

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ:

**методичні рекомендації
до виконання практичної роботи № 3**

**Дослідження частотних характеристик
статичного об'єкта керування**

Запоріжжя 2024



УДК 681.5(072)
Т30

Рекомендовано Науково-методичною радою
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол № 8 від 12.07.2024 р.)

Укладач:
Ісаєв А. Б., старший викладач кафедри АВЕРС

Т30 Теорія автоматичного регулювання: методичні рекомендації до виконання практичної роботи № 3. Дослідження частотних характеристик статичного об'єкта керування / уклад. А. Б. Ісаєв. Запоріжжя : ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2024. 23 с.

У методичних рекомендаціях наведено поради і методичні підходи до виконання практичного завдання № 3 з дисципліни «Теорія автоматичного регулювання», вимоги до оформлення, подання та оцінювання результатів виконання.

УДК 681.5(072)

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2024



ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	4
1.1 Загальні відомості про статичний об'єкт керування.....	4
1.2 Параметри синусоїдальних коливань	4
1.3 Загальні відомості про частотні характеристики	6
1.4 Частотні характеристики статичного об'єкта керування.....	7
2 ХІД РОБОТИ ТА ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ.....	7
2.1 Опис експериментальної моделі для дослідження частотних характеристик статичного об'єкта керування	7
2.2 Вимірювання параметрів коливань	8
2.2.1 Вимірювання параметрів вхідних коливань.....	8
2.2.2 Вимірювання параметрів вихідних коливань.....	9
2.2.3 Розрахунок частотних характеристик для одного періоду коливань	10
2.3 Побудова графіків частотних характеристик статичного об'єкта керування	11
2.3.1 Підготовка даних	11
2.3.2 Побудова графіку амплітудно-частотної характеристики	12
2.3.3 Побудова графіку фазо-частотної характеристики.....	12
2.3.4 Побудова графіку амплітудно-фазової характеристики.....	13
2.4 Визначення параметрів статичного об'єкта керування по амплітудно-фазовій характеристиці	14
2.4.1 Визначення коефіцієнта передачі статичного об'єкта керування	14
2.4.2 Визначення постійної часу та часу запізнення статичного об'єкта керування	15
2.4.3 Перевірка отриманих результатів.....	18
3 ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ І ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ	20
4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ	21
5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ	21
6 ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ	22



ВСТУП

Мета практичної роботи:

- отримання та закріплення знань щодо частотних характеристик статичного об'єкта керування;
- вивчення математичного опису частотних характеристик статичного об'єкта керування;
- отримання навичок виконання розрахунків частотних характеристик.

Завдання практичної роботи:

- дослідити на моделі реакцію статичного об'єкта керування на синусоїдальні коливання різних частот;
- за результатами експериментів розрахувати та побудувати графіки частотних характеристик статичного об'єкта керування;
- визначити параметри об'єкта керування;
- розрахувати та побудувати теоретичні частотні характеристики статичного об'єкта керування та порівняти їх з експериментальними.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1.1 Загальні відомості про статичний об'єкт керування

Статичний об'єкт керування, це такий об'єкт керування який має статичну характеристику. Він має передавальну функцію

$$W(p) = \frac{K_{об}}{T_{об}p+1} e^{-\tau_{об}p} \quad (1)$$

де: $K_{об}$ – коефіцієнт передачі об'єкта керування;

$T_{об}$ – постійна часу об'єкта керування;

$\tau_{об}$ – час запізнення об'єкта керування.

1.2 Параметри синусоїдальних коливань

При дослідженні частотних характеристик застосовуються синусоїдальні коливання рисунок 1. Коливання характеризуються амплітудою, фазою, частотою, круговою частотою, та періодом.

Амплітуда коливань A показує який розмах мають коливання. Вона вимірюється від осьової лінії коливань до найбільшого значення.

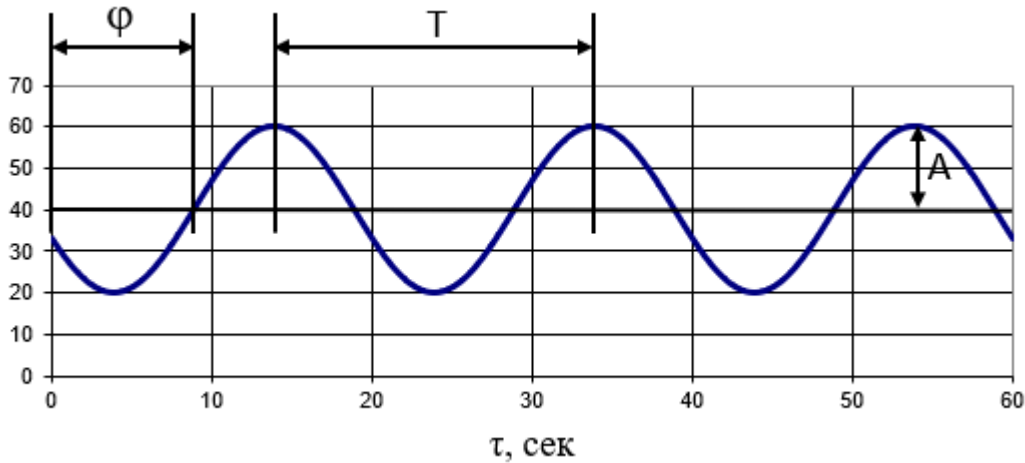


Рисунок 1 – Графік синусоїдальних коливань

Фаза коливань φ показує відносно відставання початку хвилі коливань від моменту часу, який прийнятий за точку відліку. Абсолютне відставання може вимірюватися у секундах. Фаза може вимірюватись у градусах або радіанах. Відставання на цілий період складає 360 градусів або 2π радіан. В ТАР зазвичай використовують радіани. Для перерахунку з одних одиниць у інші використовують пропорції:

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot \varphi(\text{град})}{360}, \text{ рад} \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{360 \cdot \varphi(\text{рад})}{2\pi}, \text{ град} \quad (3)$$

Частота коливань f показує скільки коливань відбувається за одну секунду. Частота вимірюється у Герцах, скорочено Гц.

Період коливань T показує скільки секунд триває одне коливання. Щоб знайти період коливань потрібно визначити відрізок часу між двома характерними точками у сусідніх періодах коливань. Наприклад, між двома максимумами. Період вимірюється у секундах. Період і частота коливань пов'язані між собою залежностями:

$$T = \frac{1}{f}, \text{ сек} \quad (4)$$

$$f = \frac{1}{T}, \text{ Гц} \quad (5)$$

В ТАР зазвичай використовують так звану кругову частоту ω , яка вимірюється в радіанах. Звичайна і кругова частота пов'язані між собою такими залежностями:

$$\omega = 2\pi f, \text{ рад} \quad (6)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ Гц} \quad (7)$$



Період коливань і кругова частота пов'язані між собою такими залежностями:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ сек} \quad (8)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ рад} \quad (9)$$

Якщо відомо відставання у секундах $\Delta\tau$ і період коливань то фазу коливань можливо розрахувати за пропорціями:

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta\tau}{T}, \text{ рад} \quad (10)$$

$$\varphi = \frac{360 \cdot \Delta\tau}{T}, \text{ град} \quad (11)$$

1.3 Загальні відомості про частотні характеристики

Частотні характеристики показують як реагує ланка або об'єкт керування на вхідний сигнал у вигляді синусоїди. Використовуються кілька видів частотних характеристик: амплітудно-частотна характеристика АЧХ, фазо-частотна характеристика ФЧХ, амплітудно-фазова характеристика АФХ, для якої також використовується назва комплексна частотна характеристика КЧХ.

Амплітудно-частотна характеристика показує відношення амплітуди вихідних коливань до амплітуди вхідних коливань в залежності від частоти:

$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вих}}(\omega)}{A_{\text{вх}}(\omega)} \quad (12)$$

Фазо-частотна характеристика показує відставання вихідних коливань від вхідних коливань в залежності від частоти:

$$\varphi(\omega) = \varphi_{\text{вих}}(\omega) - \varphi_{\text{вх}}(\omega) \quad (13)$$

Амплітудно-фазова характеристика поєднує в собі АЧХ та ФЧХ і будується на комплексній площині. Математично вона позначається $W(j\omega)$ і зазвичай записується у показовій формі наступним чином:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (14)$$

Для побудови на комплексній площині амплітудно-фазову характеристику записують у вигляді дійсної та умовної частин, які розраховують за формулами:

$$Re(\omega) = A(\omega) \cdot \cos(\varphi(\omega)) \quad (15)$$


$$Im(\omega) = A(\omega) \cdot \sin(\varphi(\omega)) \quad (16)$$

1.4 Частотні характеристики статичного об'єкта керування

Амплітудно-частотна характеристика статичного об'єкта керування має такий математичний опис:

$$A_{об}(\omega) = \frac{K_{об}}{\sqrt{(T_{об}\omega)^2 + 1}} \quad (17)$$

Фазо-частотна характеристика статичного об'єкта керування має такий математичний опис:

$$\varphi_{об}(\omega) = -\arctg(T_{об}\omega) - \tau_{об}\omega \quad (18)$$

Відповідно амплітудно-фазова характеристика статичного об'єкта керування має такий математичний опис:

$$W(j\omega) = \frac{K_{об}}{\sqrt{(T_{об}\omega)^2 + 1}} e^{(-\arctg(T_{об}\omega) - \tau_{об}\omega)} \quad (19)$$

2 ХІД РОБОТИ ТА ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ

2.1 Опис експериментальної моделі для дослідження частотних характеристик статичного об'єкта керування

Для дослідження частотних характеристик статичного об'єкта керування використовується експериментально модель побудована за допомогою Microsoft Office Excel. Вона знаходиться у файлі з ім'ям ТАР Статичний ОК Моделювання Частотних Характеристик.xlsx.

Файл має кілька листів. На кожному окремому листі виконується моделювання для одного періоду коливань. Довжина періоду у секундах зазначена у назві листа.

На кожному листі є наступні елементи: таблиця з експериментальними даними, графіки коливань, таблиця з результатами вимірювань і розрахунків.

Таблиця з експериментальними даними отримана в результаті моделювання реакції статичного об'єкта керування на вхідні синусоїдальні коливання. Вона складається з трьох стовбців. Перший стовпець τ час у секундах. Другий стовпець $y(\omega\tau)$ вхідні синусоїдальні коливання об'єкта керування. Третій стовпець $x(\omega\tau)$ вихідні синусоїдальні коливання об'єкта керування.

Графіки вхідних і вихідних коливань наочно показують як вони розташовані у часі, та використовуються під час вимірювань.

Таблицю з результатами вимірювань і розрахунків слід заповнити під час виконання роботи.

2.2 Вимірювання параметрів коливань

Вимірювання і проміжні розрахунки потрібно виконати на кожному листі. На перших двох листах як приклад усі вимірювання і розрахунки вже виконані. Приклад таблиці вимірювань і розрахунків показаний на рисунку 2. В клітини помічені зеленим кольором необхідно записати результати вимірювань. В клітинах помічених блакитним кольором необхідно виконати розрахунки за наведеними далі формулами. Інші клітини не потрібно змінювати.

Загалом нам необхідно виміряти амплітуди і моменти часу в точках другого максимуму, які помічені на рисунках 3 і 5 червоним колом.

2.2.1 Вимірювання параметрів вхідних коливань

В першій частині таблиці наведені параметри вхідних коливань. Амплітуда вхідних коливань A_y на всіх листах однакова і дорівнює 20. Період вхідних коливань T_y на всіх листах різний. Періоди підбрані таким чином, щоб отримати гарні результати. В результатах експерименту потрібно знайти точку другого максимуму вхідних коливань і визначити чому дорівнює час τ_y в цій точці. Для цього необхідно подивитися на графік вхідних коливань рисунок 3 і приблизно визначити момент часу. У нашому прикладі це біля 20 секунд.

Вхідні коливання $y(\omega t)$	
Амплітуда A_y	20
Період T_y	20
Час 2-го максимуму τ_y	20,1
Вихідні коливання $x(\omega t)$	
Середнє значення $x_{\text{ср}}$	280
Другий максимум x_2	284,00030
Амплітуда A_x	4,00030
Час 2-го максимуму τ_x	35,0
Відставання $\Delta\tau$	-14,9
Частотні характеристики	
АЧХ $A_{\text{об}}(\omega)$	0,200
ФЧХ $\varphi_{\text{об}}(\omega)$	-4,681

Рисунок 2 – Таблиця з результатами вимірювань



$y(\omega t)$

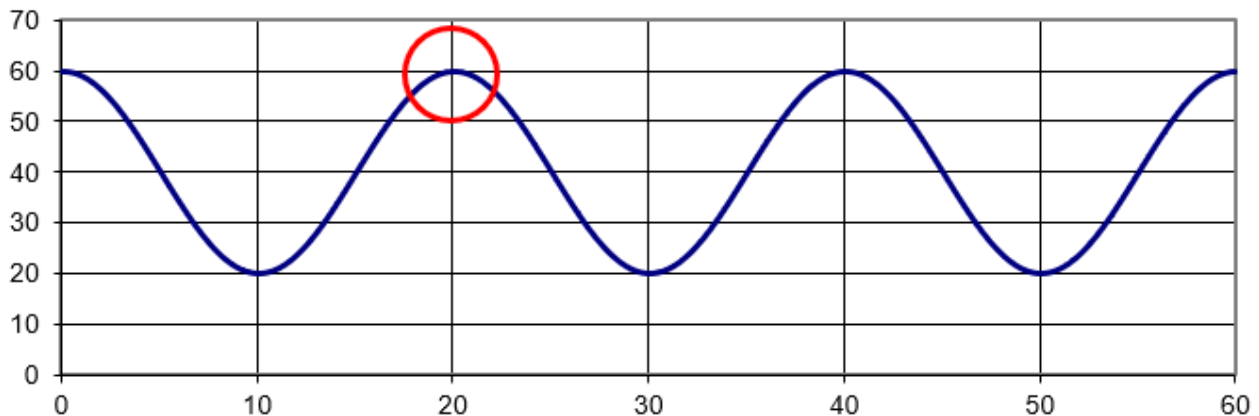


Рисунок 3 – Графік вхідних коливань

Потім необхідно звернутися до таблиці з результати експерименту і знайти відповідне місце в таблиці рисунок 4. Далі треба знайти найбільше значення. В нашому прикладі це 59,99994, так як і попереднє і наступне значення менше. Зліва в стовбці τ буде значення часу. Його потрібно занести в першу частину таблиці з результатами вимірювань у рядок τ_y . У нашому прикладі це 20,1 секунд.

τ	$y(\omega t)$	$x(\omega t)$
19,9	59,96360	280,00540
20,0	59,99163	279,87817
20,1	59,99994	279,75101
20,2	59,98851	279,62404
20,3	59,95735	279,49738

Рисунок 4 – Визначення моменту часу другого максимуму вхідних коливань

2.2.2 Вимірювання параметрів вихідних коливань

В другій частині таблиці наведені параметри вихідних коливань. Середнє значення x_{cp} на всіх листах однакове і дорівнює 280. В результатах експерименту потрібно знайти точку другого максимуму вихідних коливань і визначити чому дорівнює максимальне значення x_2 і час τ_x в цій точці. Для цього необхідно подивитися на графік вихідних коливань рисунок 5 і приблизно визначити момент часу. У нашому прикладі це посередині між 30 та 40 секунд приблизно 35 секунд.

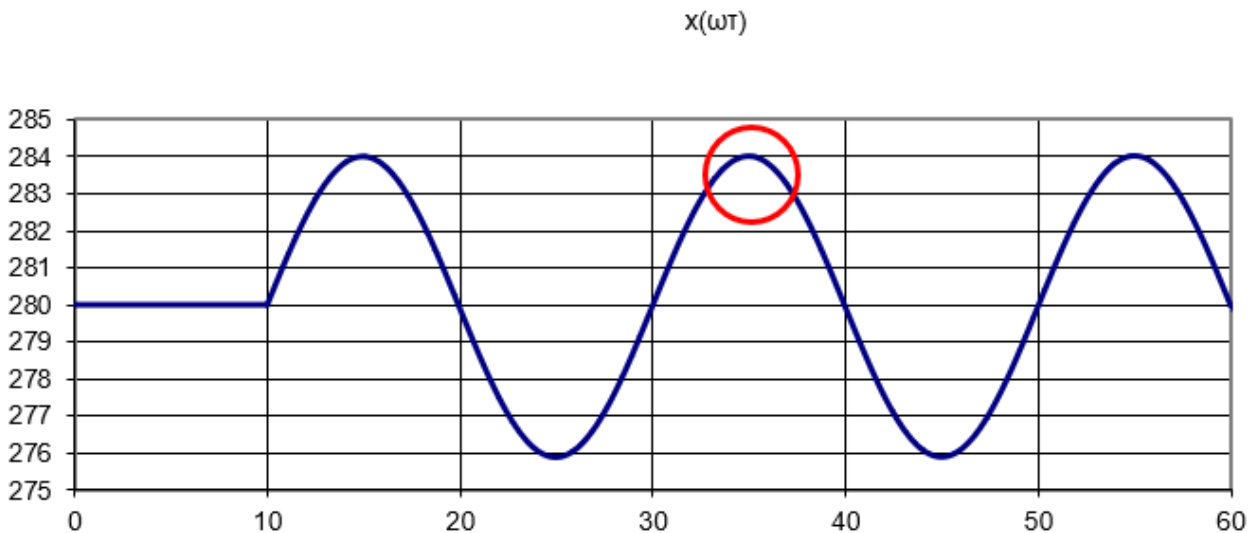


Рисунок 5 – Графік вихідних коливань

Потім необхідно звернутися до таблиці з результати експерименту і знайти відповідне місце в таблиці рисунок 6. Далі треба знайти найбільше значення. В нашому прикладі це 284,00030, так як і попереднє і наступне значення менше. Зліва в стовбці τ буде значення часу. У нашому прикладі це 35,0 секунд. Обидва значення потрібно занести в другу частину таблиці з результатами вимірювань у рядки значення x_2 і τ_x .

τ	$y(\omega t)$	$x(\omega t)$
34,8	38,16735	283,99621
34,9	38,79383	284,00025
35,0	39,42150	284,00030
35,1	40,04973	283,99634
35,2	40,67792	283,98840

Рисунок 6 – Визначення максимального значення та моменту часу другого максимуму вихідних коливань

2.2.3 Розрахунок частотних характеристик для одного періоду коливань

Далі необхідно виконати проміжні розрахунки. Амплітуда вихідних коливань розраховується за формулою:

$$A_x = A_2 - A_{cp} = 284.00030 - 280 = 4.00030 \quad (20)$$

Якщо поглянути на графіки вхідних і вихідних коливань, то видно, що на всіх листах вихідні коливання відстають від вхідних. Потрібно знайти це відставання і занести його в другу частину таблиці. Воно повинно мати від'ємне значення. Розрахунок виконується за формулою:

$$\Delta\tau = \tau_y - \tau_x = 20,1 - 35,0 = -14,9, \text{ сек} \quad (21)$$

Нарешті необхідно розрахувати значення частотних характеристик об'єкта керування, та занести їх у третю частину таблиці вимірювань.

Значення амплітудно-частотної характеристики для одного періоду коливань розраховується за формулою:

$$A_{об}(\omega) = \frac{A_x}{A_y} = \frac{4,00030}{20} = 0,200 \quad (22)$$

Значення фазо-частотної характеристики для одного періоду коливань розраховується за формулою:

$$\varphi_{об}(\omega) = \frac{\Delta\tau \cdot 2\pi}{T_y} = \frac{-14,9 \cdot 2\pi}{20} = -4,681, \text{ рад} \quad (23)$$

2.3 Побудова графіків частотних характеристик статичного об'єкта керування

2.3.1 Підготовка даних

Тепер, коли розраховані значення частотних характеристик для окремих періодів коливань, ми можемо об'єднати їх в одну зведену таблицю рисунок 7.

Період T, сек	Частота f, Гц	Кругова частота ω , рад	АЧХ $A_{об}(\omega)$	ФЧХ $\varphi_{об}(\omega)$, рад	Дійсна частина $Re_{об}(\omega)$	Умовна частина $Im_{об}(\omega)$
20	0,050	0,314	0,200	-4,681	-0,006	0,200
40	0,025	0,157	0,403	-3,079	-0,402	-0,025
75						
120						
200						
300						
450						
720						
1200						
2400						
9600						

Рисунок 7 – Зведена таблиця частотних характеристик

Період коливань T потрібно взяти з відповідних листів. Частоту коливань розрахувати за формулою, наприклад для періоду 40 сек:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{40} = 0,025, \text{ Гц} \quad (24)$$



Кругову частоту розрахувати за формулою, наприклад, для періоду 40 сек:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{40} = 0,157, \text{ рад} \quad (25)$$

Значення АЧХ та ФЧХ взяти з відповідних листів. Значення дійсної та умовної частини розрахувати за формулами, наприклад для періоду 40 сек:

$$Re_{o6}(\omega) = A_{o6}(\omega) \cdot \cos(\varphi_{o6}(\omega)) = 0,403 \cdot \cos(-3.079) = -0.402 \quad (26)$$

$$Im_{o6}(\omega) = A_{o6}(\omega) \cdot \sin(\varphi_{o6}(\omega)) = 0,403 \cdot \sin(-3.079) = -0.025 \quad (27)$$

2.3.2 Побудова графіку амплітудно-частотної характеристики

Амплітудно-частотна характеристика показує залежність амплітуди вихідних коливань від частоти. Для її побудови необхідно використати з таблиці стовбці кругова частота та АЧХ. Приклад форми графіка показаний на рисунку 8. Треба проаналізувати форму графіка, розрахункову формулу (17) та визначити які значення буде мати АЧХ у випадку коли частота коливань прагне до нуля і коли вона прагне до нескінченності.

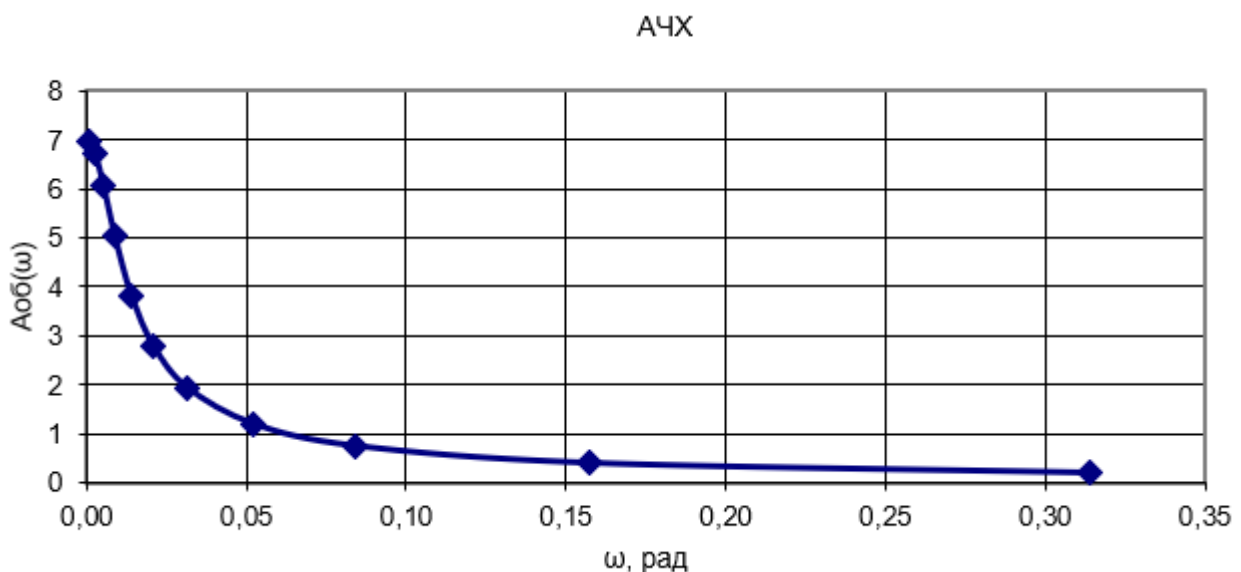


Рисунок 8 – Приклад графіка амплітудно-частотної характеристики статичного об'єкта керування

2.3.3 Побудова графіку фазо-частотної характеристики

Фазо-частотна характеристика показує залежність фази вихідних коливань від частоти. Для її побудови необхідно використати з таблиці стовбці кругова частота та ФЧХ. Приклад форми графіка показаний на рисунку 9. Треба проаналізувати форму графіка, розрахункову формулу (18)



та визначити які значення буде мати ФЧХ у випадку коли частота коливань прагне до нуля і коли вона прагне до нескінченності.

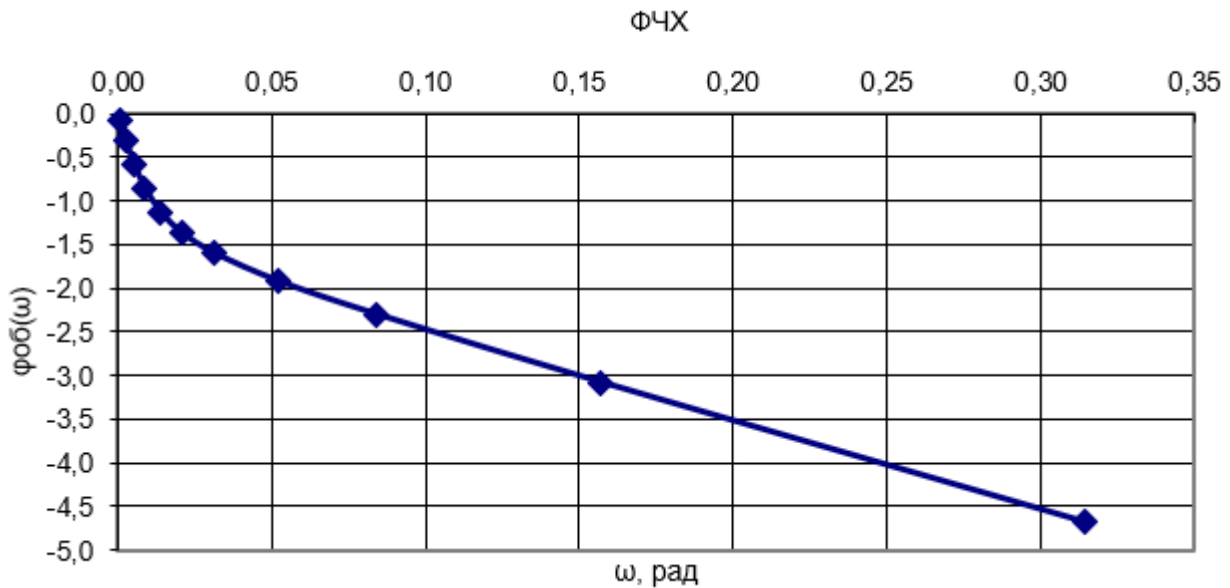


Рисунок 9 – Приклад графіка фазо-частотної характеристики статичного об'єкта керування

2.3.4 Побудова графіку амплітудно-фазової характеристики

Амплітудно фазова характеристика (комплексна частотна характеристика) показує частотні характеристики на комплексній площині. Для її побудови необхідно використати з таблиці стовбці Re та Im . Приклад форми графіка показаний на рисунку 10. Треба проаналізувати форму графіка та визначити що буде з графіком АФХ у випадку коли частота коливань прагне до нуля і коли вона прагне до нескінченності.

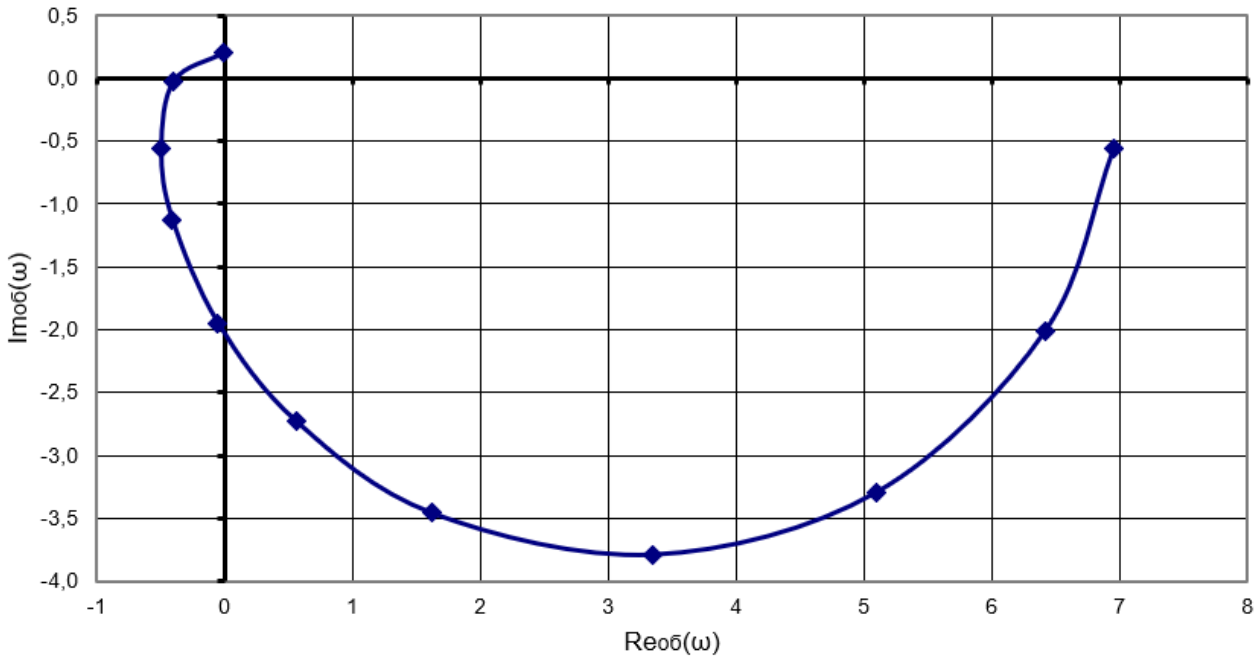


Рисунок 10 – Приклад графіка амплітудно-фазової характеристики статичного об'єкта керування

2.4 Визначення параметрів статичного об'єкта керування по амплітудно-фазовій характеристиці

Форма графіка рисунок 10 і розташування окремих точок залежить від параметрів об'єкта керування. Тому є можливість визначити ці параметри з використанням графіка.

2.4.1 Визначення коефіцієнта передачі статичного об'єкта керування

Формула амплітудно-частотної характеристики статичного об'єкта керування має у своєму складі коефіцієнт передачі. Якщо взяти дуже малу частоту ω , яка наближається до нуля то тоді амплітудно-частотна характеристика дорівнює коефіцієнту передачі об'єкта керування:

$$A_{об}(0) = \frac{K_{об}}{\sqrt{(T_{об}\omega)^2+1}} = \frac{K_{об}}{\sqrt{(T_{об}\cdot 0)^2+1}} = \frac{K_{об}}{\sqrt{(0)^2+1}} = \frac{K_{об}}{1} = K_{об} \quad (28)$$

У той же час при такій частоті фазо-частотна характеристика статичного об'єкта керування буде дорівнювати нулю:

$$\varphi_{об}(0) = -\arctg(T_{об}\omega) - \tau_{об}\omega = -\arctg(T_{об}\cdot 0) - \tau_{об}\cdot 0 = -0 - 0 = 0 \quad (29)$$

Таким чином ця точка буде розташована на дійсній осі, а відстань від початку координат до точки буде дорівнювати коефіцієнту передачі об'єкта керування.



Як отримати цю точку? Хоча під час експерименту ми використовували дуже малу частоту, графік амплітудно-частотної характеристики не дійшов до дійсної осі рисунок 10. А може бути ще гірше як на рисунку 11. У цьому випадку, враховуючи, що форма графіка подібна до кола, ми можемо продовжити графік за допомогою лінії відповідної форми до перетину з дійсною віссю. Отримана точка С і буде визначати значення коефіцієнту передачі об'єкта керування, а довжина відрізка $|OC|$ дорівнювати його значенню. У нашому прикладі $K_{об} \approx 7$.

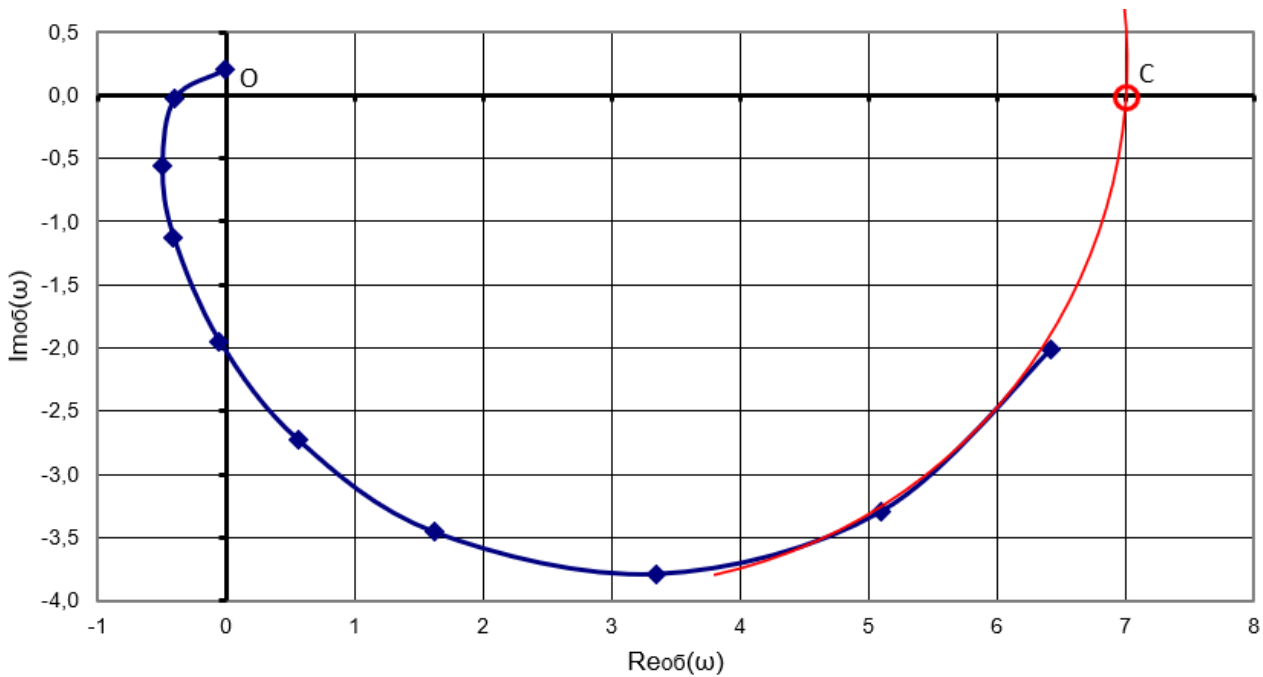


Рисунок 11 – Визначення коефіцієнту передачі об'єкта керування

2.4.2 Визначення постійної часу та часу запізнення статичного об'єкта керування

При визначенні постійної часу та часу запізнення статичного об'єкта керування виникають складнощі, тому що в формулі (18) присутні одночасно обидва параметри. Це тому що фазо-частотна характеристика об'єкта керування складається з двох частин, які належать двом ланкам, які входять до складу статичного об'єкта керування. Перша частина це фазо-частотна характеристика аперіодичної ланки:

$$\varphi_{\text{апер}}(\omega) = -\arctg(T_{об}\omega) \quad (30)$$

Друга частина це фазо-частотна характеристика ланки запізнення:

$$\varphi_{\text{зап}}(\omega) = -\tau_{об}\omega \quad (31)$$

Треба розбити одну фазо-частотну характеристику об'єкта керування на дві складові, щоб визначити параметри $T_{об}$ та $\tau_{об}$ окремо. Для цього на



графіку амплітудно-фазової характеристики потрібно виконати ряд побудов рисунку 12.

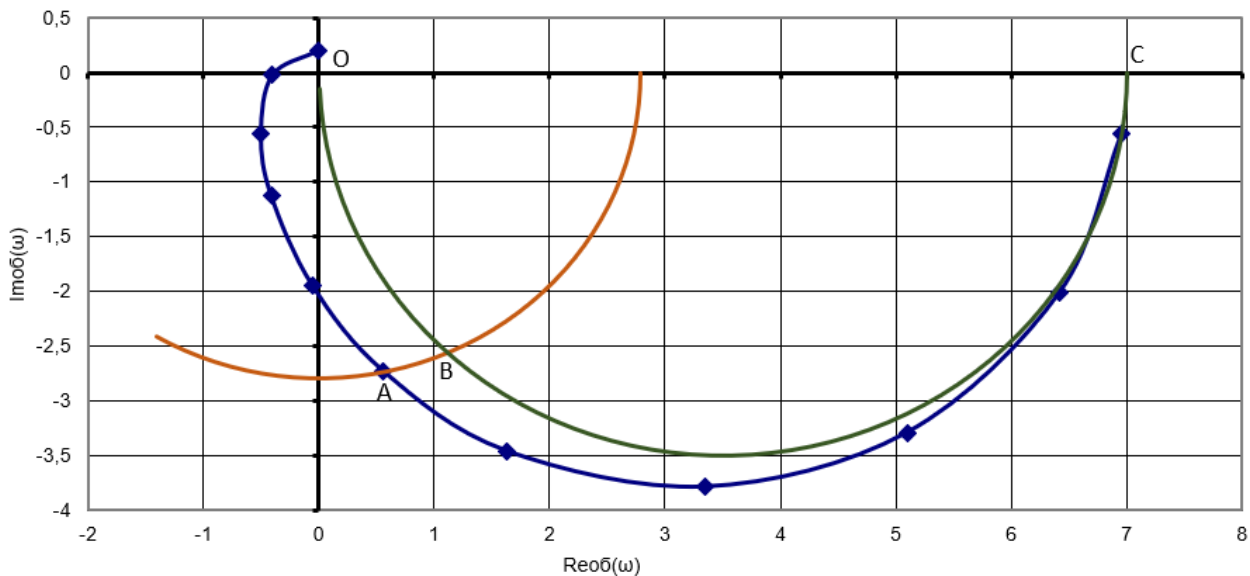


Рисунок 12 – Геометричні побудови для визначення постійної часу та часу запізнення об'єкта керування

Якби наш об'єкт керування не мав запізнення, то від складався б тільки з аперіодичної ланки. Побудуємо амплітудно-фазову характеристику такої аперіодичної ланки. Відомо, що амплітудно-фазова характеристика аперіодичної ланки має форму півкола з діаметром, якій дорівнює $K_{об}$. Побудуємо півколо зеленого кольору діаметр якого співпадає з відрізком $|OC|$. Точка С є якраз та точка яку ми визначили в пункті 2.4.1. Таким чином радіус зеленого півкола дорівнює $K_{об}/2$. По цьому графіку ми зможемо визначити $T_{об}$.

Але нам потрібно знайти значення фазо-частотної характеристики для якої-небудь частоти. Для цього треба вибрати зручно розташовану точку, наприклад таку як точка А на рисунку. Далі необхідно побудувати півколо коричневого кольору яке має центр на початку координат у точці О. Його радіус дорівнює значенню амплітудно-частотної характеристики в точці А, тобто відрізка $|OA|$.

Знайдемо точку В, в якій перетинаються зелене та коричневе півкола. Так як відповідно до формули (17) амплітудно-частотна характеристика об'єкта керування не залежить від $\tau_{об}$, то на одній і тій самій частоті амплітудно-частотні характеристики статичного об'єкта керування, та аперіодичної ланки будуть співпадати. Так як довжина відрізків $|OA|$ та $|OB|$ співпадає, то частоти ω в точках А та В також будуть однакові. Проведемо півпрямі OA та OB рисунок 13. Тоді кут $\angle AOC$ буде дорівнювати фазо-частотній характеристиці об'єкта керування $\varphi_{об}(\omega_A)$, кут $\angle BOC$ буде дорівнювати фазо-частотній характеристиці аперіодичної ланки $\varphi_{апер}(\omega_A)$, а кут



$\angle AOB$ буде дорівнювати фазо-частотній характеристиці ланки запізнення $\varphi_{\text{зап}}(\omega_A)$.

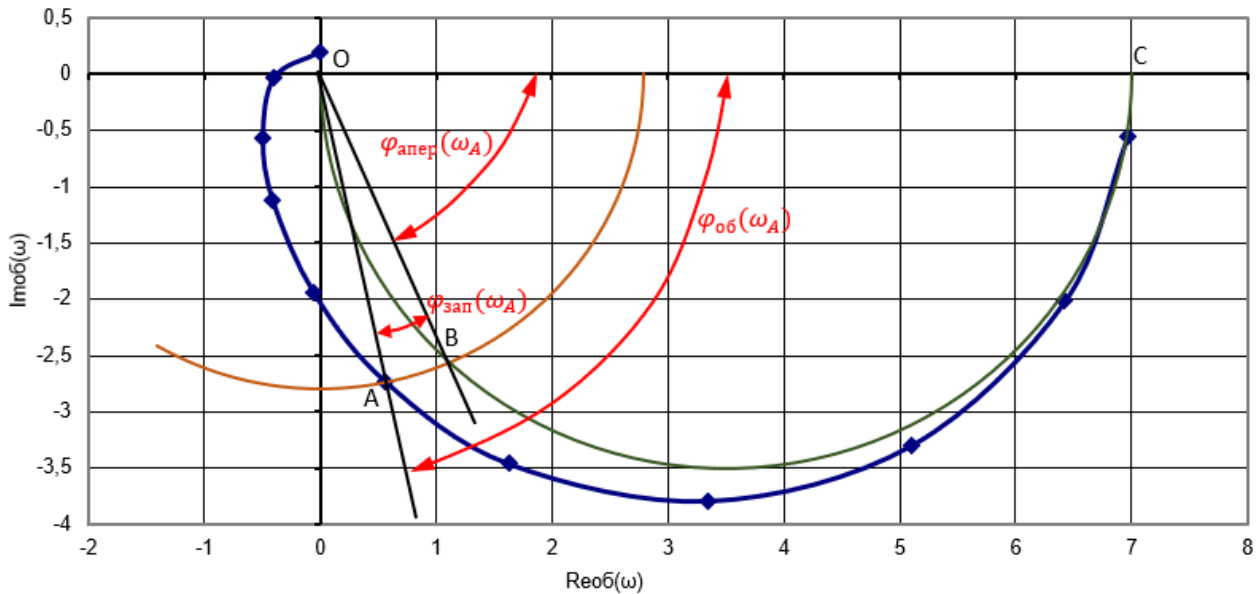


Рисунок 13 – Фазо-частотні характеристики окремих ланок та об'єкта керування

Розрахуємо фазо-частотні характеристики. Значення $\varphi_{\text{об}}(\omega_A)$ потрібно взяти з відповідного для точки А рядка таблиці рисунок 7. Нехай для нашого прикладу це буде $\omega_A = 0,0209$ та $\varphi_{\text{об}}(\omega_A) = -1,37$ рад.

Фазо-частотну характеристику аперіодичної ланки визначимо як значення кута $\angle BOC$ в радіанах. Для цього по графіку знайдемо для точки В значення $Re(B) \approx 1,1$ та $Im(B) \approx -2,6$. Тоді:

$$\varphi_{\text{апер}}(\omega_A) = \arctg\left(\frac{Im(B)}{Re(B)}\right) = \arctg\left(\frac{-2,6}{1,1}\right) = -1,17 \text{ рад} \quad (32)$$

Відповідно фазо-частотну характеристику ланки запізнення знайдемо як різницю між $\varphi_{\text{об}}(\omega_A)$ та $\varphi_{\text{апер}}(\omega_A)$:

$$\varphi_{\text{зап}}(\omega_A) = \varphi_{\text{об}}(\omega_A) - \varphi_{\text{апер}}(\omega_A) = -1,37 - (-1,17) = -0,2 \text{ рад} \quad (33)$$

Виразимо з формули (30) $T_{\text{об}}$ та знайдемо його значення:

$$T_{\text{об}} = -\frac{tg(\varphi_{\text{апер}}(\omega_A))}{\omega_A} = -\frac{tg(-1,17)}{0,0209} = 112,9 \text{ сек} \quad (34)$$

Виразимо з формули (31) $\tau_{\text{об}}$ та знайдемо його значення:

$$\tau_{\text{об}} = -\frac{\varphi_{\text{зап}}(\omega_A)}{\omega_A} = -\frac{-0,2}{0,209} = 9,6 \text{ сек} \quad (35)$$

2.4.3 Перевірка отриманих результатів

Перевіримо отримані результати шляхом побудови теоретичних графіків частотних характеристик, та порівняння їх з результатами експериментів. Для цього візьмемо, отримані для нашого прикладу, результати $K_{об} = 7$, $T_{об} = 112,9$ сек, $\tau_{об} = 9,6$ сек. За допомогою формул (17), (18), (15), (16) розрахуємо та заповнимо таблицю за формою рисунок 14. Візьмемо ті самі частоти, які були під час експериментів.

Кругова частота ω , рад	АЧХ $A_{об}(\omega)$	ФЧХ $\varphi_{об}(\omega)$, рад	Дійсна частина $Re_{об}(\omega)$	Умовна частина $Im_{об}(\omega)$
0,314	0,197	-4,559	-0,030	0,195
0,157	0,394	-3,022	-0,391	-0,047
0,084				
0,052				
0,031				
0,021				
0,014				
0,009				
0,005				
0,003				
0,001				

Рисунок 14 – Розрахункова таблиця теоретичних частотних характеристик

Для прикладу розрахуємо другий рядок таблиці. Амплітудно частотна характеристика:

$$A_{об}(0,157) = \frac{K_{об}}{\sqrt{(T_{об}\omega)^2 + 1}} = \frac{7}{\sqrt{(112,9 \cdot 0,157)^2 + 1}} = 0,394 \quad (36)$$

Фазо-частотна характеристика:

$$\begin{aligned} \varphi_{об}(0,157) &= -\arctg(T_{об}\omega) - \tau_{об}\omega = \\ &= -\arctg(112,9 \cdot 0,157) - 9,6 \cdot 0,157 = -3,022 \end{aligned} \quad (37)$$

По результатам розрахунків побудуємо графіки рисунки 15, 16 та 17. На кожному графіку розмістимо парами експериментальні та теоретичні графіки, щоб можливо було їх порівняти.

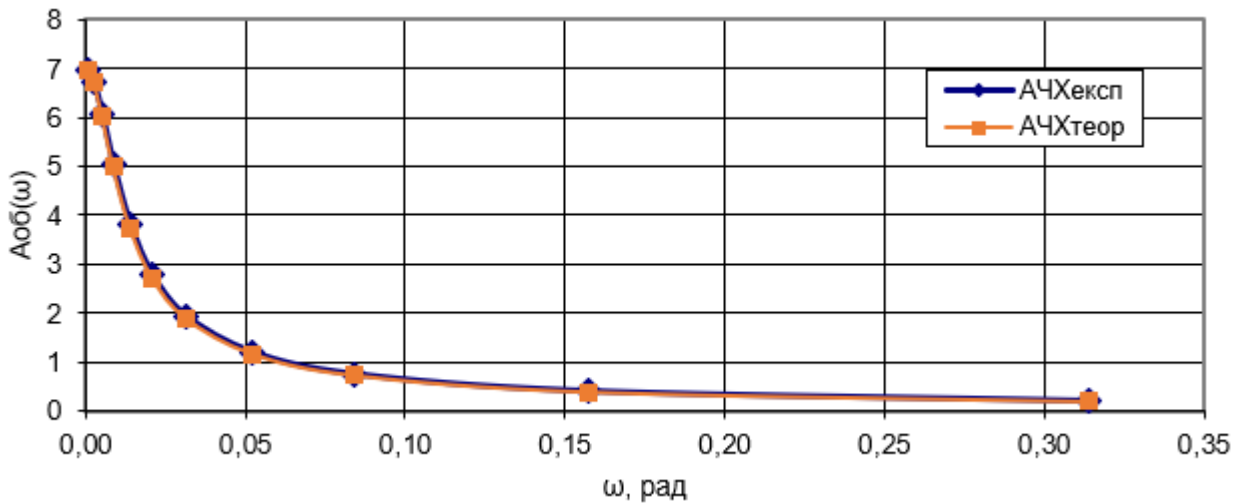


Рисунок 15 – Порівняння експериментальних та теоретичних графіків амплітудно-частотних характеристик статичного об'єкта керування

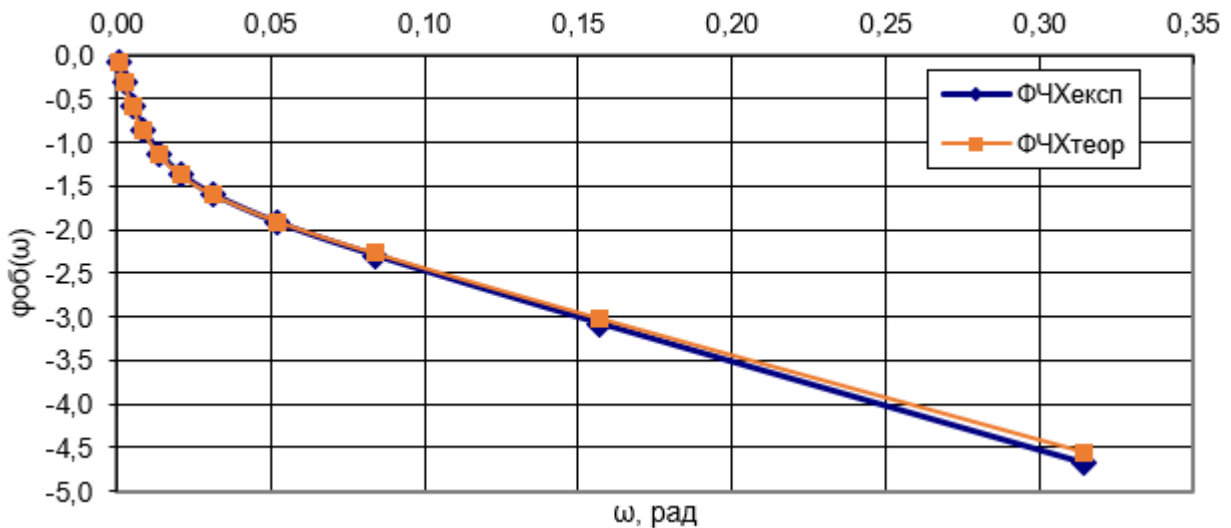


Рисунок 16 – Порівняння експериментальних та теоретичних графіків фазо-частотних характеристик статичного об'єкта керування

Як ми бачимо у нашому прикладі усі характеристики добре збігаються. З цього можна зробити висновок, що параметри об'єкта керування визначені вірно.

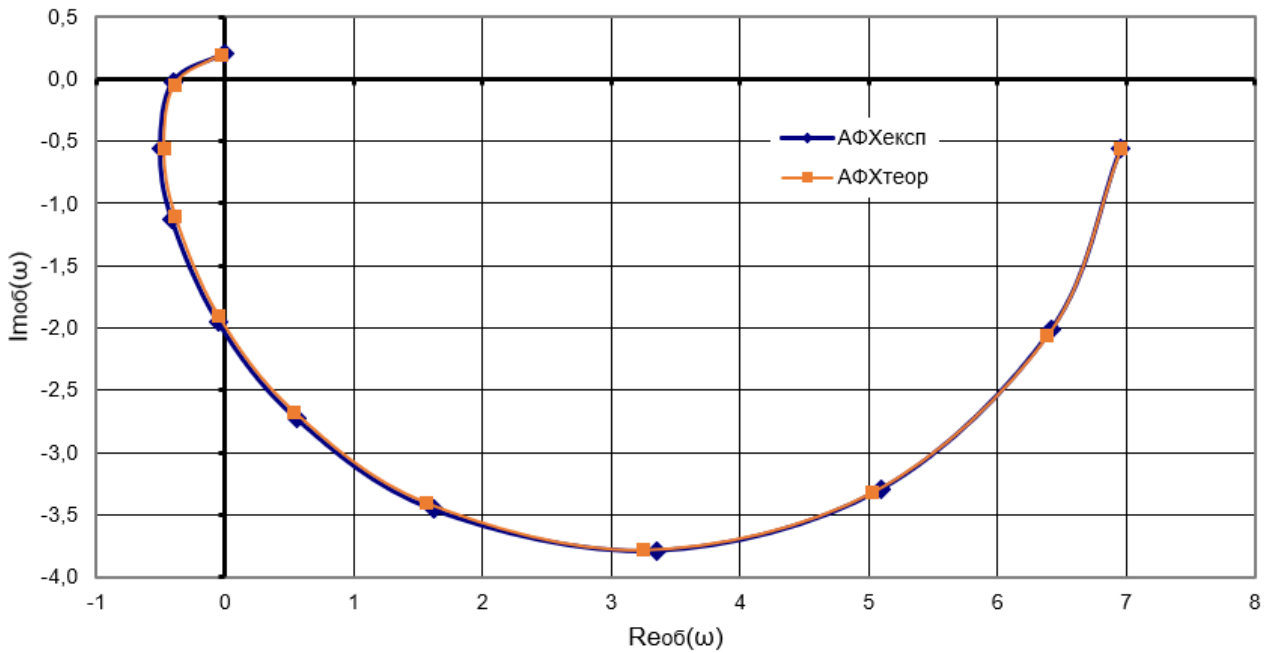


Рисунок 17 – Порівняння експериментальних та теоретичних графіків амплітудно-фазових характеристик статичного об'єкта керування

3 ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ І ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ

Зміст звіту повинен складатися з наступних частин:

- Титульний аркуш.
- Тема і мета роботи.
- Короткий опис виконуваних дій по визначенню експериментальних значень частотних характеристик.
- Приклад результатів розрахунків по визначенню експериментальних значень частотних характеристик.
- Зведена таблиця з результатами розрахунків за формулю рисунок 7.
- Графіки експериментальних частотних характеристик як рисунки 8, 9, 10.
- Короткий опис виконуваних дій по визначенню параметрів об'єкта керування.
- Розрахунки параметрів об'єкта керування.
- Графіки для визначенню параметрів об'єкта керування подібні до рисунків 11, 13.
- Приклад розрахунку теоретичних частотних характеристик.
- Розрахункова таблиця за формою рисунок 14.
- Графіки теоретичних частотних характеристик як рисунки 15, 16, 17.
- Висновки.
- Перелік використаних джерел.
- Особистий файл Excel з проміжними розрахунками.

Оформлення звіту і його окремих елементів (рисунків, таблиць, формул і інших) повинне бути виконане відповідно до вимог, які використовуються на кафедрі.


4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Таблиця 4.1 – Критерії оцінювання

Кількість балів	Критерій оцінювання
8	Здобувач(ка) працював(ла) на практичних заняттях, приймав(ла) активну участь у виконанні завдання, виконав(ла) завдання курсу в повному обсязі та завантажив(ла) звіт в Moodle згідно з семестровим графіком (до наступного заняття)
7-6	Здобувач(ка) працював(ла) на практичних заняттях, виконав(ла) завдання курсу в повному обсязі та завантажив(ла) звіт згідно з семестровим графіком (до наступного заняття)
6-5	Здобувач(ка) не працював(ла) на практичних заняттях, повністю виконав(ла) завдання курсу в повному обсязі та завантажив(ла) звіт в Moodle пізніше терміну вказаного у семестровому графіку
5-1	Здобувач(ка) не працював(ла) на практичних заняттях, виконав(ла) завдання курсу частково та завантажив(ла) звіт в Moodle пізніше терміну вказаного у семестровому графіку
0	Здобувач(ка) був(ла) відсутня на практичних заняттях та не завантажив(ла) звіт в Moodle

5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Якими параметрами можна характеризувати синусоїдальні коливання?
2. Як перерахувати фазу коливань з градусів в радіани та навпаки?
3. Як пов'язані між собою звичайна та кругова частоти коливань?
4. Як пов'язані між собою звичайна частота коливань та період коливань?
5. Як пов'язані між собою кругова частота коливань та період коливань?
6. Як розрахувати фазу коливань, коли відомий час відставання?
7. Якою формулою описується амплітудно-частотна характеристика статичного об'єкта керування?
8. Якою формулою описується фазо-частотна характеристика статичного об'єкта керування?
9. Якою формулою описується амплітудно-фазова характеристика статичного об'єкта керування?
10. Як виміряти амплітуду та період коливань по їх графіку?
11. Як знайти час відставання вихідних коливань від вхідних?
12. Як розрахувати амплітудно-частотну характеристику статичного об'єкта керування за результатами експерименту?

- 
13. Як розрахувати фазо-частотну характеристику статичного об'єкта керування за результатами експерименту?
 14. Як побудувати графік амплітудно-частотної характеристики?
 15. Як побудувати графік фазо-частотної характеристики?
 16. Як побудувати графік амплітудно-фазової характеристики?
 17. Які параметри статичного об'єкта керування можливо визначити по амплітудно-фазовій характеристиці?
 18. Які побудови треба зробити на графіку амплітудно-фазової характеристики для визначення часових характеристик статичного об'єкта керування?
 19. Для чого потрібно будувати півколо з діаметром, який дорівнює коефіцієнту передачі статичного об'єкта керування?
 20. Для чого потрібно будувати півколо з центром на початку координат?
 21. Що це за точка, в якій перетинаються два півкола?
 22. Який кут на рисунку дорівнює фазо-частотній характеристиці аперіодичної ланки?
 23. Який кут на рисунку дорівнює фазо-частотній характеристиці ланки запізнення?
 24. Як розрахувати значення фазо-частотної характеристики аперіодичної ланки?
 25. Як розрахувати значення фазо-частотної характеристики ланки запізнення?
 26. Як, за якою формулою розрахувати постійну часу статичного об'єкта керування?
 27. Як, за якою формулою розрахувати час запізнення статичного об'єкта керування?
 28. Як розрахувати теоретичні частотні характеристики статичного об'єкта керування?
 29. Як побудувати теоретичні частотні характеристики статичного об'єкта керування?

6 ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування : підручник. 2-ге вид. Київ : Либідь, 2007. 656 с.
2. Теорія автоматичного управління : консп. лекц. у 2 ч. / уклад. Г. М. Худолей. Суми : Сумський державний університет, 2016. Ч. 1 : Аналіз лінійних систем автоматичного управління. 179 с.
3. Лістровий С. В., Мірошник М. А., Клименко Л. А. Теорія автоматичного керування, штучний інтелект і автоматизація процесу прийняття рішення : навч. посібник. Харків : УкрДУЗТ, 2019. 120 с.
4. Методи сучасної теорії управління : підручник / А. П. Ладанюк та ін. Київ : Видавництво Ліра-К, 2019. 368 с.



Навчально-методичне видання

Ісаєв Андрій Борисович

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ:

методичні рекомендації
до виконання практичної роботи № 3

Дослідження частотних характеристик
статичного об'єкта керування

Самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції