \times e^{j0^\circ}$ |
| 54 | 4330 | 21 | 102 | 4,2 | 6,4 | 3,3 | — | $16,3 \times e^{j5^\circ}$ | $800 \times e^{-j5^\circ}$ |
| 55 | 2000 | 64,8 | 25,2 | 3,6 | 6,7 | 1,0 | 31,0 | — | $690 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 56 | 2000 | 42,7 | 16,7 | 19 | 2,66 | 1,5 | — | $13,1 \times e^{j0^\circ}$ | $800 \times e^{j0^\circ}$ |
| 57 | 1800 | 47,1 | 54 | 6,8 | 7,08 | 1,9 | 24,0 | — | $2000 \times e^{-j16^\circ}$ |
| 58 | 4500 | 23 | 54 | 8,2 | 10,4 | 0,46 | — | $20,0 \times e^{j5^\circ}$ | $400 \times e^{-j5^\circ}$ |
| 59 | 1600 | 92,3 | 20,4 | 3,4 | 7,08 | 0,9 | 33,9 | — | $1060 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 60 | 700 | 105 | 29,2 | 8,2 | 6,08 | 0,675 | — | $33,3 \times e^{j23^\circ}$ | $1800 \times e^{-j23^\circ}$ |
| 61 | 500 | 200 | 20 | 4,8 | 10,16 | 0,625 | — | $32,1 \times e^{j15^\circ}$ | $3120 \times e^{-j15^\circ}$ |
| 62 | 1000 | 125 | 10 | 11,8 | 4,16 | 1,5 | 100 | — | $1188 \times e^{-j10^\circ}$ |
| 63 | 5000 | 15 | 29 | 11,5 | 4,24 | 0,51 | — | $10,0 \times e^{j6^\circ}$ | $1220 \times e^{-j6^\circ}$ |
| 64 | 5000 | 11,85 | 157,2 | 11,5 | 10,0 | 3,5 | 78,6 | — | $1965 \times e^{-j13^\circ}$ |

Продовження таблиці 3.1

| Варіант | f , 1/с | l , км | R_0 , Ом/км | $C_0 \times 10^{-9}$, Ф/км | $G_0 \times 10^{-6}$, См/км | L_0 , В | $L_0 \times 10^{-3}$, Г/км | I_2 , МА | $Z_{нр}$, Ом |
|---------|--------------|-------------|------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| 65 | 1500 | 73 | 48 | 5,3 | 9,2 | 0,0875 | — | 50,0 | $400,0 \times e^{j0^\circ}$ |
| 66 | 3000 | 40 | 20 | 12,0 | 4,1 | 2,5 | 60 | 200 | — |
| 67 | 2400 | 60 | 50,4 | 3,175 | 3,85 | 0,8 | — | $1,97 \times e^{j20^\circ}$ | $209,5 \times e^{-j14^\circ}$ |
| 68 | 3500 | 40 | 22,55 | 12,22 | 1,9 | 2,25 | 5,0 | — | $400,0 \times e^{j0^\circ}$ |
| 69 | 1200 | 100 | 24,8 | 5,0 | 9,6 | 1,4 | — | $56,4 \times e^{j8^\circ}$ | $710 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 70 | 800 | 157,5 | 5,8 | 13,0 | 3,8 | 0,7 | 20,0 | — | $278 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 71 | 300 | 200 | 5,5 | 20,0 | 6,0 | 0,65 | — | $26,05 \times e^{j12^\circ}$ | $1150 \times e^{-j12^\circ}$ |
| 72 | 900 | 57 | 19,2 | 14,8 | 10,8 | 1,55 | 88 | — | $1800 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 73 | 8000 | 12,7 | 194,4 | 3,2 | 15,0 | 0,41 | — | $45,0 \times e^{j0^\circ}$ | $1334 \times e^{j0^\circ}$ |
| 74 | 6500 | 14,9 | 204 | 2,8 | 8,54 | 2,1 | 25,4 | $24,5 \times e^{j15^\circ}$ | — |
| 75 | 1000 | 91,5 | 12,6 | 7,2 | 6,7 | 1,0 | — | $22,5 \times e^{j7^\circ}$ | $490 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 76 | 4000 | 31,35 | 33,4 | 19,0 | 2,66 | 3,0 | 42,0 | — | $800 \times e^{j0^\circ}$ |
| 77 | 1800 | 47,1 | 108 | 3,4 | 14,6 | 0,95 | — | $6,0 \times e^{j16^\circ}$ | $4000 \times e^{-j16^\circ}$ |
| 78 | 9000 | 11,5 | 108 | 8,2 | 10,4 | 0,92 | 32,0 | — | $400 \times e^{-j5^\circ}$ |
| 79 | 800 | 130 | 10,2 | 6,8 | 7,08 | 0,9 | — | $16,0 \times e^{j7^\circ}$ | $750,0 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 80 | 700 | 149 | 14,6 | 8,2 | 3,04 | 0,675 | 42,3 | — | $1225 \times e^{-j23^\circ}$ |
| 81 | 500 | 282 | 10 | 4,8 | 5,08 | 0,625 | 70,5 | — | $2200 \times e^{-j15^\circ}$ |
| 82 | 1000 | 125 | 20 | 5,9 | 8,32 | 0,75 | — | $42,2 \times e^{j10^\circ}$ | $2376 \times e^{-j10^\circ}$ |
| 83 | 10000 | 7,5 | 58 | 11,5 | 4,24 | 1,02 | 48,8 | — | $1220 \times e^{-j6^\circ}$ |
| 84 | 3350 | 23,7 | 78,6 | 8,1 | 7,05 | 1,75 | — | $14,2 \times e^{j13^\circ}$ | $1965 \times e^{-j6^\circ}$ |
| 85 | 1500 | 103,5 | 24 | 5,3 | 4,6 | 1,2 | — | $50,0 \times e^{j0^\circ}$ | $560 \times e^{j0^\circ}$ |

| Варіант | $f, 1/c$ | $l, км$ | $R_0, Ом/км$ | $C_0 \times 10^{-9}, Ф/км$ | $G_0 \times 10^{-6}, См/км$ | $L_0, В$ | $L_0 \times 10^{-3}, Г/км$ | $I_2, МА$ | $Z_{нр}, Ом$ |
|---------|----------|---------|--------------|----------------------------|-----------------------------|----------|----------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| 86 | 3000 | 40 | 40 | 6,0 | 8,2 | 1,25 | — | $100,0 \times e^{0^\circ}$ | $600 \times e^{0^\circ}$ |
| 87 | 1200 | 40 | 75,6 | 9,55 | 11,52 | 0,8 | 15,0 | — | $2540 \times e^{-j20^\circ}$ |
| 88 | 7000 | 14,2 | 180,4 | 6,11 | 7,6 | 2,25 | — | $23,9 \times e^{j14^\circ}$ | $590 \times e^{-j14^\circ}$ |
| 89 | 1200 | 142 | 12,4 | 5,0 | 4,8 | 0,8 | 28,2 | — | $500 \times e^{-j9^\circ}$ |
| 90 | 800 | 157,5 | 11,6 | 6,5 | 7,6 | 0,7 | — | $36,0 \times e^{8^\circ}$ | $556 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 91 | 600 | 100 | 11,0 | 20,0 | 6,0 | 1,3 | 120,0 | — | $1150 \times e^{-j12^\circ}$ |
| 92 | 900 | 93 | 14,4 | 7,4 | 8,1 | 0,725 | — | $24,4 \times e^{8^\circ}$ | $2205 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 93 | 8000 | 18 | 97,2 | 3,2 | 15,0 | 0,41 | 42,3 | $45,0 \times e^{0^\circ}$ | — |
| 94 | 3250 | 21 | 102 | 5,6 | 8,54 | 2,1 | — | $12,25 \times e^{j15^\circ}$ | $800,0 \times e^{-j15^\circ}$ |
| 95 | 2000 | 45,75 | 25,2 | 7,2 | 6,7 | 2,0 | 44,0 | — | $490 \times e^{-j8^\circ}$ |
| 96 | 4000 | 21,35 | 66,8 | 9,5 | 5,32 | 1,5 | — | $26,0 \times e^{0^\circ}$ | $1600 \times e^{0^\circ}$ |
| 97 | 1800 | 66,7 | 54 | 3,4 | 7,08 | 0,95 | 16,9 | — | $2820 \times e^{j16^\circ}$ |
| 98 | 9000 | 18,4 | 81 | 4,1 | 7,8 | 0,46 | — | $40,0 \times e^{5^\circ}$ | $500 \times e^{-j5^\circ}$ |
| 99 | 1600 | 65 | 20,4 | 6,8 | 7,08 | 1,8 | 48,0 | — | $750,0 \times e^{-j7^\circ}$ |
| 00 | 350 | 210 | 7,3 | 16,4 | 3,04 | 0,675 | — | $16,65 \times e^{j23^\circ}$ | $900 \times e^{-j23^\circ}$ |

РОЗДІЛ 4 МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

4.1. Методичні вказівки до розрахунку нелінійних кіл постійного струму

1. Електрична схема, яка містить хоча б один нелінійний елемент в цілому є нелінійною. Нелінійним елементом є елемент вольт-амперна характеристика якого не співпадає з прямою лінією. Задаються вольт-амперні характеристики нелінійних елементів аналітичною, графічною або табличною формами.

2. Нелінійні елементи на постійному струмі мають статичні і динамічні опори. Статичні опори завжди мають додатне значення. Динамічні опори для зростаючих вольт-амперних характеристик додатні, а для спадаючих – від'ємні.

3. У лінійних елементах статичні і динамічні опори збігаються у всіх точках вольт-амперної характеристики.

4. Методи розрахунку нелінійних кіл постійного струму ґрунтуються на законах Кірхгофа, які зв'язують між собою струми в вузлах, електрорушійні сили і спади напруги в незалежних контурах.

5. До розрахунку нелінійних кіл не можна застосувати принцип суперпозиції, тому всі методи розрахунку кіл, що використовують метод накладення, не застосовуються до нелінійних кіл постійного струму.

6. Якщо робочу ділянку нелінійного елемента можна апроксимувати прямою лінією, то в цьому випадку розрахунок параметрів кола можна лінеаризувати шляхом заміни нелінійного елемента еквівалентним динамічним опором з джерелом енергії або статичним опором. Розрахунок лінеаризованої еквівалентної схеми в межах робочої точки проводиться аналітично.

7. При наявності в колі двох вузлів розрахунок раціонально проводити методом вузлових потенціалів. Для цього будуються

вольт-амперні характеристики кожної вітки, які будуть зміщені щодо початку координат на величину веденої ЕРС у цю вітку. Потім будується результуюча вольт-амперна характеристика всього кола, що дозволяє знайти напруги на паралельних вітках. Знаючи напруги на паралельних вітках знаходимо параметри всіх віток.

8. Якщо електричне коло містить один нелінійний елемент, то розрахунок ефективно проводити методом еквівалентного генератора. Коло розбивається на пасивний і активний двополюсники. Пасивний двополюсник включає вітку з нелінійним елементом, а активний двополюсник містить всю решту лінійну частину кола. Активний двополюсник замінюється еквівалентним генератором. Після визначення параметрів лінійного еквівалентного генератора задача зводиться до знаходження параметрів елементарної одно контурної схеми з джерелом ЕРС або двоконтурної з джерелом струму та нелінійного кола. Визначається робоча точка на нелінійній вольт-амперній характеристиці, що дозволяє лінеаризувати нелінійну вольт-амперну характеристику динамічним опором з додатковим джерелом енергії або статичним опором. Після лінеаризації розрахунок всіх інших параметрів кола в початковій схемі проводиться як в лінійному колі.

9. У разі двох нелінійних елементів розрахунок раціонально проводити з використанням теорії чотириполюсників. Розрахункова схема надається у вигляді активного чотириполюсника до виводів якого приєднуються два нелінійних елемента. Активний чотириполюсник представляється Т-подібною заступною схемою пасивного чотириполюсника з двома джерелами ЕРС холостого ходу. В результаті чого розрахунок зводиться до знаходження параметрів кола в двоконтурній схемі з трьома лінійними, двома нелінійними опорами і двома джерелами ЕРС.

10. Властивості кола з нелінійними елементами суттєво відрізняються від властивостей лінійних кіл постійного струму. У колах з нелінійними елементами можливі нестійкі режими роботи при від'ємних динамічних опорах. У лінійних колах опори завжди додатні, тому режими роботи цих кіл завжди стійкі.

4.2. Графічний розрахунок параметрів нерозгалуженого та розгалуженого кіл з одним нелінійним елементом

Задача 4.1

Два резистора з заданими вольт-амперних характеристиками (рис. 4.1, а) з'єднані послідовно в нерозгалужене коло і ввімкнені на джерело постійної напруги 14 В. Внутрішнім опором джерела знехтувати.

Обчислити силу струму через резистори, спад напруги на лінійному резисторі, спад напруги на нелінійному резисторі; скласти рівняння балансу потужностей схеми.

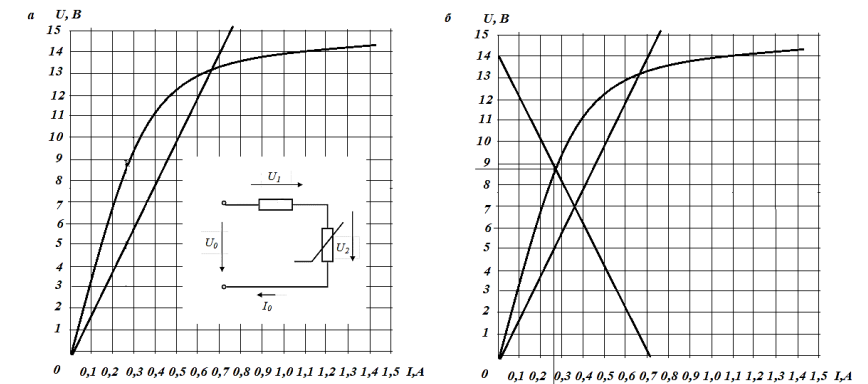


Рис. 4.1. Розрахункові вольт-амперні характеристики до задачі 4.1

Розв'язок

Беремо точку приналежну вольт-амперній характеристиці (ВАХ) лінійного опору $U=14 \text{ В}$, $I=0,7 \text{ А}$. Величина лінійного опору

$$R=U/I=14/0,7=20 \text{ Ом.}$$

ВАХ лінійної частини кола (джерело напруги $U=14 \text{ В}$ – лінійний резистор $R=20 \text{ Ом}$) будуємо по точках:

- холостого ходу (ТХХ $U_{\text{хх}}=14 \text{ В}$, $I_{\text{хх}}=0 \text{ А}$);
- короткого замикання (ТКЗ $U_{\text{КЗ}}=0 \text{ В}$, $I_{\text{КЗ}}=U_{\text{хх}}/R=14/20=0,7 \text{ А}$).

За координатами ТХХ і ТКЗ будуємо ВАХ лінійної частини кола – пряма лінія, яка перетинає ВАХ нелінійного опору

в робочій точці (ТР) з координатами $U_{HE}=8,7$ В, $I_{HE}=0,26$ А (рис. 4.1, б).

Таким чином, сила струму через резистори 0,26 А.

Спад напруги на лінійному резисторі

$$U_{LP}=R \times I_{HE}=20 \times 0,26=5,2 \text{ В.}$$

Спад напруги на нелінійному резисторі

$$U_{HP}=U_{XX}-U_{LP}=14-5,2=8,8 \text{ В.}$$

Потужність генерується джерелом енергії

$$P_{ДЖ}=U_{XX} \times I_{HE}=14 \times 0,26=3,64 \text{ Вт.}$$

Потужність теплових втрат на лінійному резисторі

$$P_{LP}=U_{LP} \times I_{HE}=5,2 \times 0,26=1,352 \text{ Вт.}$$

Потужність теплових втрат на нелінійному резисторі

$$P_{HP}=U_{HP} \times I_{HE}=8,7 \times 0,26=2,262 \text{ Вт.}$$

Сумарна потужність теплових втрат на нелінійному і лінійному резисторах

$$P_{НАВ}=P_{LP}+P_{HP}=1,352+2,262=3,614 \text{ Вт.}$$

Рівняння балансу потужностей схеми

$$P_{ДЖ} \approx P_{НАВ}, 3,64 \text{ Вт} \approx 3,614 \text{ Вт.}$$

Відносна похибка обчислень

$\gamma P=100 \% \times (P_{НАВ}-P_{ДЖ})/P_{НАВ}=100 \% \times (3,614-3,64)/3,614=-0,72 \%$,
що пояснюється неточністю графічного методу розрахунку.

Задача 4.2

Два лінійних ($R_1=2$ Ом, $R_2=40$ Ом) і один нелінійний елемент включені за схемою (рис. 4.2, а) в розгалужене коло. Вольт-амперна характеристика нелінійного опору задана графічно (рис. 4.2, б (крива для $R_3(U_3(I_3))$)). Схема увімкнена на напругу $U_0=50$ В. Визначити струми у всіх вітках і напруги на елементах схеми.

Розв'язок

1. Розрахунок параметрів кола виконуємо графічним методом.

Так як $R_1=2$ Ом, $R_2=40$ Ом лінійні опори, то вольт-амперні характеристики $U_1(I_1)$, $U_2(I_2)$ це прямі лінії, які найбільш просто

будувати за двома характерними точками, що приналежать ВАХ: початок координат і спад напруги на лінійних резисторах R_1 і R_2 , наприклад, при струмі 1 А буде 2 В і 40 В, відповідно. З'єднаємо ці точки з початком координат і отримуємо прямі лінії які належать вольт-амперним характеристикам лінійних елементів $R_1(U_1(I_1))$, $R_2(U_2(I_2))$ (рис. 4.2, б).

2. По ВАХ нелінійного $R_3(U_3(I_3))$ і лінійного елементів $R_2(U_2(I_2))$ будемо сумарну ВАХ паралельної ділянки $R_{23}(U_2(I_2+I_3)=U_3(I_2+I_3)=U_2(I_1)=U_3(I_1))$, тим самим замінюючи паралельне з'єднання лінійного R_2 і нелінійного R_3 опорів одним нелінійним R_{23} (рис. 4.2, в).

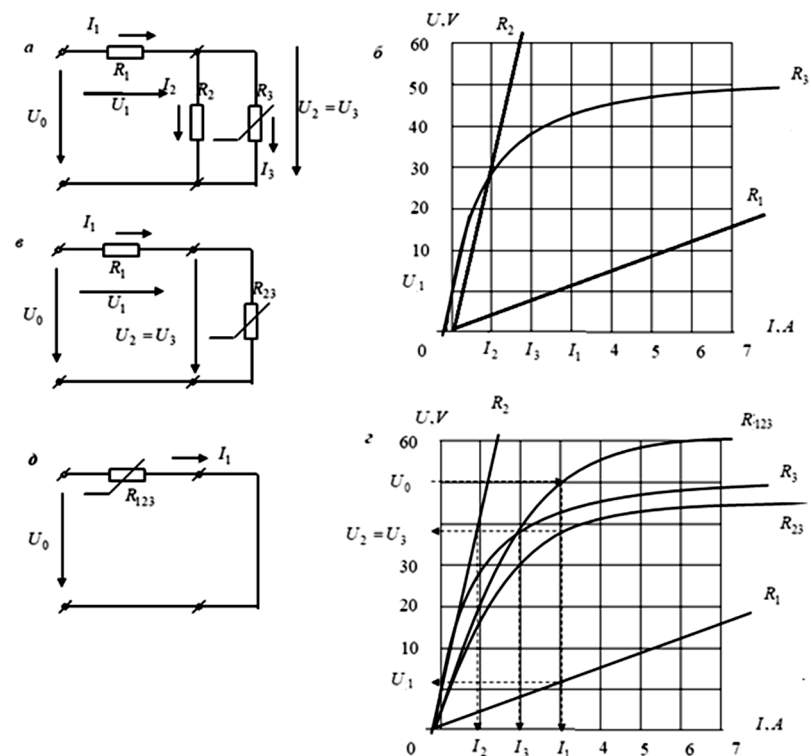


Рис. 4.2. Розрахункові вольт-амперні характеристики до задачі 4.2

Побудову робимо з урахуванням, що при паралельному з'єднанні елементів струми віток підсумовуються при однаковій напрузі на елементах $R_{123}(U(I_1))$.

3. По ВАХ лінійного $R_1(U_1(I_1))$ і не лінійного $R_{23}(U_2(I_1)=U_3(I_1))$ елементів будуємо результуючу ВАХ усій схеми $R_{123}(U(I_1))$ (рис. 4.1, з). На рис. 4.2 приведена схема з результуючим нелінійним опором R_{123} . Результуюча ВАХ є нелінійною характеристикою. Тобто наявність хоча б одного нелінійного елемента у колі робить усе коло нелінійним.

Побудову робимо з урахуванням, що при послідовному з'єднанні елементів напруги на елементах підсумовуються при однаковому струмі елементів.

4. За відомою прикладеною напругою $U_0=50$ В і результуючій ВАХ усієї схеми $R_{123}(U(I_1))$, знаходимо струм в нерозгалуженій частині кола $I_1=3$ А.

5. За значенням вхідного струму $I_1=3$ А знаходимо спад напруги на лінійному резисторі R_1 по його ВАХ ($U_1(I_1)$) $U_1=6$ В і напругу на паралельних вітках по сумарній характеристиці паралельної ланки $R_{23}(U_2(I_1)=U_3(I_1))$ $U_2=U_3=44$ В.

6. По знайденим напругам $U_2=U_3=44$ В визначаємо струми у паралельних вітках $I_2=1$ А, $I_3=2$ А, користаючись характеристиками нелінійного $R_3(U_3(I_3))$ і лінійного елементів $R_2(U_2(I_2))$ (рис. 4.1, з).

7. Перевірку рішення виробляємо за законами Кірхгофа:

– алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю

$$I_1 - I_2 - I_3 = 3 - 2 - 1 = 0;$$

– алгебраїчна сума спадів напруг у контурі дорівнює нулю

$$U_0 - U_1 - U_2 = 50 - 44 - 6 = 0.$$

4.3. Розрахунок параметрів розгалуженої нелінійної кола з одним нелінійним елементом методом еквівалентного генератора

Задача 4.3

Дана схема електричного моста (рис. 4.3). В одне плече моста увімкнений нелінійний елемент R_1 . Вольт-амперна характеристика нелінійного елемента $R_1(U_1(I_1))$ приведена на рис. 4.4.

Визначити струми у всіх вітках, якщо лінійні параметри кола відомі: $R_2=4$ Ом, $R_3=6$ Ом, $R_4=12$ Ом, $R_5=2$ Ом. Напруга в діагоналі моста $U_0=12$ В.

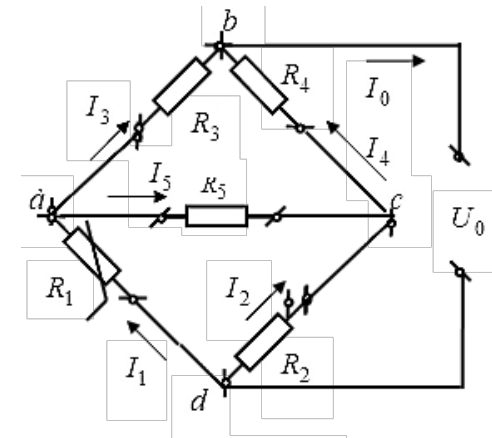


Рис. 4.3. Розрахункова схема до задачі 4.3

Розв'язання

Струм I_1 визначимо, скориставшись методом еквівалентного генератора.

Розімкнемо вітку з нелінійним елементом R_1 і знайдемо напругу холостого ходу U_{xx} , тобто напругу на виводах ab , застосувавши другий закон Кірхгофа:

$$U_{xx} = U_{ab} = R_3 I_{3xx} + R_5 I_{5xx} = 6 \times 1,2 + 2 \times 0,8 = 8,8 \text{ В,}$$

за законом Ома

$$I_{3xx} = \frac{U_0}{R_3 + \frac{R_4(R_2 + R_5)}{R_4 + R_2 + R_5}} = 1,2 \text{ А,}$$

і відповідно до правила розподілу струму між двома паралельними вітками

$$I_{5xx} = I_{3xx} \frac{R_4}{R_4 + R_2 + R_5} = 0,8, \text{ А.}$$

Визначимо внутрішній опір $R_{кз}$ еквівалентного генератора відносно виводів ab при короткому замиканні затискачів ca

$$R_{кз} = \frac{\left(R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right) R_2}{R_2 + R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = 2,4 \text{ Ом.}$$

Після перетворення все лінійне коло замінюється еквівалентним генератором з відомою ЕРС холостого ходу і внутрішнім опором короткого замикання. Заступна еквівалентна схема є контур з послідовно з'єднаними еквівалентним генератором і нелінійним опором.

Для знаходження струму I_1 будемо навантажувальну вольт-амперну характеристику еквівалентного генератора за двома характерними точками: холостого ходу $U_{xx}=8,8 \text{ В}$, $I_{xx}=0 \text{ А}$ і короткого замикання $U_{кз}=0 \text{ В}$, $I_{кз}=U_{xx}/R_{кз}=3,7 \text{ А}$ (рис. 4.4).

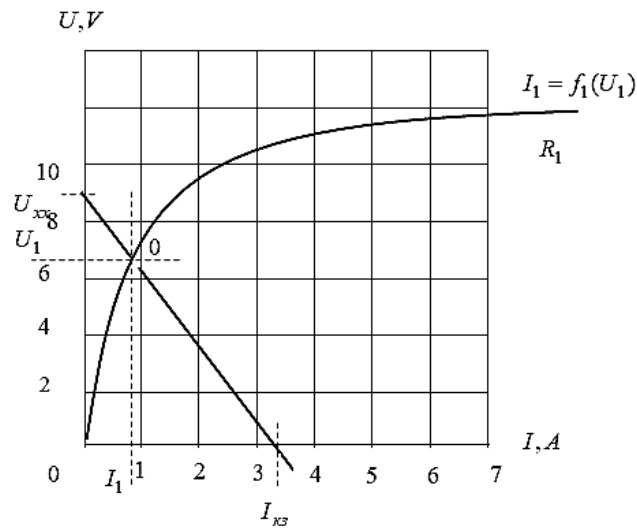


Рис. 4.4. Вольт-амперні характеристики до задачі 4.3

Перетин навантажувальної характеристики еквівалентного генератора з ВАХ нелінійного елемента визначає робочу точку еквівалентної схеми заміщення. Координати перетину характеристик визначають напругу і струм нелінійного елемента R_1 : $I_1=0,8 \text{ А}$; $U_1=7,8 \text{ В}$.

Повертаючись до початкової схемою, знаходимо:

$$I_3 = \frac{U_0 - U_1}{R_3} = 0,7, \text{ А, } I_5 = I_1 - I_3 = 0,1, \text{ А,}$$

$$I_4 = \frac{I_3 R_3 - I_5 R_5}{R_4} = 0,33, \text{ А.}$$

4.4. Розрахунок параметрів розгалуженої нелінійної кола з двома нелінійними елементами методом заміщення

Задача 4.4

Дана мостова схема з двома нелінійними елементами: у вітці ab $R_1(I_1)$ і $R_2(I_2)$ у вітці bc (рис. 4.5). Вольт-амперні характеристики наведені на рис. 4.6 опори інших віток дорівнюють $R_3=6 \text{ Ом}$, $R_4=12 \text{ Ом}$, $R_5=2 \text{ Ом}$. Напруга в діагоналі джерела живлення $U_0=12 \text{ В}$.

Визначити струми у всіх вітках.

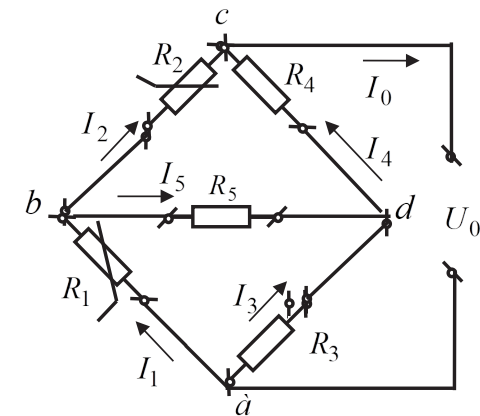


Рис. 4.5. Розрахункова схема до задачі 4.4

Розв'язок

Для обчислення струмів I_1 і I_2 у вітках з нелінійними елементами використовуємо принцип компенсації для чого розмикаємо ці вітки і знаходимо напруги $U_{1xx}=U_{ab}$ і $U_{2xx}=U_{bc}$ (рис. 4.7, а)

$$U_{1xx} = \frac{U_0 R_3}{R_3 + R_4} = 4, \text{ В і } U_{2xx} = \frac{U_0 R_4}{R_3 + R_4} = 8, \text{ В.}$$

Ввімкнемо у вітки з нелійними елементами ЕРС $E_{1xx}=U_{1xx}$ і $E_{2xx}=U_{2xx}$ і замкнемо накоротко затискачі ca , до яких приєднаний зовнішній джерело напруги U_0 (рис. 4.7, б).

Струми I_1 і I_2 у вітках з нелінійними елементами перетвореної схеми будуть рівні дійсним струмам початкової схеми у відповідних вітках схеми.

Після заміни двох паралельних віток з опорами R_3 і R_4 однієї еквівалентної віткою, отримуємо схему з двома вузлами (рис. 4.7, с), де:

$$R_2 = 2 \text{ Ом і } R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 4 \text{ Ом.}$$

Користуючись цією схемою, можна струми I_1 і I_2 визначити графічно, як у задачі 4.2, побудувавши характеристики (рис. 4.8).

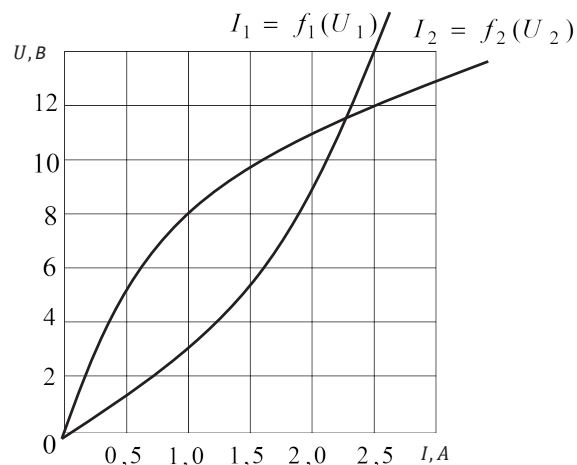


Рис. 4.6. Вольт-амперні характеристики до задачі 4.4

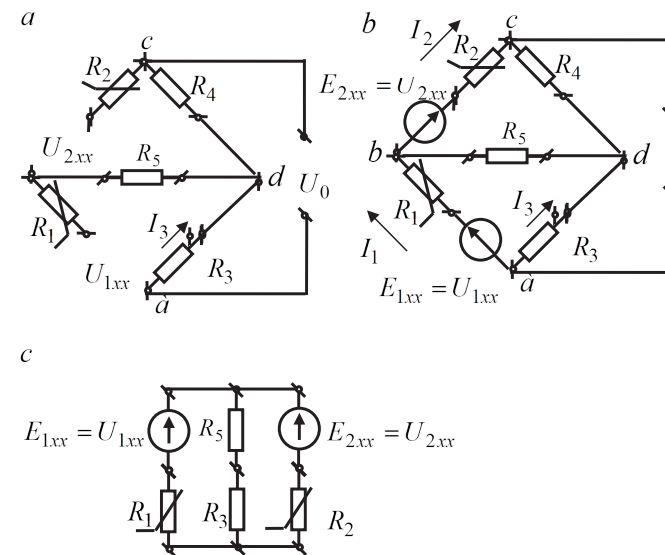


Рис. 4.7. Розрахункова схема до задачі 4.4

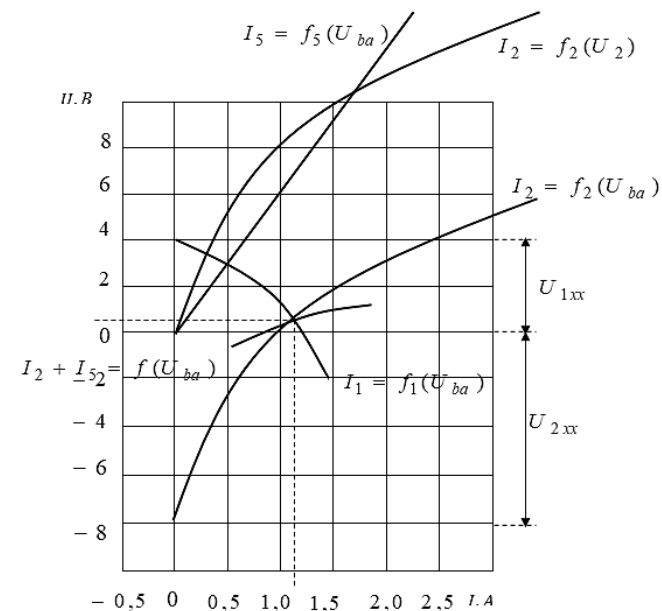


Рис. 4.8. Вольт-амперні характеристики до задачі 4.4

Так як струми I_1 і I_2 є струмами у початковій схемі, то струм $I_5 = I_1 - I_2$ в еквівалентній схемі має також значення, як у початковій схемі. Струми I_3 і I_4 легко визначаються на підставі законів Кірхгофа в початковій схемі. Величини струмів рівні: $I_1 = 1,15$ А, $I_2 = 1,05$ А, $I_3 = 0,6$ А, $I_4 = 0,7$ А, а напруги на затискачах нелінійних елементів – $U_1 = 3,4$ В, $U_2 = 8,6$ В.

4.5 Розрахунок параметрів розгалуженої нелінійної кола з трьома нелійними елементами методом вузлових потенціалів

Задача 4.5

Дана схема електричного кола з трьома однаковими нелійними елементами (рис. 4.9). Електрорушійні сили джерел $E_1 = 10$ В, $E_2 = 30$ В, $E_3 = 100$ В.

Визначити струми у всіх вітках, вважаючи джерела ЕРС ідеальними. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів задані табличне в першому квадраті і наведені в таблиці 4.1.

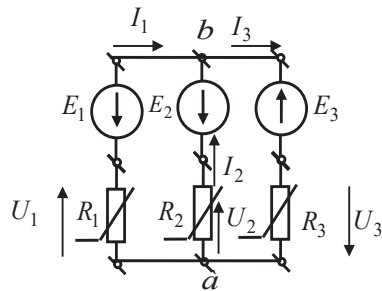


Рис. 4.9. Розрахункова схема до задачі 4.5

Таблиця 4.1

| | | | | | | | |
|----------------|---|----|----|----|-----|-----|-----|
| $U, \text{В}$ | 0 | 4 | 8 | 25 | 100 | 115 | 118 |
| $I, \text{мА}$ | 0 | 10 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |

Розв'язок

Задаємо додатні напрямки струмів віток I_1, I_2, I_3 і будуємо вольт-амперні характеристики віток (рис. 4.10) $I_1(U_{ab}) = I_1(E_1 + U_1)$,

$I_2(U_{ab}) = I_2(E_2 + U_2)$, $I_3(U_{ab}) = I_3(-E_3 + U_3)$ виходячи з потенційних рівнянь на паралельних вітках

$$U_{ab} = E_1 + U_1, U_{ab} = E_2 + U_2, U_{ab} = -E_3 + U_3,$$

де U_1, U_2, U_3 – напруга на виводах нелінійних резисторів (рис. 4.10).

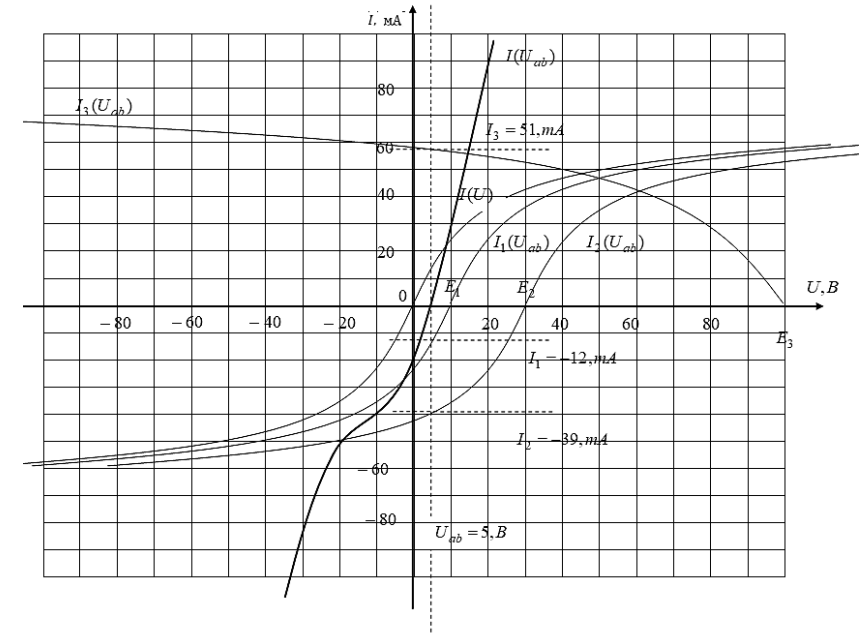


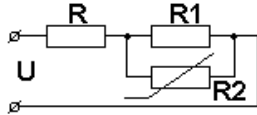
Рис. 4.10. Вольт-амперні характеристики до задачі 4.5

На підставі кривих $I_1(U_{ab}) = I_1(E_1 + U_1)$, $I_2(U_{ab}) = I_2(E_2 + U_2)$ будуємо результуючу криву і знаходимо точку перетину результуючої кривої з віссю абсцис. У цій точці виконуються закони Кірхгофа. Графічно знаходимо значення струмів віток $I_1 = -12$, мА, $I_2 = -39$, мА, $I_3 = 51$, мА. Від'ємні значення струмів свідчать про те, що їхнє справжнє напрямки протилежні заздалегідь обраним.

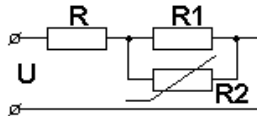
Напругу між вузлами схеми також знаходимо графічним шляхом $U_{ab} = 5$, В.

4.6. Питання для самоконтролю за методами розрахунку нелінійних кіл постійного струму

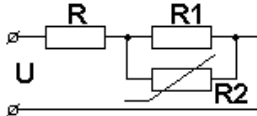
1. Знайти прикладену напругу U , якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$ Ом, струм резистора R_1 $I_1=4$ А.



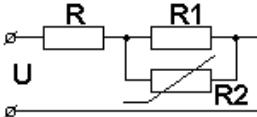
2. Знайти значення статичного опору R_2 в робочій точці, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, струм резистора R_1 $I_1=4$, А.



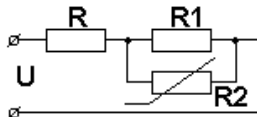
3. Знайти значення динамічного опору R_2 в робочій точці, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, струм резистора R_1 $I_1=4$, А.



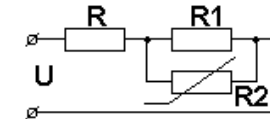
4. Знайти значення струму нелінійного елемента, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, $U=70$ В.



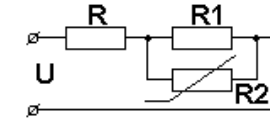
5. Знайти значення динамічного опору нелінійного елемента у робочій точці, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом; $U=70$ В.



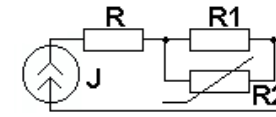
6. Знайти значення статичного опору нелінійного елемента в робочій точці, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом; $U=70$ В.



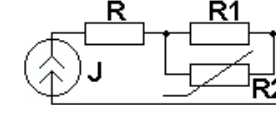
7. Знайти потужність джерела живлення, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, струм резистора R_1 $I_1=4$ А.



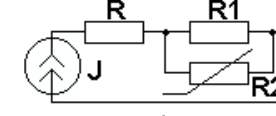
8. Знайти спад напруги на резисторі R , якщо ВАХ R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, струм резистора R_1 $I_1=2$, А.



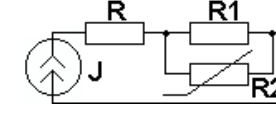
9. Знайти потужність джерела живлення, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, струм резистора R_1 $I_1=2$ А.



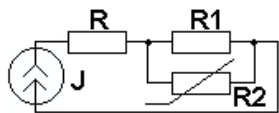
10. Знайти значення статичного опору нелінійного елемента в робочій точці, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом; струм резистора R_1 $I_1=2$ А.



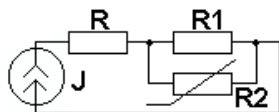
11. Знайти значення динамічного опору нелінійного елемента в робочій точці, якщо ВАХ резистора R_2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, струм резистора R_1 $I_1=2$, А.



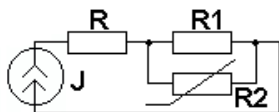
12. Знайти струм нелінійного елемента, якщо ВАХ резистора R2 $U_2=5 \times (I_2)^2$ $R=R_1=10$, Ом, струм $J=4$, А.



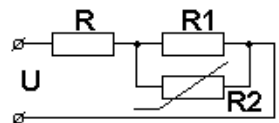
13. Знайти значення статичного опору нелінійного елемента в робочій точці, якщо ВАХ резистора R2 $U_2=5 \times (I_2)^2$ $R=R_1=10$, Ом; $J=4$, А.



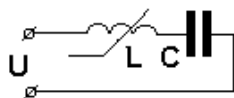
14. Знайти значення динамічного опору нелінійного елемента в робочій точці, якщо ВАХ резистора R2 $U_2=5 \times (I_2)^2$ $R=R_1=10$, Ом; $J=4$, А.



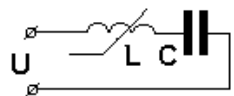
15. Знайти прикладену напругу U, якщо ВАХ резистора R2 $U_2=5 \times (I_2)^2$, $R=R_1=10$, Ом, напруга резистора R1 $U_1=40$, В.



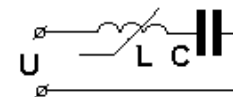
16. Розрахувати граничні значення ділянки ВАХ з негативним динамічним опором, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $U_C=2 \times I$.



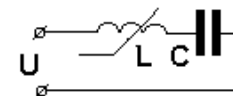
17. Розрахувати значення динамічного опору на нестійкій ділянці ВАХ, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $U_C=2 \times I$.



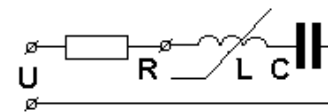
18. Знайти значення ємності C, при якій в точці $I=2$ А, виникає явище ферорезонансу напруг, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $f=50$ Гц.



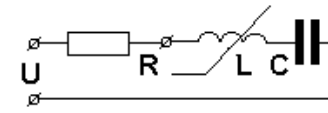
19. Знайти значення ємності C, при якій в точці $I=1$ А, виникає явище ферорезонансу напруг $U_L^2=4 \times (I)$; $f=50$ Гц.



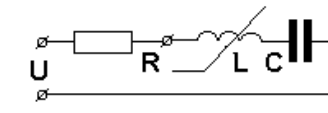
20. Знайти напруги на елементах і струм у колі при ферорезонансу напруг, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $x_C=10$ Ом; $R=5$ Ом.



21. Знайти значення ємності C, при якій в точці $I=2$ А, виникає явище ферорезонансу напруг, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $R=5$ Ом; $f=50$ Гц.



22. Вважаючи, що в колі діє еквівалентний синусоїдальний струм, розрахувати напругу у колі при струмі $I=2,5$ А і побудувати векторну діаграму, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $U_C=2 \times I$; $R=5 \times I$.



23. Розрахувати граничні значення ділянки ВАХ з від'ємним динамічним опором, якщо $I_L=0.02 \times (U)^2$; $I_C=0.2 \times U$.



24. Розрахувати значення динамічного опору на нестійкій ділянці ВАХ, якщо $I_L = 0,02 \times (U)^2$; $I_C = 0,2 \times U$.



25. Знайти значення ємності C, при якій у точці $U = 10$ В, виникає явище ферорезонансу струмів, якщо $I_L = 0,02 \times (U)^2$; $f = 50$ Гц.



26. Знайти значення ємності C, при якій в точці $U = 20$ В, виникає явище ферорезонансу струмів, якщо $I_L = 0,02 \times (U)^2$; $f = 50$ Гц.



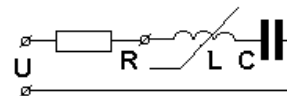
27. Вважаючи, що у колі діє еквівалентна синусоїдальна напруга, розрахувати струми у вітках при напрузі $U = 4$ В і побудувати векторну діаграму, якщо $I_L = 0,02U^2$; $I_C = 0,2U^2$.



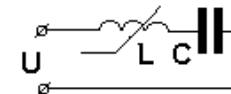
28. Вважаючи, що у колі діє еквівалентна синусоїдальна напруга, розрахувати струми у вітках при напрузі $U = 12$ В і побудувати векторну діаграму, якщо $I_L = 0,02U^2$; $I_C = 0,2U^2$.



29. Вважаючи, що в колі діє еквівалентний синусоїдальний струм, розрахувати напругу у колі при струмі $I = 0,2$ А і побудувати векторну діаграму, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $U_C = 2 \times I$; $R = 5 \times I$.



30. Розрахувати граничні значення ділянки ВАХ з від'ємним динамічним опором, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $U_C = 3 \times I$.



4.7. Питання для самоконтроля залишкових знань по методам розрахунку сталих процесів в нелінійних електричних колах постійного струму

- За якою мінімальною кількістю нелінійних елементів коло стає нелінійним:
 - один елемент;
 - два елемента;
 - три елемента;
 - чотири елемента.
- Припустимо використовувати принцип накладення до нелінійних кіл:
 - припустимо;
 - припустимо тільки з одним нелінійним елементом;
 - не припустимо;
 - припустимо за відсутності джерел струму.
- Статична характеристика нелінійного активного опору, це –
 - вебер-амперна характеристика;
 - кулон-вольтна характеристика;
 - вебер-кулона характеристика;
 - вольт-амперна характеристика.
- Статична характеристика нелінійної індуктивності, це –
 - вебер-амперна характеристика;
 - кулон-вольтна характеристика;
 - вебер-кулона характеристика;
 - вольт-амперна характеристика.

5. Статична характеристика нелінійної ємності, це –
- вебер-амперна характеристика;
 - кулон-вольтна характеристика;
 - вебер-куллона характеристика;
 - вольт-амперна характеристика.
6. Скільки нелінійних характеристик мають нерегульовані нелінійні елементи:
- одну;
 - дві;
 - три;
 - сімейство.
7. Скільки нелінійних характеристик мають регульовані нелінійні елементи:
- одну;
 - дві;
 - три;
 - сімейство.
8. Яка кількість нелінійних опорів відома:
- два;
 - три;
 - велика кількість;
 - один.
9. Яка кількість нелінійних індуктивностей відома:
- дві;
 - три;
 - велика кількість;
 - одна.
10. Яка кількість нелінійних ємностей відома:
- дві;
 - три;
 - велика кількість;
 - одна.
11. Явище гістерезису в сталевому осердді пояснюється:
- явищем магнітних доменів;
 - явищем ферорезонансу струмів;
 - явищем ферорезонансу напруг;
 - відсутністю активних втрах у сталевому осердді.

12. Явище насичення в сталевому осердді пояснюється:
- явищем магнітних доменів;
 - явищем ферорезонансу струмів;
 - явищем ферорезонансу напруг;
 - відсутністю активних втрах у сталевому осердді.
13. Як визначити статичний опір нелінійного активного опору:
- відношення струму до напруги;
 - відношення напруги до струму;
 - відношення збільшень струму до напруги;
 - відношення збільшень напруги до струму.
14. Як визначити диференціальний опір нелінійного активного опору:
- відношення струму до напруги;
 - відношення напруги до струму;
 - відношення збільшень струму до напруги;
 - відношення збільшень напруги до струму.
15. У якому випадку диференціальний опір чисельна співпадає з статичним опором:
- співпадають завжди;
 - у першому квадранті вольт-амперної характеристики;
 - у лінійних опорах;
 - ніколи не співпадають.
16. Який знак має статичний опір:
- може мати як додатний так і від'ємний знак;
 - залежить від квадранту вольт-амперної характеристики;
 - завжди від'ємний;
 - завжди додатний.
17. Який знак має диференціальний опір:
- може мати як додатний так і від'ємний знак;
 - залежить від квадранту вольт-амперної характеристики;
 - завжди від'ємний;
 - завжди додатний.
18. Послідовне з'єднання нелінійних активних опорів на постійному струмі. Сумарна вольт-амперна характеристики визначається:
- відповідно до закону струмів Кірхгофа;
 - відповідно до закону напруг Кірхгофа;

- відповідно до балансу потужностей;
 - відповідно до режиму роботи джерела живлення.
19. Паралельне з'єднання нелінійних активних опорів на постійному струмі. Сумарна вольт-амперна характеристики визначається:
- відповідно до закону струмів Кірхгофа;
 - відповідно до законів напруг Кірхгофа;
 - відповідно до балансу потужностей;
 - відповідно до режиму роботи джерела живлення.
20. За яких умов застосовується метод холостого ходу та короткого замикання для аналізу нелінійного кола:
- за наявності в колі одного нелінійного елемента;
 - за наявності в колі двох нелінійних елементів;
 - за наявності в колі трьох нелінійних елементів;
 - за наявності в чотирьох нелінійних елементів.

РОЗДІЛ 5

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ МАГНІТНИХ КІЛ

5.1. Методичні вказівки до розрахунку магнітних кіл постійного струму

1. Магнітопровід – це сукупність пристроїв, які містять феромагнітні тіла і утворюють замкнутий контур, у якому магнітне поле створюється магнітним полем.

2. Закон повного струму і принцип безперервності магнітного потоку – основні закони магнітного кола. Вони дозволяють встановити зв'язок між магнітними силами, магнітними потоками і магнітним опором.

3. Закон Ома для магнітного кола: магнітний потік в контурі магнітного кола прямо пропорційний різниці магнітних потенціалів, прикладених до крайніх точок магнітного кола, і зворотно пропорційний величині магнітного опору магнітного кола.

4. Перший закон Кірхгофа для магнітних кіл: алгебраїчна сума магнітних потоків у вузлі магнітного кола дорівнює нулю.

5. Другий закон Кірхгофа для магнітних кіл: у будь-якому замкнутому магнітному колі алгебраїчна сума магнітних спадів напруг дорівнює нулю.

6. Магнітопровід можна зобразити аналогом електричного кола. Принципова відмінність магнітних кіл від електричних кіл постійного струму полягає в тому, що магнітний опір не має нескінченно великій величини. Тому, коли є магніторушійна сила, завжди існує магнітний потік, відмінний від нуля. В електричних колах постійного струму за наявності електрорушійної сили струм в колі може бути відсутнім.

7. Магнітні кола містять ділянки феромагнітних матеріалів, магнітний опір яких значно менший за магнітний опір повітряного проміжку. У таких випадках значна частина магнітного потоку замикається через ділянки без повітряного зазору.

8. Наявність магнітного зазору в перерізі магнітопроводу дозволяє знехтувати незначним магнітним опором магнітопроводу в порівнянні з опором повітряного проміжку.

9. Як правило, наявність повітряного зазору призводить до того, що ділянка кола стає лінійним.

10. У розрахунках ми нехтуємо потоками розсіювання. При розрахунку магнітних кіл будемо припускати, що магнітний потік замикається по магнітопроводам і повітряним зазорам без розсіювання в навколишньому середовищі.

11. Оскільки магнітні властивості феромагнітних речовин змінюються залежно від величини напруженості магнітного поля, магнітопроводи з феромагнітними матеріалами є нелінійними. До розрахунку магнітних кіл з насиченими магнітопроводами не можна застосовувати принцип накладення і методи, засновані на цьому принципі.

12. Розрахунок магнітного кола зазвичай проводять або шляхом знаходження магнітних потоків при заданих магнітних силах (зворотна задача), або шляхом знаходження магнітних потоків при заданих магнітних силах (пряма задача).

5.2. Розрахунок магнітного струму по заданому магнітному потоку феромагнітного сердечника (пряма задача)

Задача 5.1

Сталеве осердя магнітопроводу виготовлене з листової електротехнічної сталі Э31 з обмоткою $W=300$ витків.

Знайти силу струму в обмотці, якщо потрібно створити магнітний струм в осерді $\Phi=1,3 \times 10^{-4}$ Вб. Усі розміри магнітопроводу та повітряного зазору наведені на рис. 5.1 у міліметрах. Крива намагнічування $B(H)$ сталі Э31 наведена в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

| | | | | | | | |
|-----------------|---|------|-----|------|------|------|------|
| $B, \text{Тл}$ | 0 | 0,65 | 1,0 | 1,18 | 1,25 | 1,34 | 1,38 |
| $H, \text{А/м}$ | 0 | 100 | 200 | 400 | 600 | 800 | 1000 |

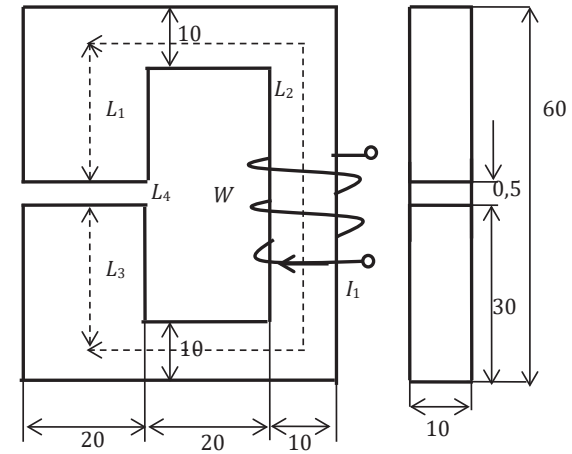


Рис. 5.1. Геометричні розміри магнітопроводу до задачі 5.1

Розв'язок

Довжини ділянок по середній силовій лінії

$$L_1=0,025 \text{ м}; L_2=0,12 \text{ м}; L_3=0,025 \text{ м}; L_4=0,5 \times 10^{-3} \text{ м}.$$

Перетини ділянок

$$S_1=S_3=S_4=2 \times 10^{-4} \text{ м}^2; S_2=1 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Значення індукції в перетинах магнітопроводу

$$B_1=B_3=B_4=\Phi/S_1=0,65 \text{ Тл}; B_2=\Phi/S_2=1,3 \text{ Тл}.$$

За кривою намагнічування знаходимо напруженість магнітного поля на ділянках магнітного кола

$$H_1=H_3=100 \text{ А/м}; H_2=650 \text{ А/м}.$$

Напруженість в повітряному зазорі

$$H_4=0,8 \times 10^6 \text{ А/м}; B_4=520 \times 10^3 \text{ Тл}.$$

Магніторушійна сила обмотки

$$F=I_1 W=H_1 L_1+H_2 L_2+H_3 L_3+H_4 L_4=343 \text{ А}.$$

Намагнічуваний струм обмотки

$$I_1=F/W=1,14 \text{ А}.$$

5.3. Розрахунок магнітних потоків за заданими магніторушійним силами (зворотна задача)

Задача 5.2

Чавунний магнітопровід (рис. 5.2) має дві обмотки зі струмами $I_1=10$ А і $I_2=20$ А. Перша котушка має 200 витків, а друга – 218 витків. Додатні напрямки струмів у котушках позначені на рис. 5.2 стрілками. Розміри магнітопроводу: $S_1=S_2=30$ см²; $S_3=S_0=36$ см²; $L_1=L_2=46$ см; $L_3=24,8$ см; $l_0=0,2$ см (L, l – довжини середніх магнітних ліній і повітряного проміжку). Знайти розподіл магнітних потоків в осердях. Струмами розсіювання знехтуйте. Матеріал магнітопроводу виготовлений з холоднокатаної листової сталі товщиною 1,75 мм.

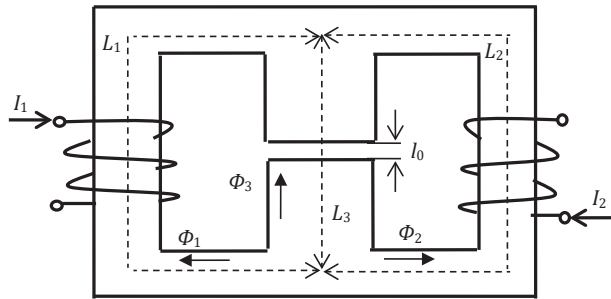


Рис. 5.2. Розрахункова схема до задачі 5.2

Розв'язок.

Напрямок магнітних потоків вибирається довільно. На основі першого та другого законів Кірхгофа для магнітних кіл сформулюємо рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_3 &= \Phi_1 + \Phi_2; \\ I_1 W_1 &= H_1 L_1 + H_3 L_3 + H_0 l_0 = H_1 L_1 + U_{M3}; \\ I_2 W_2 &= H_2 L_2 + H_3 L_3 + H_0 l_0 = H_2 L_2 + U_{M3}; \\ U_{M3} &= H_3 L_3 + H_0 l_0. \end{aligned} \right\}$$

Оскільки залежність між магнітним потоком Φ і напруженістю магнітного поля H не має аналітичного вираження, отримана система рівнянь розв'язується графічно методом. Для розв'язування рівнянь побудуємо криві залежностей магнітних потоків

у магнітопроводах від магнітної напруги (рис. 5.3). Величина магнітних потоків задана в діапазоні від 150×10^{-5} Вб до 510×10^{-5} Вб, знаходимо магнітну індукцію в стрижнях, а потім за магнітною кривою визначаємо напруженість магнітного поля H .

Знаючи напруженість магнітного поля H , знаходимо магнітні потенціали в областях для різних значень магнітного потоку. Результати розрахунків зведені до табл. 5.2.

За даними табл. 5.2 побудуємо криві $\Phi_1(I_1 W_1 - H_1 L_1)$; $\Phi_2(I_2 W_2 - H_2 L_2)$ (рис. 5.3), де $I_1 W_1 - H_1 L_1 = I_2 W_2 - H_2 L_2 = H_3 L_3 + H_0 l_0 = U_{M3}$, тобто магнітна напруга на третій ділянці. Так як значення магнітного потоку повинні задовольняти рівнянню $\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2$, побудуємо ще одну допоміжну криву $\Phi_1 + \Phi_2 = f(U_{M3})$.

Таблиця 5.2

| $\Phi \times 10^{-5}$, Вб | $B_1 = B_2 \times 10^{-5}$, Вб/см ² | $H_1 = H_2$, А/см | $H_1 L_1 = H_2 L_2$, А | $I_1 W_1 - H_1 L_1$, А | $I_2 W_2 - H_2 L_2$, А |
|----------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 150 | 5 | 2,3 | 106 | 1894 | 4254 |
| 210 | 7 | 4 | 184 | 1816 | 4176 |
| 240 | 8 | 5 | 230 | 1770 | 4130 |
| 300 | 10 | 7,5 | 345 | 1655 | 4015 |
| 360 | 12 | 12,5 | 575 | 1425 | 3785 |
| 390 | 13 | 16,7 | 770 | 1230 | 3560 |
| 450 | 15 | 35 | 1610 | 390 | 2750 |
| 510 | 17 | 73 | 3360 | -1360 | 1000 |

Для побудови допоміжної кривої підсумовуємо ординати кривих $\Phi_1 = f_1(U_{M3})$ і $\Phi_2 = f_2(U_{M3})$ для однакових значень магнітної напруги. Ордината точки перетину кривої $\Phi_1 + \Phi_2 = f(U_{M3})$ з кривою $\Phi_3 = f_3(U_{M3})$ визначає величину потоку Φ_3 , оскільки для цієї точки справедливі всі рівняння, що визначають магнітний стан розрахункового магнітопроводу, тобто

$$\begin{aligned} \Phi_3 &= \Phi_1 + \Phi_2; \\ I_1 W_1 - H_1 L_1 &= I_2 W_2 - H_2 L_2 = H_3 L_3 + H_0 l_0. \end{aligned}$$

Для знаходження магнітних потоків Φ_1 і Φ_2 проведемо через точку a пряму паралельну осі ординат до перетину з кривими $\Phi_1(I_1 W_1 - H_1 L_1)$ і $\Phi_2 = f_2(U_{M3})$. Отримаємо відрізки, що визначають масштаб потоки $\Phi_1 = \Phi_2$.

Зауважимо, що попередньо обраний додатний напрямок потоку не збігся з дійсним напрямком потоку в стрижні магнітопроводу та його значення отримано від'ємним.

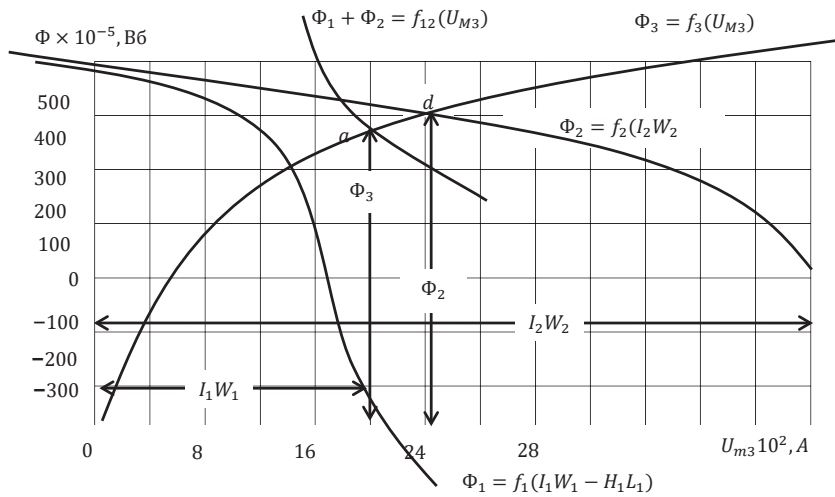


Рис. 5.3. Вебер-амперні характеристики до задачі 5.2

5.4 Розрахунок спадів магнітних напруг у стрижнях магнітопроводу за заданими магніторушійними силами

Задача 5.3

Початкові дані магнітного кола, наведеного на рис. 5.4:

- число витків котушки першого стрижня $W_1=200$ витків;
- намагнічуючий струм другої котушки $I_2=10$ А;
- число витків котушки другого стрижня $W_2=150$ витків;
- величина магнітного зазору в третьому стрижні $l_{02}=10$ мм.

Розміри магнітопроводу на рис. 5.4 вказані в міліметрах.

Додаткова умова $\Phi_1=\Phi_3$.

Крива намагнічування сталі магнітопроводу задана таблично, табл. 5.3.

Таблиця 5.3

| $B, \text{Тл}$ | 0 | 0,4 | 0,8 | 1,18 | 1,2 | 1,6 |
|-----------------|---|-----|-----|------|-----|------|
| $H, \text{А/м}$ | 0 | 200 | 400 | 400 | 950 | 3900 |

Для магнітного кола (рис. 5.4) розрахувати:

- намагнічуючий струм першої котушки;
- магнітні потоки віток;
- спад магнітних напруг між точками a і d двома шляхами, обравши напрям обходу за і проти ходу стрілки годинника;
- накреслити електричну еквівалентну заступну схему, вказати на ній напрямки магнітних потоків та магніторушійних сил;
- скласти розрахункову систему рівнянь за законами Кірхгофа і визначити значення магнітної індукції в повітряному зазорі.

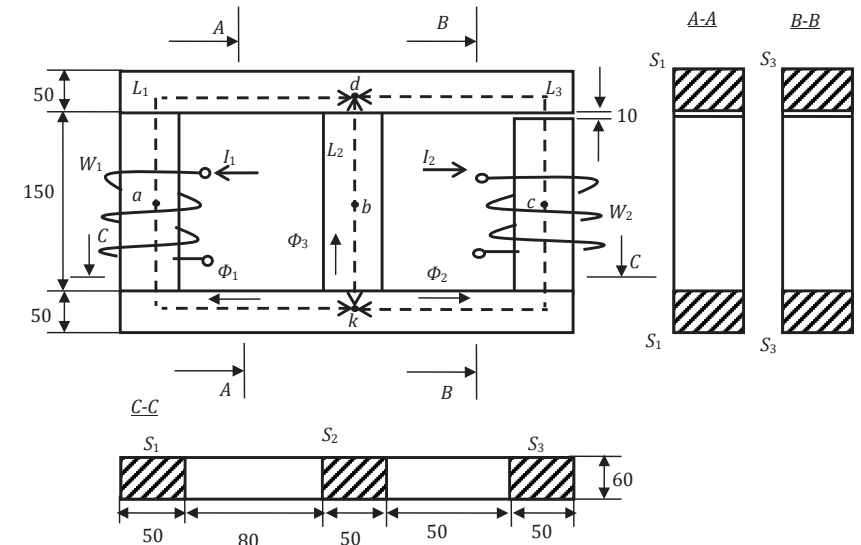


Рис. 5.4. Геометричні розміри магнітопроводу до задачі 5.3

Розв'язок

Для визначення магнітних потоків магнітне коло розбивають на однорідні ділянки, кожна з яких виконана з однорідного матеріалу і має однаковий переріз уздовж усієї ділянки.

Визначаємо довжини L_1, L_2, L_3 і перерізи S_1, S_2, S_3 однорідних ділянок магнітопроводу.

Довжина середньої магнітної лінії першої ділянки

$$L_1 = (25 + 80 + 25 + 25 + 150 + 25 + 25 + 80 + 25) \times 10^{-3} = 0,46 \text{ м.}$$

Довжина середньої магнітної лінії другої ділянки

$$L_2 = L'_2 + L''_2 = (25 + 50 + 25 + 25 + 150 - 10 + 25 + 25 + 50 + 25) \times 10^{-3} = 0,39 \text{ м.}$$

Довжина повітряного зазору

$$l_{02} = 10 \times 10^{-3} = 0,01 \text{ м.}$$

Довжина середньої магнітної лінії третьої ділянки

$$L_3 = (25 + 150 + 25) \times 10^{-3} = 0,2 \text{ м.}$$

Перерізи першої ділянки

$$S_1 = 50 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^2;$$

другої ділянки

$$S_2 = 50 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^2;$$

третьої ділянки

$$S_3 = 50 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

За правилом правоходового гвинта (правило буравчика) знаходимо напрямок дії магніторушійних сил у стрижнях магнітопроводу. У першому стрижні напрямок магніторушійної сили $I_1 w_1 = F_1$ від вузла d до вузла k , а в другому стрижні $I_2 w_2 = F_2$ від вузла k до вузла d . Напрямок магнітних потоків у стрижнях магнітопроводів задаємо довільно: від вузла k до вузла d . Задали напрямок магнітних потоків від вузла k до вузла d , вважаючи, що магнітний потенціал точки k вище магнітного потенціалу точки d . Насправді для виконання першого закону Кірхгофа для магнітних потоків, що сходяться у вузлі, один або два магнітні потоки повинні мати протилежне знаки.

На рис. 5.5 наведено заступну схему заміщення магнітопроводу. Намагнічуючі сили враховані джерелами енергії F_1, F_2 , повітряний зазор – лінійним опором $H_0 l_0$, а феромагнітні магнітопроводи – нелінійними опорами $H_1 L_1, H_2 L_2, H_3 L_3$. Магнітні потоки Φ_1, Φ_2, Φ_3 є еквівалентом електричних струмів, магнітні спади напруг $U_{m1} = H_1 L_1, U_{m2} = H_2 L_2, U_{m3} = H_3 L_3$ – електричними спадам напруг. Схема містить три вітки та два вузли, тому її раціонально розрахувати методом двох вузлів.

Для розрахункової схеми складаємо одне рівняння (у схемі два вузли, то рівнянь треба скласти на одне менше ніж кількість

вузлів) за першим законом та два (два незалежних контури) за другим законом Кірхгофа для магнітних кіл:

– $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$ – для вузла « d » – алгебраїчна сума струмів в узлі дорівнює нулю;

– $I_1 W_1 = -H_1 L_1 + H_3 L_3$ – для лівого контури – алгебраїчна сума магнітних спадів напруг у контурі дорівнює нулю;

– $I_2 W_2 = H_2 L_2 + H_0 l_0 - H_3 L_3$ – для правого контури – алгебраїчна сума магнітних спадів напруг в контурі дорівнює нулю. Додатний напрямок обходу контурів обрано за ходом годинникової стрілки.

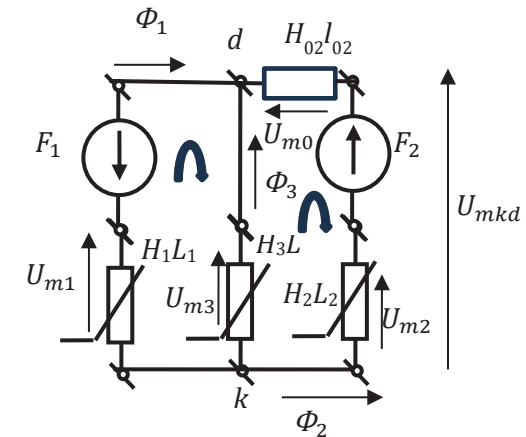


Рис. 5.5. Заступна схема магнітного кола до задачі 5.3

Отримані три рівняння є системою рівнянь є нелінійними коефіцієнтами. У ній змінюються коефіцієнти H_1, H_2, H_3 рівнянь через насичення матеріалу магнітопроводу. Втрачається лінійна залежність між напруженістю магнітного H поля і магнітною індукцією при зміні струму котушки намагнічування через явища насичення магнітопроводу.

Розрахунок проводимо графічним методом з побудовою веб-амперних характеристик однорідних віток магнітопроводу.

Для побудови веб-амперних характеристик складаємо потенційні рівняння для розрахункової схеми:

– $U_{mkd} = H_1 L_1 + I_1 W_1$ – для першого стрижня магнітопроводу;

– $U_{mkd} = H_3 L_3$ – для третього стрижня магнітопроводу;

- $U_{mkl} = -I_2 W_2 + H_2 L_2 + H_{02} L_{02}$ - для другого стрижня магнітопроводу.

Так як стрижні в магнітному колі ввімкнені паралельно, то спади магнітних напруг на стрижнях повинні бути однаковими.

Знаючи перерізу магнітопроводів, то по кривій намагнічування, знаходимо магнітні потоки стрижнів $\Phi_1 = B \times S_1$, $\Phi_2 = B \times S_2$, $\Phi_3 = B \times S_3$. Магнітні індукції беруться в останніх рівняннях з кривої намагнічування сталі магнітопроводу (табл. 5.3).

Наведемо приклад розрахунку другої (табл. 5.3) точки веб-амперних характеристик магнітопроводів.

За потенційними рівняннями розраховуємо веб-амперні характеристики віток магнітопроводу.

Для першого стрижня магнітопроводу не відомий струм намагнічування, тому зсув веб-амперної характеристики щодо початку координат на цьому етапі розрахунку не можемо зробити.

Магнітний потік другої вітки знаходимо по кривій намагнічування (табл. 5.3), і перерізу магнітопроводу, наприклад для другої точки в першому квадранті

$$\Phi_2 = B_2 \times S_2 = 0,4 \times 3 \times 10^{-4} = 1,2 \times 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Спад магнітної напруги в цій же точці веб-амперної характеристики для другої вітки

$$U_{mkl} = -I_2 W_2 + H_2 L_2 + H_{02} L_{02} = -10 \times 150 + 200 \times 0,39 + 32 \times 104 \times 10 \times 10^{-3} = 1778 \text{ А,}$$

де H_{02} - напруженість поля в повітряному зазорі, знаходиться з співвідношення

$$H_{02} = \frac{B}{\mu \mu_0} = \frac{0,4}{1 \times 12,56 \times 10^{-7}} = 32 \times 10^{-4} \text{ А/м,}$$

де $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м}$ - абсолютна магнітна проникність порожнечі; $\mu = 1$ - відносна магнітна проникність повітря.

Спад магнітної напруги на третьому стрижні

$$U_{mkl} = H_3 L_3 = 200 \times 0,2 = 40 \text{ А.}$$

Магнітний потік у другій точці третього стрижня

$$\Phi_3 = 0,4 \times 3 \times 10^{-4} = 1,2 \times 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Результати розрахунків для усіх точок табл. 5.3 зводимо до табл. 5.4.

На рис. 5.6 побудовані вебер-амперні характеристики віток магнітопроводу. Спочатку побудовано характеристики другого та третього стрижня відповідно до даних табл. 5.4. Потім використана додаткова умова ($\Phi_1 = \Phi_3$): за першим законом Кірхгофа для магнітних кіл маємо $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$, тобто $\Phi_2 + 2 \Phi_3$ або $\Phi_2 = -2 \Phi_3$ або $0,5 \Phi_2 = -\Phi_3$.

Побудовано графіки $0,5 \Phi_2 = f_2(U_{mkl})$ та $-\Phi_3 = f_3(U_{mkl})$. Точка перетину останніх графіків визначає робочу точку магнітних стрижнів.

Таблиця 5.4

| B, Тл | H, А/м | Другий стрижень | | Третій стрижень | |
|-------|--------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------------------|
| | | $U_{mkl} = I_2 W_2 + H_2 L_2 + H_{02} L_{02}, \text{ А}$ | $\Phi_2 = B \times S_2 \times 10^{-4}, \text{ Вб}$ | $U_{mkl} = H_3 L_3, \text{ А}$ | $\Phi_3 = B \times S_3 \times 10^{-4}, \text{ Вб}$ |
| -2,0 | -15000 | -23274 | -6,0 | -3000 | -6,0 |
| -1,6 | -3900 | -15760 | -4,8 | -780 | -4,8 |
| -1,2 | -950 | -11425 | -3,6 | -190 | -3,6 |
| -0,8 | -400 | -8025 | -2,4 | -80 | -2,4 |
| -0,4 | -200 | -4762 | -1,2 | -40 | -1,2 |
| 0 | 0 | -1500 | 0 | 0 | 0 |
| 0,4 | 200 | 1762 | 1,2 | 40 | 1,2 |
| 0,8 | 400 | 5025 | 2,4 | 80 | 2,4 |
| 1,2 | 950 | 8425 | 3,6 | 190 | 3,6 |
| 1,6 | 3900 | 12760 | 4,8 | 780 | 4,8 |
| 2,0 | 15000 | 20274 | 6,0 | 3000 | 6,0 |

З графіків визначаємо: $\Phi_3 = -0,4 \times 10^{-4} \text{ Вб}$; $\Phi_2 = 0,8 \times 10^{-4} \text{ Вб}$, тобто $\Phi_1 = \Phi_3 = -0,4 \times 10^{-4} \text{ Вб}$. Магнітна напруга на паралельних вітках $U_{mkl} = -150 \text{ А}$.

Від'ємний знак магнітних потоків свідчить про протилежний напрямок потоків у третьому та першому стрижнях.

Знаючи магнітний потік у першому стрижні знаходимо магнітну індукцію у першому стрижні

$$B_1 = \Phi_1 / S_1 = -0,4 \times 10^{-4} / 3 \times 10^{-4} = -0,13, \text{ Тл.}$$

Робимо лінійну інтерполяцію прямою лінією, що проходить через дві точки початкової кривої намагнічування, розраховуємо напруженість магнітного поля в першому стрижні

$$\frac{B_1 - 0}{0,4 - 0} = \frac{H_1 - 0}{200 - 0}; H_1 = -65, \text{ А/м.}$$

Для першого стрижня магнітопроводу $U_{mkd} = H_1 L_1 + I_1 W_1$, звідки знаходимо струм намагнічення першої котушки

$$I_1 = \frac{U_{mkd} - H_1 L_1}{W_1} = -0,6 \text{ А.}$$

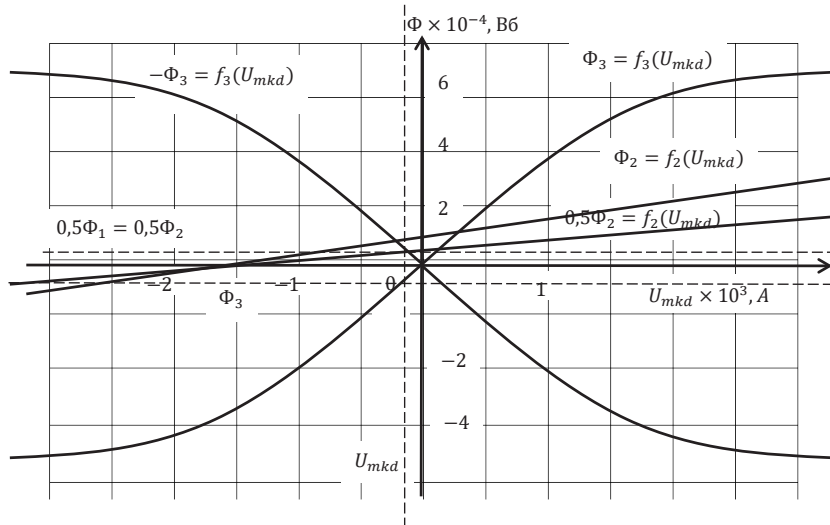


Рис. 5.6. Вебер-амперні характеристики до задачі 5.3

Напрямок струму має бути протилежним до зазначеного на рис. 5.4.

Магнітна індукція у третьому стрижні

$$B_3 = \Phi_3 / S_3 = -0,4 \times 10^{-4} / 3 \times 10^{-4} = -0,13, \text{ Тл.}$$

Напруженість магнітного поля у третьому стрижні збігається з напруженістю магнітного поля в першому стрижні

$$H_3 = -65, \text{ А/м.}$$

Спад магнітної напруги на ділянці $a-d$

$$U_{mad} = -\frac{1}{2}(H_1 L_1 + I_1 W_1) = -74,95 \text{ А.}$$

Спад магнітної напруги на ділянці $a-k-b-d$

$$U_{makbd} = \frac{H_1 L_1}{2} + H_3 L_3 = -27,95 \text{ А.}$$

5.5. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок магнітних кіл при постійних магніторушійних силах»

За початковими даними магнітного кола (рис. 5.7, табл. 5.5) виконати такі розрахунки:

1. Розрахувати магнітне коло методом двох вузлів, визначити задані величини, зазначені в таблиці.

2. За результатами, отриманими в пункті 1, знайти спад магнітної напруги між двома точками магнітного кола, обчисливши його спочатку по найкоротшому шляху та потім за будь-яким іншим шляхом, обраним на свій розсуд.

3. Для прийнятих у п. 1 додатних напрямках магнітних потоків і заданого напрямку магніторушійних сил, скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа.

Примітка: точки a, b, c, d, k знаходяться посередині кожної ділянки магнітопроводу.

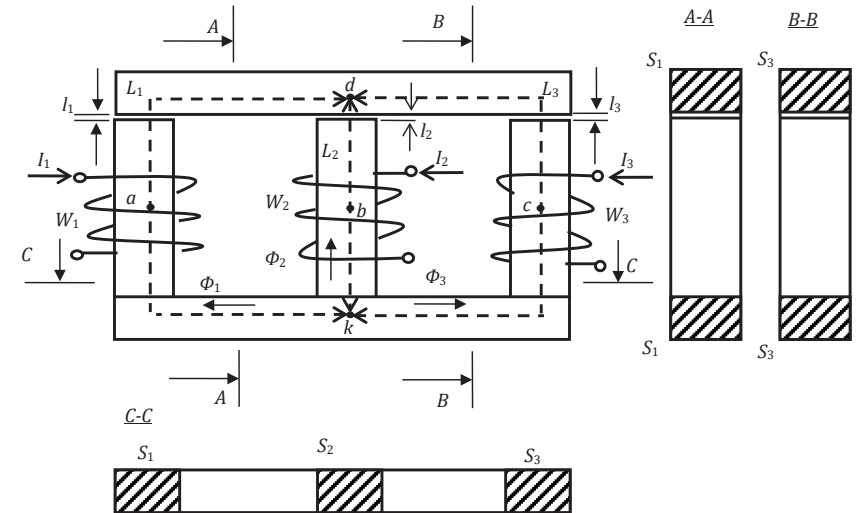


Рис. 5.7. Геометричні розміри магнітопроводу до розділу 5.5

Таблиця 5.5

| Вар | Перший стрижень магнітопроводу | | | | Другий стрижень магнітопроводу | | | | Третій стрижень магнітопроводу | | | | Додаткові умови $\Phi \times 10^{-4}, \text{Вб}$ | Визначити | | | |
|-----|--------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------|--------------------------------|------------------|------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|------------------|------------------------|--------------------------------------------------|-----------|---------------------|--------------------------|---------------------|
| | $L_1, \text{см}$ | $S_{1,2}, \text{см}^2$ | $W_1, \text{витки}$ | $I_1, \text{А}$ | $I_{01}, \text{мм}$ | $L_2, \text{см}$ | $S_{2,2}, \text{см}^2$ | $W_2, \text{витки}$ | $I_2, \text{А}$ | $I_{02}, \text{мм}$ | $L_3, \text{см}$ | $S_{3,2}, \text{см}^2$ | | | $W_3, \text{витки}$ | $I_3, \text{А}$ | $I_{03}, \text{мм}$ |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00 | 25,0 | 8,5 | 250 | 0,07 | 0,0 | 14,0 | 8,2 | — | 0,2 | 0,0 | 23,0 | 14,9 | 98 | 1,2 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 30,0$ | W_2, Φ_2 |
| 01 | 20,0 | 4,0 | 413 | 1,1 | 0,5 | 12,0 | 6,06 | 0 | 0,0 | 0,0 | 38,0 | 4,05 | 250 | 1,0 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 02 | 80,0 | 5,7 | 300 | 0,6 | 0,0 | 25,0 | 3,9 | 200 | — | 0,0 | 80,0 | 9,5 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | I_2, Φ_1 |
| 03 | 20,0 | 4,0 | 100 | 0,3 | 0,0 | 10,0 | 8,0 | 300 | — | 0,0 | 30,0 | 5,6 | 250 | 0,21 | 0,0 | $\Phi_2 = 0,0$ | I_2, Φ_3 |
| 04 | 33,5 | 7,6 | 500 | 0,21 | 0,0 | 12,0 | 12,0 | 600 | 0,05 | 0,0 | 45,0 | 11,3 | 975 | — | 0,0 | $\Phi_3 - \Phi_1 = 20,0$ | I_3, Φ_1 |
| 05 | 45,0 | 15,4 | 300 | 1,0 | 0,0 | 22,0 | 10,4 | 0 | 0,0 | 0,0 | 40,0 | 15,0 | 400 | 0,5 | 1,0 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 06 | 45,0 | 44,0 | 300 | 0,5 | 0,0 | 15,0 | 14,2 | — | 0,3 | 0,0 | 35,0 | 13,7 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | W_2, Φ_1 |
| 07 | 20,0 | 3,9 | 215 | 1,0 | 0,0 | 10,0 | 4,8 | — | 0,1 | 0,0 | 26,0 | 4,6 | 500 | 0,2 | 0,0 | $\Phi_2 = 0,0$ | W_2, Φ_3 |
| 08 | 17,0 | 7,9 | 615 | 0,1 | 0,0 | 5,0 | 4,8 | 420 | 0,05 | 0,0 | 26,0 | 4,4 | 150 | — | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_3 = 20$ | I_3, Φ_2 |
| 09 | 60,0 | 60,0 | 400 | 0,65 | 0,0 | 20,0 | 84,0 | 0 | 0,0 | 1,25 | 60,0 | 60,0 | 400 | 0,575 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 10 | 50,0 | 25,0 | 500 | 0,7 | 0,0 | 28,0 | 51,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | 50,0 | 50,0 | 300 | — | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_3$ | I_3, Φ_1 |
| 11 | 12,0 | 2,0 | 100 | — | 0,0 | 4,0 | 1,0 | 500 | 0,04 | 0,0 | 12,0 | 12,0 | 196 | 0,1 | 0,0 | $\Phi_1 = 25,0$ | I_1, Φ_3 |
| 12 | 40,0 | 3,0 | 300 | 0,2 | 0,0 | 12,0 | 5,0 | 390 | — | 0,0 | 40,0 | 8,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_2 |
| 13 | 20,0 | 8,0 | 0 | 0 | 0,1 | 7,0 | 2,0 | 500 | 0,2 | 0,0 | 20,0 | 1,78 | 500 | 0,3 | 0,0 | — | Φ_2, Φ_3 |
| 14 | 25,0 | 5,3 | 100 | 0,5 | 0,0 | 10,0 | 5,0 | — | 0,2 | 0,0 | 32,0 | 10,2 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | W_2, Φ_1 |
| 15 | 30,0 | 8,0 | 1450 | 0,1 | 0,0 | 12,0 | 14,0 | 204 | 0,25 | 0,0 | 35,0 | 7,0 | 2000 | — | 0,0 | $\Phi_3 = 98,0$ | I_3, Φ_2 |
| 16 | 25,0 | 3,8 | 76 | 0,25 | 0,0 | 12,0 | 7,6 | 275 | — | 0,0 | 32,0 | 10,1 | 160 | 0,5 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_3, Φ_1 |
| 17 | 15,0 | 7,2 | 135 | 0,47 | 0,0 | 8,0 | 4,8 | — | 0,1 | 0,0 | 20,0 | 2,9 | 70 | 0,2 | 0,0 | $\Phi_2 = 70,0$ | W_2, Φ_1 |
| 18 | 85,0 | 100,0 | 3000 | 0,1 | 0,0 | 33,0 | 200,0 | 500 | 0,7 | 0,52 | 85,0 | 100,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 19 | 45,0 | 12,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | 15,0 | 12,0 | 550 | 0,4 | 0,0 | 45,0 | 9,0 | 520 | — | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | I_3, Φ_3 |
| 20 | 30,0 | 9,0 | 350 | 0,05 | 0,0 | 10,0 | 7,8 | — | 0,2 | 0,0 | 25,0 | 15 | 1175 | 0,1 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 30,0$ | W_2, Φ_1 |

Продовження таблиці 5.1

| Вар | Перший стрижень магнітопроводу | | | | Другий стрижень магнітопроводу | | | | Третій стрижень магнітопроводу | | | | Додаткові умови $\Phi \times 10^{-4}, \text{Вб}$ | Визначити | | | |
|-----|--------------------------------|------------------------|---------------------|-----------------|--------------------------------|------------------|------------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|------------------|------------------------|--------------------------------------------------|-----------|---------------------|--------------------------|---------------------|
| | $L_1, \text{см}$ | $S_{1,2}, \text{см}^2$ | $W_1, \text{витки}$ | $I_1, \text{А}$ | $I_{01}, \text{мм}$ | $L_2, \text{см}$ | $S_{2,2}, \text{см}^2$ | $W_2, \text{витки}$ | $I_2, \text{А}$ | $I_{02}, \text{мм}$ | $L_3, \text{см}$ | $S_{3,2}, \text{см}^2$ | | | $W_3, \text{витки}$ | $I_3, \text{А}$ | $I_{03}, \text{мм}$ |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | 100,0 | 6,15 | 600 | 0,3 | 0,0 | 33,0 | 4,2 | 200 | — | 0,0 | 100,0 | 10,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | I_2, Φ_1 |
| 22 | 30,0 | 4,3 | 300 | 0,1 | 0,0 | 12,0 | 6,0 | 300 | — | 0,0 | 20,0 | 4,8 | 125,0 | 0,42 | 0,0 | $\Phi_2 = 0,0$ | I_2, Φ_3 |
| 23 | 30,0 | 7,3 | 105 | 1,0 | 0,0 | 11,5 | 12,3 | 100 | 0,3 | 0,0 | 22,5 | 10,0 | 975 | — | 0,0 | $\Phi_3 - \Phi_1 = 20,0$ | I_3, Φ_1 |
| 24 | 32,0 | 14,4 | 400 | 0,75 | 0,0 | 25,0 | 10,5 | 0 | 0,0 | 0,0 | 40,0 | 15,0 | 200 | 1,0 | 1,0 | — | Φ_3, Φ_2 |
| 25 | 40,0 | 42,0 | 375 | 0,4 | 0,0 | 13,0 | 14,0 | — | 0,3 | 0,0 | 40,0 | 15,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | W_2, Φ_1 |
| 26 | 30,0 | 4,2 | 430 | 0,5 | 0,0 | 10,0 | 4,8 | — | 0,1 | 0,0 | 32,0 | 4,9 | 200 | 0,5 | 0,0 | $\Phi_2 = 0,0$ | W_2, Φ_3 |
| 27 | 19,0 | 8,1 | 400 | 0,154 | 0,0 | 6,5 | 5,1 | 210 | 0,1 | 0,0 | 15,0 | 3,2 | 150 | — | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_3 = 20,0$ | I_3, Φ_2 |
| 28 | 55,0 | 55,0 | 260 | 1,0 | 0,0 | 18,0 | 84,0 | 0 | 0,0 | 1,25 | 57,0 | 57,0 | 230 | 1,0 | 0,0 | — | Φ_3, Φ_2 |
| 29 | 12,0 | 2,0 | 100 | — | 0,0 | 4,0 | 1,0 | 500 | 0,04 | 0,0 | 12,0 | 12,0 | 196 | 0,1 | 0,0 | $\Phi_1 = 25,0$ | I_1, Φ_3 |
| 30 | 35,0 | 2,9 | 240 | 0,25 | 0,0 | 10,0 | 4,75 | 390 | — | 0,0 | 45,0 | 8,33 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_2 |
| 31 | 13,5 | 7,5 | 0 | 0 | 0,1 | 4,32 | 1,9 | 100 | 1,0 | 0,0 | 19,8 | 1,75 | 300 | 0,5 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_3 |
| 32 | 30,0 | 5,6 | 250 | 0,2 | 0,0 | 10,0 | 5,0 | 200 | — | 0,0 | 18,0 | 8,9 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | I_2, Φ_3 |
| 33 | 28,0 | 7,95 | 290 | 0,5 | 0,0 | 11,5 | 13,8 | 51 | 1 | 0,0 | 37,0 | 7,1 | 2000 | — | 0,0 | $\Phi_3 = 98,0$ | I_3, Φ_2 |
| 34 | 28,0 | 3,9 | 38 | 0,5 | 0,0 | 8,0 | 6,8 | 275 | — | 0,0 | 28,0 | 9,9 | 320 | 0,25 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_2 |
| 35 | 25,0 | 8,0 | 635 | 0,1 | 0,0 | 10,0 | 5,0 | — | 0,1 | 0,0 | 25,0 | 3,0 | 7 | 2,0 | 0,0 | $\Phi_2 = 70,0$ | W_2, Φ_3 |
| 36 | 70,0 | 97,0 | 750 | 0,4 | 0,0 | 35,0 | 220,0 | 250 | 1,4 | 0,57 | 70,0 | 9,2 | 0 | 0,0 | 0,0 | — | Φ_3, Φ_2 |
| 37 | 43,0 | 11,9 | 0 | 0 | 0,0 | 14,0 | 11,5 | 200 | 1,1 | 0,0 | 48,0 | 9,1 | 520 | — | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | I_3, Φ_1 |
| 38 | 32,0 | 9,3 | 270 | 0,065 | 0,0 | 9,0 | 7,7 | — | 0,2 | 0,0 | 30,0 | 15,5 | 168 | 0,7 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 30,0$ | W_2, Φ_2 |
| 39 | 25,0 | 4,0 | 505 | 0,9 | 0,5 | 14,0 | 6,15 | 0 | 0,0 | 0,0 | 25,0 | 3,9 | 625 | 0,4 | 0,0 | — | Φ_3, Φ_2 |
| 40 | 90,0 | 6,0 | 360 | 0,5 | 0,0 | 30,0 | 4,0 | 200 | — | 0,0 | 90,0 | 9,7 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | I_2, Φ_3 |
| 41 | 25,0 | 4,15 | 150 | 0,2 | 0,0 | 8,0 | 4,0 | 300 | — | 0,0 | 35,0 | 5,95 | 100 | 0,525 | 0,0 | $\Phi_2 = 0,0$ | I_2, Φ_1 |
| 42 | 40,0 | 8,0 | 210 | 0,5 | 0,0 | 22,5 | 14,0 | 300 | 0,1 | 0,0 | 30,0 | 10 | 975 | — | 0,0 | $\Phi_3 - \Phi_1 = 20,0$ | I_3, Φ_3 |
| 43 | 40,0 | 15,0 | 600 | 0,5 | 0,0 | 20,0 | 10,3 | 0 | 0,0 | 0,0 | 40,0 | 15 | 800 | 0,25 | 1,0 | — | Φ_1, Φ_3 |

Продовження таблиці 5.1

| Bar | Перший стрижень магнітопроводу | | | Другий стрижень магнітопроводу | | | Третій стрижень магнітопроводу | | | Додаткові умови $\Phi \times 10^{-4}$, Вб | Визначити | | | | | |
|-----|--------------------------------|-----------------------------|---------------|--------------------------------|---------------|------------|--------------------------------|---------------|-----------|--------------------------------------------|-----------|---------------|------------|-----------------------------|--------------------------|------------------|
| | L_1 , см | $S_{1/2}$, см ² | W_1 , витки | I_1 , А | I_{01} , мм | L_2 , см | $S_{2/2}$, см ² | W_2 , витки | I_2 , А | | | I_{02} , мм | L_3 , см | $S_{3/2}$, см ² | W_3 , витки | I_3 , А |
| 44 | 35,0 | 10,0 | 150 | 1,0 | 0,0 | 10,0 | 13,7 | — | 0,3 | 0,0 | 30,0 | 14,2 | 0 | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | W_2, Φ_2 |
| 45 | 35,0 | 4,3 | 215 | 1,0 | 0,0 | 10,0 | 4,8 | — | 0,1 | 0,0 | 20,0 | 4,4 | 1000 | 0,1 | $\Phi_2 = 0,0$ | W_2, Φ_1 |
| 46 | 16,0 | 7,8 | 205 | 0,3 | 0,0 | 5,5 | 4,9 | 300 | 0,07 | 0,0 | 23,0 | 4,2 | 150 | — | $\Phi_2 - \Phi_3 = 20,0$ | I_3, Φ_3 |
| 47 | 65,0 | 71,0 | 520 | 0,5 | 0,0 | 22,0 | 84,0 | 0 | 0,0 | 1,25 | 62,0 | 62,0 | 460 | 0,5 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 48 | 48,0 | 24,9 | 350 | 1,0 | 0,0 | 30,0 | 51,5 | 0 | 0,0 | 0,0 | 52,0 | 51,5 | 300 | — | $\Phi_1 = \Phi_3$ | I_3, Φ_2 |
| 49 | 13,0 | 2,05 | 100 | — | 0,0 | 3,0 | 0,94 | 1000 | 0,02 | 0,0 | 11,0 | 1,18 | 132 | 0,15 | $\Phi_1 = 25,0$ | I_1, Φ_3 |
| 50 | 45,0 | 3,1 | 200 | 0,3 | 0,0 | 14,0 | 5,3 | 390 | — | 0,0 | 35,0 | 7,8 | 0 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 10,0$ | I_2, Φ_2 |
| 51 | 19,5 | 7,7 | 0 | 0,0 | 0,1 | 10,0 | 2,1 | 200 | 0,5 | 0,0 | 24,2 | 1,8 | 750 | 0,2 | — | Φ_2, Φ_1 |
| 52 | 18,0 | 4,9 | 200 | 0,25 | 0,0 | 10,0 | 5,0 | — | 0,2 | 0,0 | 25,0 | 9,5 | 0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | W_2, Φ_1 |
| 53 | 26,0 | 7,9 | 145 | 1,0 | 0,0 | 11,0 | 13,6 | 102 | 0,5 | 0,0 | 39,0 | 7,2 | 2000 | — | $\Phi_3 = 98,0$ | I_3, Φ_2 |
| 54 | 35,0 | 4,1 | 19 | 1,0 | 0,0 | 6,0 | 6,3 | 275 | — | 0,0 | 25,0 | 9,6 | 400 | 0,2 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_3 |
| 55 | 20,0 | 7,7 | 107 | 0,59 | 0,0 | 9,0 | 4,9 | — | 0,1 | 0,0 | 15,0 | 2,6 | 20 | 0,7 | $\Phi_2 = 70,0$ | W_2, Φ_3 |
| 56 | 100,0 | 104,0 | 125 | 2,4 | 0,0 | 28,0 | 182,0 | 125 | 2,8 | 0,48 | 95,0 | 200,0 | 0 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_3 |
| 57 | 40,0 | 11,8 | 0 | 0,0 | 0,0 | 13,0 | 11,0 | 100 | 2,2 | 0,0 | 50,0 | 9,3 | 520 | — | $\Phi_3 = \Phi_2$ | I_3, Φ_2 |
| 58 | 34,0 | 9,5 | 175 | 0,1 | 0,0 | 12 | 8,0 | — | 0,2 | 0,0 | 28,0 | 15,6 | 47 | 2,5 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 30,0$ | W_2, Φ_3 |
| 59 | 35,0 | 4,1 | 350 | 1,3 | 0,5 | 8,0 | 5,8 | 0 | 0,0 | 0,0 | 20,0 | 3,8 | 500 | 0,5 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 60 | 90,0 | 6,0 | 100 | 1,8 | 0,0 | 30,0 | 4,0 | — | 1,1 | 0,0 | 85,0 | 9,7 | 0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | W_2, Φ_2 |
| 61 | 15,0 | 3,8 | 60 | 0,5 | 0,0 | 6,0 | 2,0 | 300 | — | 0,0 | 20,0 | 4,8 | 350 | 0,15 | $\Phi_2 = 0,0$ | I_2, Φ_1 |
| 62 | 37,5 | 7,8 | 200 | 0,525 | 0,0 | 13,0 | 12,8 | 150 | 0,2 | 0,0 | 37,5 | 10,5 | 975 | — | $\Phi_3 - \Phi_1 = 20,0$ | I_3, Φ_2 |
| 63 | 35,0 | 14,6 | 900 | 0,3 | 0,0 | 18,0 | 10,2 | 0 | 0,0 | 0,0 | 40,0 | 15,0 | 1000 | 0,2 | — | Φ_1, Φ_3 |
| 64 | 30,0 | 38,0 | 600 | 0,25 | 0,0 | 17,0 | 14,7 | — | 0,3 | 0,0 | 45,0 | 15,3 | 0 | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | W_2, Φ_3 |
| 65 | 25,0 | 4,0 | 1075 | 0,2 | 0,0 | 10,0 | 4,8 | — | 0,1 | 0,0 | 29,0 | 4,8 | 2000 | 0,05 | $\Phi_2 = 0,0$ | W_2, Φ_3 |

Продовження таблиці 5.1

| Bar | Перший стрижень магнітопроводу | | | Другий стрижень магнітопроводу | | | Третій стрижень магнітопроводу | | | Додаткові умови $\Phi \times 10^{-4}$, Вб | Визначити | | | | | |
|-----|--------------------------------|-----------------------------|---------------|--------------------------------|---------------|------------|--------------------------------|---------------|-----------|--------------------------------------------|-----------|---------------|------------|-----------------------------|--------------------------|------------------|
| | L_1 , см | $S_{1/2}$, см ² | W_1 , витки | I_1 , А | I_{01} , мм | L_2 , см | $S_{2/2}$, см ² | W_2 , витки | I_2 , А | | | I_{02} , мм | L_3 , см | $S_{3/2}$, см ² | W_3 , витки | I_3 , А |
| 66 | 20,0 | 8,2 | 615 | 0,1 | 0,0 | 7,0 | 5,2 | 105 | 0,2 | 0,0 | 17,0 | 5,6 | 150 | — | $\Phi_2 - \Phi_3 = 20,0$ | I_3, Φ_1 |
| 67 | 58,0 | 58,0 | 200 | 1,3 | 0,0 | 9,0 | 84,0 | 0 | 0,0 | 1,25 | 55,0 | 55,0 | 575 | 0,4 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 68 | 45,0 | 24,7 | 700 | 0,5 | 0,0 | 27,0 | 50,4 | 0 | 0,0 | 0,0 | 48,0 | 47,5 | 300 | — | $\Phi_1 = \Phi_3$ | I_3, Φ_1 |
| 69 | 10,0 | 1,92 | 100 | — | 0,0 | 4,5 | 10,15 | 200 | 0,1 | 0,0 | 14,0 | 1,26 | 9,8 | 0,2 | $\Phi_1 = 25,0$ | I_1, Φ_2 |
| 70 | 38,0 | 2,97 | 400 | 0,15 | 0,0 | 11,0 | 4,9 | 390 | — | 0,0 | 43,0 | 8,25 | 0 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_3 |
| 71 | 29,8 | 8,2 | 0 | 0,0 | 0,1 | 13,0 | 2,2 | 1000 | 0,1 | 0,0 | 25,0 | 1,82 | 200 | 0,75 | — | Φ_2, Φ_3 |
| 72 | 32,0 | 6,0 | 125 | 0,4 | 0,0 | 10,0 | 5 | 200 | — | 0,0 | 20,0 | 9,0 | 0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | I_2, Φ_2 |
| 73 | 32,0 | 8,1 | 725 | 0,2 | 0,0 | 12,5 | 14,1 | 170 | 0,3 | 0,0 | 33,0 | 6,9 | 2000 | — | $\Phi_3 = 98,0$ | I_3, Φ_1 |
| 74 | 30,0 | 4,0 | 38 | 0,5 | 0,0 | 10,0 | 7,0 | 275 | — | 0,0 | 30,0 | 10,0 | 400 | 6,2 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_2 |
| 75 | 30,0 | 8,4 | 89 | 0,73 | 0,0 | 12,0 | 5,2 | — | 0,1 | 0,0 | 26,0 | 3,0 | 35 | 0,4 | $\Phi_2 = 70,0$ | W_2, Φ_1 |
| 76 | 110,0 | 105,0 | 600 | 0,5 | 0,0 | 27,0 | 17,7 | 175 | 2,0 | 0,46 | 100,0 | 240 | 0 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 77 | 48,0 | 12,1 | 0 | 0,0 | 0,0 | 16,0 | 12,9 | 220 | 1,0 | 0,0 | 43,0 | 8,8 | 520 | — | $\Phi_3 = \Phi_2$ | I_3, Φ_1 |
| 78 | 26,0 | 8,6 | 125 | 0,14 | 0,0 | 13,0 | 8,1 | — | 0,2 | 0,0 | 22,0 | 14,7 | 25 | 4,7 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 30,0$ | W_2, Φ_1 |
| 79 | 40,0 | 4,1 | 455 | 1,0 | 0,5 | 10,0 | 6,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | 40,0 | 4,15 | 125 | 2,0 | — | Φ_1, Φ_3 |
| 80 | 85,0 | 5,9 | 200 | 0,9 | 0,0 | 25,0 | 3,9 | — | 1,1 | 0,0 | 95,0 | 9,9 | 0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | W_2, Φ_3 |
| 81 | 30,0 | 4,3 | 200 | 0,15 | 0,0 | 10,0 | 8,0 | 300 | — | 0,0 | 20,0 | 4,8 | 150 | 0,35 | $\Phi_2 = 0,0$ | I_2, Φ_1 |
| 82 | 40,0 | 8,0 | 420 | 0,25 | 0,0 | 15,0 | 13,0 | 150 | 0,2 | 0,0 | 30,0 | 10,0 | 975 | — | $\Phi_3 - \Phi_1 = 20,0$ | I_3, Φ_1 |
| 83 | 48,0 | 15,6 | 1500 | 0,2 | 0,0 | 20,0 | 10,3 | 0 | 0 | 0,0 | 40,0 | 15,0 | 800 | 0,25 | — | Φ_3, Φ_2 |
| 84 | 38,0 | 41,0 | 500 | 0,3 | 0,0 | 12,0 | 13,8 | — | 0,3 | 0,0 | 50,0 | 15,8 | 0 | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | W_2, Φ_1 |
| 85 | 18,0 | 3,8 | 860 | 0,25 | 0,0 | 10,0 | 4,8 | — | 0,1 | 0,0 | 23,0 | 4,5 | 100 | 1,0 | $\Phi_2 = 0,0$ | W_2, Φ_3 |
| 86 | 18,0 | 8,0 | 205 | 0,3 | 0,0 | 6,0 | 5,0 | 210 | 0,1 | 0,0 | 20,0 | 4,0 | 150 | — | $\Phi_2 - \Phi_3 = 20,0$ | I_3, Φ_2 |
| 87 | 63,0 | 66,5 | 650 | 0,4 | 0,0 | 21,0 | 84,0 | 0 | 0,0 | 1,25 | 65,0 | 65,0 | 200 | 1,15 | — | Φ_3, Φ_2 |

| Вар. | Перший стрижень магнітопроводу | | | | Другий стрижень магнітопроводу | | | | Третій стрижень магнітопроводу | | | | Додаткові умови $\Phi \times 10^{-4}$, В6 | Визначити | | | |
|------|--------------------------------|-------------------------------|---------------|-----------|--------------------------------|------------|-------------------------------|---------------|--------------------------------|---------------|------------|-------------------------------|--------------------------------------------|-----------|---------------|--------------------------|------------------|
| | L_1 , см | $S_1^{1/2}$, см ² | W_1 , витки | I_1 , А | I_{01} , мм | L_2 , см | $S_2^{1/2}$, см ² | W_2 , витки | I_2 , А | I_{02} , мм | L_3 , см | $S_3^{1/2}$, см ² | | | W_3 , витки | I_3 , А | I_{03} , мм |
| 88 | 52,0 | 25,2 | 1000 | 0,35 | 0,0 | 29,0 | 51,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | 55,0 | 55,3 | 300 | — | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_3$ | I_3, Φ_2 |
| 89 | 14,0 | 2,7 | 100 | — | 0,0 | 5,0 | 1,03 | 100 | 0,2 | 0,0 | 10,0 | 11,4 | 392 | 0,05 | 0,0 | $\Phi_1 = 25,0$ | I_1, Φ_2 |
| 90 | 42,0 | 3,07 | 600 | 0,2 | 0,0 | 13,0 | 5,14 | 390 | — | 0,0 | 37,0 | 7,9 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_3 = 20,0$ | I_2, Φ_3 |
| 91 | 42,5 | 9,0 | 0 | 0,0 | 0,1 | 20,0 | 2,4 | 50 | 2,0 | 0,0 | 40,5 | 2,0 | 150 | 1,0 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_3 |
| 92 | 20,0 | 5,0 | 400 | 0,125 | 0,0 | 10,0 | 5,0 | — | 0,2 | 0,0 | 30,0 | 10,0 | 0 | 0,0 | 0,0 | $\Phi_1 = \Phi_2$ | W_2, Φ_1 |
| 93 | 34,0 | 8,3 | 290 | 0,5 | 0,0 | 13,0 | 14,2 | 255 | 0,2 | 0,0 | 31,0 | 6,8 | 2000 | — | 0,0 | $\Phi_3 = 98,0$ | I_3, Φ_2 |
| 94 | 32,0 | 4,06 | 76 | 0,25 | 0,0 | 14,0 | 8,3 | 275 | — | 0,0 | 35,0 | 10,4 | 800 | 0,1 | 0,0 | $\Phi_2 - \Phi_1 = 20,0$ | I_2, Φ_3 |
| 95 | 22,0 | 7,8 | 635 | 0,1 | 0,0 | 15,0 | 5,5 | — | 0,1 | 0,0 | 28,0 | 3,1 | 28 | 0,5 | 0,0 | $\Phi_2 = 70,0$ | W_2, Φ_2 |
| 96 | 90,0 | 100,0 | 150 | 2,0 | 0,0 | 30,0 | 180,0 | 700 | 0,5 | 0,5 | 90,0 | 100 | 0 | 0,0 | 0,0 | — | Φ_1, Φ_2 |
| 97 | 50,0 | 12,1 | 0 | 0,0 | 0,0 | 17,0 | 14,0 | 440 | 0,5 | 0,0 | 40,0 | 8,6 | 520 | — | 0,0 | $\Phi_3 = \Phi_2$ | I_3, Φ_2 |

РОЗДІЛ 6 МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ В СТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ

6.1. Методичні вказівки до розрахунку нелінійних електричних кіл змінного струму в стаціонарних режимах

1. Нелінійні елементи змінного струму за своїми властивостями поділяються на симетричні, несиметричні, інерційні, безінерційні, резистивні, реактивні, з додатним та від'ємним динамічним опором.

2. Властивості симетричних нелінійних елементів не залежать від напрямку струму, що протікає в них, або прикладеної напруги.

3. Інерційні властивості нелінійних елементів зумовлюються наявністю теплової інерції, що призводить до лінійної залежності між миттєвими значеннями струму та напруги та до нелінійної залежності між діючими значеннями струму та напруги.

4. Розрізняють нелінійні електричні кола з однорідними джерелами енергії, якщо у колі діють джерела однієї частоти, і кола з неоднорідними джерелами енергії, які містять джерела різних частот.

5. У колах, що містять нелінійні елементи з від'ємними динамічними опорами, можлива поява автоколивальних процесів, коли при підключенні постійного джерела напруги нелінійне коло генерує стійкі коливання струму.

6. Дослідження електричних кіл з вентиляними (діодними) елементами проводиться у припущенні, що діод має ідеальну вольт-амперну характеристику: у провідному стані його опір прагне до нульового значення, а в протилежному стані – опір діода прагнути до нескінченності.

7. Діод перебувати у провідному стані, коли потенціал анода вищий за потенціал катода. Якщо потенціал анода нижчий за потенціал катода – діод знаходиться у запертому стані.

8. Розрахунок складних електричних кіл змінного струму проводиться на підставі застосування законів Кірхгофа. Ця операція виконується або аналітично – за наявності аналітичних виразів вольт-амперних характеристик, або графічно – при заданні характеристик у вигляді графіків або таблиць.

9. Для розрахунку нелінійних електричних і магнітних кіл, що допускають кусково-лінійну апроксимацію характеристик, є ефективний метод послідовних наближень, що дозволяє розрахувати параметри будь-яких складних кіл.

10. Якщо відомо, що нелінійний елемент працює на ділянці вольт-амперної характеристики, який приблизно можна вважати лінійним, то задача лінеаризується шляхом заміни робочої ділянки вольт-амперної характеристики прямою лінією та визначення еквівалентних параметрів заступної схеми.

11. При дослідженні котушок з феромагнітними осердями ефективним методом розрахунку параметрів кіл є метод еквівалентних синусоїд, при якому дійсні несинусоїдальні величини замінюються еквівалентними синусоїдальними. Умовами еквівалентності є: однакові діючі значення та втрати в колі від початкової несинусоїдальної кривої та еквівалентної синусоїдальної.

6.2. Розрахунок параметрів в однорідній резистивно-вентильній цепі за миттєвими значеннями

Задача 6.1

Розрахувати струми віток в неоднорідній резистивно-вентильному колі (рис. 6.1), що містить нелінійні ідеальні напівпровідникові діоди VD_1 , VD_2 та лінійні елементи: $R_1=20$ Ом, $R_2=10$ Ом, $E_0=5$ В, $e(\omega t)=20\sin\omega t$ В, $f=50$ Гц.

Розв'язок

Електричне коло містить три вітки і три контури з двома нелінійними елементами. У колі відсутні накопичувачі енергії, тому миттєві значення струмів і спадів напруги співпадають по фазі на елементах кола. Внутрішній опір гармонічного

ідеального джерела ЕРС дорівнює нулю, тому схема має два незалежних контури: лівий контур, в який послідовно включені діод VD_1 , резистор R_1 і гармонічне джерело енергії $e(\omega t)$ і правий контур, де послідовно з'єднані гармонічний джерело енергії $e(\omega t)$, резистор R_2 , діод VD_2 і джерело постійної ЕРС E_0 .

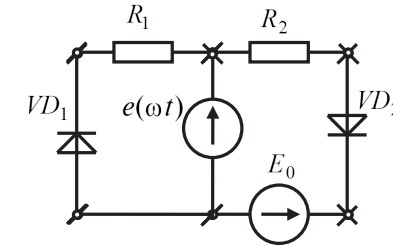


Рис. 6.1. Розрахункова схема до задачі 6.1

Період коливання гармонійної напруги джерела енергії

$$T=1/f=0,02 \text{ с.}$$

Лівий незалежний контур. У перший півперіод додатної вихідної напруги гармонічного джерела енергії за час $t=0\dots 0,01$ с потенціал катода діода VD_1 вище за потенціал анода – діод знаходиться в запертому стані. В цей період часу струм лівого контуру дорівнює нульовому значенню. Спад напруги на першому резистивному елементі визначається:

$$u_{R1}(\omega t)=R_1 i_1(\omega t)=0.$$

Напруга джерела енергії прикладена до закритого діода VD_1

$$u_{VD1}(\omega t)=20\sin\omega t \text{ В.}$$

У другому півперіоді від'ємної вихідної напруги гармонічного джерела енергії за час $t=t_0\dots T$ с потенціал катода діода VD_1 стає нижче потенціалу анода, та діод у момент часу $t_0=0,01$ с стрибком переходить у відкритий стан. Ток лівого контуру обмежується резистором R_1 і визначається за законом Ома:

$$i_1(\omega t)=e(\omega t)/R_1=1 \times \sin\omega t \text{ А.}$$

Спад напруги на відкритому діоді VD_1 дорівнює нулю $u_{VD1}(\omega t)=0$, напруга джерела енергії прикладена до резистора R_1 :

$$u_{R1}(\omega t)=20\sin\omega t \text{ В.}$$

Правий незалежний контур. Наявність у правому контурі джерела постійної ЕРС E_0 призводить до підвищення потенціалу

анода на величину E_0 , тому час переходу другого діода VD_2 буде зсунуте в бік затримки від точок переходу через нульове значення напруги джерела енергії на величину t_1 :

$$E_0 = 20 \sin \omega t_1 = 5; \quad t_1 = \frac{\arcsin 0,25}{2\pi f} = 0,25 \text{ рад} = 8 \times 10^{-4} \text{ с.}$$

На ділянках часу $0 \dots t_1$, $t_0 - t_1 \dots t_0$ і $t_0 \dots T$ діод запертий та струм контуру дорівнює нульовому значенню $i_2(\omega t) = 0$. Напруга джерела енергії прикладена до закритого діоду В.

На ділянці часу потенціал катода діода стає нижче потенціалу анода, а діод у момент часу зі стрибком переходить у відкритий стан. Струм правого контуру обмежується резистором, визначається за законом Ома:

$$i_2(\omega t) = (e(\omega t) - E_0) / R_2 = 1,5 \times \sin \omega t \text{ А.}$$

Струм джерела енергії визначається як сума струмів лівого і правого контурів:

- ділянка часу $0 \dots t_1$, $i_0(\omega t) = 0$;
- ділянка часу $t_1 \dots t_0 - t_1$, $i_0(\omega t) = i_2(\omega t) = 1,5 \times \sin \omega t \text{ А}$;
- ділянка часу $t_0 - t_1 \dots t_0$, $i_0(\omega t) = 0$;
- ділянка часу $t_0 \dots T$, $i_0(\omega t) = 1,5 \times \sin \omega t \text{ А}$.

Графіки розрахункових значень токів і напруг віток, представлені на рис. 6.2.

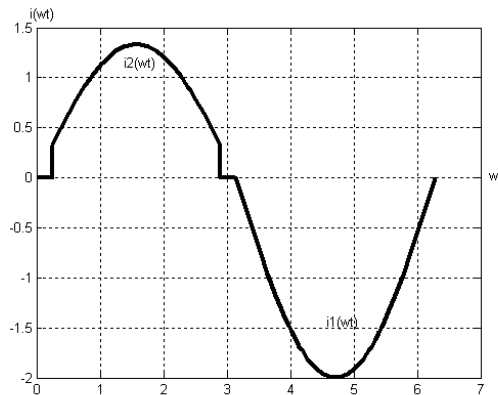


Рис. 6.2. Графіки миттєвих значень струмів до задачі 6.1

6.3. Розрахунок параметрів в однорідній резистивно-вентильному колі за миттєвими значеннями

Задача 6.2

Розрахунок струмів віток в однорідній резистивно-вентильному колі, рис. 6.3, що містить нелінійний ідеальний півпровідниковий діод VD_1 і лінійні елементи: $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $j(\omega t) = 2 \sin \omega t \text{ А}$, $f = 50 \text{ Гц}$.

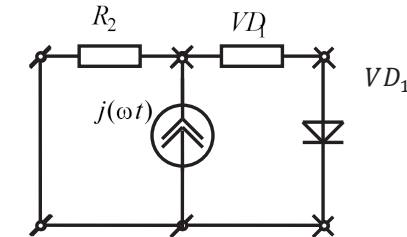


Рис. 6.3. Розрахункова схема до задачі 6.2

Розв'язок

Електричне коло містить три вітки і три контури з одним нелінійним елементом. У колі відсутні накопичувачі енергії, тому миттєві значення струмів і спад напруги співпадають по фазі на елементах кола. Внутрішній опір гармонічного ідеального джерела струму дорівнює нескінченності. Виділяємо в схемі два контури: лівий контур, в якому ввімкнені резистор R_1 і гармонічне джерело струму $j(\omega t)$ і правий контур, де з'єднані гармонічний джерело струму $j(\omega t)$, резистор R_2 , діод VD_1 .

Період коливання струму гармонічного джерела енергії:

$$T = 1/f = 0,02 \text{ с.}$$

Перший півперіод вихідного струму. У перший півперіод додатного вихідного струму гармонічного джерела енергії за час $t = 0 \dots T$ потенціал катода діода VD_1 нижче за потенціал анода – діод VD_1 знаходиться у відкритому стані. У цей період часу струм лівої вітки визначається відповідно до правила подільника струмів

$$i_1(\omega t) = j(\omega t) \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,67 \sin \omega t \text{ А.}$$

Спад напруги на першому резистивному елементі R_1 дорівнює

$$u_{R1}(\omega t) = R_1 i_1(\omega t) = 13,3 \sin \omega t \text{ В.}$$

Струм правої вітки

$$i_2(\omega t) = j(\omega t) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1,33 \sin \omega t \text{ А.}$$

Другий півперіод вихідного струму. У другому півперіоді від'ємного вихідного струму гармонічного джерела енергії за час $t=t_0 \dots T$ потенціал катода діода VD_1 стає вищим за потенціал анода, та діод у момент часу $t_0=0,01$ с стрибком переходить у закритий стан. Струм лівої вітки дорівнює струму джерела струму

$$i_1(\omega t) = j(\omega t) = 2 \sin \omega t \text{ А.}$$

Струм правої вітки дорівнює нулю.

Спад напруги на закритому діоді рівне спаду напруги на резисторі $R_1 - u_{VD2}(\omega t) = 40 \sin \omega t \text{ В}$, напруга джерела енергії прикладено до резистора R_1 :

$$u_{R1}(\omega t) = 20 \sin \omega t \text{ В.}$$

6.4 Розрахунок параметрів в однорідному нелінійному резистивно-ємнісному колі за миттєвими значеннями

Задача 6.3

До ідеального джерела струму $j=0,15 \sin \omega t \text{ А}$, ($\omega=10\,000 \text{ рад/с}$) (рис. 6.4, а), ввімкнені лінійна ємність $C_0=10 \text{ мкФ}$, нелінійна ємність C , кулон-вольтна характеристика якої наведена на рис. 6.4, с ($Q_m=1,5 \times 10^{-5} \text{ Кл}$) і нелінійний резистор R з вольт-амперною характеристикою, що наведена на рис. 6.4, б ($U_{R1}=1 \text{ В}$, $U_{R2}=3 \text{ В}$, $I_{R1}=0,1 \text{ А}$, $I_{R2}=0,2 \text{ А}$). Потрібно побудувати графіки миттєвих спадів напруг на елементах схеми.

Розв'язок

Кулон-вольтна характеристика нелінійної ємності C має два характерних ділянки: горизонтальний і вертикальний. Електрична ємність конденсатора визначається відношення прирощень заряду до напруги, тому на горизонтальній ділянці

ємність нелінійного конденсатора дорівнює нулю, а на вертикальному – нескінченості. Ємнісний реактивний опір нелінійного конденсатора зворотно пропорційний ємності, тому на горизонтальній ділянці кулон-вольтної характеристики нелінійної ємності ємнісний опір дорівнює нескінченості (розривається вітка), а на вертикальному – нулю (шунтується вітка з нелінійним резистивним опором).

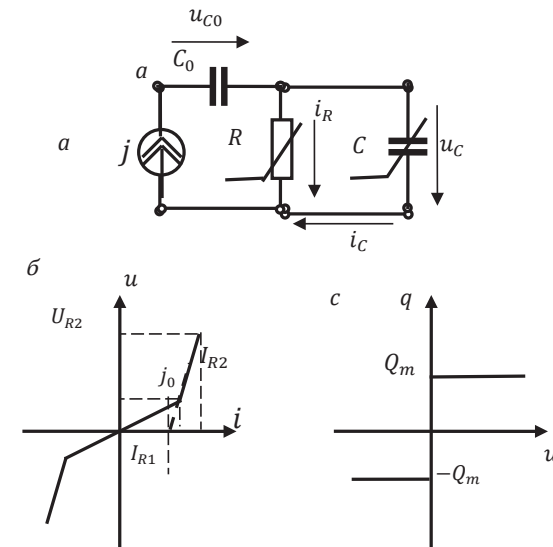


Рис. 6.4. Розрахункова схема та характеристики нелінійних ємності та опору до задачі 6.3

Момент переходу з горизонтального ділянки на вертикальну кулон-вольтну характеристику нелінійної ємності C визначається досягненням величини максимального заряду на конденсаторі.

Знаючи струм закон зміни ідеального джерела струму $j=0,15 \sin 10000t \text{ А}$ знайдемо заряд, генеруємий джерелом енергії:

$$q = \int j dt = -\frac{0,15}{10000} \cos \omega \times t = -1,5 \times 10^{-5} \cos 10000t \text{ Кл.}$$

Тоді момент часу досягнення максимального заряду Q_m на ємності

$$Q_m = -1,0 \times 10^{-5} = -1,5 \times 10^{-5} \cos \omega \times t_c;$$

$$\omega \times t_c = \arccos \frac{-1,0 \times 10^{-5}}{-1,5 \times 10^{-5}} = 0,84, \text{ рад.}$$

Період колювання синусоїдального струму джерела енергії

$$\omega \times T = 2\pi = 6,28, \text{ рад.}$$

Нелінійний резистивний опір R має два ділянки з різними динамічними опором. Динамічний опір на першій ділянці:

$$R_{d1} = \Delta U_1 / \Delta I_1 = U_{R1} / I_{R1} = 1 / 0,1 = 10, \text{ Ом.}$$

Динамічний опір нелінійного резистора на другій ділянці вольт-амперної характеристики:

$$R_{d2} = \Delta U_2 / \Delta I_2 = (U_{R2} - U_{R1}) / (I_{R2} - I_{R1}) = 2 / 0,1 = 20, \text{ Ом.}$$

Розміщення другої ділянки вольт-амперної характеристики нелінійного резистора R , відносно початку координат, яка знаходиться через лінійну екстраполяцію прямої лінії, що проходить через дві точки ($U_{R1}=1$ В, $U_{R2}=3$ В, $I_{R1}=0,1$ А, $I_{R2}=0,2$ А) початкової прямої другої ділянки

$$\frac{j_0 - I_{R2}}{I_{R2} - I_{R1}} = \frac{0 - U_{R2}}{U_{R2} - U_{R1}}; j_0 = 0,05 \text{ А.}$$

Знайдений зсув j_0 другої ділянки враховується в заступній схемі шляхом паралельного увімкнення додаткового джерела струму $j_0=0,05$ А динамічному опору R_{d2} на другій ланці апроксимації.

Спад напруги на першій ланці вольт-амперної характеристики нелінійного резистора

$$u_{R1} = jR_{d1} = 0,15 \times 10 \sin \omega t = 1,5 \sin \omega t \text{ В.}$$

Спад напруги на другій ланці вольт-амперної характеристики нелінійного резистора

$$u_{R2} = (j + j_0) R_{d2} = (0,05 + 0,15 \sin \omega t) \times 20 = 1,0 + 3,0 \sin \omega t \text{ В.}$$

Час переходу з першої на другий ланки вольт-амперної характеристики нелінійного

$$I_{R1} = 0,1 = j(t_R) = 0,15 \sin \omega t_R;$$

$$\omega \times t_R = \arcsin \frac{0,1}{0,15} = 0,72, \text{ рад.}$$

Спад напруги на лінійній ємності

$$u_c = \frac{j}{\omega \times C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = 1,5 \sin \omega t \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ В.}$$

Графіки спадів напруг, наведені на рис. 6.5.

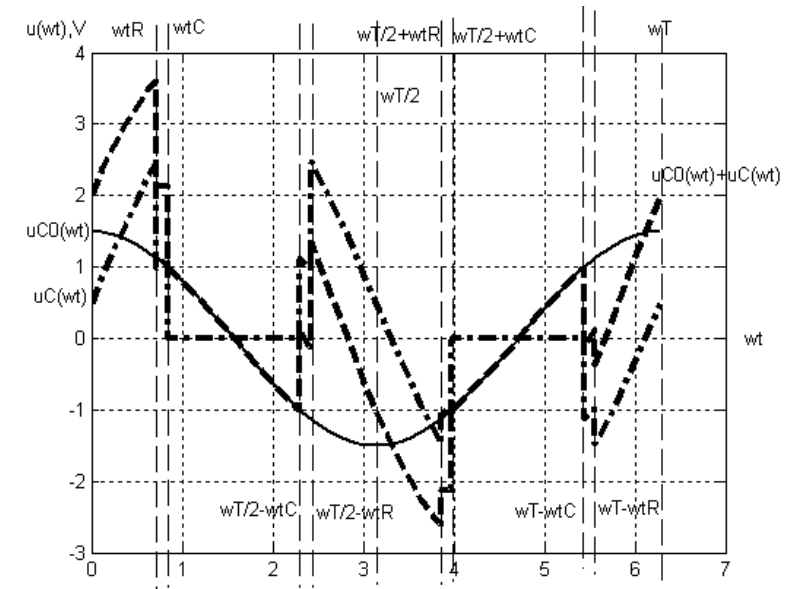


Рис. 6.5. Миттєві значення спадів напруг на елементах схеми задачі 6.3

6.5. Розрахунок параметрів в однорідному нелінійному резистивно-індуктивному колі за миттєвими значеннями

Задача 6.4

До ідеального джерела напруги $e=4,0 \sin \omega t$ В, ($\omega=1000$ рад/с) (рис. 6.6, а) під'єднані лінійна індуктивність $L_1=10$ мГ, нелінійна індуктивність L_2 , веб-амперна характеристика якої наведена на рис. 6,4, c ($\psi_m=2,0 \times 10^{-3}$ Вс), лінійний резистор $R_2=10$ Ом і нелінійний резистор з вольт-амперною характеристикою, наведеної

на рис. 6.4, б ($U_{R1}=1$ В, $I_{R1}=0,1$ А). Потрібно побудувати графіки зміни струмів у вітках схем.

Розв'язок

Вебер-амперна характеристика нелінійної індуктивності має дві характерні ділянки: горизонтальний і вертикальний. Індуктивність котушки визначається відношенням прирощених потокозчеплення до струму, тому на горизонтальній ділянці індуктивність нелінійної котушки дорівнює нульовому значенню, а на вертикальному – нескінченності. Індуктивний реактивний опір нелінійної котушки прямо пропорційний індуктивності, тому на горизонтальній ділянці веб-амперної характеристики нелінійної котушки її опір має нульове значення (замикається ділянка вітки), а на вертикальному – нескінченності (розмикається вітки з лінійним резистивним опором R_2).

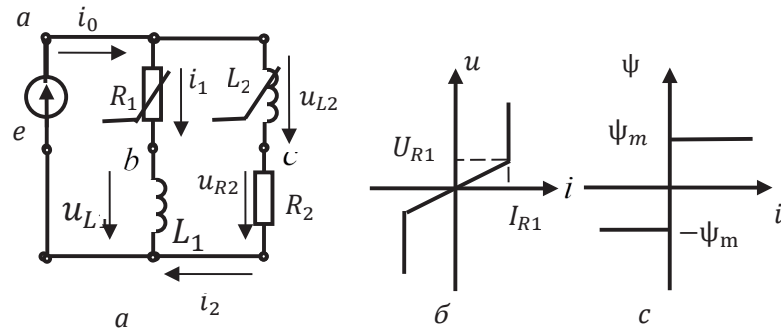


Рис. 6.6. Розрахункова схема та характеристики нелінійних індуктивності та опору до задачі 4.4

Момент переходу з горизонтального ділянки на вертикальну веб-амперну характеристику нелінійної індуктивності L_2 визначається досягненням величини максимального потокозчеплення на котушці ψ_m .

Знаючи закон зміни напруги ідеального джерела енергії:

$$e = 4,0 \sin 1000t \text{ В}$$

знаходимо момент часу досягнення максимального потокозчеплення в індуктивності L_2

$$\psi = \int e dt = -\frac{4,0}{1000} \cos \omega \times t = -4,0 \times 10^{-3} \cos 10000t \text{ Вс.}$$

Період коливання синусоїдальної напруги джерела енергії:

$$\omega \times T = 2\pi = 6,28, \text{ рад.}$$

Нелінійний резистивний опір має дві ділянки з різними динамічними опорами. Динамічний опір на першій ділянці:

$$R_{d1} = \Delta U_1 / \Delta I_1 = U_{R1} / I_{R1} = 1 / 0,1 = 10, \text{ Ом.}$$

Динамічний опір нелінійного резистора на другій ділянці вольт-амперної характеристики $R_{d2} = \infty$ Ом.

Спад напруги на першій ділянці вольт-амперної характеристики нелінійного резистора R_1 при нескінченно великому реактивному опорі нелінійної індуктивності L_2

$$u_{R1} = R_{d1} \times \frac{e}{\sqrt{R_{d1}^2 + (\omega L_1)^2}} \sin \left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_1}{R_{d1}} + \frac{\pi}{2} \right) = 0,63 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ В.}$$

Спад напруги на другій ділянці вольт-амперної характеристики нелінійного резистора R_1 при нескінченно великому реактивному опорі нелінійної індуктивності L_2

$$u_{R2} = 4,0 \sin \omega t \text{ В.}$$

Час переходу з першої до другої ланки вольт-амперної характеристики нелінійного опору R_1

$$I_{R1} = 0,1 = \frac{e}{R_{d1}} \sin \omega \times t_R = 0,4 \sin \omega \times t_R;$$

$$\omega \times t_R = \arcsin \frac{0,1}{0,4} = 0,25 \text{ рад.}$$

Період часу $0 \dots \omega \times t_R$. Значення параметрів кола $R_1 = R_{d1} = 10$ Ом, $L_2 = \infty$:

$$i_1 = \frac{e}{\sqrt{R_{d1}^2 + (\omega L_1)^2}} \sin \left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_1}{R_{d1}} \right) = 0,63 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) \text{ А;}$$

$$u_{R1} = R_{d1} \times \frac{e}{\sqrt{R_{d1}^2 + (\omega L_1)^2}} \sin \left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_1}{R_{d1}} \right) = 0,63 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) \text{ В;}$$

$$u_{L1} = \omega L_1 \times \frac{e}{\sqrt{R_{d1}^2 + (\omega L_1)^2}} \sin \left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_1}{R_{d1}} + \frac{\pi}{2} \right) = 0,63 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ В;}$$

$$i_2 = 0 \text{ А.}$$

Період часу $\omega \times t_R \dots \omega \times t_L$. Значення параметрів кола $R_1 = R_{a2} = \infty \text{ Ом}$, $L_2 = \infty$:

$i_1 = I_{R1} = 0,1 \text{ А}$ – резистор працює в режимі стабілізації струму;

$u_{R1} = 4,0 \times \sin \omega \times t \text{ В}$;

$u_{L1} = 0 \text{ В}$;

$i_2 = 0 \text{ А}$.

Період часу $\omega \times t_L \dots \pi/4$. Значення параметрів кола $R_1 = R_{a2} = \infty \text{ Ом}$, $L_2 = 0$:

$i_1 = I_{R1} = 0,1 \text{ А}$ – резистор працює в режимі стабілізації струму;

$u_{R1} = 4,0 \times \sin \omega \times t \text{ В}$;

$u_{L1} = 0 \text{ В}$;

$u_{L2} = 0 \text{ В}$;

$i_2 = e/R_2 = 0,4 \sin \omega \times t \text{ А}$.

У подальшому процес циклічно повторюється. Графіки струмів віток наведені на рис. 6.7.

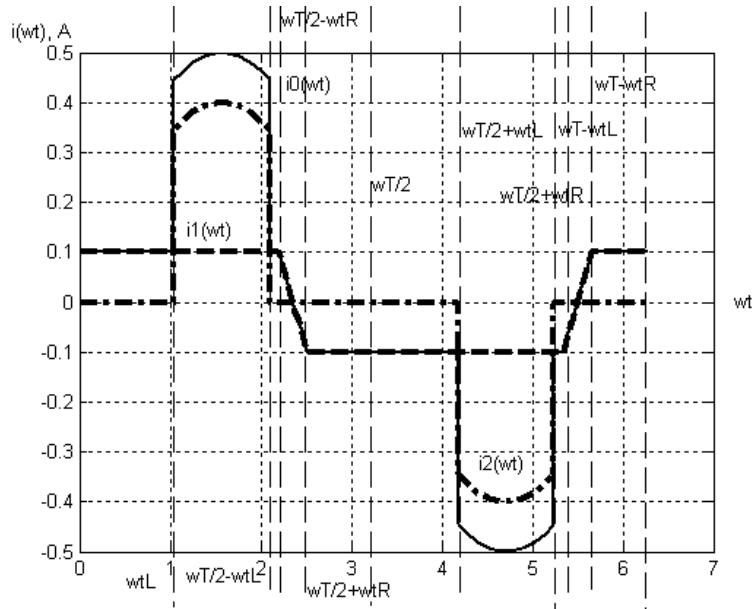


Рис. 6.7. Миттєві значення спадів напруг на елементах схеми задачі 6.4

6.6. Розрахунок параметрів в однорідному нелінійному резистивно-індуктивно-ємкостному колі за діючими значеннями еквівалентних синусоїд

Задача 6.5

Задано нелінійне електричне коло (рис. 6.8, а), на вході якого діє гармонічне джерело. Покладаючи в першому наближенні, що в колі діють еквівалентні синусоїдні струми та напруги, що співпадають з першими гармоніками, визначити комплексні значення струмів і напруг у вітках схеми та побудувати векторну діаграму. Нелінійна ємність і індуктивність задані

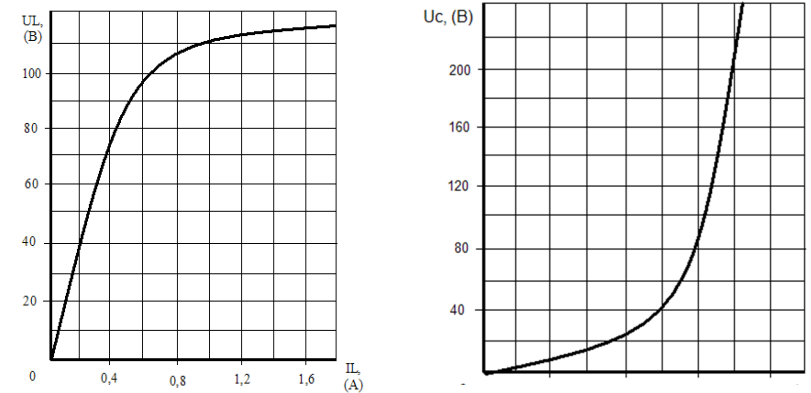
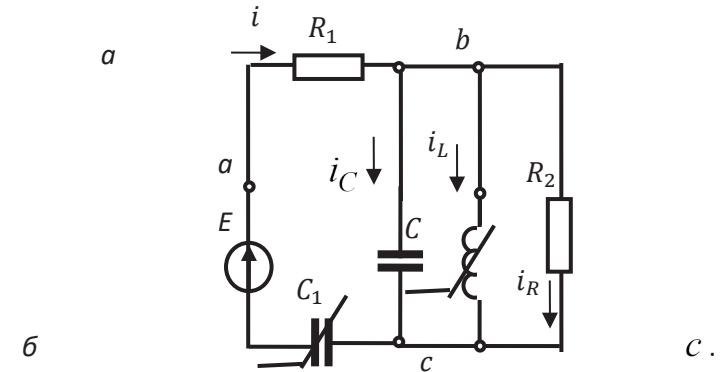


Рис. 6.8. Розрахункова схема та характеристики нелінійних індуктивності та ємності до задачі 6.5

вольт-амперними характеристиками (рис. 6.8, б, с). Параметри лінійних елементів схеми: $x_C=R_1=R_2=100$ Ом.

Розв'язок

Задаємо довільно модуль струму та фазу струму нелінійного індуктивного елемента $I_L=0,4e^{j0^\circ}$ А, відповідно до вольт-амперної характеристики (рис. 6.8, б) комплексне значення напруги на індуктивності $U_L=70e^{j90^\circ}$ В.

Напруга на резистивному опорі R_2 дорівнює напрузі на індуктивному елементі $U_{R2}=U_L=70e^{j90^\circ}$ В. Струм резистора R_2 визначається як $I_R=U_{R2}/R_2=0,7e^{j90^\circ}$ А.

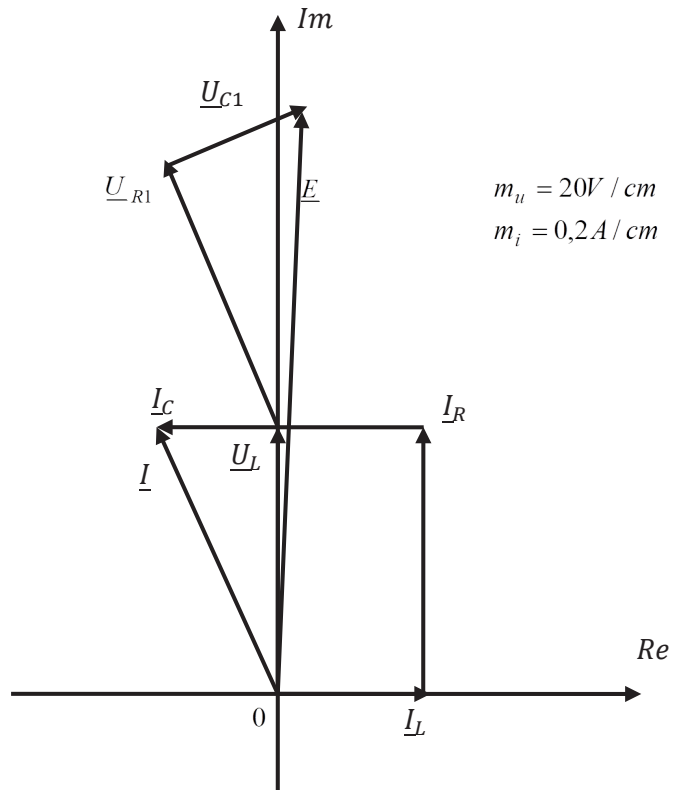


Рис. 6.9. Суміщена векторна діаграма струмів і напруг до задачі 6.5

Напруга на ємнісному елементі C дорівнює напрузі на індуктивному елементі $U_C=U_L=70e^{j90^\circ}$ В. Струм ємності C буде $I_C=U_{R2}/(-jx_C)=0,7e^{j180^\circ}$ А.

Вхідний струм знаходимо за першим законом Кірхгофа:

$$I=I_L+I_C+I_R=0,4e^{j0^\circ}+0,7e^{j180^\circ}+0,7e^{j90^\circ}=0,76e^{j113^\circ}$$
 А.

Знаючи модуль вхідного потоку 0,76 А за вольт-амперною характеристикою нелінійної ємності (рис. 6.8, с), знаходимо напругу на першій ємності $U_{C1}=20e^{j(113^\circ-90^\circ)}=20e^{j23^\circ}$. Спад напруги на лінійному резисторі R_1 визначається $U_{R1}=I \times R_1=76e^{j113^\circ}$ В.

Комплексна напруга джерела енергії E :

$$E=U_{R1}+U_C+U_{C1}=76e^{j113^\circ}+70e^{j90^\circ}+20e^{j23^\circ}=148e^{j94^\circ}$$
 В.

Суміщена векторна діаграма струмів і напруг побудована на рис. 6.9.

6.7. Розрахунок параметрів котушки з насиченим осердям методом еквівалентних синусоїд

Задача 6.6

При підключенні котушки зі сталевим осердям (дроселем) до джерела синусоїдальної напруги за схемою (рис. 6.10), зафіксовані покази приладів: амперметра 0,2 А, вольтметра 120 В, ватметра 1,2 Вт. Резистивний опір навивки котушки (опір меді котушки) виміряно та дорівнює $R_M=9$ Ом.

Розрахувати параметри заступної схеми котушки зі сталлю і побудувати векторну діаграму.

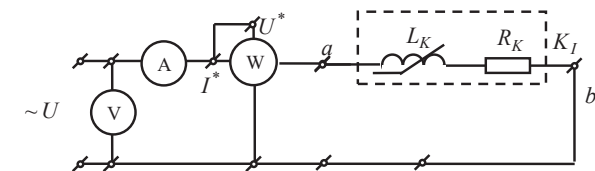


Рис. 6.10. Розрахункова схема до задачі 6.6

Розв'язок

Магнітний потік пропорційний прикладеній напрузі, тому при підвищенні напруги магнітопровід котушки насичається,

що призводить до зменшення індуктивності контуру та індуктивного опору. Збільшення напруги призводить до насиченню магнітопроводу та струм у котушці починає змінюватися не за синусоїдним законом.

Для розрахунку електричних кіл змінного струму з нелінійним індуктивним елементом (котушкою зі сталевим осердям), останню заміняють послідовною або паралельною заступною схемою (рис. 6.11, 6.12).

У схемах опір R_M є резистивним опором проводу навивки котушки (опір меді котушки). В спрощених заступних схемах магнітними потоками розсіювання нехтують. Тому індуктивність

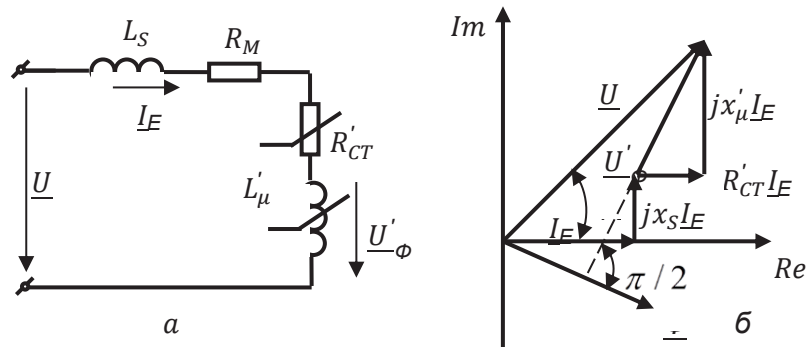


Рис. 6.11. Заступна послідовна схема котушки із сталевим осердям і її векторна діаграма (задача 6.6)

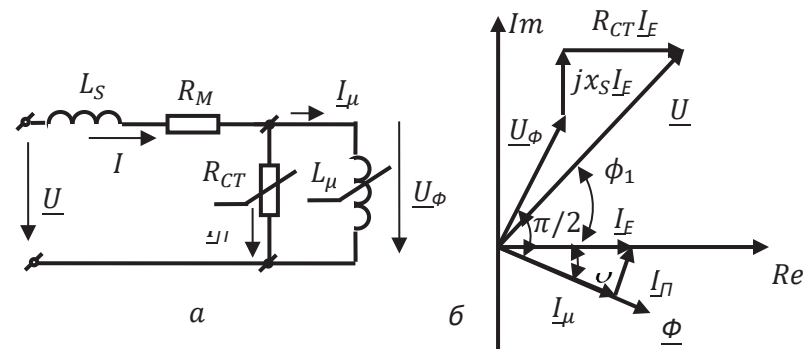


Рис. 6.12. Заступна паралельна схема котушки із сталевим осердям і її векторна діаграма (задача 6.6)

розсіювання та індуктивний опір контуру розсіювання дорівнюють нулю за таким підходом. Резистивний опір R_{CT} і відповідна провідність G_{CT} враховують наявність активних втрат в осерді магнітопроводу (опір сталі котушки враховує наявність активних втрат на перемагнічування магнітопроводу). Реактивний опір і провідність враховують наявність основного магнітного потоку, що замикається по магнітопроводу.

Розрахунок параметрів послідовної заступної схеми (рис. 6.11, $L_S=0$) без урахування індуктивності розсіювання.

Для розрахунку параметрів заступної схеми робиться припущення, що в колі протікає еквівалентний синусоїдний струм, діюче значення якого визначено амперметром $I=0,2$ А.

Нехтуємо індуктивністю розсіювання (наближений розрахунок - потоки розсіювання відсутні $\Phi_s=0$). Тоді реактивний опір від потоків розсіювання $x_s=0$.

Реактивна потужність, яка виділяється в індуктивності, обумовлена основним потоком Φ , визначається співвідношенням:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(UI)^2 - P^2} = \sqrt{(120 \times 0,2)^2 - 1,2^2} = 23,96, \text{ вар,}$$

де $S=UI$ - повна споживана потужність, ВА; U, I, P - виміряні значення напруги U В, еквівалентного струму I А, активної потужності P Вт.

Наближене значення реактивного опору котушки:

$$x'_\mu = \omega L'_\mu = \frac{Q}{I^2} = \frac{23,96}{0,2^2} = 599,24, \text{ Ом.}$$

Приближене значення індуктивності котушки:

$$L'_\mu = \frac{x'_\mu}{\omega} = \frac{599,24}{314} = 1,9, \text{ Гн,}$$

де $\omega=2\pi f$ - кутова частота живлячої напруги, $f=50$ Гц - циклічна частота.

Розрахунок параметрів паралельної заступної схеми з урахуванням індуктивності розсіювання.

Розрахунок ведем з урахуванням наявності індуктивності від потоків розсіювання. Приймаємо значення потоку розсіювання на рівні 10% від основного потоку, що замикається

по магнітопроводу. При такому допущенні визначається індуктивність розсіювання

$$L_S = 0,1L_\mu = 0,19, \text{ Гн.}$$

Реактивний опір від потоків розсіювання

$$x_S = \omega L_S = 314 \times 0,19 = 59,66, \text{ Ом.}$$

З трикутника потужностей находимо кут відставання φ вхідного еквівалентного струму від вхідної напруги:

$$\varphi = \arccos \frac{P}{S} = \arccos \frac{1,2}{120 \times 0,2} = 87^\circ.$$

Визначаєм комплексні значення вхідних напруг \underline{U} і еквівалентного струму \underline{I}

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_U} = 120e^{j87^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I} = Ie^{j\psi_I} = 0,2e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

де U, I – покази вимірювальних приборів; ψ_U, ψ_I – фази напруги і струму, пов'язані між собою співвідношенням:

$$\psi_U - \psi_I = \varphi.$$

Одна із фази (ψ_U або ψ_I) приймається за початкову (наприклад, прийнята рівною нулю фаза еквівалентного струму $\psi_I = 0$).

Розраховуємо напругу на контурі намагнічування

$$\begin{aligned} \underline{U}_\Phi &= \underline{U} - \underline{I}(R_M + jx_S) = 120e^{j87^\circ} - 0,2e^{j0^\circ}(9 + j59,66) = \\ &= 107,9e^{j87^\circ} = U_\Phi e^{j\psi_U}, \text{ В.} \end{aligned}$$

Активні втрати в навивці котушки (в опорі меді котушки)

$$P_M = R_M I^2 = 0,36, \text{ Вт.}$$

Активні втрати на перемагнічування сталі магнітопроводу (в провідності сталі магнітопроводу)

$$P_C = P - P_M = 1,2 - 0,36 = 0,84, \text{ Вт.}$$

Провідність сталі магнітопроводу котушки

$$G_{CT} = \frac{P_C}{U_\Phi} = \frac{0,84}{107,9} = 7,78 \times 10^{-3}, \text{ См.}$$

Струм в контурі втрат, обумовлений втратами в сталі

$$I_\Pi = U_\Phi \times G_{CT} = 107,9 \times 7,78 \times 10^{-3} = 0,84, \text{ А.}$$

Струм втрат співпадає по фазі з напругою на контурі намагнічування, тому його комплексне значення

$$\underline{I}_\Pi = I_\Pi e^{j\psi_U} = 0,84e^{j87^\circ}, \text{ А.}$$

Комплексне значення струму контуру основного потоку намагнічування магнітопроводу

$$\underline{I}_\mu = \underline{I} - \underline{I}_\Pi = 0,2e^{j0^\circ} - 0,84e^{j87^\circ} = 0,85e^{-j79^\circ} = I_\mu e^{j\psi_\mu}, \text{ А.}$$

Уточнене значення індуктивності контуру намагнічування

$$L_\mu = \frac{1}{\omega \times b_\mu} = \frac{U_\Phi}{\omega \times I_\mu} = \frac{107,9}{314 \times 0,85} = 0,4, \text{ Гн.}$$

Реактивні втрати в контурі намагнічування

$$Q_\mu = \frac{I_\mu^2}{b_\mu}, \text{ вар.}$$

Реактивні втрати в індуктивності потоку розсіювання

$$Q_S = x_S I^2, \text{ вар.}$$

Значення модуля магнітного потоку

$$\Phi = \frac{U_\Phi}{4,44 \times f \omega}, \text{ Вб,}$$

де $\omega = 100$ – кількість витків навивки котушки.

Магнітний потік відстає від напруги в контурі намагнічування на $\frac{\pi}{2}$, тому його комплексне значення:

$$\underline{\Phi} = \Phi \times e^{j(\psi_U - \frac{\pi}{2})}, \text{ Вб.}$$

Аналогічні розрахунки з урахуванням індуктивності розсіювання можна привести і для послідовної заступної схеми (рис. 6.11).

При побудові векторної діаграми напруг, сумісної з векторною діаграмою струмів і магнітного потоку, за початковий вектор обирається один із параметрів: вектору вхідного струму, вхідної напруги або магнітного потоку (рис. 6.12). Усі інші вектори побудовані в масштабах відповідно до знайдених комплексних значень. Початкові дані для побудови векторної діаграми беруться у відповідності з проведеними розрахунками.

6.8. Розрахункове-графічне завдання «Розрахунок стаціонарних процесів у нелінійних електричних колах змінного струму»

Задача 6.6

Завдання складається із двох задач. Перша задача передбачає розрахунок періодичних процесів у нелінійному електричному колі за миттєвими значеннями, друга задача – розрахунок періодичних процесів у нелінійному електричному колі за діючими значеннями еквівалентних синусоїд.

Задача 1. В електричних колах (рис. 6.13, 6.14) діють джерела постійної ЕРС, гармонійних ЕРС та струмів. Параметри кіл надані в табл. 6.1–6.6. Нелінійна характеристика ємності задана кулон-вільною характеристикою, індуктивності – веб-амперною характеристикою, а резистора – вольт-амперною характеристикою (рис. 6.15). Потрібно визначити у функції часу закон зміни заданих у табл. 6.1–6.6 змінних функцій. З отриманого аналітичного виразу для функцій побудувати графік зміни знайдених величин на періоді повторення.

Задача 2. Дани нелінійні електричні схеми (рис. 6.16–6.18). На вході схеми діє напруга, що змінюється у часі за гармонійним законом із постійною частотою. Задаючи чотири значення струму нелінійного елемента, потрібно розрахувати періодичні процеси за допомогою вольт-амперних характеристик (рис. 6.19) за першими гармоніками для значень еквівалентних струмів і напруг, що діють. Побудувати векторні діаграми.

Вихідні дані для розрахунку параметрів кола та номер схеми задані за номером варіанта у табл. 6.7 та вибираються за двома останніми числами номера залікової книжки.

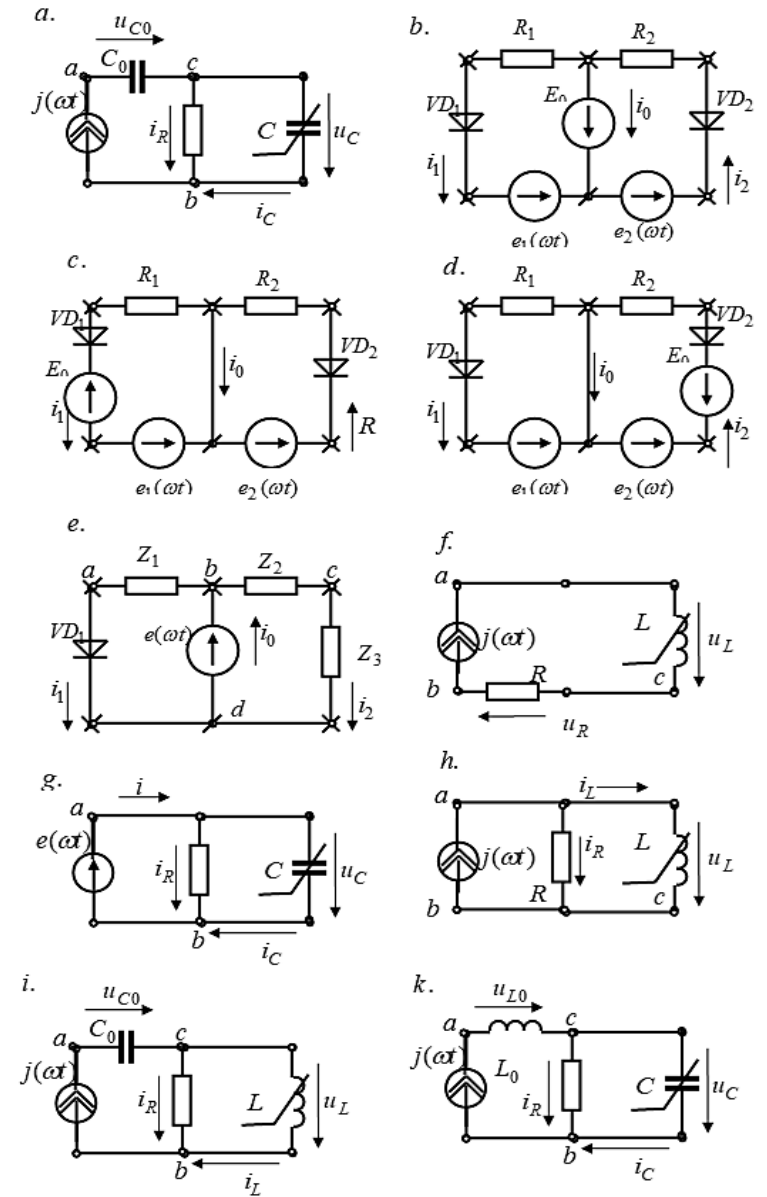


Рис. 6.13. Розрахункові схеми до завдання 6.8

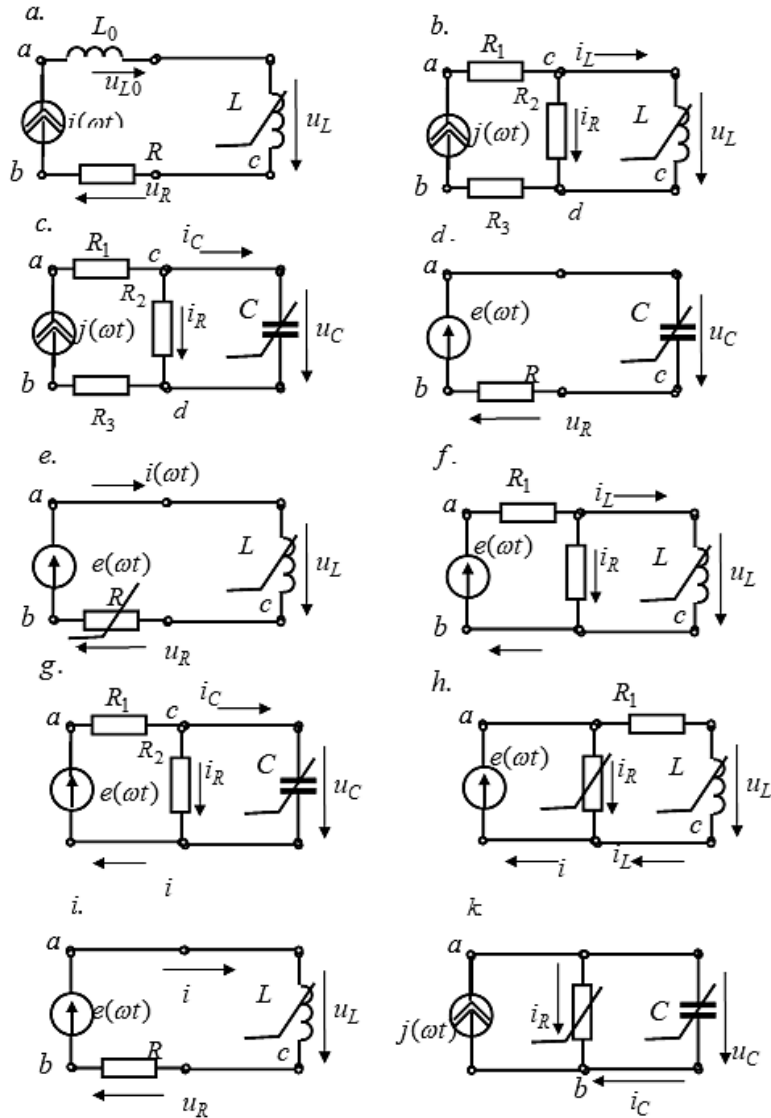


Рис. 6.14. Розрахункові схеми до завдання 6.8

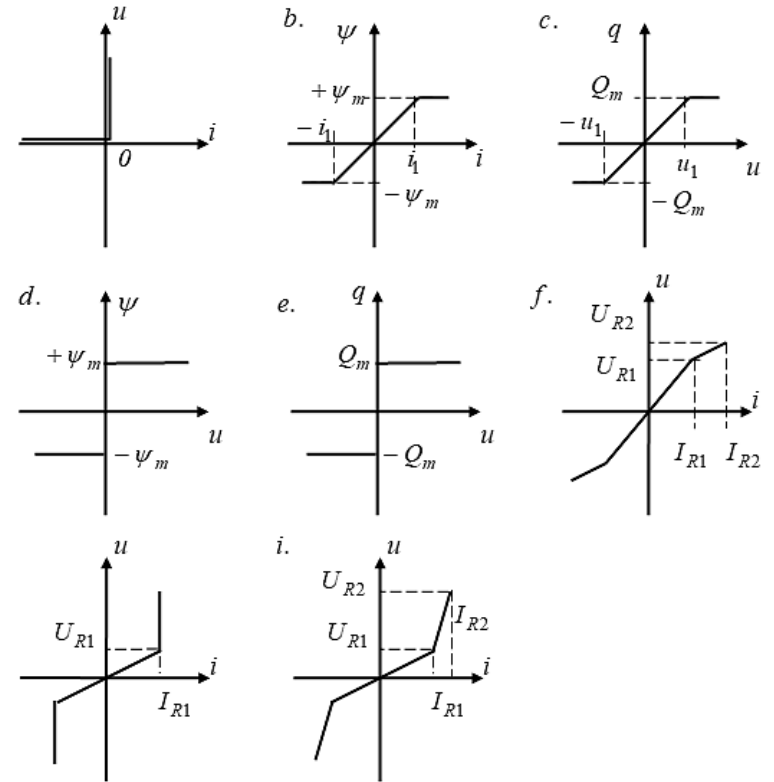


Рис. 6.15. Статичні характеристики нелінійних елементів до завдання 6.8

Таблиця 6.1

| Вар. | Номера схеми та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | | | | | | | Визначити у функції ωt |
|------|-----------------------------------------------------|---------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------------|--|--------------------------------|
| | схема | елемент | $E_0, В$ | $e_1(\omega t), В$ | $e_2(\omega t), В$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $Z_1, Ом$ | $Z_2, Ом$ | $Z_3, Ом$ | $Z_3, Ом$ | | |
| 01 | 6.13, b | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $15 \sin(\omega t)$ | 50 | 100 | 0 | 0 | 0 | i_3, u_{VD1} | | |
| 02 | 6.13, b | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $30 \sin(\omega t)$ | 100 | 200 | 0 | 0 | 0 | i_3, u_{VD2} | | |
| 03 | 6.13, b | 6.15, a | 15 | $30 \sin(\omega t)$ | $40 \sin(\omega t)$ | 150 | 300 | 0 | 0 | 0 | i_2, u_{VD1} | | |
| 04 | 6.13, b | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $14 \sin(\omega t)$ | 50 | 100 | 0 | 0 | 0 | i_1, u_{VD2} | | |
| 05 | 6.13, b | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $25 \sin(\omega t)$ | 100 | 200 | 0 | 0 | 0 | i_1, i_2 | | |
| 06 | 6.13, c | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $15 \sin(\omega t)$ | 50 | 100 | 0 | 0 | 0 | i_3, u_{VD1} | | |
| 07 | 6.13, c | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $30 \sin(\omega t)$ | 100 | 200 | 0 | 0 | 0 | i_3, u_{VD2} | | |
| 08 | 6.13, c | 6.15, a | 15 | $30 \sin(\omega t)$ | $40 \sin(\omega t)$ | 150 | 300 | 0 | 0 | 0 | i_2, u_{VD1} | | |
| 09 | 6.13, c | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $14 \sin(\omega t)$ | 50 | 100 | 0 | 0 | 0 | i_1, u_{VD2} | | |
| 10 | 6.13, c | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $25 \sin(\omega t)$ | 100 | 200 | 0 | 0 | 0 | i_1, i_2 | | |
| 11 | 6.13, d | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $15 \sin(\omega t)$ | 50 | 100 | 0 | 0 | 0 | i_3, u_{VD1} | | |
| 12 | 6.13, d | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $30 \sin(\omega t)$ | 100 | 200 | 0 | 0 | 0 | i_3, u_{VD2} | | |
| 13 | 6.13, d | 6.15, a | 15 | $30 \sin(\omega t)$ | $40 \sin(\omega t)$ | 150 | 300 | 0 | 0 | 0 | i_2, u_{VD1} | | |
| 14 | 6.13, d | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $14 \sin(\omega t)$ | 50 | 100 | 0 | 0 | 0 | i_1, u_{VD2} | | |
| 15 | 6.13, d | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $25 \sin(\omega t)$ | 100 | 200 | 0 | 0 | 0 | i_1, i_2 | | |
| 16 | 6.13, e | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $15 \sin(\omega t)$ | 0 | 0 | 5 | 3j | 4 | u_{ab}, U_{ab} | | |
| 17 | 6.13, e | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $30 \sin(\omega t)$ | 0 | 0 | 7 | 3 | 4j | u_{ab}, U_{ab} | | |
| 18 | 6.13, e | 6.15, a | 15 | $30 \sin(\omega t)$ | $40 \sin(\omega t)$ | 0 | 0 | 9 | -3j | 4 | u_{ab}, U_{ab} | | |
| 19 | 6.13, e | 6.15, a | 5 | $10 \sin(\omega t)$ | $14 \sin(\omega t)$ | 0 | 0 | 10 | 4 | -3j | u_{ab}, U_{ab} | | |
| 20 | 6.13, e | 6.15, a | 10 | $20 \sin(\omega t)$ | $25 \sin(\omega t)$ | 0 | 0 | 12 | -6j | 8 | u_{ab}, U_{ab} | | |

Таблиця 6.2

| Вар. | Номера схеми та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | | | | | | | Визначити у функції ωt |
|------|-----------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-----------|-----------|-----------|---------|------------|-----------|-------------------------------|--|--|--------------------------------|
| | схема | елемент | $j(\omega t), А$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $R_3, Ом$ | $R, Ом$ | $C_0, мкФ$ | $L_0, мГ$ | | | | |
| 21 | 6.13, a | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,04 \sin(10^3 t)$ | — | — | — | 4 | 250 | — | i_R, u_{ab}, i_C, q | | | |
| 22 | 6.13, a | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,01 \sin(250 t)$ | — | — | — | 16 | 1000 | — | $i_R, u_{ab}, u_{ac}, u_{cb}$ | | | |
| 23 | 6.13, a | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,02 \sin(500 t)$ | — | — | — | 8 | 500 | — | i_C, q, u_{ac}, u_{cb} | | | |
| 24 | 6.13, a | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,08 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 2 | 125 | — | i_R, q, u_{ac}, u_{cb} | | | |
| 25 | 6.13, a | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,06 \sin(1,5 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 6 | 167 | — | i_R, u_{ab}, i_C, u_{cb} | | | |
| 26 | 6.13, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,04 \sin(10^3 t)$ | — | — | — | 6 | — | 250 | q, i_R, i_C, u_{ac} | | | |
| 27 | 6.13, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,01 \sin(250 t)$ | — | — | — | 8 | — | 1000 | q, i_R, i_C, u_{cb} | | | |
| 28 | 6.13, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,02 \sin(500 t)$ | — | — | — | — | 16 | 500 | i_R, i_C, u_{ac}, u_{cb} | | | |
| 29 | 6.13, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,08 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | — | 8 | 125 | q, i_C, u_{ac}, u_{cb} | | | |
| 30 | 6.13, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,06 \sin(1,5 \times 10^3 t)$ | — | — | — | — | 4 | 167 | q, i_R, u_{ac}, u_{cb} | | | |

Таблиця 6.3

| Вар. | Номера схеми та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | | | | Визначити у функції ωt |
|------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-----------|-----------|-----------|---------|------------|-----------|--------------------------------|
| | схема | елемент | $i(\omega t), A$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $R_3, Ом$ | $R, Ом$ | $C_0, мкФ$ | $L_0, мГ$ | |
| 31 | 6.14, c | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,05 \sin(10^3 t)$ | 40 | 100 | 60 | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}, U_{cd}$ |
| 32 | 6.14, c | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,045 \sin(900t)$ | 60 | 100 | 40 | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}, U_{cd}$ |
| 33 | 6.14, c | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,055 \sin(1100t)$ | 30 | 90 | 70 | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}, U_{cd}$ |
| 34 | 6.14, c | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,052 \sin(1050t)$ | 70 | 90 | 30 | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}, U_{cd}$ |
| 35 | 6.14, c | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $0,047 \sin(950t)$ | 45 | 100 | 55 | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}, U_{cd}$ |
| 36 | 6.14, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл; 6.15, i, $U_{R1} = 1, B; U_{R2} = 3, B;$ $I_{R1} = 0,1, A; I_{R2} = 0,2, A$ | $0,15 \sin(1,0 \times 10^4 t)$ | — | — | — | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}$ |
| 37 | 6.14, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл; 6.15, i, $U_{R1} = 1, B; U_{R2} = 3, B;$ $I_{R1} = 0,1, A; I_{R2} = 0,2, A$ | $0,16 \sin(1,1 \times 10^4 t)$ | — | — | — | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}$ |
| 38 | 6.14, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл; 6.15, i, $U_{R1} = 1, B; U_{R2} = 3, B;$ $I_{R1} = 0,1, A; I_{R2} = 0,2, A$ | $0,17 \sin(1,2 \times 10^4 t)$ | — | — | — | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}$ |
| 39 | 6.14, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл; 6.15, i, $U_{R1} = 1, B; U_{R2} = 3, B;$ $I_{R1} = 0,1, A; I_{R2} = 0,2, A$ | $0,18 \sin(1,3 \times 10^4 t)$ | — | — | — | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}$ |
| 40 | 6.14, k | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл; 6.15, i, $U_{R1} = 1, B; U_{R2} = 3, B;$ $I_{R1} = 0,1, A; I_{R2} = 0,2, A$ | $0,19 \sin(1,4 \times 10^4 t)$ | — | — | — | — | — | — | $i_R, i_C, U_{об}$ |

Таблиця 6.4

| Вар. | Номера схеми та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | | | | Визначити у функції ωt |
|------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------|-----------|-----------|-----------|---------|------------|-----------|--------------------------------|
| | схема | елемент | $e(\omega t), B$ | $R_1, Ом$ | $R_2, Ом$ | $R_3, Ом$ | $R, Ом$ | $C_0, мкФ$ | $L_0, мГ$ | |
| 41 | 6.13, g | 6.15, c, $Q_m = 10^{-4}$, Кл, $u_1 = 7,1, B$ | $10 \sin(10^3 t)$ | — | — | — | 71 | — | — | i, i_C, i_R, q |
| 42 | 6.13, g | 6.15, c, $Q_m = 10^{-4}$, Кл, $u_1 = 14,2, B$ | $20 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 71 | — | — | i, i_C, i_R, q |
| 43 | 6.13, g | 6.15, c, $Q_m = 10^{-4}$, Кл, $u_1 = 10,6, B$ | $15 \sin(1,5 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 71 | — | — | i, i_C, i_R, q |
| 44 | 6.13, g | 6.15, c, $Q_m = 10^{-4}$, Кл, $u_1 = 17,7, B$ | $25 \sin(2,5 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 71 | — | — | i, i_C, i_R, q |
| 45 | 6.13, g | 6.15, c, $Q_m = 10^{-4}$, Кл, $u_1 = 21,3, B$ | $30 \sin(3 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 71 | — | — | i, i_C, i_R, q |
| 46 | 6.14, d | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $30,0 \sin(10^3 t)$ | — | — | — | 1000 | — | — | i, U_C, q |
| 47 | 6.14, d | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $60,0 \sin(2,0 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 1000 | — | — | i, U_C, q |
| 48 | 6.14, d | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $90,0 \sin(3,0 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 1000 | — | — | i, U_C, q |
| 49 | 6.14, d | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $120,0 \sin(4,0 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 1000 | — | — | i, U_C, q |
| 50 | 6.14, d | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $150,0 \sin(5,0 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 1000 | — | — | i, U_C, q |
| 51 | 6.14, g | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $30,0 \sin(10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | — | — | — | i_C, i_R, U_{acc}, q |
| 52 | 6.14, g | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $60,0 \sin(2,0 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | — | — | — | i_C, i_R, U_{acc}, q |
| 53 | 6.14, g | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $90,0 \sin(3,0 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | — | — | — | i_C, i_R, U_{acc}, q |
| 54 | 6.14, g | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $120,0 \sin(4,0 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | — | — | — | i_C, i_R, U_{acc}, q |
| 55 | 6.14, g | 6.15, e, $Q_m = 10^{-5}$, Кл | $150,0 \sin(5,0 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | — | — | — | i_C, i_R, U_{acc}, q |

Таблиця 6.5

| Вар. | Номера схем та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | | | | Визначити у функції ωt |
|------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------|------------|------------|------------|----------|-------------|------------|--------------------------------|
| | схема | елемент | $j(\omega t)$, А | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | R , Ом | C_0 , мкФ | L_0 , мГ | |
| 56 | 6.13, f | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,5$ А | $1,0 \sin(10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | — | ψ, u_{cb}, u_l, u_R |
| 57 | 6.13, f | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,5$ А | $2,0 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | — | ψ, u_{cb}, u_l, u_R |
| 58 | 6.13, f | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,5$ А | $4,0 \sin(4 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | — | ψ, u_{cb}, u_l, u_R |
| 59 | 6.13, f | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,5$ А | $1,5 \sin(1,5 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | — | ψ, u_{cb}, u_l, u_R |
| 60 | 6.13, f | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,5$ А | $3,0 \sin(3 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | — | ψ, u_{cb}, u_l, u_R |
| 61 | 6.13, h | 6.15, d, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc | $0,5 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 200 | — | — | ψ, u_{cb}, i_2, i_3 |
| 62 | 6.13, h | 6.15, d, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc | $0,8 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 125 | — | — | ψ, u_{cb}, i_2, i_3 |
| 63 | 6.13, h | 6.15, d, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc | $1,0 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 100 | — | — | ψ, u_{cb}, i_2, i_3 |
| 64 | 6.13, h | 6.15, d, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc | $0,4 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 250 | — | — | ψ, u_{cb}, i_2, i_3 |
| 65 | 6.13, h | 6.15, d, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc | $1,25 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 200 | — | — | ψ, u_{cb}, i_2, i_3 |
| 66 | 6.13, i | 6.15, d, $\psi_m = 1,25 \times 10^{-2}$, Bc | $1,25 \sin(2 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | 80 | 6,25 | — | ψ, u_{cb}, i_R, i_L |
| 67 | 6.13, i | 6.15, d, $\psi_m = 1,25 \times 10^{-2}$, Bc | $0,4 \sin(2 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | 250 | 2 | — | $\psi, u_{cb}, i_R, u_{cb}$ |
| 68 | 6.13, i | 6.15, d, $\psi_m = 1,25 \times 10^{-2}$, Bc | $0,5 \sin(2 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | 200 | 2,5 | — | $\psi, u_{cb}, u_{cc}, u_{cb}$ |
| 69 | 6.13, i | 6.15, d, $\psi_m = 1,25 \times 10^{-2}$, Bc | $0,8 \sin(2 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | 125 | 4 | — | $\psi, i_L, u_{cc}, u_{cb}$ |
| 70 | 6.13, i | 6.15, d, $\psi_m = 1,25 \times 10^{-2}$, Bc | $1,0 \sin(2 \times 10^3 t)$ | 1000 | 1000 | — | 100 | 5 | — | i_R, i_L, u_{cc}, u_{cb} |
| 71 | 6.14, a | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,5$ А | $1,0 \sin(500t)$ | — | — | — | 20 | — | 0,02 | ψ, u_{cb}, u_L |
| 72 | 6.14, a | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 1,0$ А | $2,0 \sin(1 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | 0,01 | ψ, u_{cb}, u_L |
| 73 | 6.14, a | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 2,0$ А | $4,0 \sin(2 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | 0,005 | ψ, u_{cb}, u_L |
| 74 | 6.14, a | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 0,75$ А | $1,5 \sin(750t)$ | — | — | — | 20 | — | 0,013 | ψ, u_{cb}, u_L |
| 75 | 6.14, a | 6.15, b, $\psi_m = 10^{-2}$, Bc, $i_1 = 1,5$ А | $3,0 \sin(1,5 \times 10^3 t)$ | — | — | — | 20 | — | 0,0067 | ψ, u_{cb}, u_L |

Закінчення таблиці 6.5

| Вар. | Номера схем та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | | | | Визначити у функції ωt |
|------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------|------------|------------|------------|----------|-------------|------------|--------------------------------|
| | схема | елемент | $j(\omega t)$, А | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | R , Ом | C_0 , мкФ | L_0 , мГ | |
| 76 | 6.14, b | 6.15, d, $\psi_m = 1,0 \times 10^{-2}$, Bc | $0,5 \sin(1,0 \times 10^3 t)$ | 20 | 100 | 30 | — | — | — | i_2, i_L, u_{cd} |
| 77 | 6.14, b | 6.15, d, $\psi_m = 1,0 \times 10^{-2}$, Bc | $0,49 \sin(1,0 \times 10^3 t)$ | 30 | 102 | 20 | — | — | — | i_2, i_L, u_{cd} |
| 78 | 6.14, b | 6.15, d, $\psi_m = 1,0 \times 10^{-2}$, Bc | $0,51 \sin(1,0 \times 10^3 t)$ | 25 | 98 | 25 | — | — | — | i_2, i_L, u_{cd} |
| 79 | 6.14, b | 6.15, d, $\psi_m = 1,0 \times 10^{-2}$, Bc | $0,495 \sin(1,0 \times 10^3 t)$ | 20 | 101 | 30 | — | — | — | i_2, i_L, u_{cd} |
| 80 | 6.14, b | 6.15, d, $\psi_m = 1,0 \times 10^{-2}$, Bc | $0,505 \sin(1,0 \times 10^3 t)$ | 30 | 100 | 20 | — | — | — | i_2, i_L, u_{cd} |

Таблиця 6.6

| Вар. | Номера схеми та характеристики нелінійного елемента | | Параметри лінійних елементів схеми | | | | Визначити у функції ωt |
|------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|------------|------------|----------|--------------------------------|
| | схема | елемент | $e(\omega t)$, В | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R , Ом | |
| 81 | 6.14, e | 6.15, f; $U_{R1}=3, B; U_{R2}=4, B; I_{R1}=0,2, A; I_{R2}=1, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $230 \sin(5,0 \times 10^3 t)$ | 100 | 100 | — | i, u_R, u_L, ψ |
| 82 | 6.14, e | 6.15, f; $U_{R1}=3, B; U_{R2}=4, B; I_{R1}=0,2, A; I_{R2}=1, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $240 \sin(5,2 \times 10^3 t)$ | 100 | 100 | — | i, u_R, u_L, ψ |
| 83 | 6.14, e | 6.15, f; $U_{R1}=3, B; U_{R2}=4, B; I_{R1}=0,2, A; I_{R2}=1, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $235 \sin(5,1 \times 10^3 t)$ | 100 | 100 | — | i, u_R, u_L, ψ |
| 84 | 6.14, e | 6.15, f; $U_{R1}=3, B; U_{R2}=4, B; I_{R1}=0,2, A; I_{R2}=1, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $225 \sin(4,9 \times 10^3 t)$ | 100 | 100 | — | i, u_R, u_L, ψ |
| 85 | 6.14, e | 6.15, f; $U_{R1}=3, B; U_{R2}=4, B; I_{R1}=0,2, A; I_{R2}=1, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $245 \sin(5,3 \times 10^3 t)$ | 100 | 100 | — | i, u_R, u_L, ψ |
| 86 | 6.14, h | 6.15, g; $U_{R1}=1,0, B; I_{R1}=0,2, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $10 \sin(450 t)$ | — | — | — | i, i_R, i_L, ψ |
| 87 | 6.14, h | 6.15, g; $U_{R1}=1,0, B; I_{R1}=0,2, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $10 \sin(475 t)$ | — | — | 100 | i, i_R, i_L, ψ |
| 88 | 6.14, h | 6.15, g; $U_{R1}=1,0, B; I_{R1}=0,2, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $10 \sin(500 t)$ | — | — | 120 | i, i_R, i_L, ψ |
| 89 | 6.14, h | 6.15, g; $U_{R1}=1,0, B; I_{R1}=0,2, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $10 \sin(525 t)$ | — | — | 110 | i, i_R, i_L, ψ |
| 90 | 6.14, h | 6.15, g; $U_{R1}=1,0, B; I_{R1}=0,2, A; 3,35, d, \psi_m=2,0 \times 10^{-3}, Bc$ | $10 \sin(550 t)$ | — | — | 115 | i, i_R, i_L, ψ |
| 91 | 6.14, i | 6.15, d; $\psi_m=1,0 \times 10^{-2}, Bc$ | $230 \sin(5,0 \times 10^3 t)$ | — | — | 90 | i, u_R, u_L, ψ |

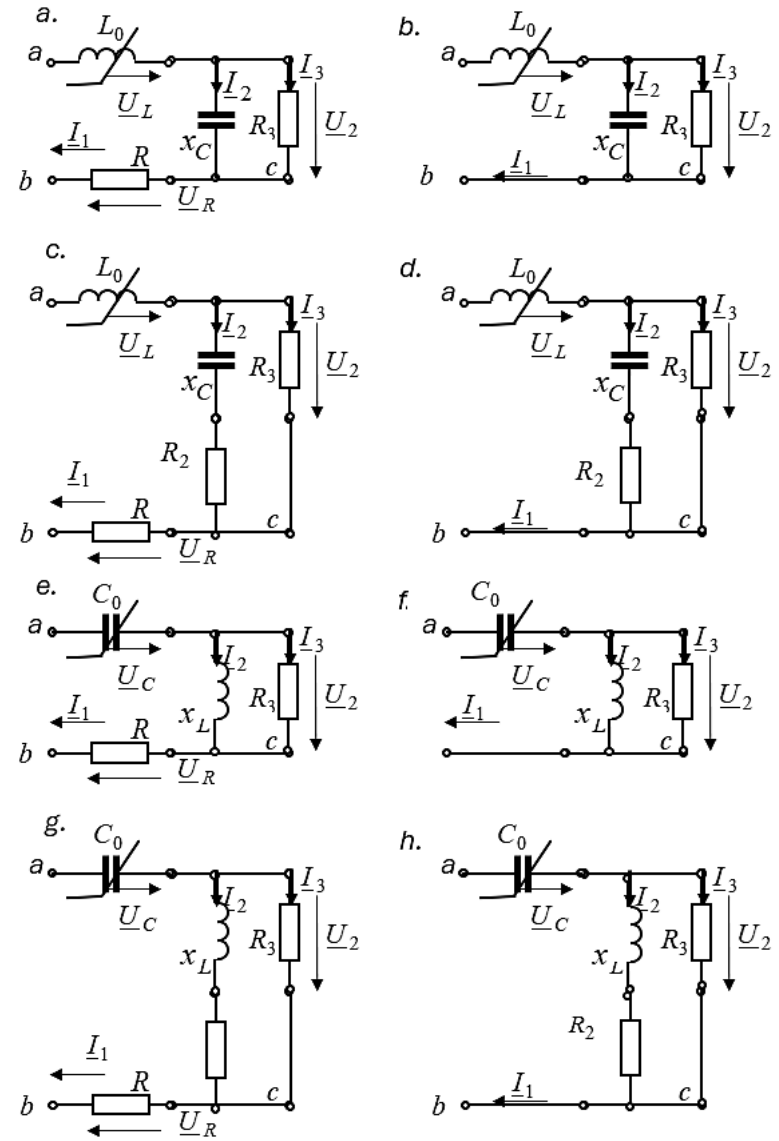


Рис. 6.16. Розрахункові схеми до завдання 6.8

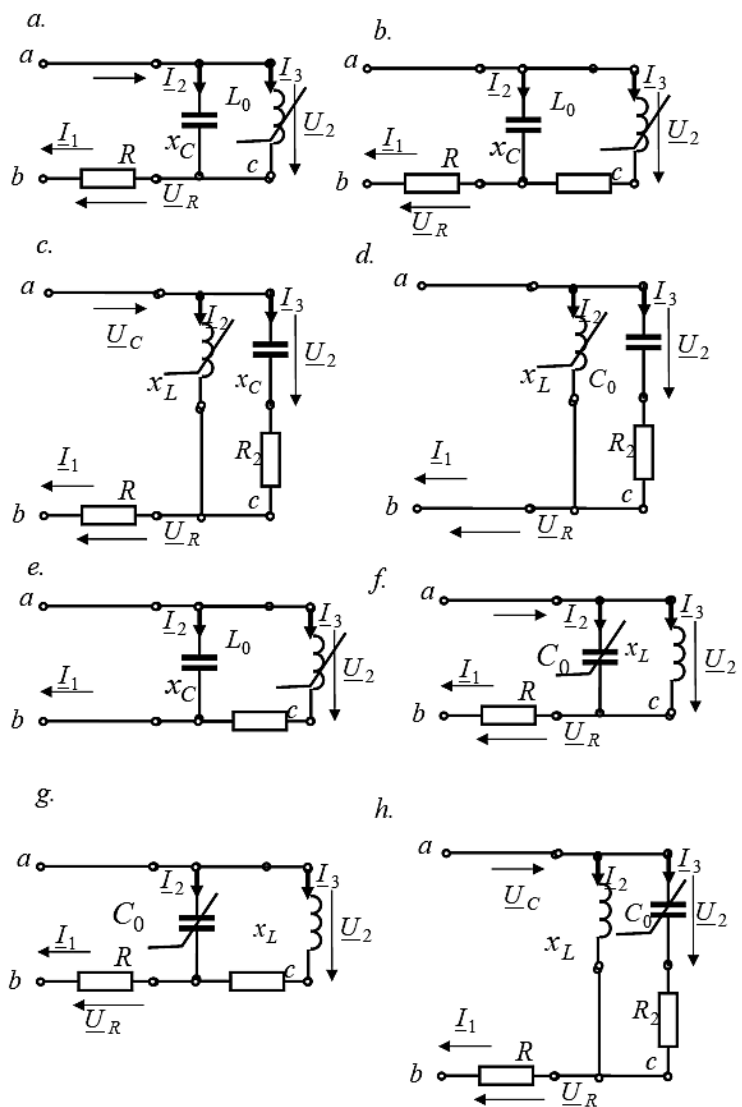


Рис. 6.17. Розрахункові схеми до завдання 6.8

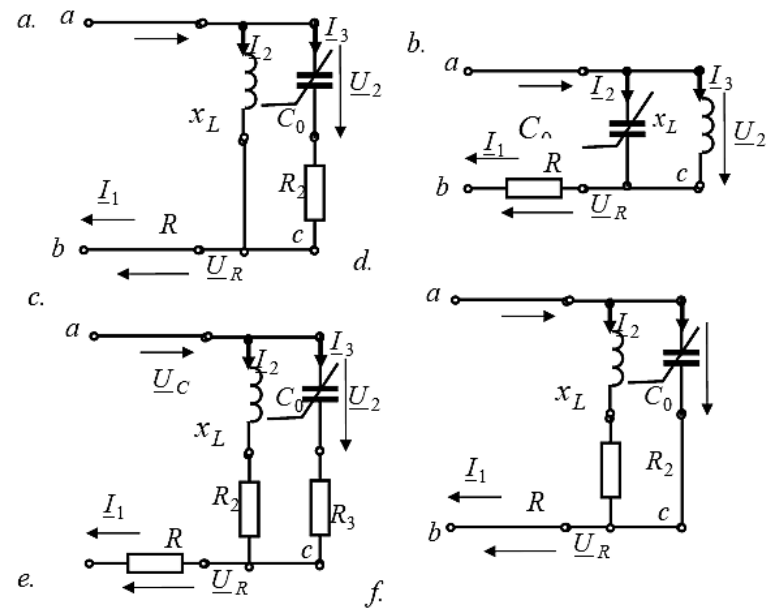


Рис. 6.18. Розрахункові схеми до завдання 6.8

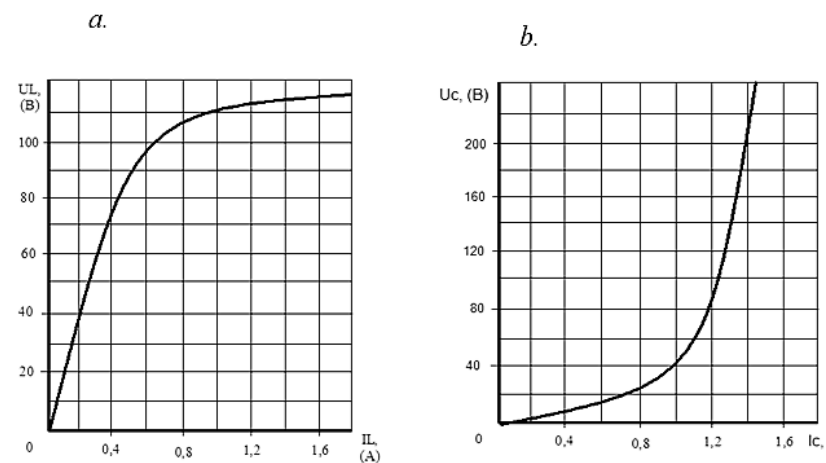


Рис. 6.19. Вольт-амперні характеристики нелінійної індуктивності (а) та ємності (б) до завдання 6.8

Таблиця 6.7

| Вар. | Схема | ВАХ | x_c , Ом | x_L , Ом | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | R , Ом | Визначити |
|------|---------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|---------------|
| 01 | 6.17, a | 6.19, b | 100 | — | 0 | 0 | 500 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 02 | 6.17, a | 6.19, a | 200 | — | 0 | 0 | 200 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 03 | 6.17, a | 6.19, b | 100 | — | 0 | 0 | 300 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 04 | 6.17, a | 6.19, a | 200 | — | 0 | 0 | 200 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 05 | 6.17, a | 6.19, b | 100 | — | 0 | 0 | 100 | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 06 | 6.17, b | 6.19, a | 100 | — | 0 | 0 | 500 | 0 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 07 | 6.17, b | 6.19, b | 200 | — | 0 | 0 | 200 | 0 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 08 | 6.17, b | 6.19, a | 100 | — | 0 | 0 | 300 | 0 | $U_{R2}(I_3)$ |
| 09 | 6.17, b | 6.19, b | 200 | — | 0 | 0 | 200 | 0 | $U_2(I_1)$ |
| 10 | 6.17, b | 6.19, a | 100 | — | 0 | 0 | 100 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 11 | 6.17, c | 6.19, b | 200 | — | 0 | 400 | 160 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 12 | 6.17, c | 6.19, a | 100 | — | 0 | 200 | 100 | 300 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 13 | 6.17, c | 6.19, b | 300 | — | 0 | 300 | 150 | 200 | $U_R(I_3)$ |
| 14 | 6.17, c | 6.19, a | 200 | — | 0 | 200 | 100 | 100 | $U_2(I_1)$ |
| 15 | 6.17, c | 6.19, b | 100 | — | 0 | 100 | 200 | 300 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 16 | 6.17, d | 6.19, a | 200 | — | 0 | 400 | 160 | 0 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 17 | 6.17, d | 6.19, b | 100 | — | 0 | 200 | 100 | 0 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 18 | 6.17, d | 6.19, a | 300 | — | 0 | 300 | 150 | 0 | $U_L(I_3)$ |
| 19 | 6.17, d | 6.19, b | 200 | — | 0 | 200 | 100 | 0 | $U_2(I_1)$ |
| 20 | 6.17, d | 6.19, a | 100 | — | 0 | 100 | 200 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 21 | 6.17, e | 6.19, b | — | 100 | 0 | 0 | 500 | 200 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 22 | 6.17, e | 6.19, a | — | 200 | 0 | 0 | 200 | 100 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 23 | 6.17, e | 6.19, b | — | 150 | 0 | 0 | 300 | 300 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 24 | 6.17, e | 6.19, a | — | 250 | 0 | 0 | 200 | 200 | $U_L(I_3)$ |
| 25 | 6.17, e | 6.19, b | — | 50 | 0 | 0 | 100 | 100 | $U_2(I_1)$ |
| 26 | 6.17, f | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 500 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 27 | 6.17, f | 6.19, b | — | 200 | 0 | 0 | 200 | 0 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 28 | 6.17, f | 6.19, a | — | 150 | 0 | 0 | 300 | 0 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 29 | 6.17, f | 6.19, b | — | 250 | 0 | 0 | 200 | 0 | $U_L(I_3)$ |
| 30 | 6.17, f | 6.19, a | — | 50 | 0 | 0 | 100 | 0 | $U_2(I_1)$ |
| 31 | 6.16, g | 6.19, b | — | 200 | 0 | 400 | 160 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 32 | 6.16, g | 6.19, a | — | 100 | 0 | 200 | 100 | 300 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 33 | 6.16, g | 6.19, b | — | 300 | 0 | 300 | 150 | 200 | $U_R(I_3)$ |
| 34 | 6.16, g | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 100 | 100 | $U_2(I_1)$ |
| 35 | 6.16, g | 6.19, b | — | 100 | 0 | 100 | 200 | 300 | $U_{ab}(I_3)$ |

Продовження таблиці 6.7

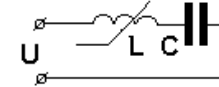
| Вар. | Схема | ВАХ | x_c , Ом | x_L , Ом | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | R , Ом | Визначити |
|------|---------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|---------------|
| 36 | 6.16, h | 6.19, a | — | 200 | 0 | 400 | 160 | 0 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 37 | 6.16, h | 6.19, b | — | 100 | 0 | 200 | 100 | 0 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 38 | 6.16, h | 6.19, a | — | 300 | 0 | 300 | 150 | 0 | $U_R(I_3)$ |
| 39 | 6.17, h | 6.19, b | — | 200 | 0 | 200 | 100 | 0 | $U_2(I_1)$ |
| 40 | 6.17, h | 6.19, a | — | 100 | 0 | 100 | 200 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 41 | 6.18, a | 6.19, b | 100 | — | — | — | — | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 42 | 6.18, a | 6.19, a | 200 | — | — | — | — | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 43 | 6.18, a | 6.19, b | 100 | — | — | — | — | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 44 | 6.18, a | 6.19, a | 200 | — | — | — | — | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 45 | 6.18, a | 6.19, b | 100 | — | — | — | — | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 46 | 6.18, b | 6.19, a | 100 | — | 0 | 400 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 47 | 6.18, b | 6.19, a | 200 | — | 0 | 200 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 48 | 6.18, b | 6.19, b | 100 | — | 0 | 300 | 0 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 49 | 6.18, b | 6.19, a | 200 | — | 0 | 200 | 0 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 50 | 6.18, b | 6.19, b | 100 | — | 0 | 100 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 51 | 6.18, c | 6.19, a | 100 | — | 0 | 400 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 52 | 6.18, c | 6.19, a | 100 | — | 0 | 200 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 53 | 6.18, c | 6.19, b | 200 | — | 0 | 300 | 0 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 54 | 6.18, c | 6.19, a | 100 | — | 0 | 200 | 0 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 55 | 6.18, d | 6.19, b | 200 | — | 0 | 100 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 56 | 6.18, d | 6.19, a | 100 | — | 0 | 400 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 57 | 6.18, d | 6.19, b | 200 | — | 0 | 200 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 58 | 6.18, d | 6.19, a | 100 | — | 0 | 300 | 0 | 0 | $U_R(I_3)$ |
| 59 | 6.18, d | 6.19, b | 300 | — | 0 | 200 | 0 | 0 | $U_2(I_1)$ |
| 60 | 6.17, a | 6.19, a | 200 | — | 0 | 100 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 61 | 6.17, a | 6.19, b | 100 | — | 0 | 400 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 62 | 6.17, a | 6.19, a | 200 | — | 0 | 200 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 63 | 6.17, a | 6.19, b | 100 | — | 0 | 300 | 0 | 0 | $U_R(I_3)$ |
| 64 | 6.17, a | 6.19, a | 300 | — | 0 | 200 | 0 | 0 | $U_2(I_1)$ |
| 65 | 6.17, b | 6.19, b | 200 | — | 0 | 200 | 0 | 0 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 66 | 6.17, b | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 0 | 200 | $U_R(I_3)$ |
| 67 | 6.17, b | 6.19, b | — | 200 | 0 | 0 | 0 | 100 | $U_2(I_1)$ |
| 68 | 6.17, b | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 0 | 300 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 69 | 6.17, b | 6.19, b | — | 200 | 0 | 0 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 70 | 6.17, c | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |

Закінчення таблиці 6.7

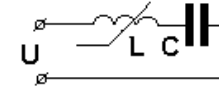
| Вар. | Схема | ВАХ | x_c , Ом | x_L , Ом | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | R, Ом | Визначити |
|------|---------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|-------|---------------|
| 71 | 6.17, c | 6.19, b | — | 100 | 0 | 400 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 72 | 6.17, c | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 73 | 6.17, c | 6.19, b | — | 100 | 0 | 300 | 0 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 74 | 6.17, c | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 0 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 75 | 6.17, d | 6.19, b | — | 100 | 0 | 100 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 76 | 6.17, d | 6.19, a | — | 100 | 0 | 400 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 77 | 6.17, d | 6.19, b | — | 200 | 0 | 200 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 78 | 6.17, d | 6.19, a | — | 100 | 0 | 300 | 0 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 79 | 6.17, d | 6.19, b | — | 200 | 0 | 200 | 0 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 80 | 6.17, e | 6.19, a | — | 100 | 0 | 100 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 81 | 6.17, e | 6.19, b | — | 100 | 0 | 400 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 82 | 6.17, e | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 83 | 6.17, e | 6.19, b | — | 100 | 0 | 300 | 0 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 84 | 6.17, e | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 0 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 85 | 6.17, f | 6.19, b | — | 100 | 0 | 100 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 86 | 6.17, f | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 0 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 87 | 6.17, f | 6.19, b | — | 200 | 0 | 0 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 88 | 6.17, f | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 0 | 300 | $U_R(I_3)$ |
| 89 | 6.17, f | 6.19, b | — | 200 | 0 | 0 | 0 | 200 | $U_2(I_1)$ |
| 90 | 6.17, g | 6.19, a | — | 100 | 0 | 0 | 0 | 100 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 91 | 6.17, g | 6.19, b | — | 100 | 0 | 400 | 160 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 92 | 6.17, g | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 100 | 300 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 93 | 6.17, g | 6.19, b | — | 100 | 0 | 300 | 150 | 200 | $U_R(I_3)$ |
| 94 | 6.17, g | 6.19, a | — | 200 | 0 | 200 | 100 | 100 | $U_2(I_1)$ |
| 95 | 6.17, h | 6.19, b | — | 100 | 0 | 100 | 200 | 300 | $U_{ab}(I_3)$ |
| 96 | 6.17, h | 6.19, a | — | 1670 | 0 | 400 | 160 | 200 | $U_{ab}(I_1)$ |
| 97 | 6.17, h | 6.19, b | — | 200 | 0 | 200 | 100 | 300 | $U_{ab}(I_2)$ |
| 98 | 6.17, h | 6.19, a | — | 100 | 0 | 300 | 150 | 200 | $U_R(I_3)$ |
| 99 | 6.17, h | 6.19, b | — | 200 | 0 | 200 | 100 | 100 | $U_2(I_1)$ |
| 00 | 6.17, h | 6.19, a | — | 100 | 0 | 100 | 200 | 300 | $U_{ab}(I_3)$ |

6.9. Запитання для самоконтролю за методами розрахунку нелінійних ланцюгів змінного струму

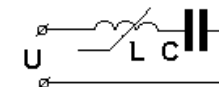
1. Розрахувати граничні значення ділянки ВАХ з від'ємним динамічним опором, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $U_C = 2 \times I$.



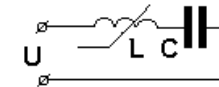
2. Розрахувати значення динамічного опору на нестійкій ділянці ВАХ, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $U_C = 2 \times I$.



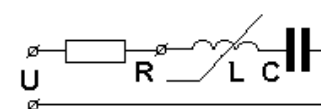
3. Знайти значення ємності C, за якою у точці $I = 2$ А, виникає явище ферорезонансу напруг, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $U_C = 2 \times I$; $f = 50$ Гц.



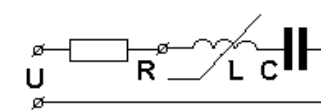
4. Знайти значення індуктивності L, за якою у точці $I = 1$ А виникає явище ферорезонансу напруг, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $U_C = 2 \times I$; $f = 50$ Гц.



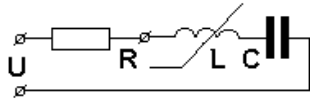
5. Знайти напруги на елементах і струм у колі при ферорезонансі напруги, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $x_c = 10$ Ом; $R = 5$ Ом.



6. Знайти значення ємності C, за якої у точці $I = 2$ А, виникає явище ферорезонансу напруг, якщо $U_L^2 = 4 \times (I)$; $R = 5$ Ом; $f = 50$ Гц.



7. Вважаючи, що в колі діє еквівалентний синусоїдальний струм, розрахувати напругу в колі при струмі $I=2,5$ А та побудувати векторну діаграму, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $U_C=2 \times I$; $R=5 \times I$.



8. Розрахувати граничні значення ділянки ВАХ із негативним динамічним опором, якщо $I_L=0,02 \times (U)^2$; $I_C=0,2 \times U$.



9. Розрахувати значення динамічного опору на нестійкій ділянці ВАХ, якщо $I_L=0,02 \times (U)^2$; $I_C=0,2 \times U$.



10. Знайти значення ємності C , коли він у точці $U=10$ В, виникає явище ферорезонансу струмів, якщо $I_L=0,02 \times (U)^2$; $f=50$ Гц.



11. Знайти значення ємності C , коли він у точці $U=20$ В, виникає явище ферорезонансу струмів, якщо $I_L=0,02 \times (U)^2$; $f=50$ Гц.



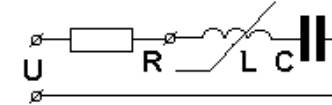
12. Вважаючи, що в колі діє еквівалентна синусоїдальна напруга, розрахувати струми у вітках при напрузі $U=4$ В та побудувати векторну діаграму, якщо $I_L=0,02U^2$; $I_C=0,2U^2$.



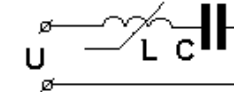
13. Вважаючи, що в колі діє еквівалентна синусоїдальна напруга, розрахувати струми у вітках при напрузі $U=12$ В та побудувати векторну діаграму, якщо $I_L=0,02U^2$; $I_C=0,2U^2$.



14. Вважаючи, що в колі діє еквівалентний синусоїдальний струм, розрахувати напругу в колі при струмі $I=0,2$ А і побудувати векторну діаграму, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $U_C=2 \times I$; $R=5 \times I$.



15. Розрахувати граничні значення ділянки ВАХ з негативним динамічним опором, якщо $U_L^2=4 \times (I)$; $U_C=3 \times I$.



6.10. Питання для самоконтроля залишкових знань за методами розрахунку нелінійних кіл змінного струму

- Інерційні властивості нелінійних опорів не виявляються:
 - на постійному струмі;
 - на полігармонійному струмі;
 - на гармонійному струмі;
 - на несінусоїдальному струмі;
 - на пульсуючому струмі.
- У нелінійному інерційному опорі спостерігається на змінному струмі:
 - лінійна залежність між миттєвими значеннями струму та напруги і між діючими значеннями напруги та струму;
 - нелінійна залежність між миттєвими значеннями струму та напруги і між діючими значеннями напруги та струму;

- нелінійна залежність між миттєвими значеннями струму та напруги і лінійна між діючими значеннями напруги та струму;
 - лінійна залежність між миттєвими значеннями струму та напруги і нелінійна між діючими значеннями напруги та струму;
 - тільки зміна динамічного опору.
3. За яких умов можливо використовувати метод суперпозиції для аналізу процесів у нелінійних колах змінного струму:
- за наявності джерел постійного струму;
 - за наявності джерел змінного струму;
 - за наявності джерел як постійного так і змінного струмів;
 - ні за яких умов;
 - можливо використовувати без обмежень.
4. За яких умов котушка зі сталевим осердям може бути лінійним елементом при вмиканні на змінну напругу:
- за відсутності тільки явища насичення;
 - за відсутності тільки явища гістерезису;
 - за відсутності тільки явищ насичення та гістерезису;
 - за наявності джерел постійного струму;
 - за наявності джерел змінного струму.
5. Як впливає ефект гістерезису на фазу струму котушки зі сталевим осердям:
- не впливає;
 - струм співпадає за фазою з прикладеною напругою;
 - струм відстає від прикладеної напруги на кут менший $\pi/2$;
 - струм випереджає напругу;
 - струм відстає від прикладеної напруги на кут $\pi/2$.
6. Як впливає ефект насичення на фазу струму котушки зі сталевим осердям:
- не впливає;
 - струм співпадає за фазою з прикладеною напругою;
 - струм відстає від прикладеної напруги на кут менший $\pi/2$;
 - струм випереджає напругу;
 - струм відстає від прикладеної напруги на кут $\pi/2$.

7. Яким ефектом визначається опір сталі при вмиканні котушки зі сталевим осердям на гармонійну напругу:
- гістерезисом;
 - насиченням магнітопроводу;
 - негармонійним струмом;
 - негармонійною напругою;
 - опором осердя магнітопроводу постійному струму.
8. За рахунок чого магнітна індукція сталевого осердя нелінійна залежить від напруженості магнітного поля:
- за магнітною проникністю порожнечі;
 - за магнітною проникністю вакууму;
 - за магнітною проникністю осердя;
 - за негармонійного струму;
 - за негармонічної напруги.
9. Магніторушійна сила:
- добуток напруги на кількість витків котушки;
 - результат поділу напруги на кількість витків котушки;
 - добуток струму на кількість витків котушки;
 - результат поділу струму на кількість витків котушки;
 - результат поділу напруги на струм.
10. Магніторушійна сила вимірюється:
- вольт витки;
 - ампер витки;
 - ват витки;
 - ВА витки;
 - немає розмірності.
11. Феромагнітне осердя із магнітно м'якої сталі:
- має велику площині петлі гістерезису;
 - має мінімальну площині петлі гістерезису;
 - не має явища насичення;
 - магнітні потоки розсіювання відсутні;
 - має великі потоки розсіювання.
12. Феромагнітне осердя із магнітно твердої сталі:
- має велику площині петлі гістерезису;
 - має мінімальну площині петлі гістерезису;
 - не має явища насичення;

- магнітні потоки розсіювання відсутні;
 - має великі потоки розсіювання.
13. Магнітний потік осердя визначається:
- напругою живлення;
 - струмом кола;
 - кількістю витків котушки;
 - магнітно рушійною силою.
14. Закон Ома для нелінійних магнітних кіл:
- магнітний потік пропорційний добутку магніторушійній сили та магнітному опору;
 - магнітний потік пропорційний частковому від поділки магніторушійній сили на магнітному опору;
 - магнітний потік пропорційний частковому від поділки магнітному опору на магніторушійну силу;
 - магнітний потік зворотно пропорційний добутку магніторушійній сили та магнітному опору;
 - магнітний потік пропорційний сумі магніторушійній сили та магнітному опору.
15. На який кут зсунутий магнітний потік котушки зі сталевим осердям відносно живлячої напруги:
- випереджає на кут $\pi/2$;
 - відстає на кут $\pi/2$;
 - випереджає на кут π ;
 - відстає на кут π ;
 - співпадають за фазою.
16. Закон повного струму для нелінійних кіл з котушками із сталевими осердями:
- алгебраїчна сума миттєвих значень магніторушійних сил дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень спадів магнітних напруг контури;
 - алгебраїчна сума миттєвих значень магніторушійних сил в узлі дорівнює нулю;
 - ЕРС самоіндукції визначається швидкістю зміни струму;
 - алгебраїчна сума миттєвих значень магніторушійних сил дорівнює нулю;
 - магнітний потік пропорційний добутку магніторушійній сили та магнітному опору.

17. За яких припущень струм котушки зі сталевим осердям співпадає за фазою живлячою напругою:
- площа петлі гістерезису дорівнює нулю;
 - відсутні магнітні потоки розсіювання;
 - відсуне насичення магнітопроводу;
 - магнітопровід має повітряний зазор;
 - магнітопровід не має повітряний зазор.
18. Ферорезонанс напруг виникає:
- за наявності послідовного з'єднання котушки з насиченням сталевого осердя та ємності;
 - за наявності паралельного з'єднання котушки з насиченням сталевого осердя та ємності;
 - за наявності послідовного з'єднання котушки без насичення сталевого осердя та ємності;
 - за наявності паралельного з'єднання котушки без насичення сталевого осердя та ємності;
 - за відсутності нелінійних елементів.
19. Ферорезонанс струмів виникає:
- за наявності послідовного з'єднання котушки з насиченням сталевого осердя та ємності;
 - за наявності паралельного з'єднання котушки з насиченням сталевого осердя та ємності;
 - за наявності послідовного з'єднання котушки без насичення сталевого осердя та ємності;
 - за наявності паралельного з'єднання котушки без насичення сталевого осердя та ємності;
 - за відсутності нелінійних елементів.
20. За яких умов напівпровідниковий діод знаходиться у провідному стані:
- потенціал анода дорівнює потенціалу катода;
 - потенціал анода вищий за потенціал катода;
 - потенціал анода нижчий за потенціал катода;
 - визначається імпульсами керування;
 - визначається схемою з'єднання.

РОЗДІЛ 7

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ З НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕМЕНТАМИ

7.1. Методичні вказівки до методів розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах

1. Розрахунок перехідних процесів у нелінійних колах принципово відрізняється від розрахунку в лінійних колах. На характер перехідних процесів впливають як параметри елементів кола, так і схема з'єднань. У лінійних колах значення коренів характеристичного рівняння протягом перехідного процесу не змінюються. У нелінійних – коріння характеристичного рівняння змінюють свої значення протягом перехідного процесу, тому процеси в таких колах супроводжуються якісно новими явищами, які не досягнуті в лінійних колах.

2. Розрахунок перехідних процесів у колах з нелійними елементами можна проводити лише розв'язком нелінійних диференціальних рівнянь.

3. Методи, засновані на використанні принципу накладання (накладення вимушеної та вільної складових, операторний метод, метод інтеграла Дюамеля) до нелінійних кіл не можливо застосувати.

4. Нелінійні диференціальні рівняння, що описують перехідні процеси в нелінійних колах, не інтегруються у відомих функціях і розв'язуються наближеними методами. Найбільш поширеними є методи:

- метод умовної лінеаризації – нелінійна характеристика апроксимується прямою лінією, знаходиться розв'язок для перехідної функції, а потім рішення уточнюється з використанням початкової нелінійної залежності;

- метод аналітичної апроксимації нелінійної характеристики з безпосереднім інтегруванням – підбирається аналітична функція порчаткової нелінійної залежності, проводити аналітичне

інтегрування диференціальних рівнянь кола з нелійними коефіцієнтами;

- метод кусково-лінійної апроксимації – початкова характеристика нелінійного елемента розбивається на ряд умовно-лінійних ділянок, для яких знаходять диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами. Лінійні диференціальні рівняння інтегруються, рішення стикуються шляхом вибору відповідних постійних інтегрування у знайдених рівняннях;

- метод послідовних інтервалів – оцінюється очікувана тривалість перехідного процесу, яка розбивається на малі проміжки часу. Відповідно до цього диференціальні величини, які входять до рівнянь замінюються кінцевими приростами, що дає можливість диференціальні рівняння замінити алгебраїчними. На кожному етапі інтегрування уточнюються значення початкової кривої нелінійного елемента;

- метод графічного інтегрування – будується допоміжний графік, що враховує властивості нелінійного елемента у якому площа відповідає поточному часу перехідного процесу;

- метод еквівалентного генератора – дуже ефективний за наявності одного нелінійного елемента у колі;

- метод фазової площини – перехідний процес будуватись на площині з осями: поточна координата – похідна від поточної координати. Перехідному процесу відповідає фазовий портрет, який окреслюється на фазовій площині зображувальною точкою у вигляді фазової траєкторії.

5. У лінійних електричних колах дійсні частини коренів характеристичного рівняння завжди мали від'ємне значення, що призводило до загасаючих перехідних процесів. У нелінійних колах це не завжди виконується, що призводить до перехідних процесів, які не затухають або взагалі розходяться. Для дослідження режимів роботи у нелінійних колах застосовуються методи фазової площини. У перехідних процесах, що сходяться, фазова траєкторія замикається на початок координат.

7.2. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом умовної лінеаризації

Ефективність методів розрахунку перехідних процесів у нелінійних колах розглядаємо на прикладі включення котушки зі сталевим осердям на джерело постійної напруги, при цьому нехтуємо петлею гістерезису, вихровими струмами та потоками розсіювання.

Задача 7.1

Котушка з феромагнітним осердям вмикається за допомогою ключа S на постійну напругу $U=100$ В (рис. 7.1, а). Число витків у котушці $W=150$, резистивний опір обмотки котушки $R_M=12,5$ Ом, основна крива намагнічування задана графічно (рис. 7.1, б). Знайти методом умовної лінеаризації графіки перехідних функцій струму та потокозчеплення.

Розв'язок

Заступна схема котушки зі сталевим осердям надана на рис. 7.2, а. Нехтуємо втрати сталі магнітопроводу та потоками розсіювання ($R_{ст}=0, L_S=0$), тоді розрахункова схема спрощується і зводиться до виду, показаного на рис. 7.4, б.

Значення вимушеного струму після перехідного процесу

$$i_{вим} = I_0 = U_0 / R_M = 50 / 12,5 = 0,8, \text{ А.}$$

По кривій намагнічування для вимушеного режиму знаходимо значення вимушеного потокозчеплення

$$\Psi_{вим} = \Psi_0 = 0,8, \text{ Вб.}$$

Статична індуктивність котушки з феромагнітним сердечником у вимушеному режимі

$$L_{ст} = \Psi_0 / I_0 = 0,8 / 0,8 = 1,0, \text{ Гн.}$$

Після замикання ключа (рис. 7.2, б), процеси в колі описуються відповідно до другого закону Кірхгофа

$$U_0 = R_M i + \frac{d\Psi}{dt}.$$

Лінеаризуємо рівняння шляхом заміною початкової кривої намагнічування прямою лінією, що проходить через початок координат і точку вимушеного режиму

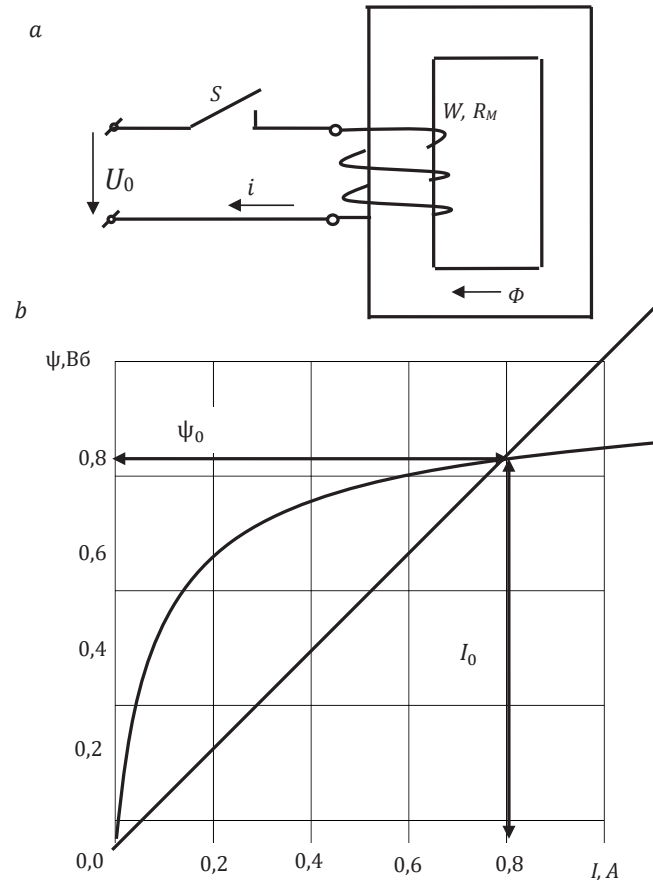


Рис. 7.1. Початкова схема (а) і крива намагнічування (б) до задачі 7.1

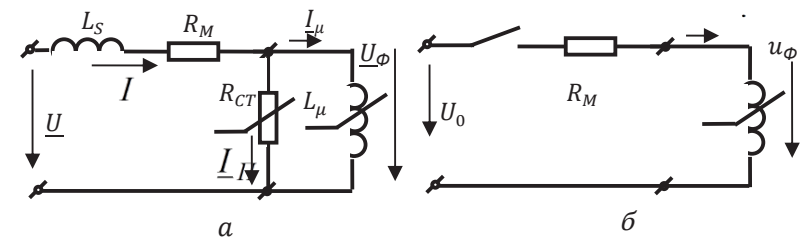


Рис. 7.2. Заступна схема котушки індуктивності із сталевим осердям (а) і розрахункова схема (б) до задачі 7.1

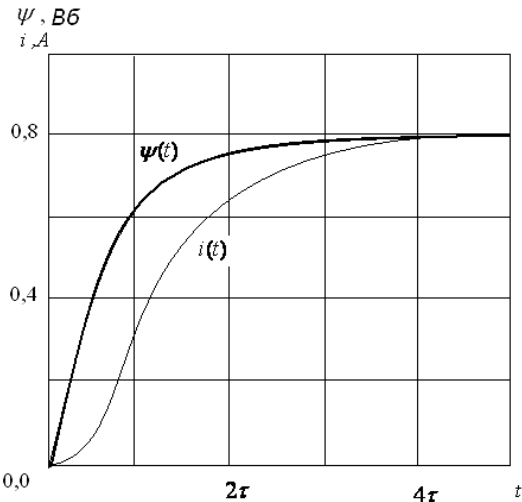


Рис. 7.3. Графіки перехідних функцій потокозчеплення та струму до задачі 7.1

$$U_0 = R_M i + \frac{d\psi}{dt} = \frac{R_M}{L_{ст}} \psi + \frac{d\psi}{dt} = \frac{\psi}{\tau} + \frac{d\psi}{dt},$$

де стала часу перехідного процесу в примушеному режимі

$$\tau = \frac{L_{ст}}{R_M} = 0,08 \text{ с.}$$

Розв'язок отриманого лінійаризованого диференціального рівняння отримуємо класичним методом у вигляді

$$\psi = \Psi_0 - \Psi_0 e^{-t/\tau} = 0,8(1 - e^{-t/0,08}) \text{ Вб.}$$

Залежність перехідної функції струму $i(t)$ знаходимо за перехідною функцією потокозчеплення $\psi(t)$ та кривою намагнічування $\Psi(I)$ задаючи значення часу t та ставлячи відповідні потокозчеплення та струму (рис. 7.3).

Крива струму значно відрізняється від експоненти. Це пояснюється тим, що за малих струмах намагнічування диференціальна індуктивність перебільшує статичну індуктивність, а за великих струмах – навпаки, менше статичної, тому струм на початку перехідного процесу наростає повільніше, ніж експонента потокозчеплення, та потім – швидше експоненти.

У даному методі розрахунку залежність потокозчеплення отримана в результаті наближеного розв'язання задачі, проте, знайдена при цьому крива струму має такий же характер, як і в розв'язках, одержаних більш точними методами.

Метод графічного інтегрування дозволяє уточнити рішення для кривої потокозчеплення.

7.3. Розрахунок перехідного процесу у нелінійних електричних колах методом графічного інтегрування

Вирішуємо попередню задачу методом графічного інтегрування.

Задача 7.2

Котушка з феромагнітним осердям вмикається за допомогою ключа S на постійну напругу $U=100$ В (рис. 7.1, а). Число витків у котушці $W=150$, резистивний опір обмотки котушки $R_M=12,5$ Ом, основна крива намагнічування задана графічно (рис. 7.1, б). Знайти методом графічного інтегрування графіки перехідних функцій струму та потокозчеплення.

Розв'язок

У початковому рівнянні

$$U_0 = R_M i + d\psi / dt$$

розділяємо змінні

$$dt = d\psi / (U_0 - R_M i)$$

і після інтегрування, отримуємо

$$t = \int_0^{\psi_0} d\psi / (U_0 - R_M i).$$

Для графічного знаходження рішення будемо залежність

$$\psi = f\left(\frac{1}{U_0 - R_M i}\right)$$

використовуючи основну криву намагнічування, задаючи значення потокозчеплення в межах від нуля

до вимушеного значення (рис. 7.4). Площа між допоміжною кривою $\Psi = f\left(\frac{1}{U_0 - R_M i}\right)$ та віссю ординат у масштабі часу визначає поточний час перехідного процесу. Розрахунок зручно вести у табличній формі табл. 7.1. Результати розрахунків наведено на рис. 7.5.

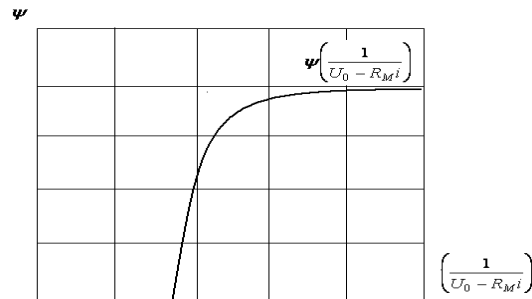


Рис. 7.4. Графіки допоміжної функцій

$$\Psi = f\left(\frac{1}{U_0 - R_M i}\right) \text{ до задачі 7.2}$$

Таблиця 7.1

| Ψ , Вб | i , А | $R_M i$, В | $U_0 - R_M i$ | $\frac{1}{U_0 - R_M i}$ | t , с |
|-------------|---------|-------------|---------------|-------------------------|---------|
| 0 | 0 | 0 | 100 | 0,01 | 0 |
| 0,2 | 0,02 | 0,25 | 99,75 | 0,01002 | 0,0005 |
| 0,4 | 0,06 | 0,75 | 99,25 | 0,01007 | 0,04 |
| 0,6 | 0,2 | 2,5 | 97,5 | 0,01025 | 0,08 |
| 0,8 | 0,8 | 10,0 | 90 | 0,01111 | 0,24 |

Метод графічного інтегрування дозволяє уточнити зміни в часі кривої потокозчеплення, яка відрізняється від експоненти (рис. 7.5 експонента показана пунктиром). На противагу аналітичному методу такий метод розрахунку не виявляє загальних зв'язків між параметрами електричної схеми.

Зв'язок між параметрами електричного кола та перехідними функціями дозволяє встановити метод аналітичної апроксимації кривої намагнічування.

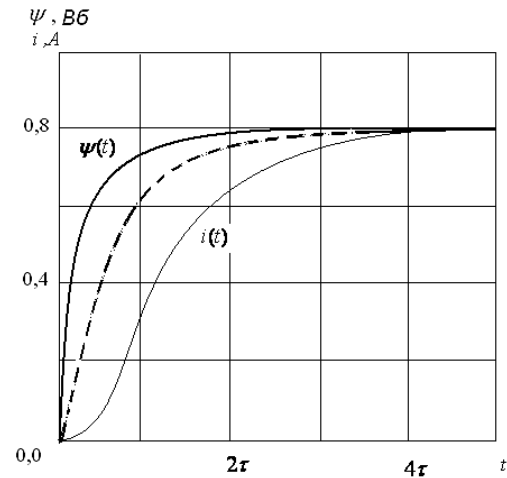


Рис. 7.5. Графіки перехідних функцій потокозчеплення та струму до задачі 7.2

7.4. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом аналітичної апроксимації нелінійної характеристики

Задача 7.3

Котушка з феромагнітним осердям вмикається за допомогою ключа S на постійну напругу $U=100$ В (рис. 7.1, а). Число витків у котушці $W=150$, резистивний опір обмотки котушки $R_M=12,5$ Ом, основна крива намагнічування задана графічно (рис. 7.1, б). Знайти методом аналітичної апроксимації графіки перехідних функцій струму та потокозчеплення.

Розв'язок

За таким підходом нелінійна характеристика наближено апроксимується аналітичною функцією, що дозволяє отримати рішення диференціального рівняння в аналітичній формі.

Найбільш просто задача вирішується, якщо апроксимувати початкову криву намагнічування $\Psi(I)$ (рис. 7.6 суцільна лінія) квадратичною параболою $i=b\Psi^2$.

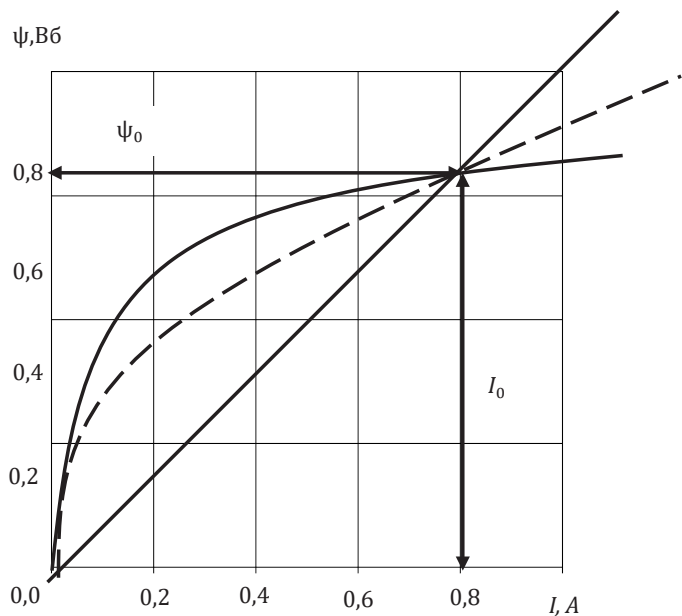


Рис. 7.6. Крива намагнічування до задачі 7.3

Вважаємо, що аналітичне вираз, що шукається, відповідає заданої основної кривої намагнічування $\Psi(I)$ в точці вимушеного режиму Ψ_0, I_0 . Для точки вимушеного режиму знаходимо коефіцієнт пропорційності b

$$I_0 = b\Psi_0; b = I_0 / \Psi_0^2 = 0,8 / 0,8^2 = 1,25.$$

Знайдена аналітична апроксимація $i = 1,25 \times \psi^2$ збігається з початковою кривою намагнічування у двох точках: початок координат та вимушеного режиму.

Початкове диференціальне рівняння отримаємо на основі другого закону Кірхгофа

$$U_0 = R_M i + \frac{d\Psi}{dt}.$$

У якому позбавляємося від перехідного струму і отримуємо диференціальне рівняння щодо тільки однієї змінної потокозчеплення

$$U_0 = 1,25 \times R_M \times \psi^2 + \frac{d\Psi}{dt}.$$

Після розділу змінних

$$dt = \frac{d\Psi}{U_0 - 1,25 \times R_M \times \psi^2}$$

рівняння інтегрується

$$t = \int_0^t dt = \int_0^{\Psi_0} \frac{d\Psi}{U_0 - 1,25 \times R_M \times \psi^2} = \int_0^{\Psi_0} \frac{d\Psi}{U_0 - I_0 / \Psi_0^2 \times R_M \times \psi^2} = \\ = \frac{\Psi_0}{I_0 R_M} \operatorname{arth} \frac{I_0 R_M \Psi}{\Psi_0 U_0} = \frac{L_{ct}}{R_M} \operatorname{arth} \frac{R_M \Psi}{L_{ct} U_0} \text{ с.}$$

З останнього рівняння виділяємо потокозчеплення у явному вигляді

$$\Psi = \frac{L_{ct} U_0}{R_M} \operatorname{th} \frac{t}{\tau} = 8 \times \operatorname{th} 12,5 \times t \text{ Вб,}$$

де $L_{ct} = \Psi_0 / I_0$ – статична індуктивність у вимушеному режимі; $\tau = L_{ct} / R_M$ – стала часу перехідного процесу у вимушеному режимі.

Перехідна функція струму

$$i = b\psi^2 = 1,25 \times (8 \times \operatorname{th} 12,5 \times t)^2 = 80 \times (\operatorname{th} 12,5 \times t)^2 \text{ А.}$$

Графіки перехідних функцій струму і потокозчеплення показані на рис. 7.5 (суцільні лінії).

Отримані співвідношення для струму і потокозчеплення приблизно описує перехідний процес включення котушки зі сталевим осердям на постійну напругу. Перевагою аналітичного методу є те, що отримані співвідношення дають можливість аналізувати вплив на перехідні процеси усі параметри кола.

Точність рішення тим вища, що ближче аналітичний вираз відповідає нелінійній характеристиці. Застосування апроксимації виду $i = a\psi + b\psi^2$ дозволяє отримати більш точне аналітичне вираження нелінійної характеристики, але розв'язок задачі значно ускладнюється.

7.5. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом кусково-лінійної апроксимації

Задача 7.4

Котушка з феромагнітним осердям вмикається за допомогою ключа S на постійну напругу $U=100$ В (рис. 7.1, а). Число витків у котушці $W=150$, резистивний опір обмотки котушки $R_M=12,5$ Ом, основна крива намагнічування задана графічно (рис. 7.1, б). Знайти методом кусково-лінійної апроксимації графік перехідної функції струму.

Розв'язок

Основну криву намагнічування (рис. 7.7) замінюємо ламаною лінією 0-1-2-3, використовуючи дотичні лінії (можна використовувати січні лінії).

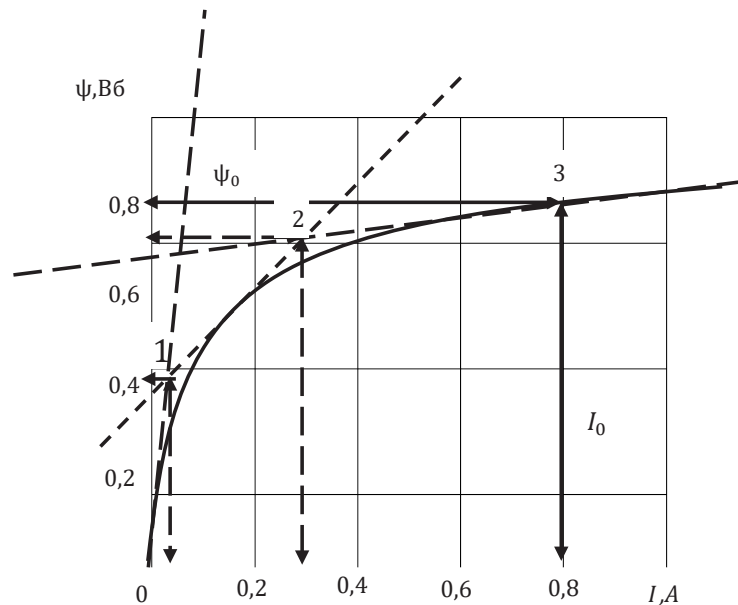


Рис. 7.7. Графік кусково-лінійної апроксимації до задачі 7.4

Кожна ділянка розбиття характеризується своєю динамічною індуктивністю та сталою часу:

- ділянка 0-1

$$L_{\text{дин1}} = \Delta\psi_1 / \Delta I_1 = 0,41 / 0,05 = 8,2, \text{ Гн};$$

$$\tau_1 = L_{\text{дин1}} / R_M = 8,2 / 12,5 = 0,656, \text{ с};$$

- ділянка 1-2

$$L_{\text{дин2}} = \Delta\psi_2 / \Delta I_2 = (0,71 - 0,41) / (0,3 - 0,05) = 1,2, \text{ Гн};$$

$$\tau_2 = L_{\text{дин2}} / R_M = 1,2 / 12,5 = 0,096, \text{ с};$$

- ділянка 2-3

$$L_{\text{дин3}} = \Delta\psi_3 / \Delta I_3 = (0,8 - 0,71) / (0,8 - 0,3) = 0,018, \text{ Гн};$$

$$\tau_3 = L_{\text{дин3}} / R_M = 0,018 / 12,5 = 0,00144, \text{ с}.$$

Кусково-лінійна апроксимація дозволяє аналітично записати криву намагнічування у вигляді:

- ділянка 0-1

$$\psi = L_{\text{дин1}} \times i, \text{ Вб}$$

$$0 < i < I_1 = 0,05, \text{ А};$$

- ділянка 1-2

$$\psi = \psi_1 + L_{\text{дин2}} \times i, \text{ Вб}$$

$$I_1 = 0,05, \text{ А} < i < I_2 = 0,3, \text{ А};$$

- ділянка 2-3

$$\psi = \psi_2 + L_{\text{дин3}} \times i, \text{ Вб}$$

$$I_2 = 0,3, \text{ А} < i < I_3 = 0,8, \text{ А}.$$

Відповідно до кількості вибраних ділянок апроксимації весь час перехідного процесу розбиваємо на три ділянки. Для кожної ділянки отримуємо своє диференціальне рівняння:

- ділянка 0-1

$$U_0 = L_{\text{дин1}} \frac{di}{dt} + iR_M, \text{ В}$$

$$0 < i < I_1 = 0,05, \text{ А};$$

$$0 < t < t_1;$$

- ділянка 1-2

$$U_0 = L_{\text{дин2}} \frac{di}{dt} + iR_M, \text{ В}$$

$$I_1 = 0,05, \text{ А} < i < I_2 = 0,3, \text{ А};$$

$$t_1 < t < t_2;$$

– ділянка 2-3

$$U_0 = L_{\text{дин3}} \frac{di}{dt} + iR_M, \text{ В}$$

$$I_2 = 0,3, \text{ А} < i < I_0 = 0,8, \text{ А};$$

$$t_2 < t < \infty.$$

Розв'язання рівнянь отримуємо у наступному вигляді:

– ділянка 0-1

$$i = I_0 + A_1 e^{-t/\tau_1}, \text{ А}$$

$$0 < i < I_1 = 0,05, \text{ А};$$

$$0 < t < t_1;$$

– ділянка 1-2

$$i = I_0 + A_2 e^{-(t_1-t)/\tau_2}, \text{ А}$$

$$I_1 = 0,05, \text{ А} < i < I_2 = 0,3, \text{ А};$$

$$t_1 < t < t_2;$$

– ділянка 2-3

$$i = I_0 + A_3 e^{-(t_2-t)/\tau_3}, \text{ А}$$

$$I_2 = 0,3, \text{ А} < i < I_0 = 0,8, \text{ А};$$

$$t_2 < t < \infty.$$

З умови неможливості зміни струму стрибком при переході через точки зламу 0, 1, 2 знаходимо постійні інтегрування

$$A_1 = -I_0 = -0,8, \text{ А};$$

$$A_2 = I_1 - I_0 = 0,05 - 0,8 = -0,75, \text{ А};$$

$$A_3 = I_2 - I_0 = 0,3 - 0,8 = -0,5, \text{ А}.$$

Час переходу з першого на другий та з другого на третю ділянку визначаються з наступних умов:

$$i(t_1) = I_1 = I_0 (1 - e^{-t_1/\tau_1});$$

$$i(t_2) = I_2 = I_0 + (I_1 - I_0) e^{-(t_2+t_1)/\tau_1}.$$

Звідки маємо:

$$t_1 = \tau_1 \ln \frac{I_0}{I_0 - I_1} = 0,656 \ln \frac{0,8}{0,8 - 0,05} = 0,041, \text{ с};$$

$$t_2 = t_1 + \tau_2 \ln \frac{I_0 - I_1}{I_0 - I_2} = 0,041 + 0,096 \ln \frac{0,8 - 0,05}{0,8 - 0,3} = 0,079, \text{ с}.$$

Графік перехідного струму показано на рис. 7.8.

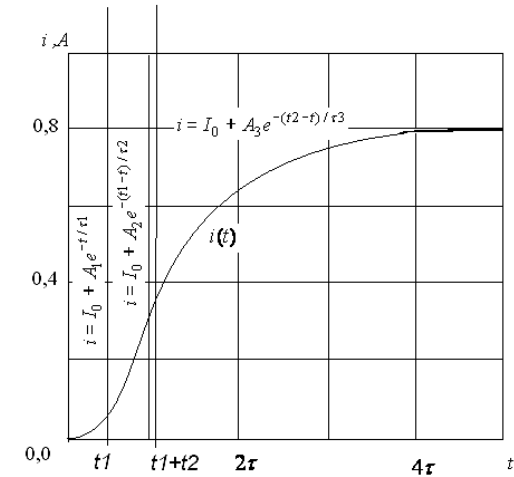


Рис. 7.8. Графіки перехідних функцій струму до задачі 7.4

7.6. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом послідовних інтервалів

Рішення методом послідовних інтервалів полягає в тому, що, оцінюємо по статичній індуктивності тривалість перехідного процесу, ділимо час перехідного процесу на ряд рівних і досить малих інтервалів приростів часу, проводимо чисельне інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, попередньо представивши їх через прирости на поточному і попередньому інтервалах розбиття.

Задача 7.5

Котушка з феромагнітним осердям вмикається за допомогою ключа S на постійну напругу $U=100$ В (рис. 7.1, а). Число витків у котушці $W=150$, резистивний опір обмотки котушки $R_M=12,5$ Ом, основна крива намагнічування задана графічно (рис. 7.1, б). Знайти методом послідовних інтервалів графіки перехідних функцій струму та потокозчеплення.

Розв'язок

Розраховуємо перехідний процес у схемі (рис. 7.1) при прийнятих припущеннях.

Тривалість перехідного процесу оцінюємо за статичною індуктивністю у вимушеному режимі $t_c = 5 \frac{L_{ст}}{R_M} = 5 \times \tau = 5 \times 0,08 = 0,4$ с. Час перехідного процесу розбиваємо на десять інтервалів, тому $\Delta t = 0,1 \times t_c = 0,004$ с.

Початкове диференціальне рівняння отримуємо на основі балансу напруги в колі (другого закону Кірхгофа)

$$U_0 = R_M i + \frac{d\Psi}{dt}.$$

Розділяємо змінні

$$d\Psi = (U_0 - R_M i) \times dt.$$

Від диференціалів переходимо до прирощень

$$\Delta\Psi_k = \Psi_k - \Psi_{k-1} = (U_0 - R_M i_{k-1}) \times \Delta t,$$

де k – поточний інтервал інтегрування; $k-1$ – попередній інтервал інтегрування.

Перше прирощення часу від 0 до Δt : початкові значення $\Psi_0 = 0$; $i_0 = 0$.

Знаходимо збільшення потокозчеплення на першому інтервалі рахунку:

$$\Delta\Psi_1 = \Psi_1 - \Psi_0 = (U_0 - R_M i_0) \times \Delta t = U_0 \Delta t = 100 \times 0,004 = 0,4 \text{ Вб.}$$

За основною кривою намагнічування $\Psi(I)$ (рис. 7.1) знаходимо струм наприкінці першого збільшення часу $i_1 = 0,07$ А.

Потокозчеплення в кінці першого інтервалу інтегрування

$$\Psi_1 = \Psi_0 + \Delta\Psi_1 = 0,4 \text{ Вб.}$$

Другий інтервал інтегрування: вихідні значення: вихідні значення

$$\Psi_1 = 0,4 \text{ Вб; } i_0 = 0,07 \text{ А.}$$

Знаходимо збільшення потокозчеплення на другому інтервалі розрахунку

$$\Delta\Psi_2 = \Psi_2 - \Psi_1 = (U_0 - R_M i_1) \times \Delta t = (100 - 12,5 \times 0,07) \times 0,004 = 0,39 \text{ Вб.}$$

Потокозчеплення наприкінці другого інтервалу інтегрування

$$\Psi_2 = \Psi_1 + \Delta\Psi_2 = 0,79 \text{ Вб.}$$

За основною кривою намагнічування (рис. 7.1) знаходимо струм наприкінці другого збільшення часу $i_2 = 0,57$ А.

Повторюючи аналогічно розрахунок за наведеним алгоритмом для решти 8 проміжків часу, отримуємо чисельні значення перехідних функцій потокозчеплення та струму в часі.

Графіки перехідних функцій потокозчеплення та струму надані на рис. 7.5.

Задача 7.6

Дано нелінійну електричну схему, в якій діють джерела постійної ЕРС струму (рис. 7.9, а). Параметри кола відомі: $E = 4$ В, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $J = 1$ А, $u_c(q) = 10^5 q + 10^{12} q^2$ В. Визначити перехідну функцію заряду ємності після замикання ключа S.

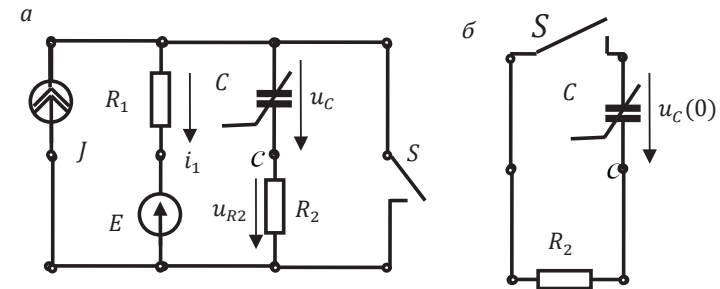


Рис. 7.9. Розрахункова схема до задачі 7.6

Розв'язок

Початкові умови на ємнісному елементі

$$u_c(0) = E_0 = E - J \times R_1 = 4 - 1 \times 1 = 2 \text{ В;}$$

$$u_c(0) = 10^5 q(0) + 10^{12} q^2(0) \text{ В;}$$

$$q(0) = \frac{-10^5 \pm \sqrt{10^{10} + 4 \times 2 \times 10^{12}}}{2 \times 10^{12}} = 1,37 \times 10^{-6} \text{ Вб.}$$

Вимушені складові напруги та заряду ємності

$$u_{спр} = 0 \text{ В, } q_{сп} = 0 \text{ Кл.}$$

Значення нелінійної ємності за початкових умов

$$C_0 = q(0) / u_c(0) = 1,36 \times 10^{-6} / 2 = 0,68 \times 10^{-6} \text{ Ф.}$$

Стала часу перехідного процесу за початкових умов

$$\tau = C_0 R_2 = 0,68 \times 10^{-6} \times 1 = 0,68 \times 10^{-6} \text{ с.}$$

Тривалість перехідного процесу

$$t_c = 5\tau = 3,4 \times 10^{-6} \text{ с.}$$

Вибираємо десять кроків інтегрування, тоді збільшення часу на кожному кроці інтегрування $\Delta t = 0,1t_c = 3,4 \times 10^{-7}$ с.

Початкове диференціальне рівняння отримуємо на основі балансу напруги кола (другого закону Кірхгофа)

$$0 = R_2 i + u_C = R_2 \frac{dq}{dt} + u_C.$$

Розділяємо змінні

$$dq = -\frac{u_C}{R_2} \times dt.$$

Від диференціалів переходимо до прирощень

$$\Delta q_k = q_k - q_{k-1} = (-u_{Ck-1}) \times \Delta t,$$

де k – поточний інтервал інтегрування; $k-1$ – попередній інтервал інтегрування.

Перше збільшення часу від 0 до Δt : початкові значення $q(0) = 1,37 \times 10^{-6}$ Кл; $u_C(0) = 2$ В.

Знаходимо збільшення заряду на першому інтервалі рахунку

$$\Delta q_1 = q_1 - q(0) = (-u_{Ck-1}) \times \Delta t = -2 \times 3,4 \times 10^{-7} = -6,8 \times 10^{-7} \text{ Кл.}$$

За основною заданою нелінійності $u_C(q) = 10^5 q + 10^{12} q^2$, знаходимо напругу на ємності наприкінці першого збільшення часу $u_{C1} = 0,53$ В.

Заряд на ємності наприкінці першого інтервалу інтегрування

$$q_1 = q(0) + \Delta q_1 = 0,69 \times 10^{-6} \text{ Кл.}$$

Другий інтервал інтегрування: початкові значення $q_1 = 0,69 \times 10^{-6}$ Кл; $u_{C1} = 0,53$ В.

Знаходимо збільшення заряду ємності на другому інтервалі рахунку

$$\Delta q_2 = q_2 - q_1 = (-u_{C1}) \times \Delta t = (-0,53) \times 3,4 \times 10^{-7} = -1,8 \times 10^{-7} \text{ Кл.}$$

Заряд ємності наприкінці другого інтервалу інтегрування

$$q_2 = q_1 + \Delta q_2 = 0,51 \times 10^{-7} \text{ Кл.}$$

За основною заданою нелінійності $u_C(q) = 10^5 q + 10^{12} q^2$, знаходимо напругу на ємності наприкінці другого збільшення часу $u_{C2} = 0,37$ В.

Повторюючи аналогічно розрахунок за наведеним алгоритмом для інших 8 проміжків часу, отримуємо чисельні значення перехідних функцій заряду та напруги у часі.

7.7. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом фазової площини

До цього перехідні процеси в лінійних і нелінійних колах розглядалися як функції часу. Вельми наочним є зображення процесів на фазовій площині, де по осі абсцис відкладається досліджувана величина x , по осі ординат – швидкість її зміни у часі $y = dx/dt$. Ці величини визначають зображаючу точку x, y , яка відповідає певному стану кола. При зміні стану кола зображаюча точка пересувається за фазовою траєкторією $x(y)$.

Задача 7.7

Котушка з феромагнітним осердям вмикається за допомогою ключа S на постійну напругу $U = 100$ В (рис. 7.1, а). Число витків у котушці $W = 150$, резистивний опір обмотки котушки $R_M = 12,5$ Ом, основна крива намагнічування задана графічно (рис. 7.1, б). Знайти методом фазової площини графік перехідної функції струму.

Розв'язок

Початкове диференціальне рівняння отримуємо на основі балансу напруг кола (другого закону Кірхгофа):

$$U_0 = R_M i + L_{ст} (i) \frac{di}{dt}.$$

Вводимо фазові координати $i = x$, $\frac{di}{dt} = y$. Початкове диференціальне рівняння модифікується

$$U_0 = R_M x + L_{ст}(i)y \text{ або } I_0 = x + \tau(i)y.$$

При постійній статичній індуктивності фазова траєкторія прокреслює на фазовій площині пряму лінію (рис. 7.10) пунктиром. У нелінійному колі фазова траєкторія відрізняється від прямої лінії (рис. 7.10).

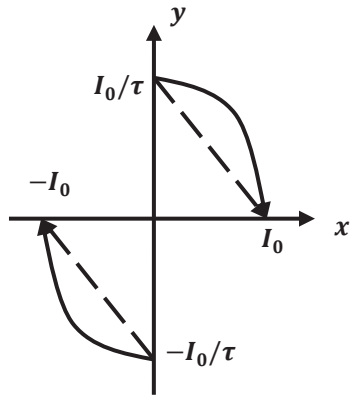


Рис. 7.10. Фазова траєкторія перехідного струму до задачі 7.7

7.8. Розрахунок перехідного процесу в нелінійних електричних колах методом еквівалентного генератора

Задача 7.8

Дана нелінійна електрична схема, в якій діють джерела постійної ЕРС і струму (рис. 7.11, а). Параметри кола відомі: $E=2$ В, $R_1=1$ Ом, $R_2=1$ Ом, $J=1$ А, $i_L(\psi)=10^2\psi+10^3\psi^2$ А. Визначити перехідні функції струму та потокозчеплення після замикання ключа S .

Розв'язок

У колі один нелінійний елемент, тому рішення раціонально робити методом еквівалентного генератора.

Початкові умови на котушці індуктивності:

$$i_L(0)=J_0=0, \psi(0)=0.$$

Вимушені складові струму та потокозчеплення котушки індуктивності:

$$i_{L\text{вим}} = \frac{J}{2} + \frac{E}{R_1 + R_2} = 1,5 \text{ А}, \quad i_{L\text{вим}}(\psi) = 10^2\psi_{\text{пр}} + 10^3\psi_{\text{пр}}^2.$$

$$\psi_{\text{вим}} = \frac{-10^2 \pm \sqrt{10^4 + 4 \times 1,5 \times 10^3}}{2 \times 10^3} = 1,3 \times 10^{-2} \text{ Вб}.$$

ЕРС еквівалентного генератора

$$E_{xx} = E - \frac{J}{2} R_1 = 2 - 0,5 = 1,5 \text{ В}.$$

Внутрішній опір еквівалентного генератора

$$R_{in} = R_1 = 1 \text{ Ом}.$$

Заступна схема розрахункової схеми наведено на рис. 7.11, б. Для заступної схеми виконується баланс напруг

$$E_{oc} = (R_2 + R_{in})i + \frac{d\psi}{dt}.$$

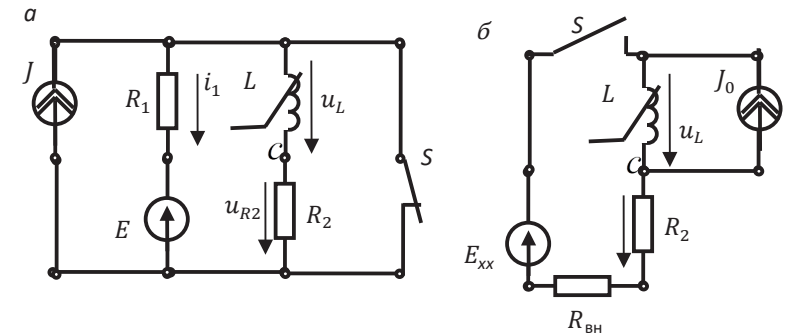


Рис. 7.11. Розрахункові схеми до задачі 7.8

Далі розрахунок ведемо шляхом послідовних інтервалів.

Розділяємо змінні

$$d\psi = E_{oc} - (R_{in} + R_2) \times i \times dt.$$

Від диференціалів переходимо до прирощень

$$\Delta\psi_k = \psi_k - \psi_{k-1} = E_{oc} - (R_{in} + R_2) \times i_{k-1} \times \Delta t,$$

де k – поточний інтервал інтегрування; $k-1$ – попередній інтервал інтегрування.

Статична індуктивність у вимушеному режимі

$$L_{ст} = \psi_{\text{пр}} / i_{L\text{пр}} = 1,3 \times 10^{-2} / 1,5 = 8,7 \times 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Стала часу перехідного процесу у статичному режимі

$$\tau = L_{ст} / (R_{in} + R_2) = 8,7 \times 10^{-3} / 2 = 4,35 \times 10^{-3} \text{ с}.$$

Тривалість перехідного процесу $t_c = 5\tau = 21,75 \times 10^{-3} \text{ с}.$

Вибираємо десять кроків інтегрування, тоді збільшення часу на кожному кроці інтегрування $\Delta t = 0,1t_c = 2,175 \times 10^{-3} \text{ с}.$

Розрахунок зводимо до табл. 7.2.

Таблиця 7.2

| $t \times 10^{-3}, \text{с}$ | $\psi \times 10^{-3}, \text{Вб}$ | $i, \text{А}$ | $(R_2 + R_{\text{вн}})i, \text{В}$ | $E_{\text{ос}} - (R_2 + R_{\text{вн}})i, \text{В}$ | $\Delta\psi \times 10^{-3}, \text{Вб}$ |
|------------------------------|----------------------------------|---------------|------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1,5 | 3,262 |
| 2,175 | 3,262 | 0,33 | 0,66 | 0,84 | 1,827 |
| 4,35 | 5,089 | 0,51 | 1,02 | 0,48 | 1,044 |
| 6,525 | 6,133 | 0,62 | 1,24 | 0,26 | 0,565 |
| 8,7 | 6,698 | 0,67 | 1,34 | 0,29 | 0,631 |
| 1,087 | 7,329 | 0,74 | 1,38 | 0,21 | 0,744 |
| 1,305 | 8,073 | 1,181 | 1,39 | 0,18 | 0,834 |
| 1,522 | 8,908 | 1,292 | 1,42 | 0,08 | 0,835 |
| 1,74 | 9,548 | 1,397 | 1,46 | 0,06 | 0,640 |
| 1,95 | 11,092 | 1,481 | 1,48 | 0,05 | 0,594 |
| 2,175 | 12,922 | 1,498 | 1,49 | 0,03 | 0,049 |

7.9. Розрахунково-графічне завдання «Розрахунок перехідних процесів у нелінійних електричних колах постійного струму»

На рис. 7.12, 7.13 надані електричні схеми з одним нелінійним елементом: індуктивністю або ємністю. Нелінійна індуктивність задана веб-амперною характеристикою $i_L(\psi) = 10^2\psi + 10^3\psi^2$ (розмірності струму в амперах, потокозчеплення в веберах), нелінійна ємність кулон-вольною характеристикою $u_C(q) = 10^5q + 10^{12}q^2$ (розмірності напруги у вольтах, а заряду в кулонах). У колі діють джерела постійної ЕРС та струму. Параметри кола відповідно до номера варіанта вказані у табл. 7.3. Визначити після комутації криві зміни в часі потокозчеплення або заряду.

Таблиця 7.3

| Вар. | Схема | $R_1, \text{Ом}$ | $R_2, \text{Ом}$ | $J, \text{А}$ | $E, \text{В}$ | Визначити |
|------|---------|------------------|------------------|---------------|---------------|-----------|
| 01 | 7.12, a | 1 | 1 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 02 | 7.12, b | 1 | 1 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 03 | 7.12, c | 1 | 1 | 0 | 2 | $\psi(t)$ |
| 04 | 7.12, d | 50 | 50 | 0,04 | 0 | $q(t)$ |
| 05 | 7.12, e | 1 | 1 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 06 | 7.12, f | 1 | 1 | 0 | 2 | $q(t)$ |

Продовження таблиці 7.3

| Вар. | Схема | $R_1, \text{Ом}$ | $R_2, \text{Ом}$ | $J, \text{А}$ | $E, \text{В}$ | Визначити |
|------|---------|------------------|------------------|---------------|---------------|-----------|
| 07 | 7.13, a | 10 | 10 | 1 | 10 | $\psi(t)$ |
| 08 | 7.13, b | 1 | 1 | 1 | 1 | $q(t)$ |
| 09 | 7.13, c | 1 | 1 | 0 | 2 | $\psi(t)$ |
| 10 | 7.13, d | 1 | 1 | 2 | 0 | $q(t)$ |
| 11 | 7.12, a | 1 | 2 | 3 | 0 | $\psi(t)$ |
| 12 | 7.12, b | 2 | 1 | 0 | 3 | $q(t)$ |
| 13 | 7.12, c | 2 | 2 | 0 | 4 | $\psi(t)$ |
| 14 | 7.12, d | 40 | 10 | 0,05 | 0 | $q(t)$ |
| 15 | 7.12, e | 2 | 2 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 16 | 7.12, f | 2 | 2 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 17 | 7.13, a | 20 | 20 | 1 | 20 | $\psi(t)$ |
| 18 | 7.13, b | 2 | 2 | 0,5 | 1 | $q(t)$ |
| 19 | 7.13, c | 2 | 2 | 0 | 4 | $\psi(t)$ |
| 20 | 7.13, d | 2 | 2 | 1 | 0 | $q(t)$ |
| 21 | 7.12, a | 1 | 3 | 4 | 0 | $\psi(t)$ |
| 22 | 7.12, b | 3 | 1 | 0 | 4 | $q(t)$ |
| 23 | 7.12, c | 3 | 1 | 0 | 6 | $\psi(t)$ |
| 24 | 7.12, d | 20 | 20 | 0,1 | 0 | $q(t)$ |
| 25 | 7.12, e | 3 | 3 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 26 | 7.12, f | 3 | 3 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 27 | 7.13, a | 30 | 30 | 1 | 30 | $\psi(t)$ |
| 28 | 7.13, b | 4 | 4 | 0,25 | 1 | $q(t)$ |
| 29 | 7.13, c | 3 | 1 | 0 | 6 | $\psi(t)$ |
| 30 | 7.13, d | 4 | 4 | 0,5 | 0 | $q(t)$ |
| 31 | 7.12, a | 1 | 4 | 5 | 0 | $\psi(t)$ |
| 32 | 7.12, b | 4 | 1 | 0 | 5 | $q(t)$ |
| 33 | 7.12, c | 4 | 1 | 0 | 8 | $\psi(t)$ |
| 34 | 7.12, d | 10 | 20 | 0,2 | 0 | $q(t)$ |
| 35 | 7.12, e | 4 | 4 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 36 | 7.12, f | 4 | 4 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 37 | 7.13, a | 40 | 40 | 1 | 40 | $\psi(t)$ |
| 38 | 7.13, b | 8 | 8 | 0,125 | 1 | $q(t)$ |
| 39 | 7.13, c | 4 | 1 | 0 | 8 | $\psi(t)$ |
| 40 | 7.13, d | 5 | 5 | 0,4 | 0 | $q(t)$ |
| 41 | 7.12, a | 1 | 5 | 6 | 0 | $\psi(t)$ |

Продовження таблиці 7.3

| Вар. | Схема | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $J, \text{ А}$ | $E, \text{ В}$ | Визначити |
|------|---------|-------------------|-------------------|----------------|----------------|-----------|
| 42 | 7.12, b | 5 | 1 | 0 | 6 | $q(t)$ |
| 43 | 7.12, c | 5 | 5 | 0 | 10 | $\psi(t)$ |
| 44 | 7.12, d | 8 | 12 | 0,25 | 0 | $q(t)$ |
| 45 | 7.12, e | 5 | 5 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 46 | 7.12, f | 5 | 5 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 47 | 7.13, a | 50 | 50 | 1 | 50 | $\psi(t)$ |
| 48 | 7.13, b | 10 | 10 | 0,1 | 1 | $q(t)$ |
| 49 | 7.13, c | 5 | 5 | 0 | 10 | $\psi(t)$ |
| 50 | 7.13, d | 8 | 8 | 0,25 | 0 | $q(t)$ |
| 51 | 7.12, a | 1 | 6 | 7 | 0 | $\psi(t)$ |
| 52 | 7.12, b | 6 | 1 | 0 | 7 | $q(t)$ |
| 53 | 7.12, c | 6 | 2 | 0 | 12 | $\psi(t)$ |
| 54 | 7.12, d | 5 | 5 | 0,4 | 0 | $q(t)$ |
| 55 | 7.12, e | 6 | 6 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 56 | 7.12, f | 6 | 6 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 57 | 7.13, a | 60 | 60 | 1 | 60 | $\psi(t)$ |
| 58 | 7.13, b | 20 | 20 | 0,05 | 1 | $q(t)$ |
| 59 | 7.13, c | 6 | 2 | 0 | 12 | $\psi(t)$ |
| 60 | 7.13, d | 10 | 10 | 0,2 | 0 | $q(t)$ |
| 61 | 7.12, a | 1 | 7 | 8 | 0 | $\psi(t)$ |
| 62 | 7.12, b | 7 | 1 | 0 | 8 | $q(t)$ |
| 63 | 7.12, c | 7 | 3 | 0 | 14 | $\psi(t)$ |
| 64 | 7.12, d | 4 | 6 | 0,5 | 0 | $q(t)$ |
| 65 | 7.12, e | 7 | 7 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 66 | 7.12, f | 7 | 7 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 67 | 7.13, a | 70 | 70 | 1 | 70 | $\psi(t)$ |
| 68 | 7.13, b | 25 | 25 | 0,4 | 1 | $q(t)$ |
| 69 | 7.13, c | 7 | 3 | 0 | 14 | $\psi(t)$ |
| 70 | 7.13, d | 12,5 | 12,5 | 0,16 | 0 | $q(t)$ |
| 71 | 7.12, a | 1 | 8 | 9 | 0 | $\psi(t)$ |
| 72 | 7.12, b | 8 | 1 | 0 | 9 | $q(t)$ |
| 73 | 7.12, c | 8 | 2 | 0 | 16 | $\psi(t)$ |
| 74 | 7.12, d | 2,5 | 7,5 | 0,8 | 0 | $q(t)$ |
| 75 | 7.12, e | 8 | 8 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 76 | 7.12, f | 8 | 8 | 0 | 2 | $q(t)$ |

Закінчення таблиці 7.3

| Вар. | Схема | $R_1, \text{ Ом}$ | $R_2, \text{ Ом}$ | $J, \text{ А}$ | $E, \text{ В}$ | Визначити |
|------|---------|-------------------|-------------------|----------------|----------------|-----------|
| 77 | 7.13, a | 80 | 80 | 1 | 80 | $\psi(t)$ |
| 78 | 7.13, b | 40 | 40 | 0,25 | 1 | $q(t)$ |
| 79 | 7.13, c | 8 | 2 | 0 | 16 | $\psi(t)$ |
| 80 | 7.13, d | 20 | 20 | 0,1 | 0 | $q(t)$ |
| 81 | 7.12, a | 1 | 9 | 10 | 0 | $\psi(t)$ |
| 82 | 7.12, b | 9 | 1 | 0 | 10 | $q(t)$ |
| 83 | 7.12, c | 9 | 1 | 0 | 18 | $\psi(t)$ |
| 84 | 7.12, d | 2 | 3 | 1 | 0 | $q(t)$ |
| 85 | 7.12, e | 9 | 9 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 86 | 7.12, f | 9 | 9 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 87 | 7.13, a | 90 | 90 | 1 | 90 | $\psi(t)$ |
| 88 | 7.13, b | 50 | 50 | 0,02 | 1 | $q(t)$ |
| 89 | 7.13, c | 9 | 1 | 0 | 18 | $\psi(t)$ |
| 90 | 7.13, d | 25 | 25 | 0,08 | 0 | $q(t)$ |
| 91 | 7.12, a | 1 | 10 | 11 | 0 | $\psi(t)$ |
| 92 | 7.12, b | 10 | 1 | 0 | 11 | $q(t)$ |
| 93 | 7.12, c | 10 | 10 | 0 | 20 | $\psi(t)$ |
| 94 | 7.12, d | 1 | 4 | 2 | 0 | $q(t)$ |
| 95 | 7.12, e | 10 | 10 | 2 | 0 | $\psi(t)$ |
| 96 | 7.12, f | 10 | 10 | 0 | 2 | $q(t)$ |
| 97 | 7.13, a | 100 | 100 | 1 | 100 | $\psi(t)$ |
| 98 | 7.13, b | 100 | 100 | 0,01 | 1 | $q(t)$ |
| 99 | 7.13, c | 10 | 10 | 0 | 20 | $\psi(t)$ |
| 00 | 7.13, d | 40 | 40 | 0,5 | 0 | $q(t)$ |

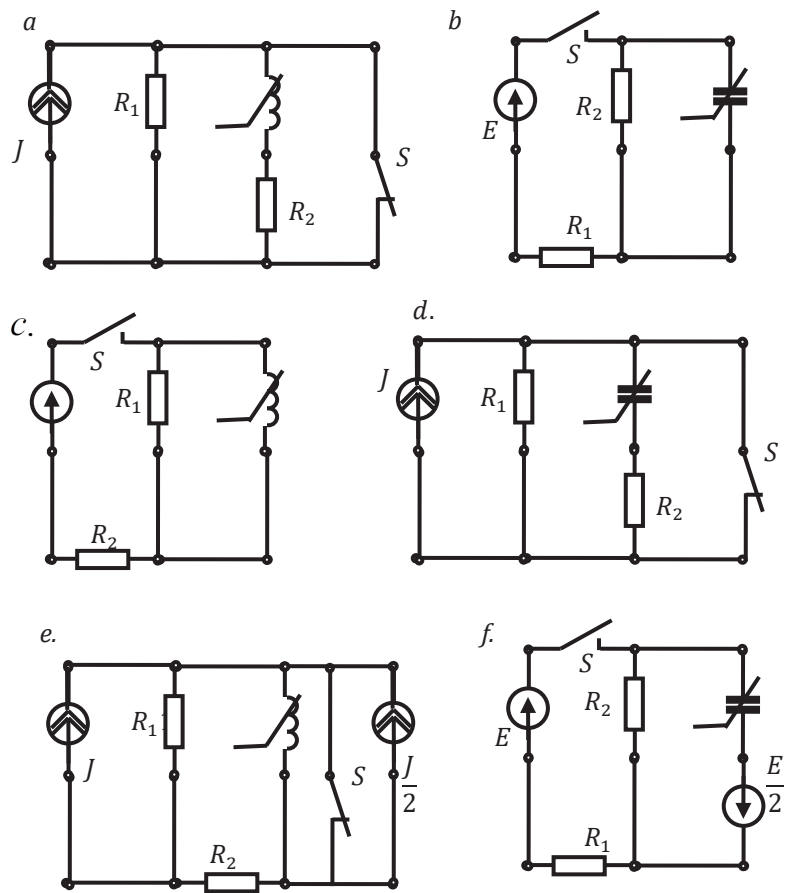


Рис. 7.12. Розрахункові схеми до завдання 7.9

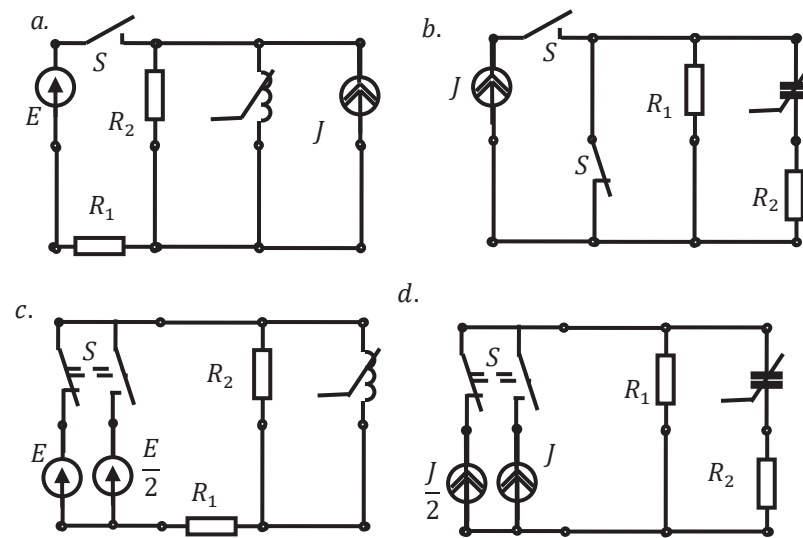


Рис. 7.13. Розрахункові схеми до завдання 7.9

НОТАТКИ

НОТАТКИ

Навчальне видання

Хілов Віктор Сергійович

**ПРАКТИКУМ З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ»**

ЧАСТИНА 2

**Нестационарні процеси у лінійних, нелінійних колах
з зосередженими та розподіленими параметрами.
Магнітні кола. Чотириполюсники, реактивні фільтри**

Навчальний посібник

Дизайн обкладинки *В. Савельєва*

Технічний редактор *О. Гринюк*

Верстка *О. Данильченко*



Підписано до друку 02.04.2025 р.
Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Цифровий друк. Гарнітура Cambria.
Ум. друк. арк. 14,07. Наклад 300.
Замовлення № 0425-026.

Видавництво та друк: Олді+
65101, м. Одеса, вул. Інглезі, 6/1
тел.: +38 (095) 559-45-45, e-mail: office@oldiplus.ua
Свідоцтво ДК № 7642 від 29.07.2022 р.

Замовлення книг:
тел.: +38 (050) 915-34-54, +38 (068) 517-50-33
e-mail: book@oldiplus.ua

