

**ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА:
методичні рекомендації
до виконання лабораторних робіт**



УДК 621.3(072)
В61

Рекомендовано Науково-методичною
радою ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол № 7 від 04.06.2026 р)

Автори

Вовна О.В., доктор технічних наук, професор.
Матвієнко В.А.

Рецензент:

Лактіонов І.С. – доктор технічних наук, професор, професор кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Національного технічного університету «Дніпровська політехніка».

В61 **Вовна О. В.,** Матвієнко В. А. Електротехніка та електромеханіка : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт. Ч.1. Запоріжжя : ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2026. 135 с.

Методичні рекомендації є лабораторним практикумом з дисциплін «Електротехніка та електромеханіка», у них викладено необхідні положення під час підготовки до лабораторних робіт, порядок виконання та завдання до лабораторних робіт, зміст звіту і контрольні запитання. Призначено для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка освітньо-професійної програми «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехнічні системи в металургії та гірництві».

УДК 621.3(072)

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2026
© Вовна О.В., Матвієнко В.А., 2026



ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Лабораторна робота № 1. Дослідження лінійних електричних кіл постійного струму.....	7
Лабораторна робота № 2. Дослідження лінійних електричних кіл змінного струму.....	18
Лабораторна робота № 3. Дослідження резонансу напруг у колах змінного струму.....	29
Лабораторна робота № 4. Дослідження резонансу струмів у колах змінного струму.....	43
Лабораторна робота № 5. Дослідження фільтрів електричних сигналів.....	61
Лабораторна робота № 6. Дослідження лінійних електричних колах з несинусоїдальними напругами та струмами.....	82
Лабораторна робота № 7. Дослідження перехідних процесів у лінійних електричних колах першого порядку.....	102
Лабораторна робота № 8. Дослідження перехідних процесів у лінійних електричних колах другого порядку.....	119
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	135



ВСТУП

Дисципліна «Електротехніка та електромеханіка» є однією з фундаментальних складових професійної підготовки здобувачів вищої освіти за освітньо-професійною програмою «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехнічні системи в металургії та гірництві». Її зміст спрямований на формування системи теоретичних знань і практичних умінь, необхідних для аналізу електричних, електромагнітних та електромеханічних процесів, що становлять основу функціонування сучасних технічних, енергетичних, автоматизованих і робототехнічних систем.

Актуальність вивчення дисципліни зумовлена широким застосуванням електротехнічних та електромеханічних пристроїв у виробничих процесах металургійної, гірничої, машинобудівної, енергетичної та суміжних галузей промисловості. Електричні кола, електроприводи, перетворювачі електричної енергії, вимірювальні системи, датчики, виконавчі механізми та засоби автоматизованого керування є невід'ємними елементами сучасної промислової інфраструктури. У зв'язку з цим підготовка фахівців у сфері автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій і робототехніки потребує ґрунтовного засвоєння законів електротехніки та набуття навичок їх практичного застосування під час дослідження, розрахунку, моделювання й експлуатації електротехнічних систем.

Лабораторний практикум з дисципліни «Електротехніка та електромеханіка» призначений для поглиблення та практичного закріплення теоретичного матеріалу, набутого здобувачами під час лекційних і самостійних занять. Виконання лабораторних робіт забезпечує формування експериментальних умінь, пов'язаних із дослідженням електричних кіл постійного та змінного струму, визначенням параметрів електричних сигналів, аналізом резонансних режимів, побудовою частотних характеристик, оцінюванням впливу несинусоїдальних напруг і струмів, а також вивченням перехідних процесів у лінійних електричних колах першого та другого порядку.

Методичні рекомендації структуровано відповідно до логіки поступового ускладнення об'єктів дослідження. На початковому етапі розглядаються лінійні електричні кола постійного струму, для яких експериментально перевіряються закон Ома, перший і другий закони Кірхгофа, метод накладання та метод двох вузлів. Подальші лабораторні роботи присвячено аналізу кіл змінного струму, фазових співвідношень між електричними величинами, комплексному методу розрахунку, резонансним явищам у послідовних і паралельних коливальних контурах, дослідженню пасивних електричних фільтрів, полігармонійних режимів та динамічної поведінки електричних кіл після комутації.

Особливістю практикуму є поєднання аналітичних методів розрахунку з експериментальними дослідженнями та комп'ютерним



моделюванням. Використання сучасних програмних засобів схемотехнічного моделювання й інженерних розрахунків дає змогу візуалізувати електричні процеси, зіставляти теоретичні залежності з результатами вимірювань, аналізувати похибки та встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між параметрами електричного кола і характером його функціонування. Такий підхід сприяє формуванню в здобувачів дослідницьких компетентностей і розвитку інженерного мислення.

У результаті виконання лабораторних робіт здобувачі мають оволодіти навичками складання електричних схем, вибору та використання вимірювальних приладів, визначення струмів, напруг, частотних і часових параметрів сигналів, побудови графіків, векторних діаграм, осцилограм і амплітудно-частотних характеристик. Крім того, важливою складовою практикуму є формування здатності до порівняльного аналізу експериментальних, розрахункових і модельних результатів, оцінювання похибок вимірювань та формулювання обґрунтованих технічних висновків.

Виконання кожної лабораторної роботи передбачає попередню теоретичну підготовку, ознайомлення зі схемою дослідження, визначення вихідних параметрів, підготовку таблиць для фіксації результатів та виконання необхідних попередніх розрахунків. У процесі роботи здобувач здійснює складання або моделювання електричного кола, проводить вимірювання, обробляє отримані дані, виконує їх аналітичну перевірку та формує висновки щодо відповідності експериментальних результатів теоретичним положенням.

Звіт з лабораторної роботи має містити тему, мету, короткі теоретичні відомості, електричні схеми або комп'ютерні моделі досліджуваних кіл, вихідні дані, результати вимірювань, розрахункову обробку, графічні матеріали, оцінку похибок, висновки та відповіді на контрольні запитання. У разі дослідження кількох схем доцільно подавати результати окремими структурними блоками, кожен з яких має містити схему, параметри елементів, експериментальні дані, розрахунки, перевірку теоретичних залежностей і короткий аналіз отриманих результатів.

Під час обробки експериментальних даних необхідно встановити ступінь узгодженості виміряних величин із теоретичними значеннями. Допустимі відхилення можуть бути зумовлені похибками вимірювальних приладів, відхиленням фактичних параметрів елементів від номінальних, впливом внутрішнього опору джерел живлення, особливостями режимів моделювання, округленням проміжних результатів або неточністю складання схеми. Якщо отримані похибки перевищують допустимі значення, слід проаналізувати можливі причини розбіжностей і, за потреби, повторити вимірювання або уточнити параметри досліджуваного кола.



Особливу увагу необхідно приділяти дотриманню правил безпечної роботи з електричними колами, джерелами живлення та вимірювальними приладами. Перед увімкненням схеми слід перевірити правильність з'єднань, полярність підключення елементів, відповідність вибраних меж вимірювання очікуваним значенням струмів і напруг, а також допустимі режими роботи обладнання. У разі використання комп'ютерного моделювання необхідно коректно задавати параметри елементів, типи джерел сигналів, режими аналізу та одиниці вимірювання.

Отже, лабораторний практикум з дисципліни «Електротехніка та електромеханіка» є важливим елементом професійної підготовки майбутніх фахівців у галузі автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки. Його виконання сприяє поглибленню теоретичних знань, розвитку практичних умінь аналізу електричних процесів, формуванню навичок інженерного експерименту та підготовці здобувачів до подальшого опанування дисциплін, пов'язаних з електронікою, автоматичним керуванням, електроприводом, робототехнічними системами й промисловою автоматизацією.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Метою роботи є експериментальне дослідження електричних процесів у лінійних колах постійного струму, перевірка основних законів електротехніки та практичне застосування методів розрахунку розгалужених електричних кіл.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- експериментально перевірити справедливості закону Ома для ділянки електричного кола та для повного кола;
- дослідити виконання першого та другого законів Кірхгофа в нерозгалужених і розгалужених колах постійного струму;
- установити закономірності розподілу струмів і напруг у колах із послідовним, паралельним і змішаним з'єднанням резистивних елементів;
- перевірити можливість застосування методу накладання для аналізу лінійних електричних кіл із кількома джерелами електрорушійної сили;
- визначити струми в гілках електричного кола методом двох вузлів;
- здійснити порівняння експериментальних і розрахункових результатів та оцінити похибки вимірювань.

1. Теоретичні відомості

Лінійне електричне коло постійного струму являє собою сукупність джерел електричної енергії, пасивних елементів, з'єднувальних провідників і вимірювальних приладів, параметри яких не залежать від значень струмів і напруг. Для таких кіл виконується принцип лінійності, що дає змогу застосовувати класичні методи аналізу: закон Ома, закони Кірхгофа, метод еквівалентних перетворень, метод контурних струмів, метод вузлових потенціалів і метод накладання.

У сталому режимі постійного струму електричні величини не змінюються в часі, тому аналіз кола зводиться до визначення струмів у гілках, напруг на елементах, еквівалентних опорів і балансу потужностей.

1.1. Закон Ома для ділянки електричного кола

Основним співвідношенням, що характеризує резистивну ділянку електричного кола, є закон Ома. Він установлює пропорційність між напругою на ділянці кола та струмом, який через неї протікає:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.1)$$

де I – сила електричного струму, А;

U – напруга на ділянці кола, В;

R – електричний опір ділянки, Ом.

Звідси напруга на резистивному елементі визначається виразом:

$$U = I \cdot R. \quad (1.2)$$

Опір ділянки кола може бути обчислений за експериментально вимірними значеннями напруги та струму:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (1.3)$$

Отже, закон Ома є базовою залежністю для розрахунку електричних величин у колах постійного струму з резистивними елементами.

1.2. Нерозгалужене електричне коло постійного струму

Нерозгалуженим називається електричне коло, у якому всі елементи з'єднані послідовно (див. рис. 1.1), а струм має лише один шлях протікання. У такому колі сила струму є однаковою на всіх його ділянках.

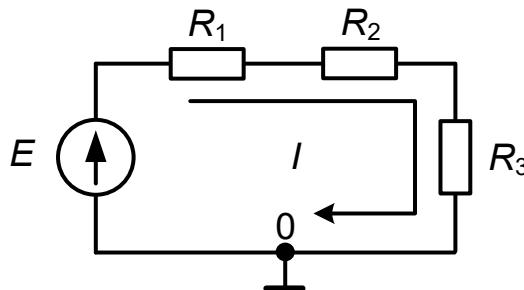


Рис. 1.1 – Нерозгалужене коло постійного струму

Для послідовного з'єднання резисторів еквівалентний опір кола дорівнює сумі опорів окремих елементів:

$$R_{\text{екв}} = R_1 + R_2 + R_3. \quad (1.4)$$

Струм у колі визначається за законом Ома для повного кола:

$$I = \frac{E}{R_{\text{екв}}}, \quad (1.5)$$

де E – електрорушійна сила джерела живлення, В;

$R_{\text{екв}}$ – еквівалентний опір кола, Ом.

Падіння напруги на окремих резисторах становлять:



$$U_1 = I \cdot R_1; \quad (1.6)$$

$$U_2 = I \cdot R_2; \quad (1.7)$$

$$U_3 = I \cdot R_3. \quad (1.8)$$

Для замкненого контуру виконується другий закон Кірхгофа:

$$E = U_1 + U_2 + U_3. \quad (1.9)$$

Отже, у послідовному колі напруга джерела розподіляється між резистивними елементами пропорційно до їхніх опорів.

1.3. Розгалужене електричне коло з одним джерелом живлення

Розгалуженим називається електричне коло, що містить вузли, у яких струм поділяється між кількома гілками, як наведено на рис. 1.2. У таких колах розподіл струмів визначається значеннями опорів відповідних гілок і підпорядковується першому закону Кірхгофа.

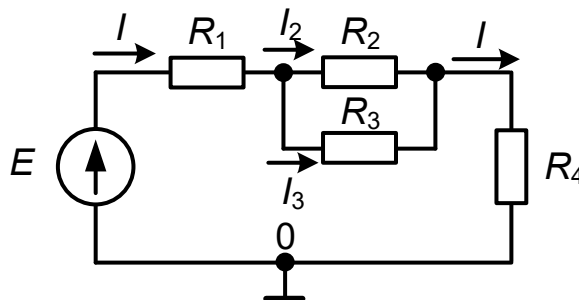


Рис. 1.2 – Розгалужене електричне коло постійного струму

Еквівалентний опір паралельної ділянки, утвореної резисторами R_2 та R_3 , визначається за формулою:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}. \quad (1.10)$$

Повний опір кола зі змішаним з'єднанням елементів становить:

$$R_{\text{екв}} = R_1 + R_{23} + R_4. \quad (1.11)$$

Загальний струм, що споживається колом від джерела живлення, дорівнює:

$$I = \frac{E}{R_{\text{екв}}}. \quad (1.12)$$



Напруга на паралельній ділянці визначається як:

$$U_{23} = I \cdot R_{23}. \quad (1.13)$$

Струми в паралельних гілках дорівнюють:

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2}; \quad (1.14)$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3}. \quad (1.15)$$

Відповідно до першого закону Кірхгофа для вузла розгалуження виконується рівність:

$$I = I_2 + I_3. \quad (1.16)$$

Для двох паралельно з'єднаних гілок розподіл струму може бути визначений також за формулами поділу струму:

$$I_2 = I \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}; \quad (1.17)$$

$$I_3 = I \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}. \quad (1.18)$$

З наведених співвідношень випливає, що струм у паралельних гілках розподіляється обернено пропорційно до їхніх опорів: більший струм протікає через гілку з меншим опором.

1.4. Закони Кірхгофа

Для дослідження розгалужених електричних кіл використовують два закони Кірхгофа, які відображають фундаментальні закони збереження електричного заряду та енергії.

Перший закон Кірхгофа формулюється для вузла електричного кола. Алгебраїчна сума струмів у будь-якому вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (1.19)$$

Якщо струми, що входять у вузол, вважати додатними, а струми, що



виходять із вузла, – від’ємними, то перший закон Кірхгофа можна записати у вигляді:

$$\sum I_{\text{вх}} = \sum I_{\text{вих}}. \quad (1.20)$$

Другий закон Кірхгофа застосовується до замкнених контурів електричного кола. Він установлює, що алгебраїчна сума електрорушійних сил у будь-якому замкненому контурі дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруг на його елементах:

$$\sum_{k=1}^m E_k = \sum_{i=1}^n I_i \cdot R_i. \quad (1.21)$$

У еквівалентній формі це співвідношення може бути подане так:

$$\sum_{k=1}^m E_k - \sum_{i=1}^n I_i \cdot R_i = 0. \quad (1.22)$$

Застосування законів Кірхгофа дає змогу скласти систему рівнянь, розв’язання якої забезпечує визначення невідомих струмів і напруг у складному електричному колі.

1.5. Розгалужене електричне коло з двома джерелами електрорушійної сили

У колах із кількома джерелами живлення значення та напрями струмів залежать від величин електрорушійних сил, їхньої полярності та параметрів резистивних елементів (див. рис. 1.3). Для таких кіл особливо важливим є коректне задання умовних напрямів струмів і напрямів обходу контурів.

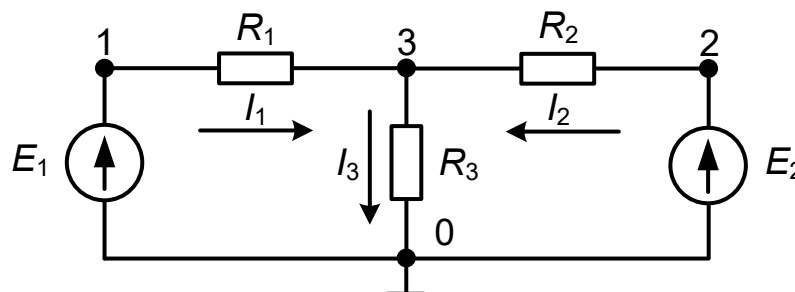


Рис. 1.3 – Розгалужене електричне коло з двома джерелами е.р.с.

Для вузла електричного кола можна записати рівняння балансу струмів:



$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (1.23)$$

Для двох незалежних контурів система рівнянь за другим законом Кірхгофа може мати вигляд:

– для зовнішнього контуру:

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = E_1 - E_2; \quad (1.24)$$

– для внутрішніх контурів:

$$I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = E_1; \quad (1.25)$$

$$I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = E_2. \quad (1.26)$$

Розв'язання наведеної системи рівнянь дозволяє визначити струми в усіх гілках електричного кола. Якщо в результаті розрахунку певний струм має від'ємне значення, це означає, що його фактичний напрям є протилежним до попередньо прийнятого.

1.6. Метод накладання

Метод накладання ґрунтується на принципі суперпозиції та застосовується виключно до лінійних електричних кіл. Його використання є доцільним у випадках, коли електричне коло містить два або більше незалежних джерел живлення.

Сутність методу полягає в тому, що струм або напруга в будь-якому елементі лінійного кола дорівнює алгебраїчній сумі часткових струмів або напруг, які створюються кожним джерелом окремо, як наведено на рис. 1.4.

Під час застосування методу накладання виконують таку послідовність дій:

1. У колі залишають активним лише одне джерело живлення.
2. Інші незалежні джерела напруги замінюють їхніми внутрішніми опорами. Для ідеального джерела напруги така заміна відповідає короткому замиканню.
3. Для отриманої схеми визначають часткові струми та напруги.
4. Аналогічні розрахунки виконують для кожного джерела окремо.

Результуючі струми або напруги визначають алгебраїчним додаванням часткових складових.

Якщо часткові струми у k -й гілці, зумовлені дією джерел E_1 та E_2 , позначити відповідно як I'_k та I''_k , то результуючий струм у цій гілці визначається співвідношенням:

$$I_k = I'_k + I''_k. \quad (1.27)$$



Якщо часткові струми мають протилежні напрями, під час алгебраїчного додавання один із них ураховується зі знаком «мінус».

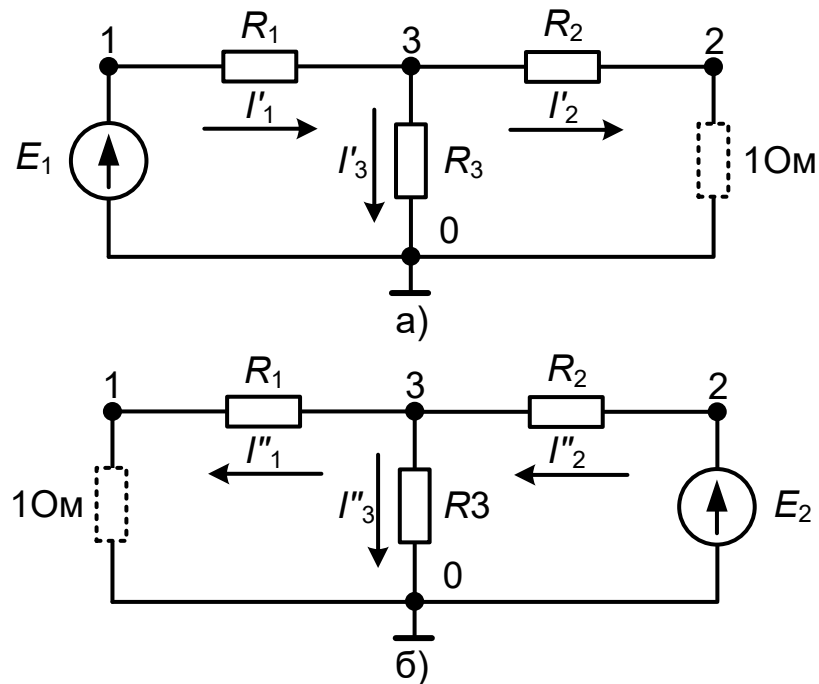


Рис. 1.4 – Принцип застосування методу накладання

1.7. Метод двох вузлів

Метод двох вузлів є окремим випадком методу вузлових потенціалів. Він застосовується для електричних кіл, у яких кілька гілок з'єднані між двома спільними вузлами. Такий підхід дає змогу спростити розрахунок, оскільки основною невідомою величиною є напруга між вузлами.

Для схеми з двома вузлами, наведеної на рис. 1.3, напруга між вузлами 3 і 0 визначається як:

$$U_{30} = \frac{\sum E_k \cdot \frac{1}{R_k} + \sum I_g}{\sum \frac{1}{R_k}} = \frac{\sum E_k \cdot q_k + \sum I_g}{\sum q_k}, \quad (1.28)$$

де E_i , I_i беруться зі знаком «+», якщо вони спрямовані від вузла 0 до вузла 1, та зі знаком «-», якщо навпаки.

Якщо в певній гілці джерело електрорушійної сили відсутнє, то для цієї гілки приймається:

$$E_k = 0. \quad (1.29)$$

Струм у кожній гілці визначається за узагальненим законом Ома:



$$I_k = \frac{E_k - U_{30}}{R_k}. \quad (1.30)$$

Додатне значення струму свідчить про збіг його фактичного напрямку з попередньо прийнятим. Від'ємне значення вказує на те, що реальний напрям струму є протилежним.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель електричного кола;
- джерело постійної напруги;
- набір резисторів із заданими номінальними значеннями;
- амперметри для вимірювання струмів у гілках електричного кола;
- вольтметри для вимірювання напруг на окремих ділянках кола;
- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків та обробки експериментальних даних.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Дослідження нерозгалуженого електричного кола:

- зібрати електричну схему відповідно до рис. 1.1;
- задати значення опорів R_1 , R_2 , R_3 та електрорушійної сили джерела E ;
- виміряти струм у колі $I_{\text{експ.}}$;
- виміряти падіння напруги на кожному резисторі:

$$U_1; \quad U_2; \quad U_3;$$

- обчислити еквівалентний опір кола:

$$R_{\text{екв}} = R_1 + R_2 + R_3; \quad (1.31)$$

- розрахувати теоретичне значення струму:

$$I_{\text{теор}} = \frac{E}{R_{\text{екв}}}; \quad (1.32)$$

- перевірити виконання другого закону Кірхгофа:

$$E = U_1 + U_2 + U_3. \quad (1.33)$$



3.2. Дослідження розгалуженого електричного кола з одним джерелом:

- зібрати електричну схему відповідно до рис. 1.2;
- виміряти загальний струм кола I .
- виміряти струми в паралельних гілках I_2 та I_3 .
- виміряти напругу на паралельній ділянці U_{23} ;
- перевірити виконання першого закону Кірхгофа:

$$I \approx I_2 + I_3; \quad (1.34)$$

– розрахувати струми в паралельних гілках за формулами поділу струму:

$$I_2 = I \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}; \quad (1.35)$$

$$I_3 = I \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}; \quad (1.36)$$

– виконати порівняльний аналіз експериментальних і розрахункових значень.

3.3. Перевірка методу накладання:

- зібрати електричне коло з двома джерелами електрорушійної сили відповідно до рис. 1.3;
- залишити активним лише джерело E_1 , а джерело E_2 замінити коротким замиканням;
- виміряти часткові струми:

$$I'_1; \quad I'_2; \quad I'_3;$$

- залишити активним лише джерело E_2 , а джерело E_1 замінити коротким замиканням.
- виміряти часткові струми:

$$I''_1; \quad I''_2; \quad I''_3;$$

- увімкнути обидва джерела одночасно та виміряти результуючі струми:

$$I_1; \quad I_2; \quad I_3;$$



– для кожної гілки перевірити співвідношення:

$$I_k = I'_k + I''_k. \quad (1.37)$$

3.4. Перевірка методу двох вузлів

– для кола з двома джерелами виміряти напругу між вузлами:

$$U_{30};$$

– за виміряними значеннями вузлової напруги визначити струми у гілках:

$$I_i = \frac{E_i - U_{30}}{R_i}; \quad (1.38)$$

– порівняти розрахункові значення струмів із результатами експериментальних вимірювань.

– сформулювати висновок щодо точності застосування методу двох вузлів для аналізу досліджуваного електричного кола.

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості;
- схеми досліджуваних електричних кіл;
- вихідні дані та параметри елементів;
- таблиці експериментальних результатів;
- розрахункову перевірку закону Ома;
- перевірку першого та другого законів Кірхгофа;
- розрахунок струмів методом накладання;
- розрахунок струмів методом двох вузлів;
- оцінку похибок вимірювань;
- висновки за результатами роботи;
- відповіді на контрольні запитання.

У разі дослідження кількох електричних схем результати доцільно подавати окремими структурними блоками. Кожен блок має містити схему, вихідні параметри, результати вимірювань, аналітичну обробку, перевірку теоретичних залежностей і короткий висновок.



Контрольні запитання та завдання:

1. Що називають лінійним електричним колом постійного струму?
2. Сформулюйте закон Ома для ділянки електричного кола.
3. Як визначається еквівалентний опір послідовного з'єднання резисторів?
4. Як визначається еквівалентний опір паралельного з'єднання двох резисторів?
5. Сформулюйте перший закон Кірхгофа.
6. Сформулюйте другий закон Кірхгофа.
7. Чому в нерозгалуженому електричному колі струм є однаковим на всіх ділянках?
8. Яким чином розподіляється струм між паралельними гілками?
9. У чому полягає сутність методу накладання?
10. Для яких електричних кіл може бути застосований метод накладання?
11. Як замінюється ідеальне джерело напруги під час застосування методу накладання?
12. У яких випадках доцільно застосовувати метод двох вузлів?
13. Який фізичний зміст має знак струму, отриманого під час розрахунку?
14. Які чинники можуть спричинити розбіжність між експериментальними та теоретичними результатами?
15. Складіть систему рівнянь за законами Кірхгофа для електричного кола з двома джерелами електрорушійної сили.
16. Для електричного кола з параметрами:

$$E_1; E_2; R_1; R_2; R_3.$$

Необхідно:

- розрахувати струми в усіх гілках за законами Кірхгофа;
- виконати перевірку отриманих результатів методом накладання;
- визначити вузлову напругу методом двох вузлів;
- обчислити потужності, що віддаються джерелами та споживаються резистивними елементами;
- перевірити баланс потужностей у колі;
- сформулювати висновок щодо точності та практичної зручності застосованих методів розрахунку.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2 ДОСЛІДЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ

Метою роботи є експериментальне дослідження електричних процесів у лінійних колах змінного синусоїдального струму, перевірка законів Ома та Кірхгофа у комплексній формі, а також визначення фазових співвідношень між струмом і напругами на елементах електричного кола.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити властивості послідовних RC - та RL -кіл змінного струму;
- експериментально перевірити виконання закону Ома для резистивних і реактивних елементів;
- перевірити виконання другого закону Кірхгофа для кіл змінного струму у векторній формі;
- визначити залежність реактивних опорів конденсатора та індуктивності від частоти;
- установити фазові співвідношення між напругою джерела, струмом і напругами на окремих елементах кола;
- побудувати векторні діаграми для досліджуваних електричних кіл;
- порівняти експериментальні результати з розрахунковими значеннями, отриманими комплексним методом.

1. Теоретичні відомості

Лінійні електричні кола змінного струму характеризуються тим, що напруги та струми в них змінюються в часі за гармонійним законом, а параметри елементів кола не залежать від миттєвих значень струмів і напруг. У таких колах, крім активних резистивних елементів, широко застосовуються реактивні елементи – індуктивності та конденсатори.

Синусоїдальна напруга може бути подана у вигляді:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u), \quad (2.1)$$

де $u(t)$ – миттєве значення напруги, В;

U_m – амплітудне значення напруги, В;

ω – кутова частота, рад/с;

φ_u – початкова фаза напруги, рад;

t – час, с.

Кутова частота пов'язана з частотою сигналу співвідношенням:

$$\omega = 2\pi f, \quad (2.2)$$

де f – частота змінного струму, Гц.



Для синусоїдальних величин розрізняють амплітудні та діючі значення. Діюче значення синусоїдальної напруги визначається як:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad (2.3)$$

а діюче значення струму:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.4)$$

Саме діючі значення напруг і струмів зазвичай вимірюються електровимірювальними приладами.

1.1. Активний опір у колі змінного струму

Для активного резистивного елемента зв'язок між миттєвими значеннями напруги та струму визначається законом Ома:

$$u_R(t) = i(t) \cdot R, \quad (2.5)$$

де $u_R(t)$ – миттєве значення напруги на резисторі, В;

$i(t)$ – миттєве значення струму, А;

R – активний опір, Ом.

У діючих значеннях закон Ома для резистора має вигляд:

$$U_R = I \cdot R. \quad (2.6)$$

У колі з активним опором струм і напруга збігаються за фазою:

$$\varphi_R = 0. \quad (2.7)$$

Це означає, що максимальні, мінімальні та нульові значення напруги й струму на резисторі настають одночасно.

1.2. Індуктивність у колі змінного струму

Для ідеальної індуктивності миттєве значення напруги визначається співвідношенням:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}, \quad (2.8)$$



де $u_L(t)$ – миттєве значення напруги на індуктивності, В;

L – індуктивність, Гн.

Індуктивний опір визначається за формулою:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L. \quad (2.9)$$

Закон Ома для індуктивності у діючих значеннях має вигляд:

$$U_L = I \cdot X_L. \quad (2.10)$$

У колі з індуктивністю напруга випереджає струм за фазою на кут:

$$\varphi_L = +\frac{\pi}{2}, \quad (2.11)$$

або на 90° . Відповідно, струм в індуктивності відстає від напруги на 90° .

1.3. Конденсатор у колі змінного струму

Для ідеального конденсатора струм визначається швидкістю зміни напруги:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}, \quad (2.12)$$

де $i_C(t)$ – миттєве значення струму через конденсатор, А;

$u_C(t)$ – миттєве значення напруги на конденсаторі, В;

C – ємність конденсатора, Ф.

Ємнісний опір визначається за формулою:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C}. \quad (2.13)$$

Закон Ома для конденсатора у діючих значеннях:

$$U_C = I \cdot X_C. \quad (2.14)$$

У колі з конденсатором напруга відстає від струму за фазою на кут:

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}, \quad (2.15)$$



або на 90° . Іншими словами, струм у конденсаторі випереджає напругу на 90° .

1.4. Комплексний метод аналізу кіл змінного струму

Для розрахунку кіл змінного синусоїдального струму доцільно використовувати комплексний метод. Його сутність полягає в поданні синусоїдальних напруг і струмів у вигляді комплексних величин, що враховують як модуль, так і фазу електричної величини.

Комплексне зображення струму може бути записане у вигляді:

$$\dot{I} = I \cdot e^{j\varphi_i} = I \cdot (\cos \varphi_i + j \sin \varphi_i), \quad (2.16)$$

а комплексне зображення напруги:

$$\dot{U} = U \cdot e^{j\varphi_u} = U \cdot (\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u). \quad (2.17)$$

де $\dot{I}$ та $\dot{U}$ – комплексні діючі значення струму та напруги;

I та U – модулі діючих значень;

φ_i та φ_u – початкові фази струму та напруги;

j – уявна одиниця.

Комплексний опір активного резистора:

$$\dot{Z}_R = R. \quad (2.18)$$

Комплексний опір індуктивності:

$$\dot{Z}_L = jX_L = j\omega L. \quad (2.19)$$

Комплексний опір конденсатора:

$$\dot{Z}_C = -jX_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}. \quad (2.20)$$

Множення комплексної величини на j відповідає повороту вектора на $+90^\circ$, а множення на $-j$ – повороту на -90° .

Закон Ома у комплексній формі записується так:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}, \quad (2.21)$$

або



$$\dot{U} = i \cdot \dot{Z}. \quad (2.22)$$

1.5. Послідовне RC-коло

Послідовне RC-коло складається з активного опору та конденсатора, з'єднаних послідовно (див. рис. 2.1). Через обидва елементи протікає один і той самий струм.

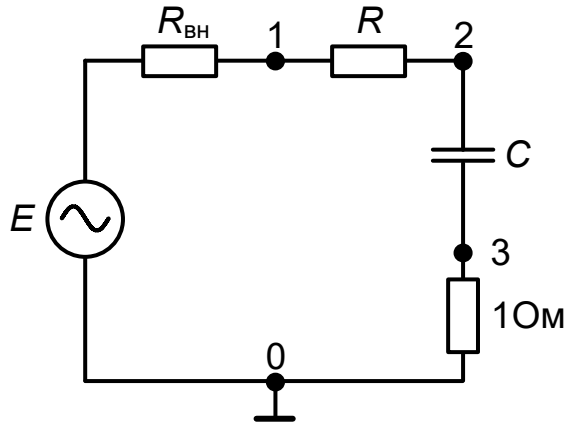


Рис. 2.1 – Електрична схема для дослідження послідовного RC-кола

Повний комплексний опір послідовного RC-кола:

$$\dot{Z}_{RC} = R - jX_C. \quad (2.23)$$

Модуль повного опору:

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + X_C^2}. \quad (2.24)$$

Струм у колі:

$$I = \frac{U}{Z_{RC}}. \quad (2.25)$$

Напруга на активному опорі:

$$U_R = I \cdot R. \quad (2.26)$$

Напруга на конденсаторі:

$$U_C = I \cdot X_C. \quad (2.27)$$

Оскільки вектор напруги на резисторі збігається за фазою зі струмом, а вектор напруги на конденсаторі відстає від струму на 90° , то вхідна напруга визначається як векторна сума:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C. \quad (2.28)$$

За модулями це співвідношення має вигляд:

$$U_{\text{розр}} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}. \quad (2.29)$$

Фазовий кут між вхідною напругою та струмом у послідовному RC -колі визначається за формулою:

$$\varphi_{RC} = -\arctg\left(\frac{X_C}{R}\right) = -\arctg\left(\frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}\right). \quad (2.30)$$

Знак «мінус» указує на ємнісний характер кола: струм випереджає напругу джерела.

1.6. Послідовне RL -коло

Послідовне RL -коло складається з активного опору та індуктивності, з'єднаних послідовно. Через обидва елементи протікає один і той самий струм.

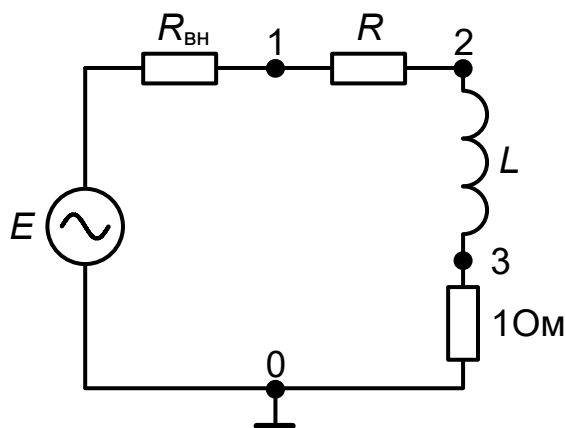


Рис. 2.2 – Електрична схема для дослідження послідовного RL -кола

Повний комплексний опір послідовного RL -кола:

$$\dot{Z}_{RL} = R + jX_L. \quad (2.31)$$



Модуль повного опору:

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \quad (2.32)$$

Струм у колі:

$$I = \frac{U}{Z_{RL}}. \quad (2.33)$$

Напруга на активному опорі:

$$U_R = I \cdot R. \quad (2.34)$$

Напруга на індуктивності:

$$U_L = I \cdot X_L. \quad (2.35)$$

Вхідна напруга є векторною сумою напруг на резисторі та індуктивності:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L. \quad (2.36)$$

Оскільки вектор напруги на індуктивності випереджає струм на 90° , модуль вхідної напруги визначається за формулою:

$$U_{\text{розр}} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}. \quad (2.37)$$

Фазовий кут між вхідною напругою та струмом у послідовному RL-колі:

$$\varphi_{RL} = -\arctg\left(\frac{X_L}{R}\right) = -\arctg\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right). \quad (2.38)$$

Додатний знак кута свідчить про індуктивний характер кола: струм відстає від напруги джерела.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель електричного кола;
- генератор синусоїдальної напруги;
- резистори із заданими номінальними значеннями;



- конденсатор;
- індуктивність;
- амперметр або мультиметр для вимірювання діючого значення струму;
- вольтметри або мультиметри для вимірювання діючих значень напруг;
- осцилограф для визначення фазового зсуву;
- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків та обробки експериментальних даних.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Дослідження послідовного RC-кола:

- зібрати електричну схему відповідно до рис. 2.1.
- на вхід схеми подати від генератора синусоїдальну напругу з діючим значенням $U_{10} \approx 5 \text{ В}$;
- провести вимірювання для частот:

$$f = 200, 500, 1000, 2000, 5000 \text{ Гц};$$

- для кожної частоти виміряти:

$$U_{10}, \quad U_{12}=U_R, \quad U_{20}=U_C, \quad I;$$

- за експериментальними значеннями напруги на резисторі та конденсаторі розрахувати вхідну напругу за векторним співвідношенням:

$$U_{\text{розр}} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}; \quad (2.39)$$

- результати вимірювань та розрахунків занести до табл. 2.1.
- на частоті $f=1000 \text{ Гц}$ за допомогою осцилографа визначити фазовий зсув між вхідною напругою U_{10} та напругою на резисторі U_R .

Таблиця 2.1 – Результати досліджень RC-кола

$f, \text{ Гц}$	$\omega, \text{ рад/с}$	$X_C, \text{ Ом}$	$U_{10}, \text{ В}$	$U_{12}=U_R, \text{ В}$	$U_{20}=U_C, \text{ В}$	$U_{30}=I, \text{ А}$	$U_{\text{розр}}, \text{ В}$
200							
500							
1000							
2000							
5000							



– за отриманими результатами зробити висновок щодо ємнісного характеру досліджуваного кола.

3.2. Дослідження послідовного *RL*-кола:

- зібрати електричну схему відповідно до рис. 2.2.
- на вхід схеми подати від генератора синусоїдальну напругу з діючим значенням $U_{10} \approx 5 \text{ В}$.
- провести вимірювання для частот:

$$f = 200, 500, 1000, 2000, 5000 \text{ Гц};$$

- для кожної частоти виміряти:

$$U_{10}; \quad U_{12} = U_R; \quad U_{20} = U_L; \quad I;$$

– за експериментальними значеннями напруги на резисторі та індуктивності розрахувати вхідну напругу за векторним співвідношенням:

$$U_{\text{розр}} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}. \quad (2.40)$$

- результати вимірювань та розрахунків занести до табл. 2.2.
- на частоті $f = 1000 \text{ Гц}$ за допомогою осцилографа визначити фазовий зсув між вхідною напругою U_{10} та напругою на резисторі U_R .

Таблиця 2.2 – Результати досліджень *RL*-кола

$f, \text{ Гц}$	$\omega, \text{ рад/с}$	$X_L, \text{ Ом}$	$U_{10}, \text{ В}$	$U_{12} = U_R, \text{ В}$	$U_{20} = U_L, \text{ В}$	$U_{30} = I, \text{ А}$	$U_{\text{розр}}, \text{ В}$
200							
500							
1000							
2000							
5000							

– за отриманими результатами зробити висновок щодо індуктивного характеру досліджуваного кола.

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості;
- електричні схеми досліджуваних *RC*- та *RL*-кіл;

- вихідні дані та параметри елементів R , C , L ;
- таблиці експериментальних результатів;
- розрахунок реактивних опорів X_C та X_L ;
- визначення повних опорів досліджуваних кіл;
- перевірку другого закону Кірхгофа у векторній формі;
- розрахунок фазових кутів;
- осцилограми для частоти $f=1000$ Гц;
- векторні діаграми напруг для RC - та RL -кіл;
- порівняння експериментальних і теоретичних результатів;
- оцінку похибок вимірювань;
- висновки за результатами роботи;
- відповіді на контрольні запитання.

5. Контрольні запитання та завдання

1. Що називають лінійним електричним колом змінного струму?
2. Яка напруга називається синусоїдальною?
3. Як пов'язані між собою частота та кутова частота?
4. Що таке діюче значення синусоїдальної напруги та струму?
5. Як визначається активний опір у колі змінного струму?
6. Як визначається індуктивний опір і як він залежить від частоти?
7. Як визначається ємнісний опір і як він залежить від частоти?
8. Які фазові співвідношення існують між напругою та струмом на резисторі?
9. Які фазові співвідношення існують між напругою та струмом на індуктивності?
10. Які фазові співвідношення існують між напругою та струмом на конденсаторі?
11. Чому другий закон Кірхгофа для кіл змінного струму потрібно застосовувати у векторній формі?
12. У чому полягає сутність комплексного методу розрахунку електричних кіл змінного струму?
13. Як визначається повний опір послідовного RC -кола?
14. Як визначається повний опір послідовного RL -кола?
15. Як за осцилограмами визначити фазовий зсув між двома синусоїдальними сигналами?
16. Чому в RC -колі струм випереджає вхідну напругу?
17. Чому в RL -колі струм відстає від вхідної напруги?
18. Побудуйте векторну діаграму напруг для послідовного RC -кола.
19. Побудуйте векторну діаграму напруг для послідовного RL -кола.
20. Поясніть можливі причини розбіжностей між експериментальними та розрахунковими результатами.
21. Індивідуальне розрахункове завдання. Для заданих параметрів електричних кіл:

$$R, \quad C, \quad L, \quad U_{10}.$$



Необхідно:

- розрахувати кутову частоту ω ;
- визначити ємнісний опір X_C для RC -кола;
- визначити індуктивний опір X_L для RL -кола;
- обчислити повні опори Z_{RC} та Z_{RL} ;
- визначити струми в обох колах;
- розрахувати напруги на активних і реактивних елементах;
- побудувати векторні діаграми напруг;
- визначити фазові кути φ_{RC} та φ_{RL} ;
- порівняти розрахункові значення з експериментальними результатами;
- сформулювати висновок щодо впливу частоти на параметри досліджуваних кіл.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3 ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСУ НАПРУГ У КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

Метою роботи є експериментальне дослідження резонансних процесів у послідовному коливальному контурі змінного струму, визначення резонансної частоти, добротності, смуги пропускання та аналіз впливу активного опору на форму резонансної характеристики.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити електричні процеси в послідовному *RLC*-контурі;
- експериментально визначити частоту резонансу напруг;
- установити залежність струму, напруги на індуктивності та напруги на конденсаторі від частоти джерела живлення;
- побудувати резонансні характеристики послідовного коливального контуру;
- визначити смугу пропускання за амплітудно-частотною характеристикою струму;
- розрахувати добротність контуру експериментальним і теоретичним способами;
- дослідити вплив додаткового послідовного активного опору на резонансну частоту, максимальний струм, добротність і смугу пропускання;
- виконати порівняльний аналіз експериментальних і розрахункових результатів.

1. Теоретичні відомості

Резонансні явища в електричних колах змінного струму виникають у разі взаємної компенсації індуктивної та ємнісної реактивних складових опору або провідності. У послідовному коливальному контурі, що містить активний опір, індуктивність і ємність, резонансний режим характеризується тим, що струм у колі збігається за фазою з прикладеною напругою, а повний опір кола набуває мінімального значення та має активний характер.

Послідовний *RLC*-контур є базовою моделлю для дослідження вибіркових властивостей електричних кіл, частотних характеристик, фільтрів, коливальних систем, резонансних підсилювачів і пристроїв обробки сигналів. У таких колах особливе значення має явище резонансу напруг, за якого напруги на індуктивності та конденсаторі можуть суттєво перевищувати напругу джерела живлення.

1.1. Послідовний коливальний контур

Послідовний коливальний контур складається з активного опору R , індуктивності L та ємності C , з'єднаних послідовно з джерелом



синусоїдальної напруги, як наведено на рис. 3.1.

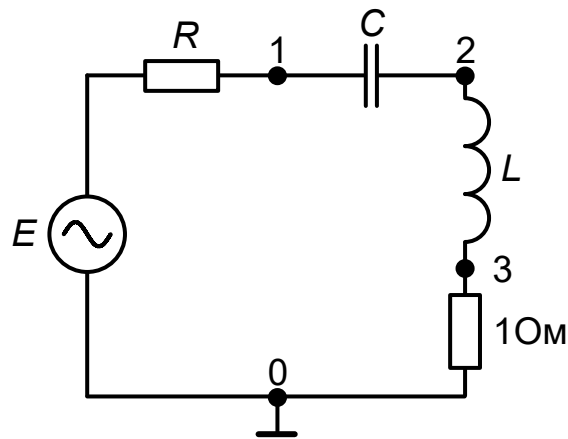


Рис. 3.1 – Схема послідовного резонансного контуру

Для послідовного RLC -кола повний комплексний опір визначається як:

$$\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad (3.1)$$

де R – активний опір кола, Ом;

L – індуктивність, Гн;

C – ємність, Ф;

ω – кутова частота, рад/с;

X_L – індуктивний опір, Ом;

X_C – ємнісний опір, Ом;

j – уявна одиниця.

Струм у послідовному контурі визначається за законом Ома для кола змінного струму:

$$I = \frac{U}{\dot{Z}}, \quad (3.2)$$

де U – діюче значення вхідної напруги, В;

I – діюче значення струму в контурі, А.

1.2. Умова виникнення резонансу напруг

Резонанс у послідовному RLC -контурі настає тоді, коли індуктивний та ємнісний опори є рівними за модулем:

$$X_L = X_C. \quad (3.3)$$



Умова резонансу набуває вигляду:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (3.4)$$

звідки резонансна кутова частота визначається як:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.5)$$

Резонансна частота в герцах дорівнює:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.6)$$

На резонансній частоті реактивні складові опору взаємно компенсуються:

$$X_L - X_C = 0. \quad (3.7)$$

Тому повний опір контуру стає мінімальним і дорівнює активному опору:

$$Z_0 = R. \quad (3.8)$$

У цьому режимі струм у колі досягає максимального значення:

$$I_0 = \frac{U}{Z_0}. \quad (3.9)$$

Фазовий зсув між струмом і вхідною напругою визначається формулою:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right). \quad (3.10)$$

При резонансі:

$$\varphi = 0. \quad (3.11)$$

тобто струм і напруга джерела збігаються за фазою.



1.3. Напруги на елементах послідовного контуру

У послідовному колі через усі елементи протікає один і той самий струм. Тому діючі значення напруг на активному опорі, індуктивності та конденсаторі визначаються як:

$$U_R = I \cdot R; \quad (3.12)$$

$$U_L = I \cdot X_L = I \cdot \omega L; \quad (3.13)$$

$$U_C = I \cdot X_C = \frac{I}{\omega C}. \quad (3.14)$$

На резонансній частоті виконується рівність:

$$U_L = U_C. \quad (3.15)$$

Однак вектори напруг $\dot{U}_L$ та $\dot{U}_C$ мають протилежні напрями, оскільки напруга на індуктивності випереджає струм на 90° , а напруга на конденсаторі відстає від струму на 90° . Тому їхня векторна сума дорівнює нулю:

$$\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0. \quad (3.16)$$

У резонансному режимі вхідна напруга дорівнює напрузі на активному опорі:

$$U = U_R. \quad (3.17)$$

Водночас напруги на реактивних елементах можуть бути значно більшими за напругу джерела:

$$U_L = U_C \gg U. \quad (3.18)$$

Саме це явище називається резонансом напруг.

1.4. Добротність послідовного коливального контуру

Одним з основних параметрів резонансного контуру є добротність. Вона характеризує вибіркові властивості контуру та показує, у скільки разів напруга на реактивному елементі при резонансі перевищує вхідну напругу.



Добротність послідовного контуру визначається як:

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}. \quad (3.19)$$

З урахуванням того, що при резонансі $U = I \cdot R$, $U_L = I \cdot \omega_0 L$, одержимо:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (3.20)$$

Оскільки на резонансній частоті:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (3.21)$$

добротність також можна подати у вигляді:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.22)$$

Отже, добротність зростає зі збільшенням індуктивності та зменшенням активного опору контуру. Збільшення активного опору спричиняє зменшення максимального струму, зниження напруг на реактивних елементах і розширення резонансної кривої.

1.5. Резонансна характеристика та смуга пропускання

Залежність струму в послідовному контурі від частоти джерела називається резонансною кривою, яку наведено на рис. 3.2. Для послідовного RLC -контру ця залежність має максимум на частоті f_0 .

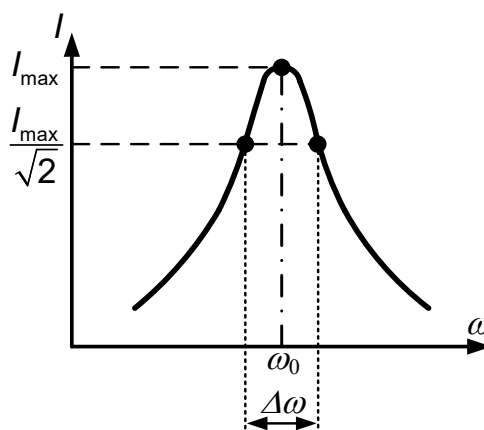


Рис. 3.2 – Резонансна крива послідовного коливального контуру



Частоти f_1 та f_2 , на яких струм зменшується до рівня:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}, \quad (3.23)$$

називаються граничними частотами смуги пропускання.

Смуга пропускання послідовного коливального контуру визначається як:

$$\Delta f = f_2 - f_1. \quad (3.24)$$

Добротність контуру через резонансну частоту та смугу пропускання визначається співвідношенням:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}. \quad (3.25)$$

Для кутових частот аналогічний вираз має вигляд:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}, \quad (3.26)$$

де $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$.

Чим більша добротність, тим вузкою є смуга пропускання та тим різкіше виражений резонанс. За малої добротності резонансна крива стає пологою, а вибіркові властивості контуру погіршуються.

1.6. Вплив додаткового активного опору на параметри резонансного контуру

У реальних електричних колах активний опір послідовного контуру складається не лише з окремого резистора, а також з активного опору індуктивності, внутрішнього опору джерела сигналу, опору з'єднувальних провідників і додаткових елементів, увімкнених у коло, як представлено на рис. 3.3.

Якщо до послідовного коливального контуру додати активний опір R_d , повний активний опір кола становитиме:

$$R_{\text{екв}} = R + R_d + R_{\text{вн}}, \quad (3.27)$$

де $R_{\text{екв}}$ – сумарний активний опір послідовного кола, Ом;

R_d – додатковий активний опір, Ом;

$R_{\text{вн}}$ – внутрішній опір джерела сигналу, Ом.

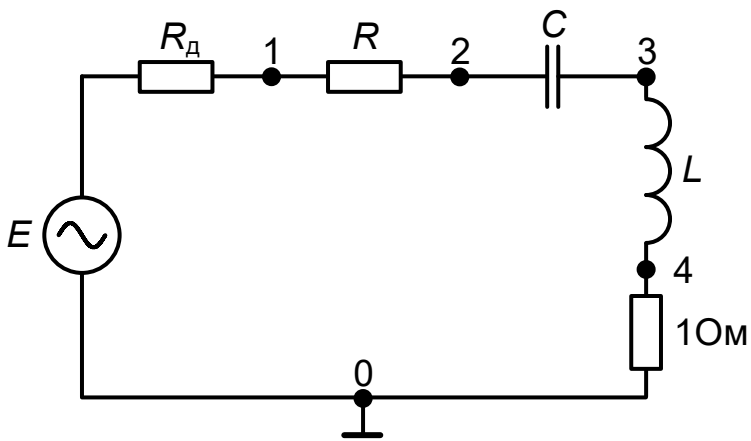


Рис. 3.3 – Схема послідовного резонансного контуру з додатковим активним опором

За наявності додаткового активного опору повний опір контуру дорівнює:

$$Z = \sqrt{R_{\text{екв}}^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (3.28)$$

На резонансній частоті:

$$Z_0 = R_{\text{екв}}. \quad (3.29)$$

Максимальний струм зменшується:

$$I_0 = \frac{U}{R_{\text{екв}}}. \quad (3.30)$$

Еквівалентна добротність контуру з урахуванням додаткового активного опору визначається як:

$$Q_{\text{екв}} = \frac{\omega_0 L}{R_{\text{екв}}}, \quad (3.31)$$

або

$$Q_{\text{екв}} = \frac{1}{R_{\text{екв}}} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.32)$$

Якщо конструктивна добротність контуру без урахування додаткових зовнішніх опорів дорівнює:



$$Q_k = \frac{\omega_0 L}{R}, \quad (3.33)$$

то за наявності додаткового опору виконується нерівність:

$$Q_{\text{екв}} < Q_k. \quad (3.34)$$

Отже, збільшення активного опору призводить до зменшення добротності, зниження максимального струму, зменшення напруг на реактивних елементах і розширення смуги пропускання.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель послідовного RLC-контуру;
- генератор синусоїдальної напруги;
- індуктивність із заданим номінальним значенням;
- конденсатор із заданою ємністю;
- активний резистор або додатковий послідовний опір;
- амперметр або вимірювальний канал для визначення струму в контурі;
- вольтметри або мультиметри для вимірювання напруг на елементах кола;
- осцилограф для контролю форми сигналів і фазових співвідношень;
- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків і побудови графіків.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Попередній розрахунок резонансної частоти:

– за параметрами індуктивності L та ємності C , заданими на лабораторному макеті, розрахувати резонансну частоту послідовного контуру:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad (3.35)$$

– обчислити кутову резонансну частоту:

$$\omega_0 = 2\pi f_0; \quad (3.36)$$



– визначити індуктивний та ємнісний опори на резонансній частоті:

$$X_{L0} = \omega_0 L; \quad (3.37)$$

$$X_{C0} = \frac{1}{\omega_0 C}; \quad (3.38)$$

– перевірити виконання умови резонансу:

$$X_{L0} \approx X_{C0}; \quad (3.39)$$

– за відомим активним опором контуру розрахувати теоретичну добротність:

$$Q_{\text{теор}} = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (3.40)$$

3.2. Дослідження послідовного резонансного контуру без додаткового активного опору:

– зібрати електричну схему відповідно до рис. 3.1.

– на резонансній частоті встановити вихідну напругу генератора синусоїдальних сигналів:

$$U = 1 \text{ В}$$

у режимі холостого ходу.

– змінюючи частоту генератора в діапазоні від 200 Гц до 5 кГц, виконати вимірювання таких величин:

$$U_k = U_{10}; \quad U_L = U_{20}; \quad U_C = U_{12}; \quad I_k = U_{30};$$

– у зоні резонансу частоту необхідно змінювати з меншим кроком. Доцільно взяти не менше трьох значень частоти нижче та трьох значень вище розрахованої резонансної частоти з інтервалом приблизно 100 Гц;

– для кожної частоти розрахувати десятковий логарифм частоти:

$$\lg f;$$

– для кожної частоти визначити модуль повного опору контуру:

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k}; \quad (3.41)$$



– результати вимірювань і розрахунків занести до табл. 3.1;

Таблиця 3.1 – Результати дослідження послідовного резонансного контуру

$f, \text{Гц}$	$\lg f$	$U_{10}=U_K$	$U_{20}=U_L$	$U_{12}=U_C$	$I_K=U_{30}$	$Z_K=U_K/I_K$
100						
200						
500						
1000						
2000						
5000						
f_0-300						
f_0-200						
f_0-100						
f_0						
f_0+100						
f_0+200						
f_0+300						

– уточнити експериментальне значення резонансної частоти за максимальним значенням струму:

$$f_{0 \text{ експ}} = f(I_K = I_{\max}); \quad (3.42)$$

– на резонансній частоті перевірити співвідношення:

$$U_L \approx U_C; \quad (3.43)$$

– розрахувати експериментальну добротність за напругами:

$$Q_{\text{експ}} = \frac{U_L}{U_K}, \quad (3.44)$$

або

$$Q_{\text{експ}} = \frac{U_C}{U_K}. \quad (3.45)$$

3.3. Дослідження послідовного резонансного контуру з додатковим активним опором:

- зібрати електричну схему відповідно до рис. 3.3;
- встановити ті самі параметри вхідної напруги, що й у попередньому досліді;
- повторити вимірювання в діапазоні частот від 200 Гц до 5 кГц;



– у зоні резонансу виконати додаткові вимірювання з меншим кроком частоти.

– для кожної частоти виміряти:

$$U_k = U_{10}; \quad U_L = U_{30}; \quad U_C = U_{23}; \quad U_R = U_{12}; \quad I_k = U_{30};$$

– для кожної частоти розрахувати повний опір контуру:

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k}; \quad (3.46)$$

– результати вимірювань і розрахунків занести до табл. 3.2;

Таблиця 3.2 – Результати дослідження послідовного резонансного контуру з додатковим послідовним опором

$f, \text{Гц}$	$\lg f$	$U_{10}=U_k$	$U_{30}=U_L$	$U_{23}=U_C$	$U_{12}=U_R$	$I_k=U_{30}$	$Z_k=U_k/I_k$
100							
200							
500							
1000							
2000							
5000							
f_0-300							
f_0-200							
f_0-100							
f_0							
f_0+100							
f_0+200							
f_0+300							

– визначити експериментальну резонансну частоту для схеми з додатковим опором:

$$f_{0 \text{ експ}} = f(I_k = I_{\max}); \quad (3.47)$$

– розрахувати еквівалентну добротність:

$$Q_{\text{екв}} = \frac{U_L}{U_k}, \quad (3.48)$$

або

$$Q_{\text{екв}} = \frac{f_0}{\Delta f}. \quad (3.49)$$



– порівняти значення добротності для контуру без додаткового опору та з додатковим опором.

3.4. Побудова частотних характеристик

За результатами вимірювань необхідно побудувати графіки:

$$U_L = \psi(f); \quad (3.50)$$

$$U_C = \psi(f); \quad (3.51)$$

$$U_K = \psi(f); \quad (3.52)$$

$$I_K = \psi(f). \quad (3.53)$$

Для порівняння результатів доцільно побудувати характеристики для двох схем в одній системі координат:

- для контуру без додаткового активного опору;
- для контуру з додатковим послідовним опором.

3.5. Визначення смуги пропускання:

– за графіком $I_K = \psi(f)$ визначити максимальне значення струму:

$$I_{\max}; \quad (3.54)$$

– обчислити рівень струму, що відповідає межах смуги пропускання:

$$I_{\Delta} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}; \quad (3.55)$$

– за графіком визначити частоти f_1 та f_2 , для яких:

$$I(f_1) = I(f_2) = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}; \quad (3.56)$$

– розрахувати смугу пропускання:

$$\Delta f = f_2 - f_1; \quad (3.57)$$

– визначити добротність за частотною характеристикою:



$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}. \quad (3.58)$$

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості щодо резонансу напруг у послідовному RLC -контурі;
- електричні схеми досліджуваних кіл;
- вихідні параметри елементів R , L , C , R_d ;
- попередній розрахунок резонансної частоти;
- розрахунок індуктивного та ємнісного опорів на резонансній частоті;
- таблиці експериментальних результатів;
- графіки залежностей $U_L(f)$, $U_C(f)$, $U_k(f)$, $I_k(f)$;
- визначення експериментальної резонансної частоти;
- визначення смуги пропускання;
- розрахунок добротності теоретичним та експериментальним способами;
- порівняння характеристик контуру без додаткового опору та з додатковим послідовним опором;
- оцінку похибок вимірювань;
- висновки за результатами роботи;
- відповіді на контрольні запитання.

5. Контрольні запитання та завдання:

1. Що називають резонансом у колах змінного струму?
2. За якої умови виникає резонанс у послідовному RLC -контурі?
3. Чому резонанс у послідовному колі називають резонансом напруг?
4. Як визначається повний комплексний опір послідовного RLC -контуру?
5. Як змінюється індуктивний опір зі збільшенням частоти?
6. Як змінюється ємнісний опір зі збільшенням частоти?
7. Як визначається резонансна кутова частота?
8. Як визначається резонансна частота в герцах?
9. Чому на резонансній частоті повний опір послідовного контуру є мінімальним?
10. Чому струм у послідовному контурі досягає максимуму саме на резонансній частоті?
11. Яке фазове співвідношення між струмом і вхідною напругою при



резонансі?

12. Чому напруги на індуктивності та конденсаторі при резонансі рівні за модулем, але протилежні за фазою?

13. Що характеризує добротність послідовного коливального контуру?

14. Як визначити добротність за напругою на реактивному елементі?

15. Як визначити добротність через резонансну частоту та смугу пропускання?

16. Що називають смугою пропускання резонансного контуру?

17. Як за графіком $I_k(f)$ визначити частоти f_1 та f_2 ?

18. Як активний опір впливає на добротність послідовного контуру?

19. Чому зі збільшенням активного опору резонансна крива стає менш гострою?

20. Які фактори можуть спричинити розбіжність між експериментальним і теоретичним значеннями резонансної частоти?

21. Чому в реальному контурі необхідно враховувати внутрішній опір джерела сигналу?

22. Як змінюється максимальний струм у контурі при додаванні послідовного резистора?

23. Як змінюється смуга пропускання при зменшенні добротності?

24. Для заданих параметрів послідовного коливального контуру:

$$R, \quad L, \quad C, \quad U.$$

Необхідно:

- розрахувати резонансну кутову частоту ω_0 ;
- визначити резонансну частоту f_0 ;
- обчислити індуктивний опір X_{L0} на резонансній частоті;
- обчислити ємнісний опір X_{C0} на резонансній частоті;
- перевірити виконання умови резонансу $X_{L0} \approx X_{C0}$;
- визначити повний опір контуру на резонансній частоті;
- розрахувати максимальний струм у контурі;
- визначити напруги на активному опорі, індуктивності та конденсаторі;
- розрахувати добротність контуру;
- визначити смугу пропускання;
- побудувати резонансну криву $I_k(f)$;
- побудувати залежності $U_L(f)$ та $U_C(f)$;
- повторити розрахунок для випадку додавання послідовного активного опору R_d ;
- порівняти параметри контуру до та після збільшення активного опору;
- сформулювати висновок щодо впливу активного опору на резонансні властивості послідовного RLC -контуру.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4 ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСУ СТРУМІВ У КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

Метою роботи є експериментальне дослідження резонансних процесів у паралельному коливальному контурі змінного струму, визначення резонансної частоти, конструктивної та еквівалентної добротності, смуги пропускання, а також аналіз впливу внутрішнього опору джерела сигналу на частотні характеристики контуру.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити електричні процеси в паралельному коливальному контурі;
- установити умови виникнення резонансу струмів;
- експериментально визначити резонансну частоту паралельного контуру;
- дослідити залежність напруги на контурі, струму джерела, струму індуктивної гілки та струму ємнісної гілки від частоти;
- визначити модуль повного опору паралельного коливального контуру;
- побудувати амплітудно-частотні характеристики досліджуваного кола;
- визначити конструктивну та еквівалентну добротності контуру;
- оцінити вплив внутрішнього опору джерела сигналу на вибірккові властивості паралельного резонансного кола;
- виконати порівняльний аналіз експериментальних і розрахункових результатів.

1. Теоретичні відомості

Резонансні явища в електричних колах змінного струму виникають у колах, що містять індуктивні та ємнісні елементи. У таких колах можливий режим, за якого реактивні складові струмів або напруг взаємно компенсуються, а повна провідність або повний опір набуває суто активного характеру.

У паралельному коливальному контурі резонансний режим називають резонансом струмів. Це пов'язано з тим, що в момент резонансу струми в індуктивній та ємнісній гілках можуть бути значно більшими за струм, який споживається від джерела живлення. При цьому реактивні складові струмів у паралельних гілках є рівними за модулем і протилежними за фазою, унаслідок чого вони взаємно компенсуються у зовнішньому колі.

На відміну від послідовного резонансного контуру, у якому на резонансній частоті повний опір є мінімальним, у паралельному коливальному контурі повний опір на резонансній частоті досягає максимального значення. Тому струм джерела в режимі резонансу є



мінімальним.

1.1. Паралельний коливальний контур

Паралельний коливальний контур складається з індуктивної гілки та ємнісної гілки, з'єднаних паралельно. Реальна індуктивність має активний опір обмотки, тому індуктивну гілку доцільно розглядати як послідовне з'єднання активного опору R та індуктивності L . Ємнісна гілка вважається ідеальною, оскільки активний опір витoku конденсатора зазвичай є дуже великим і ним можна знехтувати.

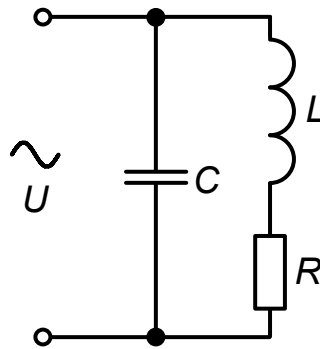


Рис. 4.1 – Схема паралельного коливального контуру

Для аналізу паралельних кіл зручно використовувати не опори, а провідності, оскільки загальна провідність паралельного з'єднання дорівнює сумі провідностей окремих гілок.

Повна комплексна провідність паралельного контуру визначається як:

$$\dot{Y} = \dot{Y}_L + \dot{Y}_C, \quad (4.1)$$

де $\dot{Y}$ – повна комплексна провідність контуру, См;

$\dot{Y}_L$ – комплексна провідність індуктивної гілки, См;

$\dot{Y}_C$ – комплексна провідність ємнісної гілки, См.

Провідність ємнісної гілки дорівнює:

$$\dot{Y}_C = j\omega C, \quad (4.2)$$

де ω – кутова частота, рад/с;

C – ємність конденсатора, Ф.

Провідність індуктивної гілки з урахуванням активного опору обмотки індуктивності визначається як:



$$\dot{Y}_L = \frac{1}{R + j\omega L}. \quad (4.3)$$

Після перетворення маємо:

$$\dot{Y}_L = \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (4.4)$$

Тоді повна провідність паралельного контуру може бути подана у вигляді:

$$\dot{Y} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right). \quad (4.5)$$

Отже, повна провідність має активну та реактивну складові:

$$\dot{Y} = G + jB, \quad (4.6)$$

де

$$G = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}; \quad (4.7)$$

$$B = \omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}; \quad (4.8)$$

G – активна провідність контуру, См;

B – реактивна провідність контуру, См.

Модуль повної провідності визначається як:

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}. \quad (4.9)$$

Модуль повного опору паралельного контуру дорівнює:

$$Z_k = \frac{1}{Y}. \quad (4.10)$$

1.2. Умова виникнення резонансу струмів

Резонанс струмів у паралельному коливальному контурі настає тоді, коли реактивна складова повної провідності дорівнює нулю:



$$B = 0. \quad (4.11)$$

З урахуванням виразу (4.8) умова резонансу має вигляд:

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = 0. \quad (4.12)$$

Після перетворення отримаємо:

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (4.13)$$

Звідси резонансна кутова частота паралельного коливального контуру визначається як:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}. \quad (4.14)$$

Резонансна частота в герцах дорівнює:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}. \quad (4.15)$$

Якщо активний опір індуктивної гілки є малим, тобто

$$R^2 \ll \frac{L}{C}, \quad (4.16)$$

то резонансну частоту можна наближено визначати за спрощеною формулою:

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.17)$$

Ця формула є наближеною, але в більшості практичних випадків вона забезпечує достатню точність для попереднього розрахунку резонансної частоти.

1.3. Повний опір паралельного контуру в режимі резонансу

У режимі резонансу реактивна складова повної провідності дорівнює



нулю:

$$B = 0. \quad (4.18)$$

Тому повна провідність контуру стає активною:

$$Y_0 = G_0. \quad (4.19)$$

Відповідно, повний опір паралельного контуру на резонансній частоті набуває максимального значення:

$$Z_{к0} = \frac{1}{G_0}. \quad (4.20)$$

Для реального паралельного контуру з активним опором індуктивної гілки резонансний опір можна визначити за формулою:

$$Z_{к0} = \frac{L}{C \cdot R}. \quad (4.21)$$

Отже, чим менший активний опір індуктивної гілки, тим більшим є резонансний опір паралельного контуру.

Струм джерела на резонансній частоті визначається як:

$$I_0 = \frac{U_{\kappa}}{Z_{к0}}, \quad (4.22)$$

де U_{κ} – напруга на паралельному контурі, В;

I_0 – струм джерела в режимі резонансу, А.

Оскільки $Z_{к0}$ має максимальне значення, то струм джерела в режимі резонансу є мінімальним.

1.4. Струми в гілках паралельного коливального контуру

Струм у ємнісній гілці визначається як:

$$i_C = j\omega C \dot{U}_{\kappa}. \quad (4.23)$$

Його діюче значення дорівнює:

$$I_C = \omega C U_{\kappa}. \quad (4.24)$$

Струм в індуктивній гілці визначається як:



$$i_L = \frac{\dot{U}_k}{R + j\omega L}. \quad (4.25)$$

Модуль струму індуктивної гілки дорівнює:

$$I_L = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}. \quad (4.26)$$

Повний струм джерела є векторною сумою струмів гілок:

$$i = i_C + i_L. \quad (4.27)$$

У режимі резонансу реактивні складові струмів індуктивної та ємнісної гілок взаємно компенсуються:

$$I_{Lq} = I_{Cq}, \quad (4.28)$$

де I_{Lq} – реактивна складова струму індуктивної гілки;

I_{Cq} – реактивна складова струму ємнісної гілки.

Тому струм, який споживається від джерела, визначається переважно активними втратами в контурі та є значно меншим за струми в окремих реактивних гілках.

1.5. Добротність паралельного коливального контуру

Добротність паралельного коливального контуру характеризує його вибіркові властивості та показує, у скільки разів струм у реактивній гілці перевищує струм джерела в режимі резонансу.

Добротність можна визначити як:

$$Q = \frac{I_C}{I_0}, \quad (4.29)$$

або

$$Q = \frac{I_L}{I_0}. \quad (4.30)$$

Для паралельного контуру з урахуванням активного опору індуктивної гілки конструктивна добротність визначається як:



$$Q_k = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (4.31)$$

З урахуванням наближеного значення резонансної частоти добротність можна подати так:

$$Q_k \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4.32)$$

Добротність також може бути визначена через резонансний опір контуру:

$$Q_k = \omega_0 C \cdot Z_{k0}, \quad (4.33)$$

або в еквівалентній формі:

$$Q_k = \frac{Z_{k0}}{\omega_0 L}. \quad (4.34)$$

Чим більша добротність, тим різкіше виражений резонанс, тим вужча смуга пропускання та тим більший опір контуру в резонансному режимі.

1.6. Смуга пропускання паралельного контуру

Частотна характеристика паралельного коливального контуру може аналізуватися за залежністю напруги на контурі від частоти або за залежністю модуля повного опору контуру від частоти.

У режимі резонансу модуль повного опору має максимальне значення:

$$Z_k = Z_{k \max}. \quad (4.35)$$

Граничні частоти смуги пропускання f_1 та f_2 визначаються за рівнем:

$$Z_k = \frac{Z_{k \max}}{\sqrt{2}}. \quad (4.36)$$

Якщо характеристика аналізується за напругою на контурі, то граничні частоти визначаються за рівнем:

$$U_k = \frac{U_{k \max}}{\sqrt{2}}. \quad (4.37)$$



Смуга пропускання визначається як:

$$\Delta f = f_2 - f_1. \quad (4.38)$$

Добротність контуру через резонансну частоту та смугу пропускання визначається співвідношенням:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}. \quad (4.39)$$

Зі збільшенням добротності смуга пропускання зменшується, а резонансна характеристика стає гострішою. Зменшення добротності призводить до розширення смуги пропускання та зниження вибіркових властивостей контуру.

1.7. Вплив внутрішнього опору джерела сигналу

У реальних умовах джерело сигналу має внутрішній опір $R_{\text{вн}}$, який істотно впливає на частотну характеристику паралельного коливального контуру. Схема дослідження з урахуванням внутрішнього опору джерела подана на рис. 4.2.

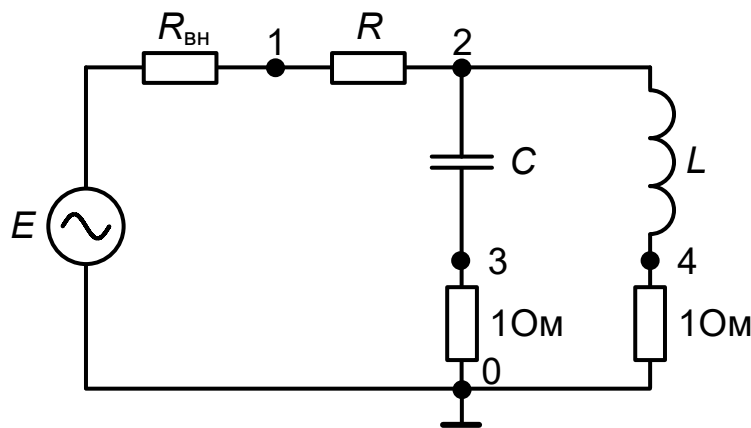


Рис. 4.2 – Схема дослідження паралельного коливального контуру з урахуванням внутрішнього опору джерела

Напруга на паралельному контурі визначається як результат поділу напруги між внутрішнім опором джерела та повним опором контуру:

$$\dot{U}_k = \dot{E} \cdot \frac{\dot{Z}_k}{\dot{Z}_k + R_{\text{вн}}}, \quad (4.40)$$

де $\dot{E}$ – комплексна е.р.с. джерела сигналу;



$\dot{Z}_k$ – комплексний опір паралельного контуру;

R_{BH} – внутрішній опір джерела сигналу.

Якщо внутрішній опір джерела дуже малий:

$$R_{BH} \approx 0, \quad (4.41)$$

то напруга на контурі майже не залежить від частоти:

$$U_k \approx E. \quad (4.42)$$

У такому випадку резонансна характеристика за напругою виражена слабо.

Якщо внутрішній опір джерела є значним, то напруга на контурі суттєво залежить від частоти, оскільки Z_k змінюється з частотою. У цьому випадку амплітудно-частотна характеристика напруги на контурі має виражений резонансний максимум.

Еквівалентна добротність реального кола завжди менша або дорівнює конструктивній добротності:

$$Q_{екв} \leq Q_k. \quad (4.43)$$

Зменшення еквівалентної добротності може бути зумовлене:

- внутрішнім опором джерела сигналу;
- активним опором обмотки індуктивності;
- втратами в конденсаторі;
- шунтуванням контуру вимірювальними приладами;
- додатковими активними втратами в з'єднувальних провідниках;
- навантаженням, підключеним паралельно до контуру.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель паралельного коливального контуру;
- генератор синусоїдальної напруги з можливістю встановлення внутрішнього опору;
- індуктивність із заданим активним опором обмотки;
- конденсатор із заданою ємністю;
- вимірювальний резистор для визначення струму джерела;
- вольтметри або мультиметри для вимірювання діючих значень напруг;
- амперметри або вимірювальні канали для визначення струмів у гілках;
- осцилограф для контролю форми сигналів і фазових



співвідношень;

- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків і побудови графіків.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Попередній розрахунок параметрів паралельного контуру:

- за параметрами лабораторного макета визначити значення:

$$L, \quad C, \quad R;$$

- розрахувати резонансну кутову частоту паралельного коливального контуру:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}; \quad (4.44)$$

- розрахувати резонансну частоту:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}; \quad (4.45)$$

- якщо активний опір індуктивної гілки є малим, виконати наближений розрахунок:

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad (4.46)$$

- визначити резонансний опір паралельного контуру:

$$Z_{\kappa 0} = \frac{L}{C \cdot R}; \quad (4.47)$$

- розрахувати конструктивну добротність:

$$Q_{\kappa} = \frac{\omega_0 L}{R}; \quad (4.48)$$

- орієнтовно визначити смугу пропускання:



$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_k}. \quad (4.49)$$

3.2. Дослідження паралельного контуру при $R_{\text{вн}} = 600 \text{ Ом}$:

– встановити внутрішній опір генератора:

$$R_{\text{вн}} = 600 \text{ Ом};$$

– на розрахованій резонансній частоті встановити вихідну напругу генератора синусоїдальних сигналів:

$$E = 5 \text{ В};$$

– зібрати електричну схему відповідно до рис. 4.2;

– змінюючи частоту генератора в діапазоні від 200 Гц до 5 кГц, виконати вимірювання таких величин:

$$U_{10}=U_k; \quad U_{12}=U_R; \quad U_{20}; \quad U_{30}=I_C; \quad U_{40}=I_L;$$

– у зоні резонансної частоти вимірювання необхідно виконувати з меншим кроком. Доцільно встановлювати частоту через 100 Гц у діапазоні поблизу f_0 ;

– струм джерела визначити за падінням напруги на вимірювальному резисторі:

$$I = \frac{U_R}{R}; \quad (4.50)$$

– для кожної частоти розрахувати модуль повного опору контуру:

$$Z_k = \frac{U_k}{I}; \quad (4.51)$$

– результати вимірювань і розрахунків занести до табл. 4.1.

– уточнити експериментальне значення резонансної частоти за мінімальним значенням струму джерела або за максимальним значенням повного опору контуру:

$$f_{0 \text{ експ}} = \psi(I = I_{\min}), \quad (4.52)$$

або

$$f_{0 \text{ експ}} = \psi(Z_k = Z_{k \max}); \quad (4.53)$$

– на резонансній частоті перевірити співвідношення:



$$I_C \gg I; \quad (4.54)$$

$$I_L \gg I; \quad (4.55)$$

Таблиця 4.1 – Результати дослідження паралельного резонансного контуру при $R_{BH} = 600 \text{ Ом}$

$f, \text{Гц}$	$\lg f$	$U_{10}=U_K$	$U_{12}=U_R$	U_{20}	$U_{30}=I_C$	$U_{40}=I_L$	$I=U_R/R$
100							
200							
500							
1000							
2000							
5000							
f_0-300							
f_0-200							
f_0-100							
f_0							
f_0+100							
f_0+200							
f_0+300							

– визначити експериментальну добротність за струмами:

$$Q_{\text{експ}} = \frac{I_C}{I}, \quad (4.56)$$

або

$$Q_{\text{експ}} = \frac{I_L}{I}. \quad (4.57)$$

3.3. Дослідження паралельного контуру при $R_{BH}=50 \text{ Ом}$:

– встановити внутрішній опір генератора:

$$R_{BH} = 50 \text{ Ом.}$$

– не змінюючи параметрів паралельного контуру, повторити вимірювання в тому самому діапазоні частот:

$$f=200 \text{ Гц} \dots 5000 \text{ Гц};$$

– у зоні резонансу виконати додаткові вимірювання з кроком приблизно 100 Гц;

– для кожної частоти виміряти:



$$U_{10}=U_K;$$

$$U_{12}=U_R;$$

$$U_{20};$$

$$U_{30}=I_C;$$

$$U_{40}=I_L;$$

– струм джерела розрахувати за формулою:

$$I = \frac{U_R}{R}; \quad (4.58)$$

– модуль повного опору контуру визначити як:

$$Z_K = \frac{U_K}{I}; \quad (4.59)$$

– результати занести до табл. 4.2;

Таблиця 4.2 – Результати дослідження паралельного резонансного контуру при $R_{BH} = 50 \text{ Ом}$

$f, \text{Гц}$	$\lg f$	$U_{10}=U_K$	$U_{12}=U_R$	U_{20}	$U_{30}=I_C$	$U_{40}=I_L$	$I=U_R/R$
100							
200							
500							
1000							
2000							
5000							
f_0-300							
f_0-200							
f_0-100							
f_0							
f_0+100							
f_0+200							
f_0+300							

– визначити резонансну частоту для другого режиму роботи генератора:

$$f_{0 \text{ експ}} = \psi(Z_K = Z_{K \max}); \quad (4.60)$$

– порівняти значення $U_K(f)$, $Z_K(f)$, (f) , $I(f)$, $I_L(f)$, $I_C(f)$ для випадків $R_{BH} = 600 \text{ Ом}$ та $R_{BH} = 50 \text{ Ом}$.

3.5. Розрахунок струму джерела та повного опору контуру:

– для кожного значення частоти необхідно розрахувати струм джерела:



$$I = \frac{U_R}{R}; \quad (4.61)$$

– після цього необхідно визначити модуль повного опору паралельного контуру:

$$Z_K = \frac{U_K}{I}; \quad (4.62)$$

– отримані значення використовуються для побудови частотної характеристики опору:

$$Z_K = \psi(f). \quad (4.63)$$

3.6. Побудова частотних характеристик:

– за результатами вимірювань необхідно побудувати такі залежності:

$$U_K = \psi(f); \quad (4.64)$$

$$Z_K = \psi(f); \quad (4.65)$$

$$I = \psi(f); \quad (4.66)$$

$$I_L = \psi(f); \quad (4.67)$$

$$I_C = \psi(f); \quad (4.68)$$

– для порівняння впливу внутрішнього опору джерела доцільно будувати характеристики для двох режимів роботи генератора в одній системі координат:

$$R_{BH} = 600 \text{ Ом} \quad \text{та} \quad R_{BH} = 50 \text{ Ом}.$$

3.7. Визначення смуги пропускання:

– за графіком $Z_K = \psi(f)$ визначити максимальне значення опору:

$$Z_{K \max}; \quad (4.69)$$



– визначити рівень, що відповідає межах смуги пропускання:

$$Z_{\Delta} = \frac{Z_{\kappa \max}}{\sqrt{2}}; \quad (4.70)$$

– за графіком знайти частоти f_1 та f_2 , для яких:

$$Z_{\kappa}(f_1) = Z_{\kappa}(f_2) = \frac{Z_{\kappa \max}}{\sqrt{2}}; \quad (4.71)$$

– розрахувати смугу пропускання:

$$\Delta f = f_2 - f_1. \quad (4.72)$$

– визначити добротність за частотною характеристикою:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}, \quad (4.73)$$

якщо характеристика аналізується за напругою на контурі, то аналогічно використовують рівень:

$$U_{\Delta} = \frac{U_{\kappa \max}}{\sqrt{2}}. \quad (4.74)$$

3.8. Визначення конструктивної та еквівалентної добротності:

– конструктивна добротність визначається за параметрами елементів контуру:

$$Q_{\kappa} = \frac{\omega_0 L}{R}; \quad (4.75)$$

– еквівалентна добротність визначається за експериментальною резонансною характеристикою:

$$Q_{\text{екв}} = \frac{f_{0 \text{ експ}}}{\Delta f}; \quad (4.76)$$

– також еквівалентна добротність може бути визначена за співвідношенням струмів у резонансному режимі:



$$Q_{\text{екв}} = \frac{I_C}{I}, \quad (4.77)$$

або

$$Q_{\text{екв}} = \frac{I_L}{I}. \quad (4.78)$$

Порівняння Q_k та $Q_{\text{екв}}$ дозволяє оцінити вплив реальних втрат, внутрішнього опору джерела та вимірювальних елементів на резонансні властивості кола.

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
 - мету роботи;
 - короткі теоретичні відомості щодо резонансу струмів у паралельному коливальному контурі;
 - електричні схеми досліджуваних кіл;
 - вихідні параметри елементів L , C , R , $R_{\text{вн}}$;
 - попередній розрахунок резонансної частоти;
 - розрахунок резонансного опору паралельного контуру;
 - розрахунок конструктивної добротності;
 - таблиці експериментальних результатів для $R_{\text{вн}} = 600 \text{ Ом}$ та $R_{\text{вн}} = 50 \text{ Ом}$;
 - розрахунок струму джерела на всіх частотах;
 - розрахунок модуля повного опору контуру на всіх частотах;
 - графіки залежностей $U_k(f)$, $Z_k(f)$, $I(f)$, $I_L(f)$, $I_C(f)$;
 - визначення експериментальної резонансної частоти;
 - визначення смуги пропускання;
 - розрахунок еквівалентної добротності;
 - порівняння конструктивної та еквівалентної добротності;
 - аналіз впливу внутрішнього опору джерела на резонансні властивості контуру;
 - оцінку похибок вимірювань;
 - висновки за результатами роботи;
 - відповіді на контрольні запитання.
- У висновках необхідно зазначити:
- чи збігається експериментальна резонансна частота з розрахунковою;
 - як змінюється струм джерела при наближенні частоти до резонансної;
 - чому в режимі резонансу струм джерела є мінімальним;
 - чому струми в індуктивній та ємнісній гілках можуть перевищувати



струм джерела;

- як змінюється форма резонансної характеристики при зміні внутрішнього опору генератора;
- чому еквівалентна добротність реального контуру відрізняється від конструктивної;
- які чинники найбільше вплинули на похибку експерименту.

5. Контрольні запитання та завдання:

1. Що називають резонансом струмів у колах змінного струму?
2. Чим резонанс струмів відрізняється від резонансу напруг?
3. Які елементи входять до складу паралельного коливального контуру?
4. Чому під час аналізу паралельних кіл зручно використовувати провідність, а не опір?
5. Як визначається комплексна провідність ємнісної гілки?
6. Як визначається комплексна провідність індуктивної гілки з урахуванням активного опору?
7. За якої умови виникає резонанс струмів у паралельному контурі?
8. Як визначається резонансна кутова частота паралельного коливального контуру?
9. За яких умов резонансну частоту можна визначати за наближеною формулою:

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}? \quad (4.79)$$

10. Чому повний опір паралельного контуру в режимі резонансу є максимальним?
11. Чому струм джерела в режимі резонансу є мінімальним?
12. Як співвідносяться струми в індуктивній та ємнісній гілках у режимі резонансу?
13. Чому струми в реактивних гілках можуть бути більшими за струм джерела?
14. Що характеризує добротність паралельного коливального контуру?
15. Як визначається конструктивна добротність паралельного контуру?
16. Як визначається еквівалентна добротність за експериментальною характеристикою?
17. Що називають смугою пропускання паралельного коливального контуру?
18. Як за графіком $Z_k(f)$ визначити граничні частоти f_1 та f_2 ?
19. Як внутрішній опір джерела сигналу впливає на амплітудно-



частотну характеристику контуру?

20. Чому при малому внутрішньому опорі генератора резонансна характеристика за напругою може бути виражена слабо?

21. Чому еквівалентна добротність реального контуру зазвичай менша за конструктивну?

22. Які чинники спричиняють втрати енергії в реальному паралельному контурі?

23. Як зміниться смуга пропускання при зменшенні добротності?

24. Як визначити струм джерела за падінням напруги на вимірювальному резисторі?

25. Які можливі причини розбіжності між експериментальним і теоретичним значеннями резонансної частоти?

26. Індивідуальне розрахункове завдання. Для заданих параметрів паралельного коливального контуру:

$$L, \quad C, \quad R, \quad R_{\text{вн}}, \quad E.$$

Необхідно:

- розрахувати резонансну кутову частоту ω_0 ;
- визначити резонансну частоту f_0 ;
- розрахувати резонансний опір паралельного контуру $Z_{\text{к0}}$;
- визначити конструктивну добротність $Q_{\text{к}}$;
- розрахувати орієнтовну смугу пропускання Δf ;
- визначити струм джерела в режимі резонансу;
- обчислити струм ємнісної гілки на резонансній частоті;
- обчислити струм індуктивної гілки на резонансній частоті;
- перевірити співвідношення $I_C \approx I_L$;
- визначити еквівалентну добротність за співвідношенням струмів;
- побудувати залежність $Z_{\text{к}}(f)$;
- побудувати залежність $U_{\text{к}}(f)$;
- визначити частоти f_1 та f_2 за рівнем 0,707 від максимального значення характеристики;
- розрахувати експериментальну смугу пропускання;
- порівняти параметри контуру для двох значень внутрішнього опору джерела: $R_{\text{вн}} = 600 \text{ Ом}$, $R_{\text{вн}} = 50 \text{ Ом}$;
- сформулювати висновок щодо впливу внутрішнього опору джерела сигналу на резонансну частоту, добротність, смугу пропускання та амплітудно-частотну характеристику паралельного коливального контуру.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЛЬТРІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИГНАЛІВ

Метою роботи є експериментальне дослідження амплітудно-частотних характеристик пасивних електричних фільтрів, визначення їхніх основних параметрів, побудова логарифмічних амплітудно-частотних характеристик та формування аналітичних виразів коефіцієнтів передачі за результатами експериментальних вимірювань.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити властивості пасивних електричних фільтрів першого та другого порядків;
- експериментально зняти амплітудно-частотні характеристики фільтрів нижніх частот, фільтрів верхніх частот і смугових фільтрів;
- визначити коефіцієнт передачі фільтра в лінійній та логарифмічній формах;
- побудувати амплітудно-частотні характеристики та логарифмічні амплітудно-частотні характеристики;
- визначити частоти зрізу та межі смуги пропускання;
- установити порядок фільтра за нахилом логарифмічної амплітудно-частотної характеристики;
- виконати апроксимацію ЛАЧХ відрізками прямих;
- скласти вирази для коефіцієнтів передачі досліджуваних фільтрів;
- порівняти експериментальні характеристики з теоретичними залежностями.

1. Теоретичні відомості

Електричні фільтри є частотно-вибірковими чотирьохполюсниками, призначеними для пропускання електричних сигналів у заданому діапазоні частот і послаблення сигналів за межами цього діапазону. Фільтри широко застосовуються в системах автоматичного керування, вимірювальній техніці, електроніці, засобах зв'язку, цифровій та аналоговій обробці сигналів, системах промислової автоматизації та робототехніці.

Основною властивістю фільтра є частотна вибірковість. Вона полягає в тому, що коефіцієнт передачі фільтра залежить від частоти вхідного сигналу. Для одних частот фільтр забезпечує майже незмінну передачу сигналу, а для інших – значне його послаблення.

Фільтри, які складаються лише з пасивних елементів – резисторів, індуктивностей і конденсаторів, називаються пасивними фільтрами. Такі фільтри не підсилюють сигнал за потужністю, а лише змінюють його амплітуду та фазу залежно від частоти.

1.1. Класифікація електричних фільтрів

Залежно від діапазону частот, у якому фільтр пропускає сигнал, розрізняють такі основні типи фільтрів:

- фільтр нижніх частот – пропускає сигнали з частотами від нуля до частоти зрізу;
- фільтр верхніх частот – пропускає сигнали з частотами, вищими за частоту зрізу;
- смуговий фільтр – пропускає сигнали в обмеженій смузі частот;
- загороджувальний фільтр – послаблює сигнали в певній смузі частот і пропускає сигнали за її межами.

Умовні амплітудно-частотні характеристики ідеальних фільтрів наведено на рис. 5.1.

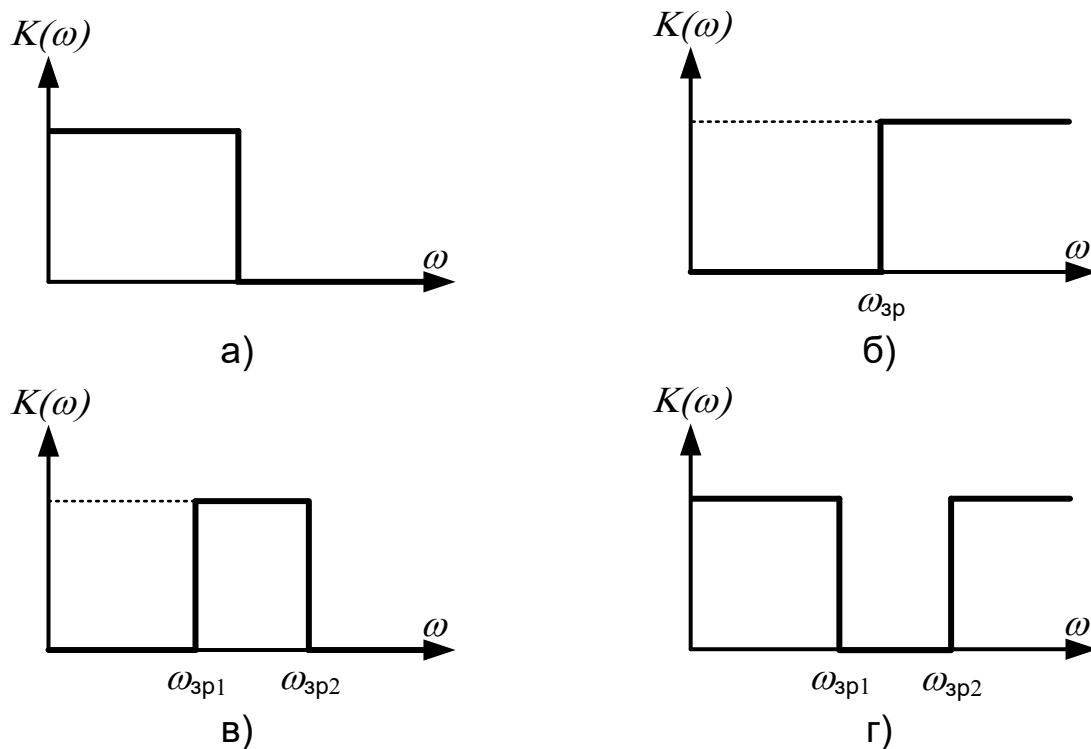


Рис. 5.1 – Ідеалізовані амплітудно-частотні характеристики основних типів фільтрів

На практиці ідеальні прямокутні характеристики реалізувати неможливо. Реальні фільтри мають перехідні ділянки між смугою пропускання та смугою загасання. Швидкість зменшення коефіцієнта передачі в перехідній області залежить від порядку фільтра.

1.2. Коефіцієнт передачі фільтра

Коефіцієнт передачі фільтра визначається як відношення комплексної вихідної напруги до комплексної вхідної напруги:



$$\dot{K}(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{вих}}}{\dot{U}_{\text{вх}}}, \quad (5.1)$$

де $\dot{K}(j\omega)$ – комплексний коефіцієнт передачі;

$\dot{U}_{\text{вих}}$ – комплексна вихідна напруга, В;

$\dot{U}_{\text{вх}}$ – комплексна вхідна напруга, В;

ω – кутова частота, рад/с.

Модуль коефіцієнта передачі визначається як:

$$K(\omega) = |\dot{K}(j\omega)| = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}}. \quad (5.2)$$

Кутова частота пов'язана з частотою сигналу співвідношенням:

$$\omega = 2\pi f. \quad (5.3)$$

У логарифмічній формі коефіцієнт передачі виражають у децибелах:

$$L_K = 20 \lg K, \quad (5.4)$$

де L_K – логарифмічний коефіцієнт передачі, дБ;

K – модуль коефіцієнта передачі.

Якщо $K = 1$, то

$$L_K = 20 \lg 1 = 0 \text{ дБ}. \quad (5.5)$$

Якщо $K < 1$, то L_K набуває від'ємного значення, що відповідає послабленню сигналу.

1.3. Амплітудно-частотна та логарифмічна амплітудно-частотна характеристики

Амплітудно-частотною характеристикою фільтра називають залежність модуля коефіцієнта передачі від частоти:

$$K = F(f). \quad (5.6)$$

Логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою називають залежність логарифмічного коефіцієнта передачі від логарифма частоти:

$$L_K = F(\lg f). \quad (5.7)$$



Для побудови ЛАЧХ на осі абсцис відкладають десятиковий логарифм частоти:

$$x = \lg f, \quad (5.8)$$

а на осі ординат – значення коефіцієнта передачі в децибелах:

$$L_K = 20 \lg \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}}. \quad (5.9)$$

Перевагою логарифмічного подання є те, що частотні характеристики фільтрів можна апроксимувати відрізками прямих. Нахил цих прямих зазвичай становить:

$$0, \pm 20 \text{ дБ/дек}, \pm 40 \text{ дБ/дек}, \pm 60 \text{ дБ/дек}. \quad (5.10)$$

Тут декада означає зміну частоти в 10 разів.

1.4. Частота зрізу та смуга пропускання

Частотою зрізу називають частоту, на якій модуль коефіцієнта передачі зменшується до рівня:

$$K_{\text{зр}} = \frac{K_{\text{max}}}{\sqrt{2}}. \quad (5.11)$$

Якщо максимальний коефіцієнт передачі дорівнює одиниці, то:

$$K_{\text{зр}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707. \quad (5.12)$$

У децибелах цей рівень відповідає:

$$L_{K_{\text{зр}}} = 20 \lg 0,707 \approx -3 \text{ дБ}. \quad (5.13)$$

Отже, частоту зрізу часто визначають як частоту, на якій амплітудно-частотна характеристика зменшується на 3 дБ відносно рівня в смузі пропускання.

Для смугового фільтра визначають дві частоти зрізу:

$$f_{\text{зр1}}; \quad (5.14)$$



$$f_{зр2} \quad (5.15)$$

Смуга пропускання смугового фільтра дорівнює:

$$\Delta f = f_{зр2} - f_{зр1} \quad (5.16)$$

Центральна частота смугового фільтра може бути визначена як геометричне середнє граничних частот:

$$f_0 = \sqrt{f_{зр2} \cdot f_{зр1}} \quad (5.17)$$

1.5. Порядок фільтра

Порядок фільтра визначається кількістю незалежних реактивних елементів, які беруть участь у формуванні його частотної характеристики. Для пасивних фільтрів першого порядку використовується один реактивний елемент – конденсатор або індуктивність. Для фільтрів другого порядку використовуються два реактивні елементи – індуктивність і конденсатор.

За нахилом ЛАЧХ можна визначити порядок фільтра:

- якщо нахил характеристики в смузі загасання становить приблизно 20 дБ/дек, фільтр є фільтром першого порядку;
- якщо нахил становить приблизно 40 дБ/дек, фільтр є фільтром другого порядку;
- якщо нахил становить 60 дБ/дек і більше, фільтр має вищий порядок.

У загальному випадку для фільтра n -го порядку нахил асимптотичної ЛАЧХ може становити:

$$20 \cdot n \text{ дБ / дек.} \quad (5.18)$$

1.6. Фільтр нижніх частот першого порядку

Найпростішим пасивним фільтром нижніх частот є RC-коло, у якому резистор з'єднано послідовно з джерелом сигналу, а конденсатор підключено паралельно до виходу. Вихідна напруга знімається з конденсатора.

Комплексний опір конденсатора дорівнює:

$$\dot{Z}_c = \frac{1}{j\omega C} \quad (5.19)$$

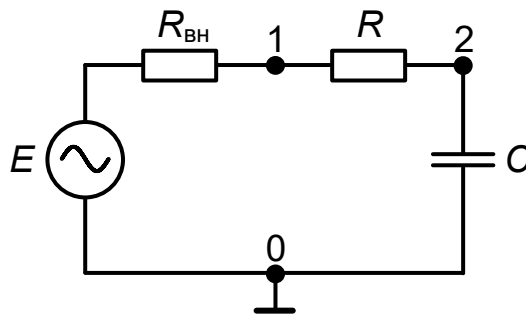


Рис. 5.2 – Схема RC-фільтра нижніх частот першого порядку

Коефіцієнт передачі фільтра нижніх частот визначається як:

$$\dot{K}_{\text{НЧ}}(j\omega) = \frac{\dot{Z}_C}{\dot{Z}_C + R}. \quad (5.20)$$

Після перетворення:

$$\dot{K}_{\text{НЧ}}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}. \quad (5.21)$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_{\text{НЧ}}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}. \quad (5.22)$$

Частота зрізу такого фільтра визначається за формулою:

$$\omega_{\text{зр}} = \frac{1}{RC}, \quad (5.23)$$

або

$$f_{\text{зр}} = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (5.24)$$

На частотах, значно менших за частоту зрізу, виконується умова:

$$\omega RC \ll 1, \quad (5.25)$$

тому

$$K_{\text{НЧ}}(\omega) \approx 1. \quad (5.26)$$

На частотах, значно більших за частоту зрізу:



$$\omega RC \ll 1, \quad (5.27)$$

коефіцієнт передачі зменшується зі збільшенням частоти:

$$K_{\text{НЧ}}(\omega) \approx \frac{1}{\omega RC}. \quad (5.28)$$

Отже, фільтр нижніх частот пропускає низькочастотні складові сигналу та послаблює високочастотні.

1.7. Фільтр верхніх частот першого порядку

Пасивний RC-фільтр верхніх частот утворюється послідовним увімкненням конденсатора та резистора. Вихідна напруга знімається з резистора.

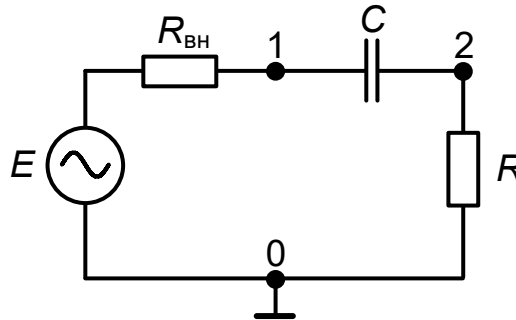


Рис. 5.3 – Схема RC-фільтра верхніх частот першого порядку

Коефіцієнт передачі фільтра верхніх частот визначається як:

$$\dot{K}_{\text{ВЧ}}(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}. \quad (5.29)$$

Після перетворення:

$$\dot{K}_{\text{ВЧ}}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}. \quad (5.30)$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_{\text{ВЧ}}(\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}. \quad (5.31)$$



Частота зрізу фільтра верхніх частот дорівнює:

$$\omega_{\text{зр}} = \frac{1}{RC}; \quad (5.32)$$

$$f_{\text{зр}} = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (5.33)$$

На низьких частотах, коли

$$\omega RC \ll 1, \quad (5.34)$$

коефіцієнт передачі малий:

$$K_{\text{вч}}(\omega) \approx \omega RC. \quad (5.35)$$

На високих частотах, коли

$$\omega RC \gg 1, \quad (5.36)$$

коефіцієнт передачі наближається до одиниці:

$$K_{\text{вч}}(\omega) \approx 1. \quad (5.37)$$

Отже, фільтр верхніх частот послаблює низькочастотні складові сигналу та пропускає високочастотні.

1.8. Смуговий фільтр другого порядку

Смуговий фільтр пропускає сигнали лише в обмеженому діапазоні частот. Одним із найпростіших пасивних смугових фільтрів є послідовний *RLC*-контур, у якому вихідна напруга знімається з активного опору.

Повний комплексний опір послідовного *RLC*-кола:

$$\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}, \quad (5.38)$$

або

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (5.39)$$

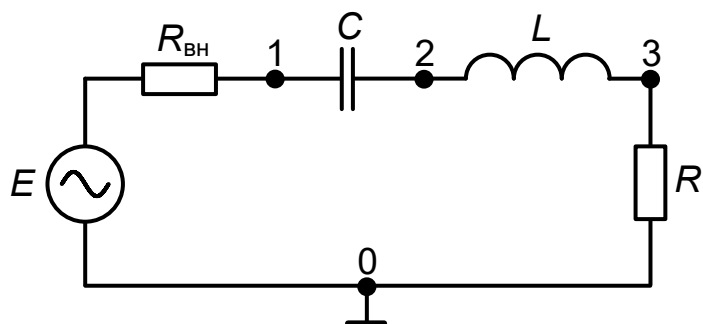


Рис. 5.4 – Схема смугового фільтра другого порядку на основі послідовного RLC -контуру

Коефіцієнт передачі смугового фільтра:

$$\dot{K}_{\text{сф}}(j\omega) = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (5.40)$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_{\text{сф}}(\omega) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (5.41)$$

Максимальне значення коефіцієнта передачі спостерігається на резонансній частоті:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (5.42)$$

Резонансна частота в герцах:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (5.43)$$

На резонансній частоті реактивні опори індуктивності та конденсатора взаємно компенсуються:

$$X_L = X_C. \quad (5.44)$$

Тому коефіцієнт передачі смугового фільтра досягає максимуму:



$$K_{\text{сф max}} = 1. \quad (5.45)$$

Смуга пропускання смугового фільтра визначається як:

$$\Delta f = f_2 - f_1, \quad (5.46)$$

де f_1 та f_2 – частоти, на яких коефіцієнт передачі зменшується до рівня 0,707 від максимального значення.

Добротність смугового фільтра:

$$Q = \frac{\Delta f}{f_0}. \quad (5.47)$$

Для послідовного RLC -контурі добротність також можна визначити:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (5.48)$$

1.9. Фільтри другого порядку з вихідною напругою на реактивних елементах

У фільтрі другого порядку на основі послідовного RLC -кола вихідну напругу можна знімати не лише з активного опору, а й з індуктивності або конденсатора. У цьому разі одна й та сама схема може виконувати різні фільтрувальні функції.

Для послідовного RLC -кола повний комплексний опір:

$$\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}, \quad (5.49)$$

Коефіцієнт передачі за напругою на конденсаторі:

$$\dot{K}_C(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}. \quad (5.50)$$

Після перетворення:

$$\dot{K}_C(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}. \quad (5.51)$$

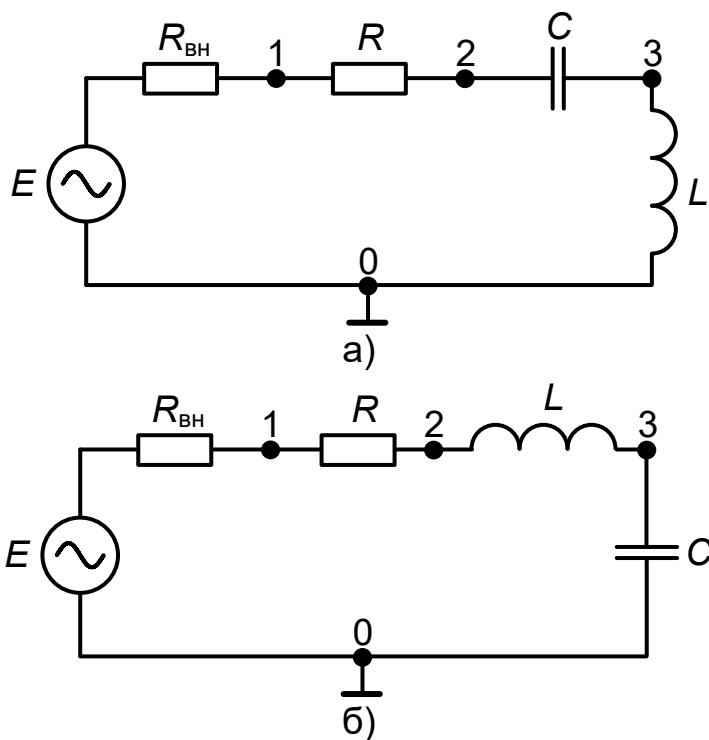


Рис. 5.5 – Схема для дослідження фільтрів другого порядку з виходом на індуктивності (а) та конденсаторі (б)

Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_C(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}. \quad (5.52)$$

На низьких частотах конденсатор має великий опір, тому напруга на ньому є значною. На високих частотах ємнісний опір зменшується, тому напруга на конденсаторі зменшується. Отже, за виходом на конденсаторі схема проявляє властивості фільтра нижніх частот другого порядку.

Коефіцієнт передачі за напругою на індуктивності:

$$\dot{K}_L(j\omega) = \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}. \quad (5.53)$$

Після перетворення:

$$\dot{K}_L(j\omega) = \frac{-\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}. \quad (5.54)$$



Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_L(\omega) = \frac{\omega^2 LC}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}. \quad (5.55)$$

На низьких частотах індуктивний опір є малим, тому напруга на індуктивності незначна. На високих частотах індуктивний опір зростає, тому напруга на індуктивності збільшується. Отже, за виходом на індуктивності схема проявляє властивості фільтра верхніх частот другого порядку.

1.10. Побудова виразу коефіцієнта передачі за ЛАЧХ

Логарифмічна амплітудно-частотна характеристика дозволяє наближено відновити аналітичний вираз коефіцієнта передачі фільтра. Для цього експериментальну ЛАЧХ апроксимують відрізками прямих, визначають частоти зламу та зміну нахилу характеристики.

Якщо початкова ділянка ЛАЧХ є горизонтальною, то коефіцієнт передачі в цій області визначається як:

$$K_0 = 10^{\frac{L_0}{20}}, \quad (5.56)$$

де L_0 – рівень ЛАЧХ у смузі пропускання, дБ.

Якщо при переході через певну частоту нахил ЛАЧХ зменшується на 20 дБ/дек, у знаменник передавальної функції вводять множник:

$$1 + j \frac{\omega}{\omega_{зр}}. \quad (5.57)$$

Якщо нахил збільшується на 20 дБ/дек, у чисельник передавальної функції вводять множник:

$$j \frac{\omega}{\omega_{зр}}. \quad (5.58)$$

Для фільтра першого порядку передавальна функція зазвичай містить один частотозалежний множник у чисельнику або знаменнику.

Для фільтра другого порядку в знаменнику або чисельнику може з'являтися множник другого порядку:



$$1 + 2\xi j \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2, \quad (5.59)$$

де ω_0 – власна або резонансна кутова частота;

ξ – коефіцієнт загасання.

Узагальнено коефіцієнт передачі може бути поданий у вигляді:

$$\dot{K}(j\omega) = K_0 \frac{\prod_i \left(j \frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)}{\prod_k \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{pk}} \right)}, \quad (5.60)$$

де ω_{zi} – частоти нулів передавальної функції;

ω_{pk} – частоти полюсів передавальної функції.

Для практичного аналізу пасивних фільтрів достатньо визначити частоти зрізу, нахили ЛАЧХ і тип фільтра.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель пасивних електричних фільтрів;
- генератор синусоїдальної напруги;
- резистори із заданими номінальними значеннями;
- конденсатори із заданими значеннями ємності;
- індуктивності із заданими значеннями індуктивності;
- вольтметри або мультиметри для вимірювання діючих значень напруг;
- осцилограф для контролю форми сигналу та вимірювання напруг;
- частотомір або вбудований індикатор частоти генератора;
- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків і побудови графіків.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Підготовка до експерименту:

- ознайомитися зі схемами досліджуваних фільтрів;
- за номінальними значеннями елементів R , L , C виконати попередній розрахунок частот зрізу або резонансних частот;



– для RC -фільтрів першого порядку:

$$f_{\text{зр}} = \frac{1}{2\pi RC}; \quad (5.61)$$

– для RLC -фільтра другого порядку:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad (5.62)$$

– встановити на генераторі синусоїдальну напругу з діючим значенням:

$$U_{\text{вх}} = 5 \text{ В}$$

на частоті:

$$f = 1000 \text{ Гц};$$

– перевірити стабільність амплітуди вхідної напруги в режимі холостого ходу.

3.2. Дослідження фільтрів першого порядку та смугового фільтра:

– зібрати схему фільтра нижніх частот першого порядку відповідно до рис. 5.2;

– змінюючи частоту генератора в діапазоні:

$$f = 50 \text{ Гц} \dots 50 \text{ кГц},$$

виміряти вхідну та вихідну напруги:

$$U_{\text{вх}}, U_{\text{вих}};$$

– для кожної частоти розрахувати коефіцієнт передачі:

$$K = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}}; \quad (5.63)$$

– розрахувати логарифмічний коефіцієнт передачі:

$$L_K = 20 \lg K; \quad (5.64)$$

– розрахувати десятковий логарифм частоти:



$$\lg f; \quad (5.65)$$

- результати вимірювань і розрахунків занести до табл. 5.1.
- аналогічні вимірювання виконати для фільтра верхніх частот першого порядку та смугового фільтра другого порядку.

Таблиця 5.1 – Результати дослідження амплітудно-частотних характеристик пасивних фільтрів

$f, \text{Гц}$	$\lg f$	$U_{\text{вх}}, \text{В}$	$U_{\text{вих}}, \text{В}$	$K=U_{\text{вих}}/U_{\text{вх}}$	$20\lg K, \text{дБ}$
50					
100					
200					
500					
1 000					
2 000					
5 000					
10 000					
20 000					
50 000					
$f_{\text{зр}}/2$					
$f_{\text{зр}}$					
$2f_{\text{зр}}$					

Для кожного фільтра таблицю доцільно заповнювати окремо.

3.3. Дослідження фільтра другого порядку з виходом на індуктивності та конденсаторі:

- зібрати схему відповідно до рис. 5.5;
- встановити синусоїдальну вхідну напругу:

$$U_{\text{вх}}=5 \text{ В};$$

- змінюючи частоту генератора в діапазоні:

$$f=50 \text{ Гц} \dots 50 \text{ кГц},$$

виміряти:

$$U_{\text{вх}}, \quad U_{\text{L}}, \quad U_{\text{C}};$$

- для виходу на індуктивності розрахувати коефіцієнт передачі:

$$K_1 = \frac{U_{\text{L}}}{U_{\text{вх}}}; \quad (5.66)$$



– розрахувати логарифмічний коефіцієнт передачі:

$$L_{K_1} = 20 \lg K_1; \quad (5.67)$$

– для виходу на конденсаторі розрахувати коефіцієнт передачі:

$$K_2 = \frac{U_C}{U_{BX}}; \quad (5.68)$$

– розрахувати логарифмічний коефіцієнт передачі:

$$L_{K_2} = 20 \lg K_2; \quad (5.69)$$

– результати вимірювань і розрахунків занести до табл. 5.2.

Таблиця 5.2 – Результати дослідження характеристик фільтрів другого порядку

f , Гц	$\lg f$	U_{BX}	U_L	U_C	$K_1 = U_L / U_{BX}$	$K_2 = U_C / U_{BX}$	$20 \lg K_1$, дБ	$20 \lg K_2$, дБ
50								
100								
200								
500								
1 000								
2 000								
5 000								
10 000								
20 000								
50 000								
$f_{зр}/2$								
$f_{зр}$								
$2f_{зр}$								

3.4. Побудова амплітудно-частотних характеристик:

– за результатами вимірювань необхідно побудувати залежності:

$$K = \psi(f) \quad (5.70)$$

для кожного досліджуваного фільтра.

– для фільтра другого порядку окремо будують:



$$K_1 = \psi(f); \quad (5.71)$$

$$K_2 = \psi(f). \quad (5.72)$$

На графіках необхідно позначити:

- смугу пропускання;
- смугу загасання;
- частоту або частоти зрізу;
- рівень $0,707K_{\max}$;
- характер зміни коефіцієнта передачі залежно від частоти.

3.5. Побудова логарифмічних амплітудно-частотних характеристик:

- для кожного фільтра необхідно побудувати ЛАЧХ:

$$20\lg K = F(\lg f); \quad (5.73)$$

- для фільтра другого порядку:

$$20\lg K_1 = F(\lg f); \quad (5.74)$$

$$20\lg K_2 = F(\lg f); \quad (5.75)$$

– після побудови ЛАЧХ необхідно виконати її апроксимацію прямолінійними ділянками. За нахилом цих ділянок визначають порядок фільтра;

- якщо нахил становить приблизно:

$$-20 \text{ дБ/дек},$$

то спад відповідає фільтру першого порядку;

- якщо нахил становить приблизно:

$$-40 \text{ дБ/дек},$$

то спад відповідає фільтру другого порядку.

3.6. Визначення частоти зрізу:

– для фільтра нижніх або верхніх частот частоту зрізу визначають за умовою:



$$K(f_{зр}) = 0,707 \cdot K_{\max}, \quad (5.76)$$

або в логарифмічній формі:

$$L_K(f_{зр}) = L_{K_{\max}} - 3 \text{ дБ}; \quad (5.77)$$

– для смугового фільтра визначають дві частоти зрізу:

$$K(f_{зр1}) = 0,707 \cdot K_{\max}; \quad (5.78)$$

$$K(f_{зр2}) = 0,707 \cdot K_{\max}; \quad (5.79)$$

– після цього розраховують смугу пропускання:

$$\Delta f = f_{зр2} - f_{зр1}. \quad (5.80)$$

3.7. Визначення коефіцієнта передачі за ЛАЧХ

Після апроксимації експериментальної ЛАЧХ необхідно скласти наближений аналітичний вираз коефіцієнта передачі.

Для фільтра нижніх частот першого порядку:

$$\dot{K}_{\text{НЧ}}(j\omega) = \frac{K_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{зр}}}. \quad (5.81)$$

Для фільтра верхніх частот першого порядку:

$$\dot{K}_{\text{ВЧ}}(j\omega) = K_0 \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_{зр}}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{зр}}}. \quad (5.82)$$

Для смугового фільтра другого порядку:

$$\dot{K}_{\text{СФ}}(j\omega) = K_0 \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}, \quad (5.83)$$



де K_0 – коефіцієнт передачі в смузі пропускання;

$\omega_{зр}$ – кутова частота зрізу;

ω_0 – резонансна або центральна кутова частота;

Q – добротність смугового фільтра.

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості про електричні фільтри;
- класифікацію досліджуваних фільтрів;
- електричні схеми досліджуваних фільтрів;
- вихідні параметри елементів R , L , C ;
- попередній розрахунок частот зрізу та резонансних частот;
- таблиці експериментальних результатів;
- розрахунок коефіцієнтів передачі K , K_1 , K_2 ;
- розрахунок логарифмічних коефіцієнтів передачі $20\lg K$;
- амплітудно-частотні характеристики досліджуваних фільтрів;
- логарифмічні амплітудно-частотні характеристики;
- апроксимацію ЛАЧХ відрізками прямих;
- визначення частот зрізу;
- визначення смуг пропускання для смугових фільтрів;
- визначення порядку фільтрів за нахилом ЛАЧХ;
- складання аналітичних виразів коефіцієнтів передачі;
- порівняння експериментальних і теоретичних характеристик;
- оцінку похибок вимірювань;
- висновки за результатами роботи;
- відповіді на контрольні запитання.

У висновках необхідно зазначити:

- які типи фільтрів було досліджено;
- які частотні діапазони відповідають смузі пропускання та смузі загасання;
- як змінюється коефіцієнт передачі фільтра зі зміною частоти;
- які частоти зрізу були визначені експериментально;
- чи відповідають експериментальні ЛАЧХ теоретичним очікуванням;
- як за нахилом ЛАЧХ визначається порядок фільтра;
- які чинники могли спричинити розбіжності між експериментальними та розрахунковими результатами.

5. Контрольні запитання та завдання:

1. Що називають електричним фільтром?



2. Які елементи входять до складу пасивних електричних фільтрів?
3. Чим пасивний фільтр відрізняється від активного?
4. Що таке коефіцієнт передачі фільтра?
5. Як визначається модуль коефіцієнта передачі за результатами вимірювань?
6. Що називають амплітудно-частотною характеристикою?
7. Що називають логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою?
8. Чому ЛАЧХ зручно будувати в логарифмічній системі координат?
9. Як визначається коефіцієнт передачі в децибелах?
10. Що означає рівень -3 дБ?
11. Що називають частотою зрізу фільтра?
12. Як визначити частоту зрізу за АЧХ?
13. Як визначити частоту зрізу за ЛАЧХ?
14. Що називають смугою пропускання фільтра?
15. Що називають смугою загасання фільтра?
16. Які фільтри називають фільтрами нижніх частот?
17. Які фільтри називають фільтрами верхніх частот?
18. Які фільтри називають смуговими?
19. Які фільтри називають загороджувальними?
20. Як визначається частота зрізу RC-фільтра першого порядку?
21. Який вигляд має коефіцієнт передачі RC-фільтра нижніх частот?
22. Який вигляд має коефіцієнт передачі RC-фільтра верхніх частот?
23. Чому RC-фільтр нижніх частот послаблює високочастотні сигнали?
24. Чому RC-фільтр верхніх частот послаблює низькочастотні сигнали?
25. Який нахил ЛАЧХ характерний для фільтра першого порядку?
26. Який нахил ЛАЧХ характерний для фільтра другого порядку?
27. Як за нахилом ЛАЧХ визначити порядок фільтра?
28. Що таке декада частоти?
29. Як визначити смугу пропускання смугового фільтра?
30. Як визначити центральну частоту смугового фільтра?
31. Як пов'язані добротність, центральна частота та смуга пропускання смугового фільтра?
32. Як змінюється напруга на конденсаторі в послідовному RLC-колі зі збільшенням частоти?
33. Як змінюється напруга на індуктивності в послідовному RLC-колі зі збільшенням частоти?
34. Чому одна й та сама RLC-схема може виконувати функції різних фільтрів залежно від вибору вихідної напруги?
35. Які причини можуть зумовлювати розбіжності між експериментальною та теоретичною АЧХ?
36. Індивідуальне розрахункове завдання. Для заданих параметрів пасивних фільтрів:



$R, L, C, U_{\text{вх.}}$

Необхідно:

- розрахувати частоту зрізу RC -фільтра нижніх частот;
- розрахувати частоту зрізу RC -фільтра верхніх частот;
- визначити коефіцієнти передачі фільтра нижніх частот для заданого набору частот;
- визначити коефіцієнти передачі фільтра верхніх частот для заданого набору частот;
- розрахувати логарифмічні коефіцієнти передачі $20\lg K$;
- побудувати АЧХ та ЛАЧХ для фільтра нижніх частот;
- побудувати АЧХ та ЛАЧХ для фільтра верхніх частот;
- розрахувати резонансну частоту RLC -фільтра другого порядку;
- визначити коефіцієнт передачі смугового фільтра на резонансній частоті;
- визначити нижню та верхню частоти зрізу смугового фільтра;
- розрахувати смугу пропускання смугового фільтра;
- визначити добротність смугового фільтра;
- побудувати ЛАЧХ смугового фільтра;
- апроксимувати ЛАЧХ прямолінійними ділянками;
- скласти наближений вираз коефіцієнта передачі за ЛАЧХ;
- порівняти теоретичні та експериментальні значення частот зрізу;
- сформулювати висновок щодо впливу параметрів R, L, C на частотні властивості досліджуваних фільтрів.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6 ДОСЛІДЖЕННЯ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З НЕСИНУСОЇДАЛЬНИМИ НАПРУГАМИ ТА СТРУМАМИ

Метою роботи є експериментальне дослідження електричних процесів у лінійних колах за дії несинусоїдальних періодичних напруг, перевірка методики розрахунку таких кіл на основі гармонічного аналізу та встановлення впливу параметрів електричного кола на форму напруг і струмів на окремих його ділянках.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити особливості роботи лінійних електричних кіл за дії несинусоїдальної періодичної напруги;
- розглянути подання несинусоїдального сигналу у вигляді ряду Фур'є;
- визначити амплітуди основної та вищих гармонік трикутної напруги;
- експериментально дослідити проходження несинусоїдального сигналу через резистивне, RC - та RL -кола;
- перевірити можливість застосування методу накладання до розрахунку лінійних кіл з несинусоїдальними сигналами;
- визначити діючі значення напруг на елементах кола за наявності кількох гармонічних складових;
- дослідити вплив частотно-залежних опорів конденсатора та індуктивності на форму вихідних сигналів;
- порівняти осцилограми напруг на елементах кола з теоретично очікуваними формами сигналів;
- сформулювати висновки щодо спотворення форми сигналу в реактивних електричних колах.

1. Теоретичні відомості

У реальних електротехнічних, електронних, автоматизованих і вимірювальних системах електричні сигнали не завжди мають синусоїдальну форму. У багатьох практичних випадках використовуються або виникають періодичні несинусоїдальні сигнали: прямокутні, трикутні, пилкоподібні, імпульсні та інші. Такі сигнали широко застосовуються в генераторах імпульсів, системах керування, силовій електроніці, пристроях широтно-імпульсної модуляції, цифрових інтерфейсах та системах обробки сигналів.

Несинусоїдальний періодичний сигнал можна розглядати як суму гармонічних складових різних частот. Кожна гармоніка є синусоїдальним сигналом із певною амплітудою, частотою та початковою фазою. Завдяки цьому аналіз лінійних електричних кіл з несинусоїдальними сигналами зводиться до послідовного розрахунку реакції кола на кожен гармоніку окремо з подальшим додаванням отриманих складових.



Такий підхід ґрунтується на двох фундаментальних положеннях:

- теоремі Фур'є про розкладання періодичної функції в тригонометричний ряд;
- принципі суперпозиції, який справедливий для лінійних електричних кіл.

1.1. Подання несинусоїдального періодичного сигналу рядом Фур'є

Будь-яка періодична несинусоїдальна функція, що задовольняє умови Діріхле, може бути подана у вигляді ряду Фур'є:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cdot \cos k\omega_1 t + B_k \cdot \sin k\omega_1 t), \quad (6.1)$$

де $u(t)$ – миттєве значення несинусоїдальної напруги, В;

U_0 – постійна складова сигналу, В;

A_k та B_k – коефіцієнти косинусної та синусної складових k -ї гармоніки;

k – номер гармоніки;

ω_1 – кутова частота основної гармоніки, рад/с;

t – час, с.

Кутова частота основної гармоніки визначається як:

$$\omega_1 = 2\pi f_1, \quad (6.2)$$

де f_1 – частота основної гармоніки, Гц.

Коефіцієнти ряду Фур'є визначаються за формулами:

$$U_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt; \quad (6.3)$$

$$A_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot \cos(k\omega_1 t) dt; \quad (6.4)$$

$$B_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot \sin(k\omega_1 t) dt, \quad (6.5)$$

де T – період сигналу, с.

Амплітуда k -ї гармоніки визначається як:



$$U_{m_k} = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}. \quad (6.6)$$

Початкова фаза k -ї гармоніки може бути визначена за співвідношенням:

$$\varphi_k = \arctg \frac{A_k}{B_k}. \quad (6.7)$$

Тоді ряд Фур'є можна записати у компактній формі:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{m_k} \cdot \sin(k\omega_1 t + \varphi_k). \quad (6.8)$$

Отже, несинусоїдальна напруга може бути подана як сума постійної складової та нескінченної кількості синусоїдальних гармонічних складових.

1.2. Гармонічний склад трикутної напруги

У цій лабораторній роботі як вхідний сигнал використовується симетрична трикутна напруга. Для такої напруги постійна складова відсутня:

$$U_0 = 0. \quad (6.9)$$

Також відсутні парні гармоніки. Тому симетричний трикутний сигнал містить лише непарні гармоніки:

$$k = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (6.10)$$

Для трикутної напруги амплітуди непарних гармонік зменшуються пропорційно квадрату номера гармоніки:

$$U_{m_k} = \frac{8 \cdot U_m}{\pi^2 \cdot k^2}, \quad k = 1, 3, 5, \dots, \quad (6.11)$$

де U_m – амплітудне значення трикутної напруги, В;

U_{m_k} – амплітуда k -ї гармоніки, В.

З урахуванням знаків окремих гармонік трикутний сигнал може бути поданий у вигляді:

$$u(t) = \frac{8 \cdot U_m}{\pi^2} \cdot \left(\sin \omega_1 t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega_1 t - \frac{1}{7^2} \sin 7\omega_1 t + \dots \right). \quad (6.12)$$

Для амплітуди вхідної трикутної напруги:

$$U_m = 5 \text{ В}, \quad (6.13)$$

амплітуди перших трьох непарних гармонік становлять:

$$U_{m_1} = \frac{8 \cdot U_m}{\pi^2}; \quad (6.14)$$

$$U_{m_3} = \frac{8 \cdot U_m}{3^2 \cdot \pi^2}; \quad (6.15)$$

$$U_{m_5} = \frac{8 \cdot U_m}{5^2 \cdot \pi^2}. \quad (6.16)$$

Після підстановки $U_m = 5 \text{ В}$:

$$U_{m_1} \approx 4,05 \text{ В}; \quad (6.17)$$

$$U_{m_3} \approx 0,45 \text{ В}; \quad (6.18)$$

$$U_{m_5} \approx 0,16 \text{ В}. \quad (6.19)$$

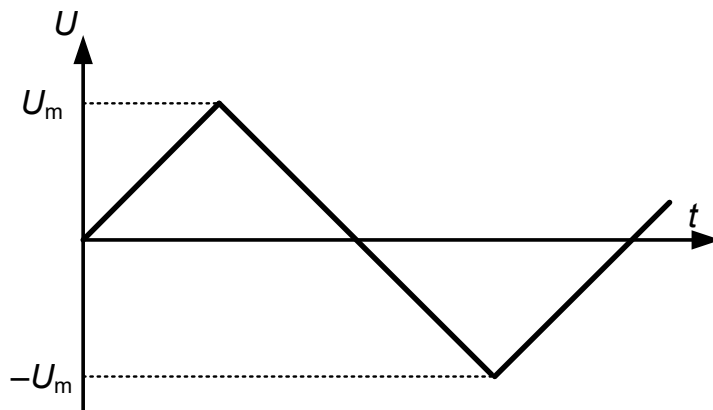


Рис. 6.1 – Трикутна форма вхідної напруги

Трикутна напруга має порівняно невеликий вміст вищих гармонік, оскільки їх амплітуди зменшуються як $1/k^2$. Однак навіть ці гармоніки можуть суттєво впливати на форму напруг і струмів у колах із реактивними елементами.

1.3. Метод накладання для кіл з несинусоїдальними сигналами

Лінійне електричне коло має властивість суперпозиції: реакція кола на суму вхідних сигналів дорівнює сумі реакцій на кожний сигнал окремо. Тому якщо несинусоїдальна напруга подана як сума гармонік:

$$u(t) = u_1(t) + u_3(t) + u_5(t) + \dots, \quad (6.20)$$

то напруга або струм у будь-якому елементі кола визначається як сума відповідних реакцій:

$$i(t) = i_1(t) + i_3(t) + i_5(t) + \dots, \quad (6.21)$$

або

$$u_x(t) = u_{x1}(t) + u_{x3}(t) + u_{x5}(t) + \dots, \quad (6.22)$$

де $i_1(t), i_3(t), i_5(t)$ – струми, зумовлені відповідно першою, третьою та п'ятою гармоніками;

$u_{x1}(t), u_{x3}(t), u_{x5}(t)$ – напруги на певному елементі кола від окремих гармонік.

Для кожної гармоніки частота дорівнює:

$$f_k = k \cdot f_1, \quad (6.23)$$

а кутова частота:

$$\omega_k = k \cdot \omega_1 = 2\pi k f_k. \quad (6.24)$$

Отже, для розрахунку кола з несинусоїдальною напругою необхідно:

- розкласти вхідний сигнал на гармоніки;
- для кожної гармоніки визначити частоту, амплітуду та фазу;
- розрахувати електричне коло окремо для кожної гармоніки;
- скласти отримані миттєві значення напруг і струмів;
- визначити діючі значення результуючих несинусоїдальних величин.

1.4. Реактивні опори для гармонічних складових

У колах з індуктивностями та конденсаторами різні гармоніки проходять через коло неоднаково, оскільки реактивні опори залежать від частоти.

Індуктивний опір для k -ї гармоніки визначається як:

$$X_{L_k} = \omega_k \cdot L = k \omega_1 \cdot L. \quad (6.25)$$



Ємнісний опір для k -ї гармоніки:

$$X_{C_k} = \frac{1}{\omega_k \cdot C} = \frac{1}{k \omega_1 \cdot C}. \quad (6.26)$$

Зі збільшенням номера гармоніки індуктивний опір зростає:

$$X_{L_k} \propto k, \quad (6.27)$$

а ємнісний опір зменшується:

$$X_{C_k} \propto \frac{1}{k}. \quad (6.28)$$

Тому індуктивність сильніше впливає на високочастотні гармоніки, а конденсатор – по-різному розподіляє напругу між елементами залежно від частоти сигналу. Саме це є причиною зміни форми сигналів на ділянках електричних кіл з реактивними елементами.

1.5. Діюче значення несинусоїдальної напруги та струму

Якщо несинусоїдальна напруга містить постійну складову та гармонічні складові, її діюче значення визначається як:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_k^2}, \quad (6.29)$$

де U_0 – постійна складова;

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_k$ – діючі значення гармонічних складових.

Якщо задані амплітудні значення гармонік U_{m_k} , то діючі значення визначаються як:

$$U_k = \frac{U_{m_k}}{\sqrt{2}}. \quad (6.30)$$

Тому діюче значення несинусоїдальної напруги можна записати так:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} U_{m_k}^2}. \quad (6.31)$$

Аналогічно для струму:



$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_k^2}, \quad (6.32)$$

або через амплітуди:

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_{m_k}^2}. \quad (6.33)$$

Важливо, що діючі значення гармонік додаються не алгебраїчно, а квадратично, оскільки гармонічні складові різних частот є взаємно ортогональними.

1.6. Потужність у колах з несинусоїдальними сигналами

Активна потужність у лінійному колі з несинусоїдальною напругою визначається як сума активних потужностей за окремими гармоніками:

$$P = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k. \quad (6.34)$$

Для постійної складової:

$$P_0 = U_0 \cdot I_0. \quad (6.35)$$

Для k -ї гармоніки:

$$P_k = U_k \cdot I_k \cos \varphi_k, \quad (6.36)$$

де U_k – діюче значення напруги k -ї гармоніки;

I_k – діюче значення струму k -ї гармоніки;

φ_k – фазовий зсув між напругою і струмом для k -ї гармоніки.

Повна потужність визначається як:

$$S = U \cdot I. \quad (6.37)$$

У колах з несинусоїдальними сигналами коефіцієнт потужності залежить не лише від фазових зсувів між напругою та струмом, а й від спотворення форми сигналу.

1.7. Резистивне коло за дії несинусоїдальної напруги

У резистивному колі всі гармоніки проходять через елементи однаково, оскільки активний опір не залежить від частоти:



$$Z_R = R. \quad (6.38)$$

Для резистивного дільника напруги коефіцієнт передачі не залежить від частоти:

$$K_R = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (6.39)$$

Тому форма вихідної напруги на резистивному дільнику зберігає форму вхідної напруги, змінюється лише її амплітуда:

$$u_{\text{вих}}(t) = K_R \cdot u_{\text{вх}}(t). \quad (6.40)$$

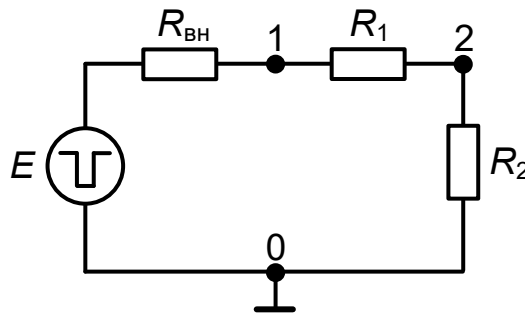


Рис. 6.2 – Схема резистивного дільника напруги

Отже, у чисто резистивному лінійному колі спотворення форми сигналу не відбувається.

1.8. RC-коло як фільтр нижніх частот для несинусоїдального сигналу

RC-коло з вихідною напругою на конденсаторі виконує функцію фільтра нижніх частот. Воно краще пропускає низькочастотні складові та сильніше послаблює високочастотні гармоніки.

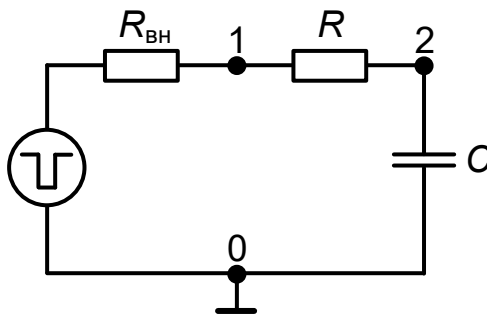


Рис. 6.3 – Схема RC-фільтра нижніх частот



Для k -ї гармоніки ємнісний опір дорівнює:

$$X_{C_k} = \frac{1}{k\omega_1 C}. \quad (6.41)$$

Комплексний коефіцієнт передачі за напругою на конденсаторі:

$$\dot{K}_{C_k} = \frac{\dot{U}_{C_k}}{\dot{U}_{10}} = \frac{\frac{1}{j\omega_k C}}{R + \frac{1}{j\omega_k C}}. \quad (6.42)$$

Після перетворення:

$$\dot{K}_{C_k} = \frac{1}{1 + j\omega_k RC}. \quad (6.43)$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_{C_k} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_k RC)^2}}. \quad (6.44)$$

Амплітуда k -ї гармоніки напруги на конденсаторі:

$$U_{mC_k} = K_{C_k} \cdot U_{m_k}. \quad (6.45)$$

Напруга на резисторі для k -ї гармоніки визначається як:

$$\dot{U}_{R_k} = \dot{U}_{10_k} - \dot{U}_{C_k}, \quad (6.46)$$

або через струм:

$$U_{R_k} = I_k \cdot R. \quad (6.47)$$

Струм k -ї гармоніки в RC -колі:

$$I_k = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + X_{C_k}^2}}. \quad (6.48)$$

Оскільки зі зростанням частоти ємнісний опір зменшується, напруга на конденсаторі для вищих гармонік зменшується. Тому напруга на



конденсаторі має більш згладжену форму порівняно з вхідною трикутною напругою.

1.9. RL -коло як фільтр верхніх частот для несинусоїдального сигналу

RL -коло з вихідною напругою на індуктивності виконує функцію фільтра верхніх частот. Воно сильніше пропускає високочастотні гармоніки та послаблює низькочастотні складові.

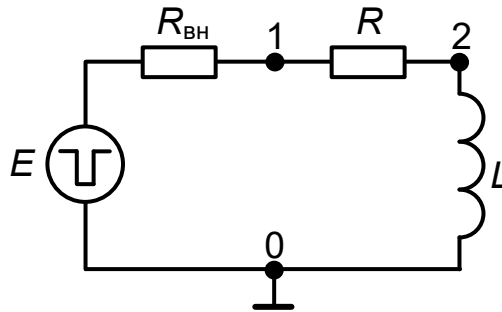


Рис. 6.4 – Схема RL -фільтра верхніх частот

Для k -ї гармоніки індуктивний опір:

$$X_{L_k} = k\omega_k L. \quad (6.49)$$

Комплексний коефіцієнт передачі за напругою на індуктивності:

$$\dot{K}_{L_k} = \frac{\dot{U}_{L_k}}{\dot{U}_{10}} = \frac{j\omega_k L}{R + j\omega_k L}. \quad (6.50)$$

Модуль коефіцієнта передачі:

$$K_{L_k} = \frac{\omega_k L}{\sqrt{R^2 + (\omega_k L)^2}}. \quad (6.51)$$

Амплітуда k -ї гармоніки напруги на індуктивності:

$$U_{mL_k} = K_{L_k} \cdot U_{m_k}. \quad (6.52)$$

Струм k -ї гармоніки в RL -колі:



$$I_k = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + X_{L_k}^2}}. \quad (6.53)$$

Напруга на резисторі для k -ї гармоніки:

$$U_{R_k} = I_k \cdot R. \quad (6.54)$$

Оскільки індуктивний опір зростає зі збільшенням частоти, вищі гармоніки створюють на індуктивності більшу частку напруги, ніж низькочастотна складова. Тому форма напруги на індуктивності може суттєво відрізнятися від форми вхідної трикутної напруги.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель електричного кола;
- генератор сигналів з можливістю формування трикутної та синусоїдальної напруги;
- резистори із заданими номінальними значеннями;
- конденсатор;
- індуктивність;
- вольтметри або мультиметри для вимірювання діючих значень напруг;
- амперметр або вимірювальний канал для визначення струму;
- осцилограф для спостереження форми напруг на елементах кола;
- частотомір або вбудований індикатор частоти генератора;
- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків, побудови графіків та аналізу осцилограм.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Попередній розрахунок гармонічного складу вхідної напруги:

- для трикутної напруги з амплітудою:

$$U_m = 5 \text{ В}$$

визначити амплітуди першої, третьої та п'ятої гармонік за формулою:

$$U_{m_k} = \frac{8U_m}{\pi^2 k^2}, \quad k = 1, 3, 5; \quad (6.55)$$



– для першого дослід з RC -колом прийняти частоту основної гармоніки:

$$f_1 = 1,5 \text{ кГц},$$

тоді частоти перших трьох непарних гармонік:

$$f_1 = 1,5 \text{ кГц},$$

$$f_3 = 4,5 \text{ кГц},$$

$$f_5 = 7,5 \text{ кГц};$$

– для дослід з RL -колом прийняти частоту основної гармоніки:

$$f_1 = 0,5 \text{ кГц},$$

тоді частоти гармонік:

$$f_1 = 0,5 \text{ кГц},$$

$$f_3 = 1,5 \text{ кГц},$$

$$f_5 = 2,5 \text{ кГц};$$

– для кожної гармоніки розрахувати кутову частоту:

$$\omega_k = 2\pi f_k; \quad (6.56)$$

– для RC -кола визначити ємнісний опір:

$$X_{C_k} = \frac{1}{\omega_k C}; \quad (6.57)$$

– для RL -кола визначити індуктивний опір:

$$X_{L_k} = \omega_k L. \quad (6.58)$$

3.2. Дослідження резистивного дільника напруги:

– зібрати схему резистивного дільника відповідно до рис. 6.2.

– подати на вхід схеми трикутну напругу з амплітудою:

$$U_m = 5 \text{ В};$$

– установити частоту вхідного сигналу:

$$f = 1,5 \text{ кГц};$$

– за допомогою осцилографа зняти осцилограми:



$$u_{10}(t), \quad u_{20}(t);$$

– виміряти діючі значення напруг:

$$U_{10}, \quad U_{20};$$

– розрахувати коефіцієнт передачі резистивного дільника:

$$K_R = \frac{U_{20}}{U_{10}}; \quad (6.59)$$

– порівняти форму вхідної та вихідної напруг і зробити висновок щодо відсутності або наявності спотворення форми сигналу.

3.3. Дослідження RC-кола за дії трикутної напруги

- зібрати схему RC-фільтра нижніх частот відповідно до рис. 6.3;
- подати на вхід схеми трикутну напругу з параметрами:

$$U_m = 5 \text{ В}; \quad f_1 = 1,5 \text{ кГц};$$

– за допомогою осцилографа зняти осцилограми:

$$u_{10}(t), \quad u_C(t); \quad u_R(t);$$

– виміряти діючі значення напруг:

$$U_{10}, \quad U_{20} = U_C; \quad U_{12} = U_R;$$

– порівняти форму напруги на конденсаторі з формою вхідної трикутної напруги;

– пояснити зміну форми сигналу з урахуванням частотної залежності ємнісного опору.

3.4. Дослідження RC-кола за окремими гармоніками:

- перемкнути генератор у режим синусоїдальної напруги.
- для кожної з гармонік установити відповідну частоту:

$$f = 1,5 \text{ кГц}, \quad f = 4,5 \text{ кГц}, \quad f = 7,5 \text{ кГц};$$

– для кожної частоти встановити амплітуду синусоїдальної напруги відповідно до амплітуди відповідної гармоніки трикутного сигналу:

$$U_{m_1}, \quad U_{m_3}, \quad U_{m_5};$$

– для кожної гармоніки виміряти:

$$U_{10}, \quad U_{20}=U_C, \quad U_{12}=U_R, \quad I;$$

– результати занести до табл. 6.1;

Таблиця 6.1 – Результати дослідження RC -фільтра нижніх частот за окремими гармоніками

f , кГц	k	U_{10} , В	$U_{20}=U_C$, В	$U_{12}=U_R$, В	I , мА	X_C , Ом	$K_C=U_C/U_{10}$
1,5							
4,5							
7,5							

– для кожної гармоніки перевірити виконання співвідношення:

$$U_{10_k}^2 \approx U_{R_k}^2 + U_{C_k}^2; \quad (6.60)$$

– зробити висновок щодо того, які гармоніки найбільше послаблюються RC -колом.

3.5. Дослідження RL -кола за дії трикутної напруги:

- зібрати схему RL -фільтра верхніх частот відповідно до рис. 6.4;
- подати на вхід схеми трикутну напругу з параметрами:

$$U_m = 5 \text{ В}, \quad f_1 = 0,5 \text{ кГц};$$

– за допомогою осцилографа зняти осцилограми:

$$u_{10}(t), \quad u_L(t); \quad u_R(t);$$

– виміряти діючі значення напруг:

$$U_{10}, \quad U_{20}=U_L, \quad U_{12}=U_R;$$

- порівняти форму напруги на індуктивності з формою вхідної трикутної напруги;
- пояснити зміну форми сигналу з урахуванням частотної залежності індуктивного опору.

3.6. Дослідження RL -кола за окремими гармоніками:

- перемкнути генератор у режим синусоїдальної напруги;
- для кожної з гармонік установити відповідну частоту:

$$f = 0,5 \text{ кГц}, \quad f = 1,5 \text{ кГц}, \quad f = 2,5 \text{ кГц};$$

- для кожної частоти встановити амплітуду синусоїдальної напруги відповідно до амплітуди відповідної гармоніки трикутного сигналу;
- для кожної гармоніки виміряти:

$$U_{10}, \quad U_{20}=U_L, \quad U_{12}=U_R, \quad I;$$

- результати занести до табл. 6.2;

Таблиця 6.2 – Результати дослідження RL -фільтра верхніх частот за окремими гармоніками

$f, \text{кГц}$	k	$U_{10}, \text{В}$	$U_{20}=U_L, \text{В}$	$U_{12}=U_R, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$X_L, \text{Ом}$	$K_L=U_L/U_{10}$
1,5							
4,5							
7,5							

- для кожної гармоніки перевірити виконання співвідношення:

$$U_{10_k}^2 \approx U_{R_k}^2 + U_{L_k}^2; \quad (6.61)$$

- зробити висновок щодо того, які гармоніки краще проходять через RL -коло з виходом на індуктивності.

3.7. Розрахунок параметрів гармонік:

- для кожної гармоніки необхідно розрахувати:

$$f_k = k \cdot f_1; \quad (6.62)$$

$$\omega_k = 2\pi f_k; \quad (6.63)$$

$$U_{m_k} = \frac{8U_m}{\pi^2 k^2}; \quad (6.64)$$

- діюче значення кожної гармоніки:

$$U_k = \frac{U_{m_k}}{\sqrt{2}}; \quad (6.65)$$

- для RC -кола:



$$X_{C_k} = \frac{1}{\omega_k C}; \quad (6.66)$$

– для RL -кола:

$$X_{L_k} = \omega_k L. \quad (6.67)$$

3.8. Розрахунок діючих значень несинусоїдальних напруг:

– за експериментально визначеними діючими значеннями гармонік результуюче діюче значення напруги на елементі визначається як:

$$U_x = \sqrt{U_{x_1}^2 + U_{x_3}^2 + U_{x_5}^2}; \quad (6.68)$$

– для напруги на конденсаторі:

$$U_C = \sqrt{U_{C_1}^2 + U_{C_3}^2 + U_{C_5}^2}; \quad (6.69)$$

– для напруги на індуктивності:

$$U_L = \sqrt{U_{L_1}^2 + U_{L_3}^2 + U_{L_5}^2}; \quad (6.70)$$

– для струму:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2}; \quad (6.71)$$

– отримані значення необхідно порівняти з виміряними діючими значеннями при поданні на вхід трикутної напруги.

3.9. Перевірка другого закону Кірхгофа для несинусоїдальних сигналів.

Для кожної гармоніки другий закон Кірхгофа виконується у комплексній формі:

– для RC -кола:

$$\dot{U}_{10_k} = \dot{U}_{R_k} + \dot{U}_{C_k}; \quad (6.72)$$

– за модулями, з урахуванням взаємної перпендикулярності напруг



на резисторі та конденсаторі:

$$U_{10_k} = \sqrt{U_{R_k}^2 + U_{C_k}^2}; \quad (6.73)$$

– для RL -кола:

$$\dot{U}_{10_k} = \dot{U}_{R_k} + \dot{U}_{L_k}; \quad (6.74)$$

– за модулями:

$$U_{10_k} = \sqrt{U_{R_k}^2 + U_{L_k}^2}. \quad (6.75)$$

Для повного несинусоїдального сигналу перевірка виконується через гармонічні складові, оскільки просте алгебраїчне додавання діючих значень напруг різних частот є некоректним.

3.10. Порівняння форми сигналів

Під час аналізу осцилограм необхідно порівняти:

- форму вхідної трикутної напруги;
- форму напруги на виході резистивного діляника;
- форму напруги на конденсаторі в RC -колі;
- форму напруги на резисторі в RC -колі;
- форму напруги на індуктивності в RL -колі;
- форму напруги на резисторі в RL -колі.

Для резистивного кола очікується збереження форми сигналу, оскільки всі гармоніки передаються з однаковим коефіцієнтом.

Для RC -кола напруга на конденсаторі має бути більш згладженою, оскільки високочастотні гармоніки послаблюються.

Для RL -кола напруга на індуктивності має містити більшу частку високочастотних складових, тому її форма може бути різкішою та більш відмінною від вхідної трикутної напруги.

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості щодо аналізу кіл з несинусоїдальними сигналами;
- пояснення подання трикутної напруги рядом Фур'є;
- розрахунок амплітуд першої, третьої та п'ятої гармонік;
- електричні схеми досліджуваних кіл;
- осцилограми вхідної напруги та напруг на елементах схем;

- 
- результати вимірювань для резистивного дільника;
 - таблицю експериментальних результатів для RC -кола;
 - таблицю експериментальних результатів для RL -кола;
 - розрахунок реактивних опорів X_C та X_L для кожної гармоніки;
 - розрахунок коефіцієнтів передачі за окремими гармоніками;
 - перевірку другого закону Кірхгофа для кожної гармоніки;
 - розрахунок діючих значень несинусоїдальних напруг і струмів;
 - порівняння експериментальних та розрахункових результатів;
 - оцінку похибок вимірювань;
 - висновки за результатами роботи;
 - відповіді на контрольні запитання.

У висновках необхідно зазначити:

- чому несинусоїдальний сигнал можна аналізувати як суму гармонік;
- які гармоніки містить симетрична трикутна напруга;
- як змінюються амплітуди гармонік зі збільшенням їх номера;
- чому форма сигналу в резистивному колі практично не змінюється;
- як RC -коло впливає на високочастотні гармоніки;
- як RL -коло впливає на високочастотні гармоніки;
- чому напруги на різних елементах одного кола можуть мати різну форму;
- які чинники могли зумовити розбіжності між експериментом і розрахунком.

5. Контрольні питання та завдання:

1. Що називають несинусоїдальним періодичним сигналом?
2. У чому полягає сутність теореми Фур'є?
3. Які складові входять до ряду Фур'є для періодичної функції?
4. Що називають основною гармонікою?
5. Що називають вищими гармоніками?
6. Як пов'язані частоти гармонік із частотою основної гармоніки?
7. Які гармоніки містить симетрична трикутна напруга?
8. Чому в симетричній трикутній напрузі відсутня постійна складова?
9. Чому в трикутному сигналі відсутні парні гармоніки?
10. За яким законом зменшуються амплітуди гармонік трикутної напруги?
11. Як визначається амплітуда k -ї гармоніки трикутної напруги?
12. У чому полягає метод накладання для кіл з несинусоїдальними сигналами?
13. Чому метод накладання можна застосовувати лише до лінійних електричних кіл?
14. Як визначається індуктивний опір для k -ї гармоніки?
15. Як визначається ємнісний опір для k -ї гармоніки?



16. Як змінюється індуктивний опір зі збільшенням номера гармоніки?
17. Як змінюється ємнісний опір зі збільшенням номера гармоніки?
18. Чому резистивне коло не змінює форму несинусоїдального сигналу?
19. Чому RC -коло з виходом на конденсаторі згладжує трикутну напругу?
20. Чому RL -коло з виходом на індуктивності підкреслює високочастотні складові?
21. Як визначається діюче значення несинусоїдальної напруги?
22. Чому діючі значення гармонік додаються квадратично?
23. Як визначається активна потужність у колі з несинусоїдальним сигналом?
24. Чому напруги на різних елементах одного кола можуть мати різну форму?
25. Як перевірити другий закон Кірхгофа для кожної гармоніки?
26. Чому не можна просто алгебраїчно додавати діючі значення напруг різних гармонік?
27. Які фактори можуть спричинити розбіжність між розрахунковими та експериментальними результатами?
28. Як внутрішній опір генератора впливає на результати вимірювань?
29. Чому під час експерименту доцільно досліджувати окремі гармоніки синусоїдальним сигналом?
30. Яке практичне значення має гармонічний аналіз у системах автоматизації та електроніки?
31. Індивідуальне розрахункове завдання. Для заданих параметрів електричних кіл:

$$R, \quad L, \quad C, \quad U_m, \quad f_1.$$

Необхідно:

- розрахувати амплітуди першої, третьої та п'ятої гармонік трикутної напруги;
- визначити діючі значення цих гармонік;
- розрахувати частоти гармонік f_1, f_3, f_5 ;
- визначити кутові частоти $\omega_1, \omega_3, \omega_5$;
- для RC -кола розрахувати ємнісні опори $X_{C_1}, X_{C_3}, X_{C_5}$;
- для RL -кола розрахувати індуктивні опори $X_{L_1}, X_{L_3}, X_{L_5}$;
- визначити коефіцієнти передачі RC -кола за напругою на конденсаторі для кожної гармоніки;
- визначити коефіцієнти передачі RL -кола за напругою на індуктивності для кожної гармоніки;
- розрахувати амплітуди напруг на конденсаторі для першої, третьої



та п'ятої гармонік;

- розрахувати амплітуди напруг на індуктивності для першої, третьої та п'ятої гармонік;

- визначити результуюче діюче значення напруги на конденсаторі;

- визначити результуюче діюче значення напруги на індуктивності;

- перевірити виконання другого закону Кірхгофа для кожної гармоніки;

- побудувати очікувану форму вхідної трикутної напруги за першими трьома непарними гармоніками;

- побудувати очікувану форму напруги на конденсаторі RC -кола;

- побудувати очікувану форму напруги на індуктивності RL -кола;

- порівняти розрахункові результати з експериментальними осцилограмами;

- сформулювати висновок щодо впливу частотно-залежних реактивних опорів на форму несинусоїдальних напруг і струмів у лінійних електричних колах.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7 ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

Метою роботи є експериментальне дослідження перехідних процесів у лінійних електричних колах першого порядку, визначення сталих часу RC - та RL -кіл за осцилограмами напруг на елементах схем, а також порівняння експериментальних результатів із теоретичними розрахунками.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити фізичну природу перехідних процесів у колах з ємністю та індуктивністю;
- розглянути закони комутації для конденсатора та індуктивності;
- отримати аналітичні залежності напруг і струмів у RC - та RL -колах першого порядку;
- визначити сталу часу електричного кола за параметрами елементів;
- експериментально дослідити процес заряджання та розряджання конденсатора;
- експериментально дослідити процес наростання та спадання струму в індуктивному колі;
- зняти осцилограми вхідної прямокутної напруги та напруг на елементах досліджуваних схем;
- визначити сталу часу за осцилограмами;
- порівняти розрахункові та експериментальні значення сталої часу;
- оцінити похибки вимірювань і встановити можливі причини розбіжностей.

1. Теоретичні відомості

Перехідними процесами називають процеси зміни струмів і напруг в електричному колі, які виникають після комутації, тобто після вмикання, вимикання або зміни структури чи параметрів кола. Перехідний процес триває доти, доки електричне коло не перейде з одного усталеного режиму до іншого.

У колах постійного струму з резистивними елементами зміна струмів і напруг відбувається практично миттєво. Однак у колах, що містять реактивні елементи – конденсатори та індуктивності, миттєва зміна деяких електричних величин неможлива через необхідність зміни запасеної енергії.

Конденсатор накопичує енергію в електричному полі, а індуктивність – у магнітному полі. Оскільки енергія не може змінюватися стрибком, то й пов'язані з нею електричні величини також змінюються неперервно. Саме ця властивість визначає характер перехідних процесів у лінійних електричних колах першого порядку.



Кола першого порядку містять один незалежний реактивний елемент: або конденсатор, або індуктивність. Їхній математичний опис зводиться до диференційного рівняння першого порядку, розв'язком якого є експоненціальна функція.

1.1. Диференційні співвідношення для реактивних елементів

Для конденсатора струм визначається швидкістю зміни напруги на його обкладках:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}, \quad (7.1)$$

де $i_C(t)$ – миттєве значення струму через конденсатор, А;

$u_C(t)$ – миттєве значення напруги на конденсаторі, В;

C – ємність конденсатора, Ф;

t – час, с.

Якщо напруга на конденсаторі є сталою:

$$u_C(t) = \text{const}, \quad (7.2)$$

то

$$\frac{du_C(t)}{dt} = 0, \quad (7.3)$$

а, отже

$$i_C(t) = 0. \quad (7.4)$$

Тому в усталеному режимі постійного струму ідеальний конденсатор еквівалентний розриву кола.

Для індуктивності напруга визначається швидкістю зміни струму:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}, \quad (7.5)$$

де $u_L(t)$ – миттєве значення напруги на індуктивності, В;

$i_L(t)$ – миттєве значення струму через індуктивність, А;

L – індуктивність, Гн.

Якщо струм через індуктивність є сталим:

$$i_L(t) = \text{const}, \quad (7.6)$$

то



$$\frac{di_L(t)}{dt} = 0, \quad (7.7)$$

а, отже,

$$u_L(t) = 0. \quad (7.8)$$

Тому в усталеному режимі постійного струму ідеальна індуктивність еквівалентна короткому замиканню.

1.2. Енергія, запасена в конденсаторі та індуктивності

Енергія електричного поля, запасена в конденсаторі, визначається формулою:

$$W_C = \frac{C \cdot U_C^2}{2}, \quad (7.9)$$

де W_C – енергія електричного поля, Дж;

U_C – напруга на конденсаторі, В.

Енергія магнітного поля, запасена в індуктивності:

$$W_L = \frac{L \cdot I_L^2}{2}, \quad (7.10)$$

де W_L – енергія магнітного поля, Дж;

I_L – струм через індуктивність, А.

Оскільки миттєва зміна енергії потребувала б нескінченно великої потужності, у реальному електричному колі така зміна неможлива. Звідси впливають основні закони комутації.

1.3. Закони комутації

Перший закон комутації стосується конденсатора. Напруга на конденсаторі не може змінюватися стрибком:

$$u_C(0^-) = u_C(0^+), \quad (7.11)$$

де 0^- – момент часу безпосередньо перед комутацією;

0^+ – момент часу безпосередньо після комутації.

Це означає, що якщо до комутації конденсатор був незарядженим, то в перший момент після підключення джерела його напруга також дорівнює нулю:



$$u_c(0^-) = 0; \quad (7.12)$$

$$u_c(0^+) = 0. \quad (7.13)$$

Другий закон комутації стосується індуктивності. Струм через індуктивність не може змінюватися стрибком:

$$i_L(0^-) = i_L(0^+). \quad (7.14)$$

Якщо до комутації струм через індуктивність дорівнював нулю, то в перший момент після комутації він також буде нульовим:

$$i_L(0^-) = 0; \quad (7.15)$$

$$i_L(0^+) = 0. \quad (7.16)$$

Закони комутації дають змогу визначати початкові умови для розрахунку перехідних процесів.

1.4. Вимушена та вільна складові перехідного процесу

Будь-яка електрична величина в перехідному режимі може бути подана як сума двох складових:

$$x(t) = x_{\text{вимуш}}(t) + x_{\text{вільн}}(t), \quad (7.17)$$

де $x(t)$ – повне значення струму або напруги;

$x_{\text{вимуш}}(t)$ – вимушена складова;

$x_{\text{вільн}}(t)$ – вільна складова.

Вимушена складова визначає усталений режим після завершення перехідного процесу. Вільна складова характеризує власний процес переходу від початкового до нового усталеного стану.

Для лінійного кола першого порядку вільна складова змінюється за експоненціальним законом:

$$x_{\text{вільн}}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7.18)$$

де A – стала інтегрування, що визначається початковими умовами;
 τ – стала часу електричного кола, с.



У загальному вигляді перехідний процес першого порядку можна записати так:

$$x(t) = x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7.19)$$

де $x(0^+)$ – значення величини одразу після комутації;

$x(\infty)$ – усталене значення після завершення перехідного процесу.

1.5. Стала часу електричного кола

Стала часу τ є основним параметром перехідного процесу в колах першого порядку. Вона характеризує швидкість наближення електричної величини до нового усталеного значення.

Для RC -кола стала часу дорівнює:

$$\tau_{RC} = R_{\Sigma} C, \quad (7.20)$$

де R_{Σ} – сумарний активний опір у колі заряджання або розряджання конденсатора, Ом;

C – ємність, Ф.

Якщо необхідно враховувати внутрішній опір генератора прямокутних імпульсів, то:

$$R_{\Sigma} = R_{\text{вн}} + R, \quad (7.21)$$

де $R_{\text{вн}}$ – внутрішній опір джерела сигналу, Ом;

R – активний опір зовнішнього резистора, Ом;

Для RL -кола стала часу визначається як:

$$\tau_{LC} = \frac{L}{R_{\Sigma}}, \quad (7.22)$$

де L – індуктивність, Гн.

Через час, що дорівнює одній сталій часу, експоненціальна спадна складова зменшується до рівня:

$$e^{-1} \approx 0,368. \quad (7.23)$$

Відповідно, величина, що наростає до усталеного значення, досягає рівня:

$$1 - e^{-1} \approx 0,632. \quad (7.24)$$



Через час 5τ експоненціальна складова зменшується до значення:

$$e^{-5} \approx 0,007. \quad (7.25)$$

Тому на практиці вважають, що перехідний процес завершується приблизно через:

$$t_{\text{пп}} = 5\tau. \quad (7.26)$$

1.6. Значення експоненціальних функцій у масштабі часу

Для побудови та аналізу перехідних характеристик зручно використовувати безрозмірний час:

$$\frac{t}{\tau}. \quad (7.27)$$

Значення експоненціальних функцій для кіл першого порядку наведено в табл. 7.1. Побудову таких функцій зручно проводити в масштабі часу, кратному τ (див. рис. 7.1).

Таблиця 7.1 – Значення експоненціальних функцій для кіл першого порядку

t	$e^{-\frac{t}{\tau}}$	$1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$
0	1,000	0
τ	0,368	0,632
$2 \cdot \tau$	0,135	0,865
$3 \cdot \tau$	0,050	0,950
$4 \cdot \tau$	0,018	0,982
$5 \cdot \tau$	0,007	0,993

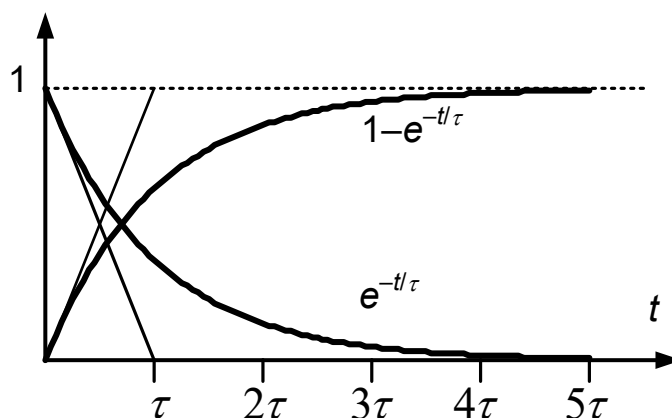


Рис. 7.1 – Графік перехідного процесу для кіл 1 порядку

1.7. Перехідний процес у RC -колі

Розглянемо послідовне RC -коло, яке складається з джерела напруги, активного опору та конденсатора, яке наведено на рис. 7.2.

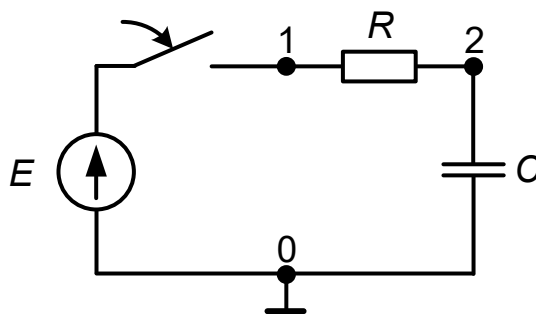


Рис. 7.2 – Схема RC -кола першого порядку

Після підключення незарядженого конденсатора до джерела постійної напруги E для кола можна записати рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$E = u_R(t) + u_C(t). \quad (7.28)$$

Оскільки

$$u_R(t) = i(t) \cdot R, \quad (7.29)$$

а

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}, \quad (7.30)$$

то

$$E = RC \frac{du_C(t)}{dt} + du_C(t). \quad (7.31)$$

З урахуванням сталої часу

$$\tau_{RC} = RC \quad (7.32)$$

диференціальне рівняння набуває вигляду:

$$\tau_{RC} \frac{du_C(t)}{dt} + du_C(t) = E. \quad (7.33)$$

Якщо початкова напруга на конденсаторі дорівнює нулю:

$$u_C(0) = 0, \quad (7.34)$$



то напруга на конденсаторі під час заряджання визначається як:

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}} \right). \quad (7.35)$$

Струм у колі:

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}. \quad (7.36)$$

Напруга на активному опорі:

$$u_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}. \quad (7.37)$$

Отже, під час заряджання конденсатора напруга на ньому наростає за експоненціальним законом, а струм і напруга на резисторі спадають за експоненціальним законом.

Під час розряджання конденсатора, якщо початкова напруга на ньому дорівнює U_{C0} , маємо:

$$u_C(t) = U_{C0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}; \quad (7.38)$$

$$i(t) = -\frac{U_{C0}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}. \quad (7.39)$$

Знак «мінус» означає, що струм розряджання має напрям, протилежний струму заряджання.

1.8. Перехідний процес у RL -колі

Розглянемо послідовне RL -коло, яке складається з джерела напруги, активного опору та індуктивності, схему наведено на рис. 7.3.

Після підключення RL -кола до джерела постійної напруги E рівняння за другим законом Кірхгофа має вигляд:

$$E = u_R(t) + u_L(t). \quad (7.40)$$

Оскільки

$$u_R(t) = i(t) \cdot R, \quad (7.41)$$

а



$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}, \quad (7.42)$$

одержимо:

$$E = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}. \quad (7.43)$$

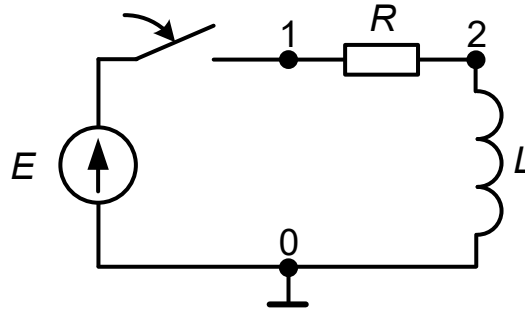


Рис. 7.3 – Схема RL -кола першого порядку

З урахуванням сталої часу

$$\tau_{RL} = \frac{L}{R}. \quad (7.44)$$

рівняння можна записати у вигляді:

$$\tau_{RL} \frac{di(t)}{dt} + di(t) = \frac{E}{R}. \quad (7.45)$$

Якщо початковий струм через індуктивність дорівнює нулю:

$$i(t) = 0. \quad (7.46)$$

то струм у колі під час наростання визначається як:

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}} \right). \quad (7.47)$$

Напруга на активному опорі:

$$u_R(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}} \right). \quad (7.48)$$



Напруга на індуктивності:

$$u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}}. \quad (7.49)$$

Отже, у момент підключення джерела напруга на індуктивності має максимальне значення, а струм у колі дорівнює нулю. З часом напруга на індуктивності спадає, а струм зростає до усталеного значення.

Під час вимикання джерела або спадання струму в індуктивному колі струм змінюється за законом:

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}}, \quad (7.50)$$

де I_0 – початковий струм у момент початку спадання.

1.9. Використання прямокутної напруги для дослідження перехідних процесів

Для експериментального дослідження перехідних процесів зручно використовувати прямокутну періодичну напругу (див. рис. 7.4). Кожен фронт такої напруги можна розглядати як комутацію: перехід від одного рівня напруги до іншого.

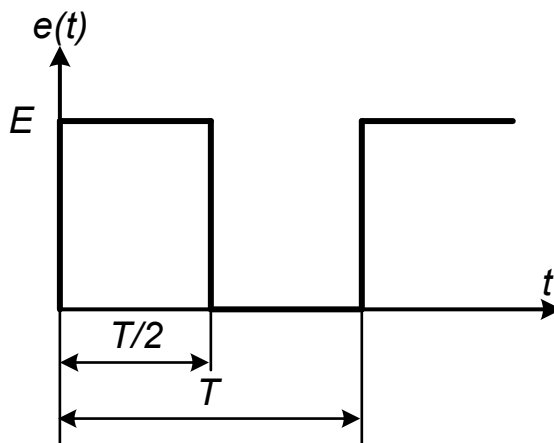


Рис. 7.4 – Прямокутна напруга як вхідний сигнал

Щоб перехідний процес встиг завершитися протягом одного півперіоду, має виконуватися умова:

$$\frac{T}{2} \geq 5\tau. \quad (7.51)$$



Оскільки

$$T = \frac{1}{f}, \quad (7.52)$$

то частота генератора повинна задовольняти умову:

$$f \leq \frac{1}{10\tau}. \quad (7.53)$$

Якщо ця умова не виконується, то новий фронт прямокутної напруги настає раніше, ніж завершується попередній перехідний процес. У такому разі форма напруг на реактивних елементах спотворюється, а визначення сталої часу стає менш точним.

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель електричного кола;
- генератор прямокутних імпульсів;
- резистори із заданими номінальними значеннями;
- конденсатор;
- індуктивність;
- осцилограф для спостереження перехідних процесів;
- вольтметри або вимірювальні канали осцилографа для визначення амплітуд напруг;
- з'єднувальні провідники;
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
- засоби інженерних розрахунків і обробки експериментальних даних.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Попередній розрахунок параметрів RC -кола:

- за параметрами лабораторного макета визначити:

$$R, \quad C, \quad R_{\text{вн}};$$

- визначити сумарний активний опір кола:

$$R_{\Sigma} = R_{\text{вн}} + R; \quad (7.54)$$

- розрахувати сталу часу RC -кола:



$$\tau_{RC} = R_{\Sigma} \cdot C; \quad (7.55)$$

– визначити орієнтовну тривалість перехідного процесу:

$$t_{пп} \approx 5 \cdot \tau_{RC}; \quad (7.56)$$

– визначити максимально допустиму частоту прямокутної напруги:

$$f_{\max} = \frac{1}{10 \cdot \tau_{RC}}; \quad (7.57)$$

– вибрати частоту генератора так, щоб виконувалась умова:

$$f \leq f_{\max}. \quad (7.58)$$

3.2. Попередній розрахунок параметрів *RL*-кола:

– за параметрами лабораторного макета визначити:

$$R, \quad L, \quad R_{BH};$$

– визначити сумарний активний опір:

$$R_{\Sigma} = R_{BH} + R; \quad (7.59)$$

– розрахувати сталу часу *RL*-кола:

$$\tau_{RL} = \frac{L}{R_{\Sigma}}; \quad (7.60)$$

– визначити орієнтовну тривалість перехідного процесу:

$$t_{пп} \approx 5 \cdot \tau_{RL}; \quad (7.61)$$

– визначити максимально допустиму частоту генератора:

$$f_{\max} = \frac{1}{10 \cdot \tau_{RL}}; \quad (7.62)$$

– вибрати робочу частоту генератора з умови:

$$f \leq f_{\max}. \quad (7.63)$$

3.3. Налаштування генератора прямокутної напруги

- установити на генераторі прямокутну форму напруги;
- за осцилограмою вихідної напруги генератора в режимі холостого ходу встановити амплітуду:

$$E = 5 \text{ В};$$

- установити частоту, визначену за результатами попередніх розрахунків;
- переконатися, що тривалість додатного або від'ємного імпульсу є достатньою для завершення перехідного процесу:

$$\frac{T}{2} \geq 5 \cdot \tau. \quad (7.64)$$

3.4. Дослідження перехідного процесу в RC -колі

- зібрати схему дослідження RC -кола відповідно до рис. 7.5.

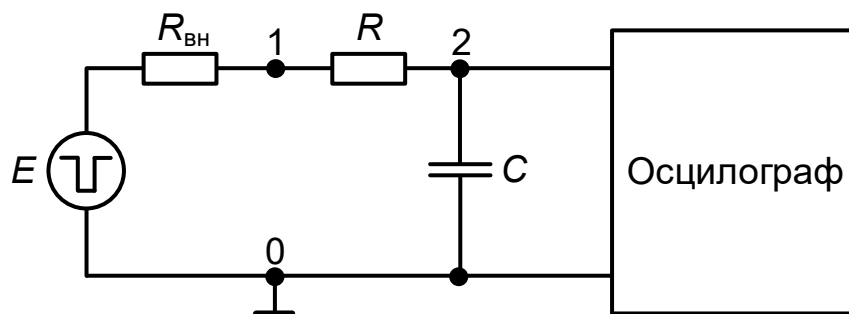


Рис. 7.5 – Схема підключення RC -кола до генератора прямокутної напруги

- підключити канали осцилографа для спостереження:

$$u_{\text{вх}}(t), \quad u_C(t), \quad u_R(t);$$

- зняти осцилограми вхідної прямокутної напруги, напруги на конденсаторі та напруги на резисторі;
- за осцилограмою напруги на конденсаторі визначити експериментальну сталу часу:

$$\tau_{RC \text{ експ}}; \quad (7.65)$$

- за осцилограмою напруги на резисторі додатково перевірити значення сталої часу;

– перевірити виконання другого закону Кірхгофа для миттєвих значень напруг:

$$u_{\text{вх}}(t) = u_R(t) + u_L(t). \quad (7.66)$$

3.5. Дослідження перехідного процесу в RL -колі:

– зібрати схему дослідження RL -кола відповідно до рис. 7.6.

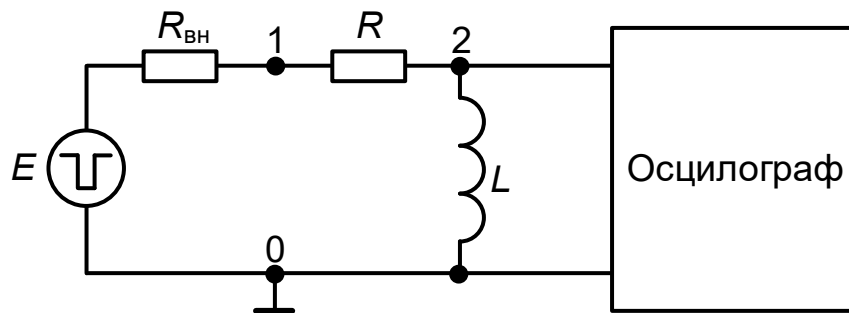


Рис. 7.6 – Схема підключення RL -кола до генератора прямокутної напруги

– підключити канали осцилографа для спостереження:

$$u_{\text{вх}}(t), \quad u_L(t), \quad u_R(t);$$

– зняти осцилограми вхідної прямокутної напруги, напруги на резисторі та напруги на індуктивності;

– за осцилограмою напруги на резисторі визначити експериментальну сталу часу:

$$\tau_{RL \text{ експ}}; \quad (7.67)$$

– оскільки напруга на резисторі пропорційна струму:

$$u_R(t) = R \cdot i(t), \quad (7.68)$$

за її наростанням можна визначити характер зміни струму в RL -колі;

– за осцилограмою напруги на індуктивності додатково перевірити значення сталої часу.

– перевірити виконання другого закону Кірхгофа для миттєвих значень:

$$u_{\text{вх}}(t) = u_R(t) + u_L(t). \quad (7.69)$$



3.7. Аналіз форми осцилограм

Для RC -кола необхідно встановити:

- чи має напруга на конденсаторі експоненціальний характер наростання та спадання;
- чи спадає напруга на резисторі за експоненціальним законом під час заряджання конденсатора;
- чи відповідає експериментальна стала часу розрахунковому значенню;
- як змінюється тривалість перехідного процесу залежно від R та C .

Для RL -кола необхідно встановити:

- чи наростає струм у колі за експоненціальним законом;
- чи спадає напруга на індуктивності за експоненціальним законом;
- чи відповідає експериментальна стала часу розрахунковому значенню;
- як змінюється тривалість перехідного процесу залежно від L та R .

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості щодо перехідних процесів у колах першого порядку;
- закони комутації для конденсатора та індуктивності;
- електричні схеми досліджуваних RC - та RL -кіл;
- параметри елементів R , C , L , $R_{вн}$;
- розрахунок сумарного активного опору R_{Σ} ;
- розрахунок сталої часу RC -кола;
- розрахунок сталої часу RL -кола;
- визначення допустимої частоти генератора прямокутної напруги;
- осцилограми вхідної напруги в режимі холостого ходу;
- осцилограми напруг на елементах RC -кола;
- осцилограми напруг на елементах RL -кола;
- експериментальне визначення сталих часу за осцилограмами;
- аналітичні вирази для $u_C(t)$, $u_R(t)$, $i(t)$ у RC -колі;
- аналітичні вирази для $i(t)$, $u_R(t)$, $u_L(t)$ у RL -колі;
- перевірку другого закону Кірхгофа для миттєвих значень напруг;
- порівняння розрахункових і експериментальних значень сталих часу;
- оцінку похибок вимірювання;
- висновки за результатами роботи;
- відповіді на контрольні запитання.



У висновках необхідно зазначити:

- які електричні кола першого порядку було досліджено;
- який фізичний зміст має стала часу;
- як змінюється напруга на конденсаторі під час заряджання та розряджання;
- як змінюється струм в індуктивному колі після комутації;
- чому напруга на конденсаторі та струм через індуктивність не змінюються стрибком;
- наскільки експериментальні значення сталих часу узгоджуються з розрахунковими;
- які чинники могли спричинити розбіжності між теоретичними та експериментальними результатами.

5. Контрольні запитання та завдання:

1. Що називають перехідним процесом в електричному колі?
2. Що називають комутацією електричного кола?
3. Які електричні кола називають колами першого порядку?
4. Чому RC - та RL -кола описуються диференційними рівняннями першого порядку?
5. Запишіть диференційне співвідношення для струму через конденсатор.
6. Запишіть диференційне співвідношення для напруги на індуктивності.
7. Чому в усталеному режимі постійного струму конденсатор еквівалентний розриву кола?
8. Чому в усталеному режимі постійного струму індуктивність еквівалентна короткому замиканню?
9. Яка енергія накопичується в конденсаторі?
10. Яка енергія накопичується в індуктивності?
11. Сформулюйте перший закон комутації.
12. Сформулюйте другий закон комутації.
13. Чому напруга на конденсаторі не може змінюватися стрибком?
14. Чому струм через індуктивність не може змінюватися стрибком?
15. Що називають початковими умовами?
16. Що називають вимушеною складовою перехідного процесу?
17. Що називають вільною складовою перехідного процесу?
18. Яка функція є розв'язком диференційного рівняння першого порядку?
19. Що називають сталою часу електричного кола?
20. Як визначається стала часу RC -кола?
21. Як визначається стала часу RL -кола?
22. Через який час перехідний процес практично вважають завершеним?
23. Як визначити сталу часу за осцилограмою наростання напруги?



24. Як визначити сталу часу за осцилограмою спадання напруги?
25. Чому для дослідження перехідних процесів використовують прямокутну напругу?
26. Якою має бути тривалість півперіоду прямокутного сигналу для коректного дослідження перехідного процесу?
27. Як внутрішній опір генератора впливає на сталу часу RC -кола?
28. Як внутрішній опір генератора впливає на сталу часу RL -кола?
29. Як перевірити другий закон Кірхгофа за осцилограмами миттєвих напруг?
30. Які фактори можуть спричинити розбіжності між експериментальною та розрахунковою сталою часу?
31. Індивідуальне розрахункове завдання. Для заданих параметрів електричних кіл:

$$R, \quad R_{\text{вн}}, \quad C, \quad L, \quad E.$$

Необхідно:

- визначити сумарний активний опір кола R_{Σ} ;
- розрахувати сталу часу RC -кола τ_{RC} ;
- розрахувати сталу часу RL -кола τ_{RL} ;
- визначити тривалість перехідного процесу для RC -кола;
- визначити тривалість перехідного процесу для RL -кола;
- визначити максимально допустиму частоту генератора прямокутної напруги для RC -кола;
- визначити максимально допустиму частоту генератора прямокутної напруги для RL -кола;
- записати рівняння напруги на конденсаторі під час заряджання;
- записати рівняння напруги на конденсаторі під час розряджання;
- записати рівняння струму в RL -колі під час наростання;
- записати рівняння напруги на індуктивності під час перехідного процесу;
- розрахувати значення $u_C(t)$ для моментів часу $t = \tau, 2\tau, 3\tau, 4\tau, 5\tau$;
- розрахувати значення $i_L(t)$ для моментів часу $t = \tau, 2\tau, 3\tau, 4\tau, 5\tau$;
- побудувати графік заряджання конденсатора;
- побудувати графік спадання напруги на резисторі в RC -колі;
- побудувати графік наростання струму в RL -колі;
- побудувати графік спадання напруги на індуктивності;
- порівняти теоретичні графіки з експериментальними осцилограмами;
- визначити відносну похибку експериментального визначення сталої часу;
- сформулювати висновок щодо впливу параметрів R, C, L та $R_{\text{вн}}$ на тривалість перехідних процесів у лінійних електричних колах першого порядку.



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8 ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Метою роботи є експериментальне дослідження перехідних процесів у лінійних електричних колах другого порядку, визначення характеру перехідного процесу за коренями характеристичного рівняння, встановлення параметрів загасання та власних коливань за осцилограмами напруг на елементах RLC -кола, а також порівняння експериментальних результатів із теоретичними розрахунками.

У процесі виконання лабораторної роботи передбачається:

- дослідити перехідні процеси в послідовному RLC -колі;
- скласти диференційне рівняння другого порядку для досліджуваного електричного кола;
- отримати характеристичне рівняння та визначити його корені;
- установити залежність характеру перехідного процесу від активного опору кола;
- розглянути аперіодичний, критичний та коливальний режими перехідного процесу;
- визначити коефіцієнт загасання, власну кутову частоту та частоту загасаючих коливань;
- дослідити вплив внутрішнього опору генератора прямокутних імпульсів на форму перехідного процесу;
- зняти осцилограми напруг на індуктивності, конденсаторі та активному опорі;
- експериментально визначити період власних коливань, частоту загасаючих коливань і сталу часу загасання;
- порівняти експериментальні та розрахункові параметри перехідного процесу;
- оцінити похибки та пояснити можливі причини розбіжностей між теоретичними й експериментальними результатами.

1. Теоретичні відомості

Електричні кола другого порядку – це кола, які містять два незалежні реактивні елементи, наприклад індуктивність і конденсатор. Такі кола описуються диференційними рівняннями другого порядку, оскільки енергія може періодично переходити з електричного поля конденсатора в магнітне поле індуктивності та навпаки.

Перехідні процеси в RLC -колах мають складніший характер порівняно з колами першого порядку. Залежно від співвідношення активного опору, індуктивності та ємності перехідний процес може бути:

- аперіодичним;
- критичним;
- коливальним із загасанням.

Фізично це пояснюється тим, що індуктивність і конденсатор можуть обмінюватися енергією, а активний опір розсіює частину цієї енергії у вигляді теплоти. Якщо втрати енергії є малими, у колі виникають загасаючі електромагнітні коливання. Якщо втрати значні, коливання не виникають, а перехід до нового усталеного режиму відбувається аперіодично.

1.1. Послідовне RLC -коло як коло другого порядку

Типове послідовне RLC -коло складається з активного опору, індуктивності та конденсатора, з'єднаних послідовно з джерелом напруги, як наведено на рис. 8.1.

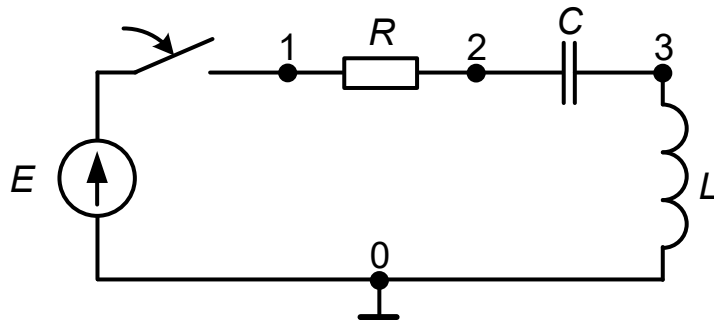


Рис. 8.1 – Схема послідовного RLC -кола для дослідження перехідних процесів

Сумарний активний опір кола визначається як:

$$R_{\Sigma} = R_{\text{вн}} + R. \quad (8.1)$$

У реальному колі до R_{Σ} також можуть входити активний опір обмотки індуктивності, опір з'єднувальних провідників і внутрішні втрати джерела сигналу.

1.2. Диференційне рівняння послідовного RLC -кола

Для послідовного RLC -кола за другим законом Кірхгофа можна записати:

$$E(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t). \quad (8.2)$$

Напруга на активному опорі:

$$u_R(t) = R \cdot i(t). \quad (8.3)$$



Напруга на індуктивності:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}. \quad (8.4)$$

Струм через конденсатор пов'язаний із напругою на ньому співвідношенням:

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}. \quad (8.5)$$

Для аналізу перехідного процесу зручно записати рівняння відносно струму. Диференціюючи рівняння (8.2) за умови, що на ділянці між фронтами прямокутного сигналу $E(t)=\text{const}$, одержимо:

$$0 = R_{\Sigma} \frac{di(t)}{dt} + L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{1}{C} i(t). \quad (8.6)$$

Після впорядкування:

$$L \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R_{\Sigma} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 0. \quad (8.7)$$

Поділивши рівняння на L , отримаємо нормовану форму:

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R_{\Sigma}}{L} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = 0. \quad (8.8)$$

Це диференціальне рівняння другого порядку, яке описує вільну складову струму в послідовному RLC -колі.

1.3. Характеристичне рівняння та його корені

Для рівняння (8.8) характеристичне рівняння має вигляд:

$$p^2 + \frac{R_{\Sigma}}{L} \cdot p + \frac{1}{LC} = 0. \quad (8.9)$$

Корені характеристичного рівняння:

$$p_{1,2} = -\frac{R_{\Sigma}}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R_{\Sigma}}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}. \quad (8.10)$$



Введемо позначення:

$$\alpha = \frac{R_{\Sigma}}{2L}; \quad (8.11)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (8.12)$$

де α – коефіцієнт загасання, с^{-1} ;

ω_0 – власна кутова частота незагасаючого кола, рад/с .

Тоді характеристичне рівняння можна записати так:

$$p^2 + 2\alpha \cdot p + \omega_0^2 = 0. \quad (8.13)$$

Корені:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (8.14)$$

Характер перехідного процесу визначається знаком виразу:

$$D = \alpha^2 - \omega_0^2. \quad (8.15)$$

1.4. Класифікація перехідних процесів у RLC-колі

Залежно від співвідношення між α та ω_0 можливі три режими перехідного процесу.

1.4.1. Аперіодичний режим

Якщо

$$\alpha > \omega_0, \quad (8.16)$$

то

$$D > 0. \quad (8.17)$$

Корені характеристичного рівняння є дійсними, від'ємними та різними:

$$p_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}; \quad (8.18)$$

$$p_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (8.19)$$



У цьому випадку вільна складова струму має вигляд:

$$i_{\text{вільн}}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t}, \quad (8.20)$$

де A_1 та A_2 – сталі інтегрування, що визначаються початковими умовами.

Перехідний процес не має коливань. Струм і напруги монотонно наближаються до усталених значень, як наведено на рис. 8.2.

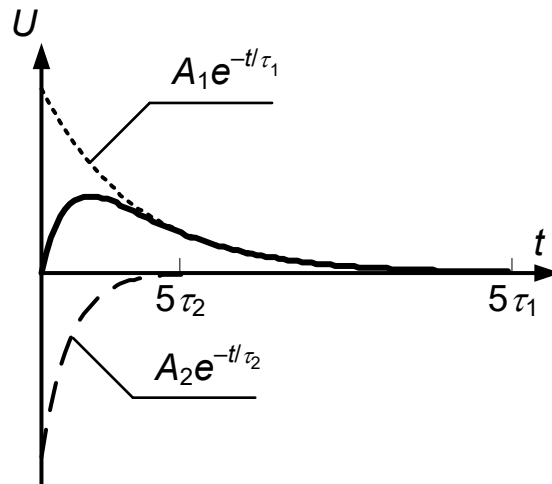


Рис. 8.2 – Аперіодичний характер перехідного процесу

1.4.2. Критичний режим

Якщо

$$\alpha = \omega_0, \quad (8.21)$$

то

$$D = 0. \quad (8.22)$$

Корені характеристичного рівняння однакові:

$$p_1 = p_2 = -\alpha. \quad (8.23)$$

Вільна складова має вигляд:

$$i_{\text{вільн}}(t) = (A_1 + A_2) \cdot e^{-\alpha t}. \quad (8.24)$$

Критичний режим є граничним між аперіодичним і коливальним режимами. У цьому випадку перехід до усталеного стану відбувається найшвидше без виникнення коливань.

1.4.3. Коливальний режим

Якщо

$$\alpha < \omega_0, \quad (8.25)$$

то

$$D < 0. \quad (8.26)$$

Корені характеристичного рівняння є комплексно-спряженими:

$$p_{1,2} = -\alpha + j\omega_d; \quad (8.27)$$

де

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (8.28)$$

– кутова частота загасаючих коливань, рад/с.

У цьому випадку вільна складова струму має вигляд:

$$i_{\text{вільн}}(t) = e^{-\alpha t} \cdot (A_1 \cdot \cos \omega_d t + A_2 \cdot \sin \omega_d t). \quad (8.29)$$

Перехідний процес має коливальний характер (див. рис. 8.3), а амплітуда коливань зменшується за експоненціальним законом:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\alpha t}. \quad (8.30)$$

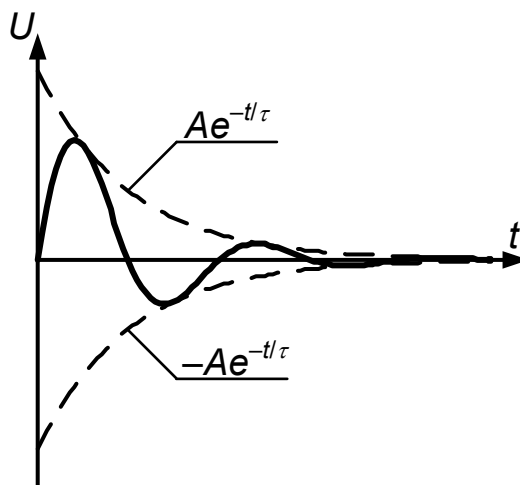


Рис. 8.3 – Загасаючий коливальний перехідний процес

1.5. Критичний опір RLC -кола

Межа між аперіодичним і коливальним режимами визначається умовою:



$$\alpha = \omega_0. \quad (8.31)$$

Підставивши (8.11) та (8.12), отримаємо:

$$\frac{R_{\Sigma}}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (8.32)$$

Звідси критичний опір:

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8.33)$$

Якщо

$$R_{\Sigma} < R_{\text{кр}}, \quad (8.34)$$

у колі виникає коливальний перехідний процес.

Якщо

$$R_{\Sigma} = R_{\text{кр}}, \quad (8.35)$$

у колі має місце критичний режим.

Якщо

$$R_{\Sigma} > R_{\text{кр}}, \quad (8.36)$$

перехідний процес є аперіодичним.

1.6. Використання прямокутної напруги для дослідження RLC-кола

У лабораторній роботі як джерело вхідної напруги використовується генератор прямокутних імпульсів (див. рис. 8.4). Кожен фронт прямокутного сигналу викликає новий перехідний процес у RLC -колі.

Щоб перехідний процес завершувався до появи наступного фронту, повинна виконуватися умова:

$$\frac{T}{2} \geq t_{\text{пп}}. \quad (8.37)$$

Для коливального режиму:

$$\frac{T}{2} \geq \frac{5}{\alpha}. \quad (8.38)$$

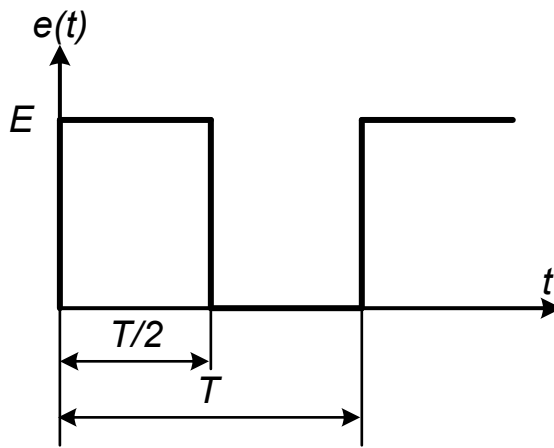


Рис. 8.4 – Прямокутна напруга як вхідний сигнал

Звідси робоча частота генератора має задовольняти умову:

$$f \leq \frac{\alpha}{10}. \quad (8.39)$$

Для аперіодичного режиму тривалість перехідного процесу визначається повільнішою експоненціальною складовою:

$$\tau_{\max} = \max \left(-\frac{1}{p_1}, -\frac{1}{p_2} \right). \quad (8.40)$$

Тоді:

$$t_{\text{пп}} \approx 5\tau_{\max}; \quad (8.41)$$

$$f \leq \frac{1}{10\tau_{\max}}. \quad (8.42)$$

2. Обладнання, вимірювальні прилади та програмні засоби

Для виконання лабораторної роботи використовуються:

- лабораторний макет або комп'ютерна модель послідовного RLC -кола;
- генератор прямокутних імпульсів із можливістю встановлення внутрішнього опору;
- індуктивність із заданим номінальним значенням;
- конденсатор із заданою ємністю;
- активний резистор або резистивний елемент кола;
- осцилограф для спостереження перехідних процесів;
- вимірювальні канали осцилографа для реєстрації напруг на R, L, C ;
- з'єднувальні провідники;

- 
- програмне середовище схемотехнічного моделювання;
 - засоби інженерних розрахунків і побудови графіків.

3. Порядок виконання роботи

3.1. Попередній розрахунок параметрів RLC-кола:

- за параметрами лабораторного макета визначити:

$$R, \quad L, \quad C;$$

- для першого досліду прийняти:

$$R_{BH} = 50 \text{ Ом};$$

- розрахувати сумарний активний опір:

$$R_{\Sigma 1} = R_{BH} + R; \quad (8.43)$$

- визначити коефіцієнт загасання:

$$\alpha_1 = \frac{R_{\Sigma 1}}{2L}; \quad (8.44)$$

- розрахувати власну кутову частоту:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad (8.45)$$

- визначити дискримінант:

$$D_1 = \alpha_1^2 - \omega_0^2; \quad (8.46)$$

- за знаком D_1 установити характер перехідного процесу.
- якщо $D_1 < 0$, розрахувати кутову частоту загасаючих коливань:

$$\omega_{d1} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha_1^2}; \quad (8.47)$$

- розрахувати частоту загасаючих коливань:

$$f_{d1} = \frac{\omega_{d1}}{2\pi}; \quad (8.48)$$



– визначити період загасаючих коливань:

$$T_{d1} = \frac{1}{f_{d1}}; \quad (8.49)$$

– розрахувати сталу часу загасання амплітуди:

$$\tau_{\alpha 1} = \frac{1}{\alpha_1}; \quad (8.50)$$

– визначити допустиму частоту генератора:

$$f_{\text{ген1}} \leq \frac{1}{10\tau_{\alpha 1}}. \quad (8.51)$$

3.2. Розрахунок параметрів для другого режиму:

– для другого досліду прийняти:

$$R_{\text{BH}} = 600 \text{ Ом};$$

– розрахувати сумарний активний опір:

$$R_{\Sigma 2} = R_{\text{BH}} + R; \quad (8.52)$$

– визначити коефіцієнт загасання:

$$\alpha_2 = \frac{R_{\Sigma 2}}{2L}; \quad (8.53)$$

– визначити дискримінант:

$$D_2 = \alpha_2^2 - \omega_0^2; \quad (8.54)$$

– за знаком D_2 установити характер перехідного процесу;

– якщо $D_2 > 0$, визначити корені характеристичного рівняння:

$$p_{1,2} = -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \omega_0^2}; \quad (8.55)$$

– визначити сталі часу обох експоненціальних складових:



$$\tau_1 = -\frac{1}{\rho_1}; \quad (8.56)$$

$$\tau_2 = -\frac{1}{\rho_2}; \quad (8.57)$$

– вибрати більшу сталу часу:

$$\tau_{\max} = \max(\tau_1, \tau_2); \quad (8.58)$$

– визначити допустиму частоту генератора:

$$f_{\text{ген2}} \leq \frac{1}{10\tau_{\max}}. \quad (8.59)$$

3.3. Налаштування генератора прямокутних імпульсів:

- установити прямокутну форму вихідної напруги генератора;
- у режимі холостого ходу встановити амплітуду напруги:

$$E = 5 \text{ В};$$

– для першого досліду встановити внутрішній опір генератора:

$$R_{\text{вн}} = 50 \text{ Ом};$$

– установити частоту генератора відповідно до попереднього розрахунку;

– перевірити виконання умови завершення перехідного процесу в межах одного півперіоду:

$$\frac{T}{2} \geq t_{\text{пп}}. \quad (8.60)$$

3.4. Дослідження RLC -кола при $R_{\text{вн}} = 50 \text{ Ом}$:

– зібрати електричну схему відповідно до рис. 8.5.

– підключити канали осцилографа для спостереження:

$$u_{\text{вх}}(t), \quad u_R(t), \quad u_L(t), \quad u_C(t);$$

– зняти осцилограму вхідної напруги генератора в режимі холостого



ходу;

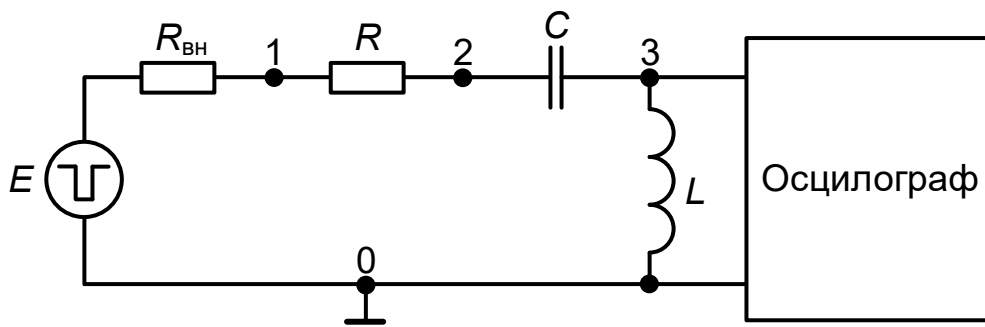


Рис. 8.5 – Схема дослідження перехідного процесу в послідовному RLC -колі

- зняти осцилограми напруг на активному опорі, індуктивності та конденсаторі;
- якщо процес має коливальний характер, за осцилограмою визначити:

$$T_d \text{ експ,} \quad f_d \text{ експ,} \quad \omega_d \text{ експ,} \quad \alpha_{\text{експ,}} \quad \tau_{\alpha \text{ експ.}}$$

3.5. Дослідження RLC -кола при $R_{BH} = 600 \text{ Ом}$:

- установити внутрішній опір генератора:

$$R_{BH} = 600 \text{ Ом;}$$

- не змінюючи параметрів L та C , повторити попередній розрахунок коренів характеристичного рівняння;
- установити частоту генератора, визначену за умовою завершення перехідного процесу.
- зняти осцилограми:

$$u_{BX}(t), \quad u_R(t), \quad u_L(t), \quad u_C(t);$$

- якщо процес має аперіодичний характер, за осцилограмою визначити часові параметри експоненціального спадання;
- для аперіодичного процесу визначити експериментальні сталі часу:

$$\tau_1 \text{ експ,} \quad \tau_2 \text{ експ;}$$

- порівняти їх із розрахунковими значеннями:



$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1}; \quad (8.61)$$

$$\tau_2 = -\frac{1}{p_2}. \quad (8.62)$$

3.6. Аналіз осцилограм

Під час аналізу осцилограм необхідно встановити:

- чи відповідає форма перехідного процесу теоретично визначеному режиму;
- чи виникають загасаючі коливання при меншому значенні активного опору;
- чи переходить процес до аперіодичного режиму при збільшенні активного опору;
- як змінюється амплітуда напруги на конденсаторі з часом;
- як змінюється напруга на індуктивності після фронту прямокутного сигналу;
- чи виконується другий закон Кірхгофа для миттєвих значень напруг.

Під час вимірювання напруг необхідно враховувати полярність підключення каналів осцилографа. Неправильна полярність може призвести до інверсії однієї з осцилограм.

4. Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи має містити такі структурні елементи:

- назву лабораторної роботи;
- мету роботи;
- короткі теоретичні відомості про перехідні процеси в колах другого порядку;
- електричну схему досліджуваного RLC -кола;
- параметри елементів R, L, C ;
- значення внутрішніх опорів генератора $R_{\text{вн}} = 50 \text{ Ом}$ та $R_{\text{вн}} = 600 \text{ Ом}$;
- розрахунок сумарного активного опору для кожного режиму;
- розрахунок коефіцієнта загасання α ;
- розрахунок власної кутової частоти ω_0 ;
- складання характеристичного рівняння;
- визначення коренів характеристичного рівняння для кожного режиму;
- визначення характеру перехідного процесу за коренями характеристичного рівняння;
- розрахунок частоти та періоду загасаючих коливань;



- розрахунок сталих часу для аперіодичного режиму;
- розрахунок допустимої частоти генератора прямокутної напруги;
- осцилограму вхідної напруги генератора в режимі холостого ходу;
- осцилограми напруг на активному опорі, індуктивності та конденсаторі для $R_{вн} = 50 \text{ Ом}$;
- осцилограми напруг на активному опорі, індуктивності та конденсаторі для $R_{вн} = 600 \text{ Ом}$;
- експериментальне визначення періоду власних коливань;
- експериментальне визначення коефіцієнта загасання;
- експериментальне визначення коренів характеристичного рівняння;
- порівняння експериментальних і розрахункових параметрів;
- оцінку похибок вимірювань;
- висновки за результатами роботи;
- відповіді на контрольні запитання.

У висновках необхідно зазначити:

- який тип електричного кола досліджувався;
- який характер перехідного процесу спостерігався при $R_{вн} = 50 \text{ Ом}$;
- який характер перехідного процесу спостерігався при $R_{вн} = 600 \text{ Ом}$;
- як зміна активного опору вплинула на корені характеристичного рівняння;
- як зміна активного опору вплинула на швидкість загасання;
- чи відповідає експериментальна форма осцилограм теоретичному прогнозу;
- наскільки експериментальні значення частоти та коефіцієнта загасання узгоджуються з розрахунковими;
- які чинники могли спричинити основні похибки.

5. Контрольні запитання та завдання:

1. Які електричні кола називають колами другого порядку?
2. Чому RLC -коло описується диференціальним рівнянням другого порядку?
3. Яку фізичну роль відіграє конденсатор у перехідному процесі?
4. Яку фізичну роль відіграє індуктивність у перехідному процесі?
5. Як записується другий закон Кірхгофа для послідовного RLC -кола?
6. Як отримати диференціальне рівняння для струму в послідовному RLC -колі?
7. Що називають характеристичним рівнянням електричного кола?
8. Як записується характеристичне рівняння послідовного RLC -кола?
9. Як визначаються корені характеристичного рівняння другого



порядку?

10. Що характеризує коефіцієнт загасання α ?
11. Як визначається власна кутова частота ω_0 ?
12. Від чого залежить характер перехідного процесу в RLC -колі?
13. За якої умови перехідний процес є аперіодичним?
14. За якої умови перехідний процес є критичним?
15. За якої умови перехідний процес є коливальним?
16. Що називають критичним опором RLC -кола?
17. Як визначається критичний опір?
18. Чому зі збільшенням активного опору коливання загасають швидше?
19. Як визначається кутова частота загасаючих коливань?
20. Чому частота загасаючих коливань менша за власну частоту ідеального контуру?
21. Як визначити період загасаючих коливань за осцилограмою?
22. Як визначити логарифмічний декремент загасання?
23. Як за логарифмічним декрементом визначити коефіцієнт загасання?
24. Як визначити сталу часу загасання амплітуди?
25. Як за експериментальними даними записати комплексні корені характеристичного рівняння?
26. Як визначити корені характеристичного рівняння в аперіодичному режимі за сталими часу?
27. Чому для дослідження перехідних процесів використовується прямокутна напруга?
28. Якою має бути тривалість півперіоду прямокутної напруги для коректного дослідження перехідного процесу?
29. Як внутрішній опір генератора впливає на характер перехідного процесу?
30. Які фактори можуть спричинити розбіжності між експериментальними та теоретичними результатами?
31. Індивідуальне розрахункове завдання. Для заданих параметрів послідовного RLC -кола:

$R,$ $L,$ $C,$ $R_{\text{вн}},$ $E.$

Необхідно:

- визначити сумарний активний опір кола R_{Σ} ;
- розрахувати коефіцієнт загасання α ;
- розрахувати власну кутову частоту ω_0 ;
- скласти характеристичне рівняння кола;
- визначити корені характеристичного рівняння;
- установити характер перехідного процесу;
- розрахувати критичний опір $R_{\text{кр}}$;



- порівняти R_{Σ} з $R_{кр}$;
- для коливального режиму визначити ω_d , f_d , T_d ;
- для коливального режиму розрахувати сталу часу загасання τ_{α} ;
- для аперіодичного режиму визначити сталі часу τ_1 та τ_2 ;
- визначити орієнтовну тривалість перехідного процесу;
- визначити допустиму частоту генератора прямокутної напруги;
- записати рівняння струму $i(t)$ для відповідного режиму;
- записати рівняння напруги на конденсаторі $u_C(t)$;
- записати рівняння напруги на активному опорі $u_R(t)$;
- записати рівняння напруги на індуктивності $u_L(t)$;
- побудувати теоретичний графік перехідного процесу;
- порівняти теоретичний графік з експериментальною осцилограмою;
- визначити експериментальні параметри перехідного процесу за осцилограмою;
- оцінити відносні похибки визначення частоти, коефіцієнта загасання та сталих часу;
- сформулювати висновок щодо впливу активного опору, індуктивності та ємності на характер перехідних процесів у лінійних електричних колах другого порядку.



ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Хілов В. С. Теоретичні основи електротехніки. Київ : Видавництво «Каравела», 2021. 468 с.
2. Хілов В. С., Койфман О. О., Рухлов А. В. Практикум з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» : навч. посіб. : у 2 ч. Ч. 1. Стаціонарні процеси у лінійних колах постійних, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів. Одеса : Олді+, 2024. 186 с.
3. Вовк О. Ю., Квітка С. О., Попова І. О. Лінійні електричні кола постійного струму : навчальний посібник. Запоріжжя : ВПЦ «Люкс», 2023. 227 с.
4. Косенков В. Д., Горошко А. В., Каштальян А. С., Бідюк В. Д. Теорія електричних кіл : навч. посіб. Вид. 2-ге, випр. і доп. Хмельницький : ХНУ, 2024. 346 с.
5. Спінул Л. Ю., Бойко В. С., Бурик М. П., Лободзинський В. Ю. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1 : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 199 с.
6. Спінул Л. Ю., Бурик М. П., Лободзинський В. Ю., Білецький О. О. Теоретичні основи електротехніки. Частина 2 : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 166 с.
7. Щерба А. А., Перетятко Ю. В. Теоретичні основи електротехніки – 1. Електричні кола постійного та змінного струму. Чотириполюсники. Практикум : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 116 с.
8. Рудик А. В., Филипчук Л. В., Кулик Н. І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1. Практикум : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2024. 113 с.
9. Сенько В. Ф., Вовна О. В., Лактіонов І. С. Теорія електричних кіл : навч. посіб. Покровськ : ДВНЗ «ДонНТУ», 2017. 254 с.
10. Сенько В. Ф., Вовна О. В., Лактіонов І. С. Теорія електричних кіл. Практикум : навч. посіб. Покровськ : ДВНЗ «ДонНТУ», 2018. 214 с.
11. Грудська В. П., Чибеліс В. І. Електротехнічні пристрої систем автоматичного управління технологічними процесами : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 107 с.
12. Bird J. Bird's Electrical Circuit Theory and Technology. 7th ed. Routledge, 2022. 930 p.
13. Thomas R.E., Rosa A.J., Toussaint G.J. The Analysis and Design of Linear Circuits. 10th ed. Wiley, 2023. 1248 p.
14. Clark H. Electrical Engineering: Fundamentals. New York : States Academic Press, 2022. 247 p.
15. Svoboda J. A. LTspice for Linear Circuits. Hoboken : Wiley, 2023. 160 p.

Навчально-методичне видання

**Олександр Володимирович Вовна
Вадим Анатолійович Матвієнко**

**ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА:
методичні рекомендації
до виконання лабораторних робіт**

Публікується в авторській редакції