

**В.В. Кухар**

**ДОСЛІДЖЕННЯ У ПРОЄКТАХ  
ПІДВИЩЕННЯ ОПЕРАЦІЙНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ**

Курс лекцій з навчальної дисципліни

«Дослідження у проєктах  
підвищення операційної ефективності»

для студентів, що навчаються  
за освітніми програмами з спеціальностей:  
132 «Матеріалознавство», 136 «Металургія»,  
184 «Гірництво», 263 «Цивільна безпека»,  
133 «Галузеве машинобудування»,  
174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані  
технології та робототехніка»,  
183 «Технології захисту навколишнього середовища»

для усіх форм навчання другого (магістерського)  
рівня вищої освіти. У трьох частинах

**Частина 3. Основи наукової творчості, професійні  
методи досліджень, вимірювання, обробка  
результатів та планування експерименту**

(синтез нових технічних рішень; методи та засоби вимірювання і  
професійні методи дослідження процесів і матеріалів; методологія  
обробки результатів та планування експериментів)

Рекомендовано Науково-методичною радою  
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»  
(протокол № 1 від «08» 09. 2023 р.)

*Обов'язково до розміщення в репозитарії*

Запоріжжя 2023 р.



**Дослідження у проєктах підвищення операційної ефективності:** курс лекцій з навчальної дисципліни «Дослідження у проєктах підвищення операційної ефективності» (для студентів, що навчаються за освітніми програмами з спеціальностей: 132 «Матеріалознавство», 136 «Металургія», 184 «Гірництво», 263 «Цивільна безпека», 133 «Галузеве машинобудування», 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка», 183 «Технології захисту навколишнього середовища») для усіх форм навчання другого (магістерського) рівня вищої освіти. У трьох частинах. **Частина 3. Основи наукової творчості, професійні методи досліджень, вимірювання, обробка результатів та планування експерименту** (синтез нових технічних рішень; методи та засоби вимірювання і професійні методи дослідження процесів і матеріалів; методологія обробки результатів та планування експериментів) / Уклад. В. В. Кухар. Запоріжжя: ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2023. 180 с.

Третю частину курсу лекцій присвячено основам наукової методології удосконалення промислових об'єктів і процесів з метою синтезу нових технічних рішень, для чого розглянуто евристичні методи аналізу. Приділено увагу вивченню методів морфологічного аналізу, фокальних об'єктів, мозкового штурму, контрольних запитань і генетичного алгоритму. Розглянуто основи теорії розв'язання винахідницьких задач та пошуку технічних рішень шляхом розв'язання технічних протиріччя алгоритмом вирішення винахідницьких задач. Подано відомості про методологію функціонально-вартісного аналізу. Викладені загальні поняття про методи вимірювання у гірничо-металургійному комплексі, характеристики засобів вимірювання. Надані загальні відомості про професійні методи дослідження у гірничо-металургійній галузі (основи геометричних методів і муарових смуг, методи руйнівного та неруйнівного контролю, металографічних досліджень, вимірювань напружень, деформацій, сил та моментів за допомогою тензометрів різних типів (електричних, струнних, механічних, оптичних). Подано загальні відомості про поляризаційно-оптичні, структурно-спадкові методи (лінії ковзання, крихких покриттів, вимірювання твердості, мікроструктурний метод). Викладено основи методів чисельного розрахунку (варіаційні методи, кінцевих різниць, кінцевих та граничних елементів), відомості про найбільш поширені пакети комп'ютерного аналізу середовищ у різному агрегатному стані та основи методи цифрової трасерної візуалізації. Розглянуто основи статистичної обробки результатів дослідження та математичного планування експерименту (повний та дробовий факторні експерименти).


Рекомендовано для студентів технічних спеціальностей 132 «Матеріалознавство», 136 «Металургія», 184 «Гірництво», 263 «Цивільна безпека», 133 «Галузеве машинобудування», 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка», 183 «Технології захисту навколишнього середовища» усіх форм навчання другого (магістерського) рівня вищої освіти, а також студентів, що вивчають курс «Дослідження у проєктах підвищення операційної ефективності» як дисципліну вільного вибору.

### *Самостійне електронне текстове мережеве видання*

Затверджено на засіданні кафедри  
металургії, матеріалознавства та  
організації виробництва  
Протокол № 1 від «28» серпня 2023 р.

Узгоджено:

Секретар Редакційної ради

  
Малій Х. В.  
« 30 » серпня 2023 р.

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2023 р.

## ЗМІСТ

	<b>ВСТУП.....</b>	<b>6</b>
<b>11</b>	<b>НАУКОВА МЕТОДОЛОГІЯ АНАЛІЗУ ОБ'ЄКТІВ УДОСКОНАЛЕННЯ (ПРОЦЕСІВ ТА ОБЛАДНАННЯ) І СИНТЕЗУ НОВИХ ТЕХНІЧНИХ РІШЕНЬ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ ОПЕРАЦІЙНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ.....</b>	<b>10</b>
	Перелік питань до розгляду.....	10
11.1	Поняття про евристичні методи.....	10
11.2	Метод морфологічного аналізу.....	11
11.3	Метод фокальних об'єктів.....	15
11.4	Метод мозкового штурму.....	16
11.5	Методи контрольних запитань.....	18
11.6	Методологія АРВЗ (алгоритм розв'язання винахідницьких задач).....	21
11.7	Метод генетичного алгоритму (GA-метод).....	22
11.8	Метод функціонально-вартісного аналізу (АВС-метод)....	24
	Контрольні питання.....	25
	Використана література.....	26
<b>12</b>	<b>ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ПРО МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ У ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНІЙ ГАЛУЗІ, ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	<b>28</b>
	Перелік питань до розгляду.....	28
12.1	Вимірювання фізичних величин у методах досліджень сил, моментів, температур, енергосилових і технологічних параметрів.....	28
12.2	Важливість вимірювань для розвитку науки і техніки.....	38
12.3	Способи експериментального вивчення напружено- деформованого стану металу і устаткування. Види вимірювань і методи механіки твердого деформованого тіла.....	39
12.4	Прилади і точність вимірювання.....	41
12.5	Структурна схема електричного приладу для вимірювання неелектричної величини.....	42
12.6	Статичні характеристики приладів.....	43
12.7	Динамічні характеристики приладів.....	43
12.8	Методи аналогій і моделювання.....	44
	Контрольні питання.....	44
	Використана література.....	45
<b>13</b>	<b>ПРОФЕСІЙНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ І МАТЕРІАЛІВ У ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНІЙ ГАЛУЗІ.....</b>	<b>46</b>
	Перелік питань до розгляду.....	46

13.1	Основи геометричних методів. Метод муарових смуг; методи сіток: координатні сітки, фіктивні сітки; шаруваті моделі).....	46
13.2	Методи руйнівного і неруйнівного контролю.....	53
13.2.1	Методи руйнуючого контролю.....	53
13.2.2	Методи неруйнуючого контролю.....	61
13.3	Металографія: мікроструктурні та макроструктурні дослідження. Вимірювальні мікроскопи.....	66
13.4	Тензометрія та її використання (механічні тензометри, струнні тензометри, оптичні тензометри, дотові тензометри та електротензометрія).....	84
13.4.1	Електротензометрія.....	84
13.4.2	Механічні тензометри.....	86
13.4.3	Оптичні тензометри .....	91
13.4.4	Струнні тензометри та їх застосування.....	93
13.5	Поляризаційно-оптичні методи.....	97
13.6	Структурно-спадкові методи (метод крихких покриттів, метод оптично чутливих покриттів, метод визначення напружень за розподілом твердості, метод ліній ковзання).....	101
13.6.1	Метод ліній ковзання.....	101
13.6.2	Метод крихких покриттів.....	105
13.6.3	Вимірювання твердості.....	108
13.6.4	Мікроструктурний метод.....	111
13.6.5	Оптично чутливі покриття.....	113
13.7	Чисельні методи розрахунку.....	117
13.7.1	Метод кінцевих (скінченних) різниць.....	117
13.7.2	Варіаційно-різницевий метод.....	118
13.7.3	Метод кінцевих елементів.....	119
13.7.4	Метод граничних елементів.....	120
13.7.5	Програмні комплекси для розрахунків конструкцій та середовищ.....	121
13.8	Методи цифрової трасерної візуалізації, Particle Imaging Velocimetry (PIV-метод).....	124
	Контрольні питання.....	132
	Використана література.....	133
<b>14</b>	<b>МЕТОДОЛОГІЯ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ.....</b>	<b>135</b>
	Перелік питань до розгляду.....	135
14.1	Обробка експериментальної інформації. Класифікація способів обробки дослідних даних.....	135
14.1.1	Класифікація способів обробки даних.....	138
14.1.2	Графічні способи обробки.....	140
14.1.3	Аналітичні способи.....	142



14.1.4	Чисельне диференціювання.....	145
14.1.5	Метод найменших квадратів.....	147
14.1.6	Лінія тренда в Excel.....	148
14.2	Основи статистичної обробки. Визначення грубих помилок експерименту.....	149
14.2.1	Основи статистичної обробки.....	149
14.2.2	Визначення грубих помилок експерименту.....	151
14.3	Робота з Big Data. Data Mining. Побудова рівнянь регресії у пакеті «Аналіз даних» MS Excel.....	154
14.3.1	Робота з Big Data (Data Mining).....	154
14.3.2	Види регресійного аналізу.....	156
14.3.3	Лінійна регресія в програмі Excel.....	157
14.4	Організація експерименту.....	160
14.4.1	Постановка дослідження в зв'язку з особливостями процесів.....	160
14.4.2	Визначення кількості дослідів.....	162
14.5	Математичне планування експерименту.....	165
14.5.1	Елементи регресійного аналізу.....	166
14.6	Повний та дробовий факторні експерименти.....	169
14.6.1	Повний факторний експеримент.....	169
14.6.2	Дробовий факторний експеримент.....	177
	Контрольні питання.....	179
	Використана література.....	180



## ВСТУП

Як відомо, основними завданнями операційної ефективності є скорочення витрат, зростання продуктивності процесів (у широкому сенсі – виробництва, обслуговування, логістики тощо), збільшення ресурсу роботи устаткування та інструменту, покращення рівня послуг, умов праці та екологічної безпеки. Такі результати неможливі без застосування досягнень науково-технічного прогресу, активною частиною якого повинні стати співробітники Холдингу. Тому курс слід розглядати як розвиток корпоративної культури, спрямований на формування креативного способу мислення, шляхом освоєння методологічних основ наукових досліджень. В курсі процес створення наукового продукту подано, як методологічну основу для наукового аналізу та удосконалення об'єктів, якими виступають технологічні процеси, виробниче обладнання та інфраструктура. Показано, що наукові дослідження – це потужне джерело нових знань, які трансформуються в новітні технології та продукти наукоємного виробництва, прискорюють зростання продуктивності праці і темпів накопичення суспільного багатства, сприяють підвищенню конкурентоспроможності суспільного виробництва.

Дисципліна спрямована на оволодіння теоретико-методологічними основами організації та проведення наукового дослідження, розгляд закономірності наукового пізнання, загальних наукових парадигм, основи побудови гіпотез і теорій, методології розроблення та валідизації технічних та організаційних рішень. Крім того, висвітлені сутність, принципи організації, практичні інструменти та проблемні питання процесу виконання наукового дослідження. Описані основна структура наукової роботи, від аналізу стану питань і створення бібліографічного опису до написання і оформлення звітних документів. Приділено значну увагу методології написання освітньо-наукових кваліфікаційних робіт – від рефератів до магістерських дисертацій і наукових статей. Викладені основи евристичних та професійних методів дослідження, методологія статистичної обробки та планування повного факторного експерименту.

Практична значимість дисципліни полягає у методологічній допомозі в написанні магістерської роботи при навчанні та наданні методичних вказівок з розробки і створення нових технічних рішень, які спрямовані на покращення операційної ефективності та можна використовувати у системі безперервного удосконалення підприємств і системі подачі пропозицій.

Курс розрахований на магістрів переважно гірничо-металургійних спеціальностей та буде корисним керівникам підрозділів і працівникам, зацікавленим у створенні пропозицій з удосконалення виробничих процесів та устаткування.



Для освоєння курсу необхідна базова підготовка на рівні бакалавра з вищої математики (включаючи розділ математичної статистики), основні поняття з фізики, хімії, прикладної механіки, філософії, економіки підприємства і основ організації виробництва, теорії, технології, машин і агрегатів за фахом (металургія, матеріалознавство, гірнича справа). Якщо дисципліна є вибірковою – знання основ технологічних процесів та роботи устаткування по основній спеціальності.

В якості основних результатів навчання очікуються:

- Орієнтування у основах операційного менеджменту, системі безперервного удосконалення та подачі пропозицій на підприємствах;
- Вміння проводити аналіз ефективності операційної діяльності підприємства;
- Вміння використовувати методології оцінки результатів у менеджменту якості;
- Орієнтування у системі наукових знань та оволодіння методологічними основами проведення наукових досліджень на підприємстві;
- Знання структури наукових та освітньо-наукових установ, основ організації наукових досліджень та перспективних напрямків наукової діяльності в своїй галузі в Україні та світі;
- Оволодіння основами технологій теоретичних і прикладних наукових досліджень;
- Вміння здійснювати пошук наукової інформації у відкритих джерелах (наукометричні бази даних, електронні бібліотеки) та складати перелік бібліографічних джерел за національними та міжнародними стандартами;
- Надбання уявлень та базових навиків написання наукових та освітньо-наукових кваліфікаційних праць: статей, монографій, наукових доповідей і повідомлень, рефератів, курсових робіт, магістерської роботи;
- Практичний досвід застосування евристичних методів для синтезу нових технічних рішень, спрямованих на покращення операційної діяльності підприємства;
- Загальні поняття про методи вимірювання та вимірювальні прилади, а також про професійні методи дослідження і контролю за процесами у гірничо-металургійній галузі;
- Знання основ методології статистичної обробки результатів та планування експерименту.

*Таблиця відповідності програмних результатів вивчення дисципліни компетентностям та програмним результатам, визначеним освітніми програмами, для яких ця дисципліна є обов'язковою*

<b>Шифр спеціальності, назва ОПП</b>	<b>Компетентності</b>	<b>ПРН</b>
132 «Інноваційна діяльність в матеріалознавстві» 184 «Технології підземної розробки родовищ» 184 «Технології відкритої розробки родовищ» 136 «Аглодоменне виробництво» 136 «Металургія сталі» 136 «Сучасні технології прокатного виробництва» 184 «Новітні технології розробки родовищ корисних копалин» 184 «Технології збагачення корисних копалин» 263 «Аудит та консалтинг безпеки праці», 133 «Комп'ютерне конструювання мехатронних систем», 174 «Інтелектуальні системи управління та робототехнічні комплекси в гірничо-металургійному виробництві», 183 «Інноваційні технології та системи захисту навколишнього середовища»	ЗК1. Здатність проводити дослідження на відповідному рівні. ЗК2. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел. ЗК5. Здатність виявляти ініціативу та підприємливість. СК4. Здатність аналізувати і вдосконалювати технологічні процеси в металургії. СК7. Здатність планувати і виконувати експериментальні дослідження в металургії та інтерпретувати їх результати. СК8. Здатність приймати ефективні рішення в металургії. СК11. Здатність проводити експертну оцінку технічних і технологічних рішень. СК12. Здатність проводити аналітичні дослідження для визначення шляхів розвитку металургійного підприємства.	РН2. Збирати необхідну інформацію, використовуючи науково-технічну літературу, бази даних та інші джерела, аналізувати і оцінювати її, обирати оптимальні методи та здійснювати статистичний аналіз даних. РН8. Пропонувати нові технічні рішення з урахуванням цілей та ресурсних обмежень, економічних, екологічних, правових та безпекових аспектів, розробляти і застосовувати нові металургійні технології. РН10. Застосовувати сучасні математичні методи, цифрові технології та спеціалізоване програмне забезпечення для розв'язання складних задач і проблем металургії. РН15. Вирішувати задачі інноваційного характеру щодо вдосконалення технологічних процесів сталеплавильного підприємства будь-якого масштабу.

Третю частину курсу лекцій присвячено основам наукової методології удосконалення промислових об'єктів і процесів з метою синтезу нових технічних рішень, для чого розглянуто евристичні методи аналізу. Приділено увагу вивченню методів морфологічного аналізу, фокальних об'єктів, мозкового штурму, контрольних запитань і генетичного алгоритму. Розглянуто основи теорії розв'язання винахідницьких задач та пошуку технічних рішень шляхом розв'язання технічних протиріч алгоритмом вирішення винахідницьких задач. Подано відомості про методологію функціонально-вартісного аналізу. Викладені загальні поняття про методи вимірювання у гірничо-металургійному комплексі, характеристики засобів вимірювання. Надані загальні відомості про професійні методи дослідження у гірничо-металургійній галузі (основи геометричних методів і муарових смуг, методи руйнівного та неруйнівного



контролю, металографічних досліджень, вимірювань напружень, деформацій, сил та моментів за допомогою тензометрів різних типів (електричних, струнних, механічних, оптичних). Подано загальні відомості про поляризаційно-оптичні, структурно-спадкові методи (лінії ковзання, крихких покриттів, вимірювання твердості, мікроструктурний метод). Викладено основи методів чисельного розрахунку (варіаційні методи, кінцевих різниць, кінцевих та граничних елементів), відомості про найбільш поширені пакети комп'ютерного аналізу середовищ у різному агрегатному стані та основи методи цифрової трасерної візуалізації. Розглянуто основи статистичної обробки результатів дослідження та математичного планування експерименту (повний та дробовий факторні експерименти).



## ТЕМА 11

# НАУКОВА МЕТОДОЛОГІЯ АНАЛІЗУ ОБ'ЄКТІВ УДОСКОНАЛЕННЯ (ПРОЦЕСІВ ТА ОБЛАДНАННЯ) І СИНТЕЗУ НОВИХ ТЕХНІЧНИХ РІШЕНЬ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ ОПЕРАЦІЙНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ

**Метою вивчення теми** є освоєння методології аналізу об'єктів удосконалення, якими у гірничо-промисловому комплексі виступають виробничі процеси та обладнання, для синтезу нових технічних рішень з використанням евристичних методів та методу функціонально-вартісного аналізу.

**Завдання вивчення теми** збігаються з переліком питань для розгляду, що наведений нижче.

### Перелік питань до розгляду

- 11.1 Поняття про евристичні методи.
- 11.2 Метод морфологічного аналізу.
- 11.3 Метод фокальних об'єктів.
- 11.4 Метод мозкового штурму.
- 11.5 Методи контрольних запитань.
- 11.6 Методологія АРВЗ (алгоритм розв'язання винахідницьких задач).
- 11.7 Метод генетичного алгоритму (GA-метод).
- 11.8 Метод функціонально-вартісного аналізу (ABC-метод).

### 11.1 Поняття про евристичні методи

**Евристичні методи** – це спеціальні методи аналізу, що базуються на використанні досвіду, інтуїції фахівця та його творчого мислення.

Евристичні методи базуються на принципах, що визначають і тактику управління в слабо визначених чи невизначених проблемах. Дозволяють використовувати творче мислення, генерувати нові ідеї, використання яких підвищує ефективність рішень. Існує значна кількість цих методів.

Евристичні методи поділяються на **експертні** та **психологічні**.

*Експертні* методи є комплексом логічних та математичних прийомів і процедур дослідження, в результаті яких від фахівців-експертів одержують інформацію, необхідну для прийняття зважених раціональних управлінських рішень.

*Психологічні методи* – сукупність правил і процедур, які забезпечують розв'язання проблем та вирішення творчих завдань.

Крім цього, всі евристичні методи поділяються на дві групи – методи ненаправленого пошуку та направленого пошуку (див. рис. 11.1).

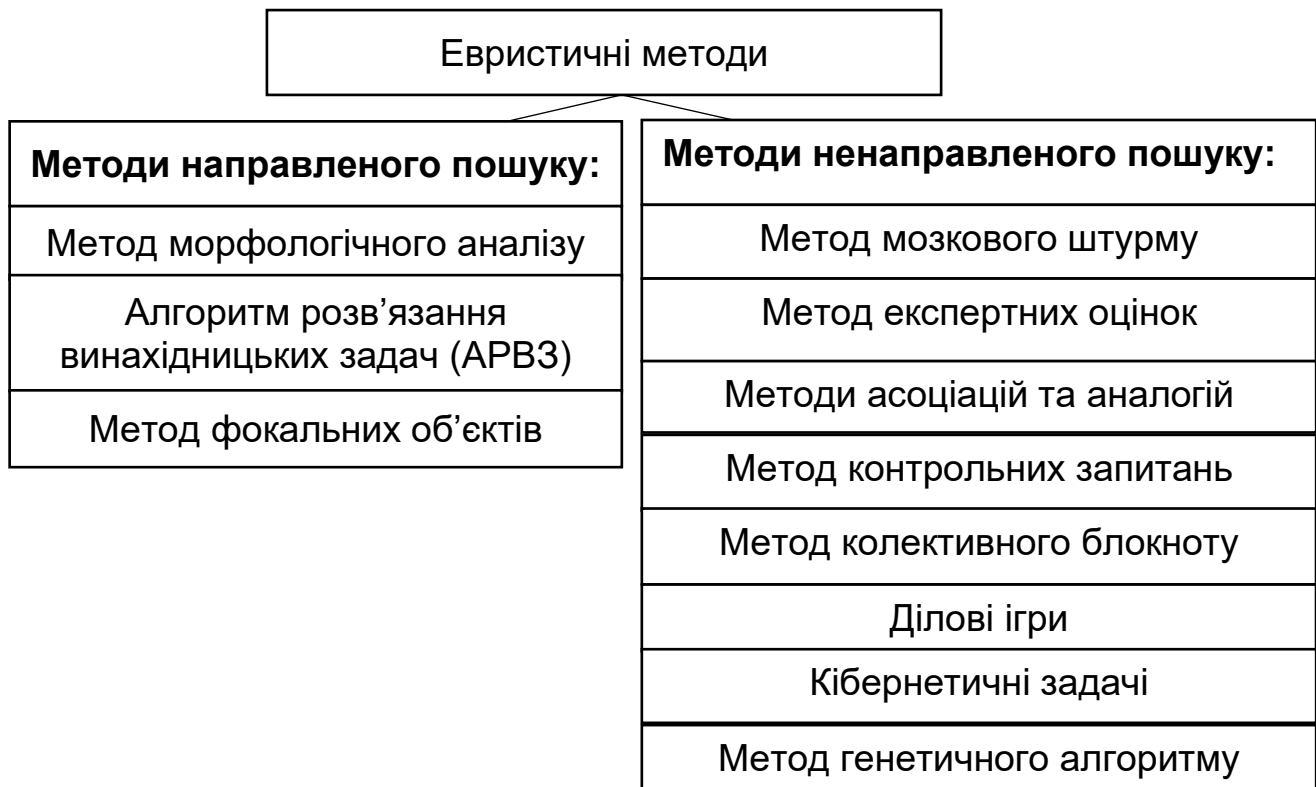


Рисунок 11.1 – Класифікація евристичних методів

До групи методів ненаправленого пошуку належать методи: мозкового штурму, експертних оцінок, асоціацій та аналогій, контрольних запитань, колективного блокноту, ділові ігри і ситуації, кібернетичні наради тощо.

До складу групи направленого пошуку належать морфологічний метод, алгоритм розв'язання винахідницьких задач та ін.

## 11.2 Метод морфологічного аналізу

**Морфологічний аналіз (метод морфологічного аналізу)** – метод рішення завдань, заснований на підборі можливих рішень для окремих частин завдання (так званих морфологічних ознак, що характеризують пристрій) і подальшому систематизованому отриманні їх поєднань (комбінуванні). Відноситься до евристичних методів.

Метод розроблений швейцарським астрономом Фріцем Цвіккі. Він працював більшу частину свого життя в Каліфорнійському технологічному інституті в США (з 1925 р.), де зробив великий внесок у теоретичну і наглядну астрономію. Вивчав галактики, що взаємодіють, а також нейтронні зорі (разом з німецьким астрономом Вальтером Бааде припустив, що вони є залишками вибухів наднових).



У 1937 році запропонував використовувати явище гравітаційної лінзи для спостереження віддалених космічних об'єктів. Серед найбільш значущих робіт Цвіккі – теорія прихованої маси, що полягає в тому, що більшу частину Всесвіту займає так звана «прихована маса» – невидима речовина, яка проявляє себе по взаємодії з видимим за допомогою сил тяжіння. Маса цієї речовини у багато разів перевищує масу всіх спостережуваних об'єктів.

Вперше морфологічний аналіз був використаний для вирішення технічних завдань в 1942 р., коли Ф. Цвіккі почав розробляти ракетні двигуни у фірмі «Аероджемн Інжиніринг корпорейшн». Завдяки цьому методу він зміг за короткий час отримати значну кількість оригінальних технічних рішень в ракетобудуванні. У 1940-х та 50-х роках двадцятого сторіччя Цвіккі вперше застосував морфологічний підхід до вирішення астрофізичних проблем і розробці реактивних ракетних двигунів. Фриц Цвіккі (1967, 1969) розробив узагальнену форму морфологічного аналізу (МА), яка являє собою метод систематичного структурування та дослідження можливих взаємозв'язків всередині складних об'єктів [6].

Цей метод може бути поширений практично на будь-яку проблемну область, яка може бути схильна до структурування. У 1969 році він видав книгу, присвячену розробці морфологічного аналізу, в якій зазначав, що багато свої відкриття він зробив, використовуючи цей метод. Пізніше докладне дослідження морфологічного моделювання було здійснено Т. Річі.

Суть методу – виявлення кількох морфологічних (типових, видових, відмінних **ознак** (параметрів), значущих для розв'язуваної задачі, і складання всіх можливих поєднань цих ознак. Потім слід виписати окремо морфологічні ознаки й записати інформацію про них (варіанти здійснення) без зв'язку з об'єктом (виробом), тобто застосувати морфологічні ознаки до інших аналогічних виробів. Аналіз отриманих варіантів виявляє такі їх комбінації, які при звичайному переборі можуть бути упущені.

Ознаки можна розташувати у формі таблиці, званої морфологічним ящиком (матрицею), який дозволяє краще уявити собі пошукове поле рішення задачі, швидше і точніше орієнтуватися в різноманітті понять і факторів. У результаті спрямованого і системного аналізу генерується нова інформація, яка при простому переборі варіантів вислизає від уваги. Модифікації морфологічного методу – матричні методи.

Для проведення морфологічного аналізу необхідна точне формулювання проблеми для даної системи. У підсумку дається відповідь на більш загальне питання за допомогою пошуку всіляких варіантів приватних рішень, незалежно від того, що у вихідній задачі мова йшла тільки про одну конкретну систему.

### **Основні етапи застосування методу.**

1. З'ясовується мета завдання – пошук варіантів функціональних схем, або принципів дії, або структурних схем, конструктивних різновидів



розроблюваної системи. Можливе дослідження одночасно за кількома ознаками.

2. Виділяють вузлові точки (осі, окремі частини завдання), які характеризують розроблювану систему з позиції раніше сформульованої мети. Це можуть бути ознаки, часткові функції підсистем, принципи їх роботи, їх форма, розташування, характеристики та властивості (стан речовини й енергії, вид звершувального руху, фізичні, хімічні, біологічні, психологічні, споживчі властивості тощо) [6].

Зручно попередньо (припустимо, з аналізу аналогічної системи) побудувати відповідну блок-схему (функціонування, принципу дії, структурну схему), елементи якої утворюють вузли. Кількість вузлів (ознак) зазвичай вибирається з умови видимості й реальності аналізу одержуваних згодом варіантів: при ручній обробці – 4...7 вузлів, при роботі на комп'ютері – у межах фізичної можливості обчислювальної техніки й відведеного на рішення задачі часу. Зручно завдання вирішувати в ряд етапів: спочатку по обмеженому числу найбільш важливих вузлових точок, а потім – для додаткових, другорядних або виявлених в ході аналізу і представляють інтерес нових вузлів.

3. Для кожної вузлової точки пропонуються варіанти рішень: або виходячи з особистого досвіду (залежить від ерудиції), або беручи їх з довідників і банків (баз) даних (тобто на кожен вісь нанизуються можливі рішення, за аналогією з рахунками). Варіанти повинні охоплювати всю область можливих рішень для даної вузлової точки. Але щоб задача була осяжною, рекомендується спочатку виділяти укрупнено-узагальнені групи варіантів, які при необхідності згодом конкретизуються. Варіанти можуть бути не тільки реальні, але і фантастичні.

4. Проводять повний перебір всіх варіантів рішень (кожен раз беруть по одному варіанту для кожної осі) з перевіркою комбінацій на відповідність умовам завдання, на несумісність окремих варіантів пропонованої їх загальній групі, на реалізованість та інші умови.

5. Обирають та виписують найбільш вдалі варіанти сполучень ознак. Аналізують їх на реалістичність та варіанти реалізації.

При необхідності для обраних рішень можна повторити морфологічний аналіз, конкретизуючи вузли (осі) і варіанти.

Морфологічний аналіз зручніше і наочніше проводити із застосуванням морфологічних таблиць (ящиків). Формальне комбінування варіантів створює враження автоматизму в застосуванні методу.

Однак його евристична природа досить істотна і залежить від таких суб'єктивних факторів:

- інтуїтивне виділення вузлів і їх ознак, складу варіантів. Відсутність впевненості, що враховані всі (і особливо, перспективні) вузли й варіанти;
- конкретне рішення є наслідком аналізу комбінацій, що переглядаються, виникнення продуктивних асоціацій і образів.



Одним з яскравих прикладів практичного застосування підходу, що по суті використовує методи морфологічного аналізу, запропонованого Фріцем Цвіккі, у творчій діяльності є доробок драматурга Олександра Афіногенова [6].

Розмірковуючи про дійових осіб своїх п'єс, він застосовував таблицю: на великому аркуші накреслена сітка, як на рис. 11.2.

	А1	Б1	В1	Г1	Д1
А	+				
Б		+			
В			+		
Г				+	
Д					+

Рисунок 11.2 – Морфологічний аналіз

Потім клітини на перетині вертикалей з горизонталями заповнювалися різними відомостями, в залежності від того, які перетиналися лінії. На перетинах однозначних літер, тобто одного і того ж героя п'єси (наприклад, А, А1, Б з Б1 і т. д.), де на схемі позначено «+», пишеться все, що стосується даного дієвої особи: його тип особистості, характеристика, особливості мови, прикмети, звички і всякого роду властиві йому характерні риси, що відрізняють його від інших як зовні, так і внутрішньо, і інше. В інших клітинах перетину, скажімо, А з Б1, А з В1 і далі, пишеться все, що стосується взаємовідносин А з Б, А з В. Горизонтальний порядок дієвих осіб вказує на перевагу їх взаємовідносин з діючими особами, розташованими по вертикалі.

М. Нагорюк зауважує, якщо в клітинках А та Б1, де Б1 – в горизонтальному ряду, взаємини, А і Б, будуть простежені з точки зору Б1, а в Б, А1, де А1 значиться по горизонталі, а Б по вертикалі, їх зв'язку



будуть розглянуті з точки зору А1. Однак, якщо під час роботи такий лист висить у драматурга перед очима, а поруч знаходяться олівець і гумка, щоб вписувати в потрібні клітини все нові й нові, що приходять в голову відомості про своїх героїв і відкидати те, що чомусь здалося зайвим, невірним, сумнівним, то користь від такої карти буде безсумнівною.

Метод має наступні характеристики:

1. Багатовимірність: кожна складна проблема має кілька ракурсів, які необхідно розглядати як єдине ціле. – Кількісна оцінка: різні аспекти проблеми піддаються кількісній оцінці й виражаються в цифрах. Вони також постійно змінюються, що повинно бути включено в пошук можливих рішень.

2. Суб'єктивність: правильне рішення проблеми – питання думки. Кращого рішення не існує, але є кращі або гірші.

*Перевагами* морфологічного аналізу є:

- рівноцінність всіх елементів аналізованого об'єкта;
- максимальна чіткість формулювання поставленого завдання;
- зняття обмежень в аналізі елементів досліджуваного об'єкта;
- можливість отримання нових та/або розвитку вже наявних ідей.

*Недолік* методу – велика кількість варіантів, з яких важко вибрати найкращий. Для об'єктів, що мають велику кількість елементів і безліч варіантів, таблиця стає громіздкою і метод стає трудомістким. Інший недолік методу – відсутність впевненості в тому, що при побудові ящика враховані всі осі й всі класи уздовж цих осей. Інтуїтивний пошук варіантів замінюється інтуїтивним пошуком осей і класів [6].

Перехід від перебору дрібних (і тому легко губляться) одиниць (варіантів) до підбору великих одиниць (осі, класи по осях) є безумовною перевагою, але знехтувавши хоча б однією віссю, ми автоматично втрачаємо дуже велику групу варіантів.

### 11.3 Метод фокальних об'єктів

**Метод фокальних об'єктів (МФО)** – метод, орієнтований на пошук ідей в несподіваних напрямках, дозволяє відстежувати динаміку зовнішнього середовища найчастіше протилежним поглядом, розвиває діалектику мислення.

Метод фокальних об'єктів є евристичним методом продуктивної творчості. Він простий в освоєнні, легкий у застосуванні і дозволяє за дуже короткий час створити велику кількість інноваційних ідей, що не мають аналогів на ринку. Його можна застосовувати для проведення корпоративного тренінгу по розробці організаційних інновацій або удосконаленню продуктів, що випускаються [3].

Етапи використання методу фокальних об'єктів зображено на рис. 11.2.

## Метод фокальних об'єктів

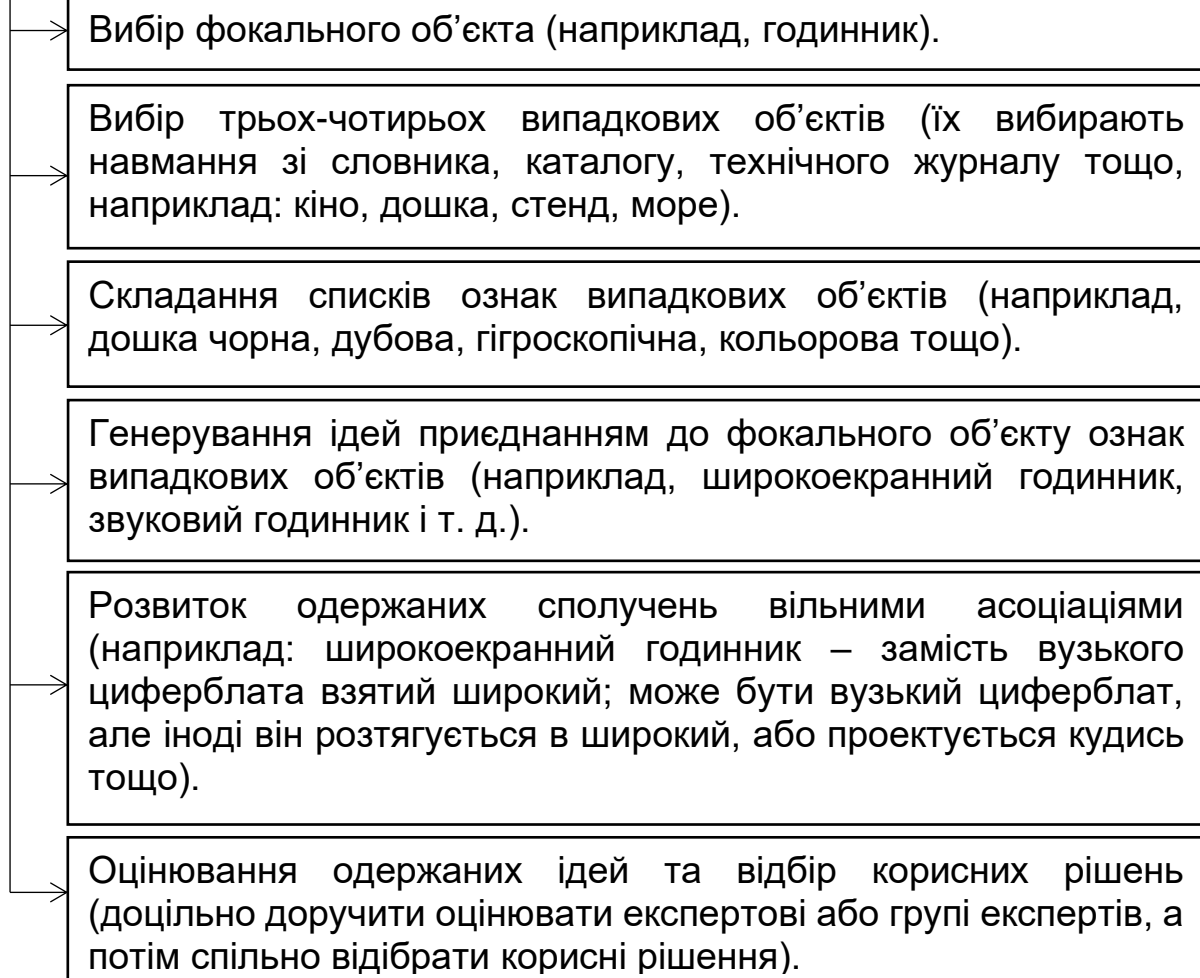


Рисунок 11.3 – Етапи проведення методу фокальних об'єктів

Використання випадковостей дозволяє швидко отримувати оригінальні нестандартні рішення. На пошук аналогічних рішень звичайними способами (вибір варіантів, мозковий штурм) потрібно було б витратити набагато більше часу. Ефективність пояснюється тим, що за допомогою спеціальної процедури різні знання й ознаки випадкових об'єктів фокусуються на новому об'єкті (цим пояснюється назва методу).

### 11.4 Метод мозкового штурму

**«Мозковий штурм» (англ. brainstorming)** – один з найбільш популярних і часто використовуваних методів стимулювання творчої активності, який дозволяє знайти рішення складних проблем шляхом застосування спеціальних правил обговорення. Є методом експертного оцінювання. Словник дає таке визначення «мозкового штурму»: «Техніка



проведення нарад, при якій група прагне знайти вирішення конкретної проблеми за допомогою акумулювання всіх ідей, спонтанно запропонованих її членами».

Метод «мозкового штурму» з'явився у США в кінці 30-х рр., коли співвласник великої рекламної фірми Алекс Ф. Осборн почав практикувати серед своїх співробітників новий підхід до пошуку ідей.

Роботі над вдосконаленням методу перешкодила війна з фашистською Німеччиною. А. Осборн став військовим моряком на судах широко тоді відомої серії «Ліберті», що перевозили військові вантажі до Європи. Ці, «зпечені» на стапелях у конвеєрному варіанті судна були озброєні, що називається, символічно і часто ставали жертвою першої ж торпедної атаки ворожих субмарин, які шастали по Атлантиці [4].

Вирішивши зняти напругу в найнебезпечніший, денний час плавання, А. Осборн запропонував вільним від вахти пограти в «брейнстормінг» (мозковий штурм, як він назвав свій метод). Моряки, пропонуючи різні способи захисту від торпед, висловили жартівливу думку: стати всім по борту і «здувати» торпеду в сторону. Як не парадоксально, але спеціально поставлений в наступному рейсі збоку потужний вентилятор струменем води змінив курс торпеди. Вона пройшла за кормою, і корабель був врятований. Після війни Осборн удосконалив свій метод, який став на якийсь час одним з найбільш відомих і застосовуваних для колективного пошуку рішень широкому колу спеціалістів з виходом у 1953 р. книги А. Осборна «Кероване уявлення: принципи і процедури творчого мислення».

Метод «мозкового штурму» являє собою *двохетапну* процедуру вирішення завдання:

- *на першому етапі генеруються ідеї;*
- *на другому – вони аналізуються, розвиваються.*

В основі ідеї цього методу лежить протиставлення творчого і критичного мислення. При організації «мозкового штурму» виходять з пропозиції, що, при звичайних прийомах обговорення та вирішення проблем, виникненню новаторських ідей перешкоджають контрольні механізми свідомості, які сковують потік цих ідей придушенням звичними, стереотипними формами прийняття рішень. Гальмівний вплив чинять так само страх невдачі, страх виглядати смішним і т. п. Дана технологія в такому випадку представляється як засіб стимулювання інтелектуальних творчих здібностей, при якому учасникам роботи пропонується висловлювати якомога більше варіантів управлінського рішення, у тому числі – найфантастичніших.

*Головна функція цієї технології – забезпечення процесу генерування ідей без їх критичного аналізу та обговорення учасниками.* Мозковий штурм є, по суті, найбільш вільною формою дискусії. Евристичний діалог «мозкового штурму» базується на ряді психологічних



і педагогічних закономірностей. Осборн стверджував, що існують два принципи свідомого управління кількістю генерованих ідей, а саме:

- принцип відстроченої критичної оцінки;
- принцип, за яким збільшення кількості ідей тягне за собою зростання їх якості.

Основний принцип «мозкового штурму» полягає у тому, що ніхто не повинен висловлювати оцінку чи критику на адресу будь-якої ідеї, що виникла в ході обговорення.

Розроблений Осборном метод проведення «мозкового штурму» має такі переваги:

- матеріал «мозкового штурму» являє собою результат спільних зусиль декількох практиків; він підсумовує досвід, навички, інформацію, якими володіють учасники групової роботи;
- з'являється імовірність генерації більшої кількості ідей;
- оскільки в процесі задіяне декілька осіб, то збільшується шанс виявлення помилки;
- сам факт участі окремих членів команди в «мозковій атаці» збільшує ступінь їх відповідальності за прийняті згодом рішення;
- застосування «мозкової атаки» дозволяє уникнути «синдрому теплуватої води» (раніше названого «мисленням у тьмяних тонах»).

## 11.5 Методи контрольних запитань

**Метод контрольних питань (МКП)** – це психологічна техніка, що дозволяє знаходити вирішення проблеми за допомогою низки запитань, стимулюючих розумову діяльність. Відповідаючи на питання, винахідник активізує своє мислення, прагнучи знайти нове, незвичайне рішення задачі. Даний метод не має якогось конкретного автора. Різні автори розробляли і пропонували свої варіанти питань. Сюди можна віднести списки питань таких відомих авторів, як: А. Осборн, Д. Пірсон, Д. Пойа Р. Буш, Р. Альтшуллер, Т. Ейлоарт. Питання, запропоновані цими авторами, ось вже багато років з успіхом застосовуються в області пошуку творчих рішень поряд з такими методиками, як метод синектики або мозкового штурму.

МКП допомагає винахідникові більш повно усвідомити суть проблеми, розглянути її з усіх боків і систематизувати пошук рішення. Ця методика є покращуваним методом проб і помилок. Таким чином, кожне контрольне питання виступає в ролі спроби або серії спроб [2]. При складанні списків автори на основі винахідницького досвіду вибирають найефективніші питання. Завдяки цьому МКП працює більш продуктивно, ніж звичайний метод проб і помилок. Проте відсутність розуміння всіх тонкощів техніки винахідництва проводить до того, що в списках з'являється безліч поверхневих питань. З цієї причини основною сферою



застосування методики є вирішення завдань другого рівня. Принцип роботи методу, перш за все, необхідно дати визначення проблемі.

Розглянемо детальніше принцип роботи методу контрольних запитань.

Перш за все, необхідно дати визначення проблемі.

Наприклад: *«Придумати назву для фірми», «Вирішити спірну ситуацію із співробітниками», «Розробити новий вид продукції»*. На даному етапі завдання має загальну назву. Тепер потрібно придумати їй цікаву назву. Наприклад: *«Придумати іронічну назву», «Придумати агресивну назву», «Придумати філософську назву»*. Коли назва буде готова, потрібно скласти список контрольних питань або скористатися одним з універсальних списків будь-якого з авторів. Тепер можна розглядати поставлене завдання з позиції трьох формулювань. Чим більше варіантів удасться придумати, тим краще.

Спробуймо детально окреслити найбільш популярні списки питань, якими часто користуються винахідники.

**Список питань А. Осборна.** За кордоном найчастіше користуються цим запитальником. Ці питання стосуються фізичних предметів, проте їх можна видозмінювати і використовувати для вирішення будь-якого завдання [1].

- *Чи можна знайти новий спосіб використання даного об'єкту?*
- *Що можна додати до нього?*
- *Що можна продублювати в нім?*
- *Поміняти швидкість руху?*
- *Що можна поміняти?*
- *Підібрати іншу форму, забарвлення, звук?*
- *Зробити з іншого матеріалу?*
- *Підібрати інший компонент?*
- *По-іншому розташувати?*
- *Об'єднати декілька завдань або функцій в одну?*
- *Поміняти місцями послідовність виконання операцій?*

**Список питань англійського вченого Т. Ейлоарта.** Список питань, придуманий англійським винахідником Т. Ейлоартом, вважається одним з кращих. Він є так званими завданнями самому собі (послідовність дій в процесі пошуку рішення задачі).

– *Розглянути всі характеристики і визначення майбутнього винаходу. Спробувати змінити їх.*

– *Чітко сформулювати завдання. Підібрати інші формулювання. Розділити головні і другорядні завдання. Знайти подібні завдання.*

– *Розглянути мінуси рішень, які вже є. Придумати нові припущення.*

– *Побудувати різні моделі (математичну, механічну, електронну, гідравлічну та інші). Моделі дозволяють виразити ідею точніше, ніж аналогії.*



- Розглянути можливість вживання всіляких матеріалів і енергій.
- Знайти логічні зв'язки, збіги, варіанти, залежності.
- Поцікавитися думкою людей, що абсолютно не знаються на досліджуваному питанні.
- Застосувати рішення, властиві різним національностям: німецька точність, китайська складність, американське марнотратство тощо.
- Постійно тримати проблему при собі: спати з нею, ходити на роботу, їсти, пити, грати, гуляти. Всі справи робити з нею.
- Скласти таблиці матеріалів вартості, величин. Придумувати нові вирішення проблеми, комбінації і частини рішень.
- Прагнути знайти краще рішення і придумувати можливі.
- У думках представити внутрішньо пристрій механізму.
- Відшукати альтернативні проблеми, які можуть прибрати з ланцюга яку-небудь ланку і відвести убік від необхідного рішення, при цьому створивши щось інше.
- Зрозуміти, чия це проблема і чому?
- Взнати, чи намагався хтось ще вирішити це завдання і що у нього вийшло?
- Знайти загальноприйняті обмеження і зрозуміти причини, по яких вони були встановлені.

Існує також **список питань Д. Пойа**, який відрізняється тим, що питання складають визначену систему (в інших списках їх можна міняти місцями). Список Д. Пойа створювався переважно для рішення навчальних математичних задач, але може бути використаний і при рішенні технічних [1].

Найбільш великий і універсальний запитальник радянського винахідника і дослідника в області технічної творчості Г. Я. Буша, називаний ще **запитальником уявного експерименту винахідника**.

У ньому містяться, наприклад, такі питання:

- Як вирішити задачу, якщо не враховувати витрати, якщо від її рішення залежить життя людини, якщо технічний об'єкт буде використаний як іграшка, чи якщо об'єкт є навчальним посібником, експонатом?
- Чи не можна відкинуті в минулому принципи рішення використовувати зараз при сучасних технічних можливостях?
- Чи можна пророчити результат рішення задачі через 10–15 років з урахуванням росту суспільних потреб?
- Як виглядає перелік всіх основних недоліків відомих рішень задачі? Яким повинно бути рішення, якщо усунути їх?

Але ці та подібні цим списки, як правило, вказують лише, що потрібно робити, не пояснюючи як це робити. Метод контрольних питань дає



можливість відірватись від звичних уявлень про предмет, допомагає зменшити психологічну інерцію, змінити напрямок пошуку.

### 11.6 Методологія АРВЗ (алгоритм розв'язання винахідницьких задач)

Спираючись на основні положення теорії розв'язання винахідницьких задач (ТРВЗ), Г. С. Альтшуллер у 1959 р. почав розробляти методику програмного розв'язання технічних задач, яку він у 1965 році назвав АРВЗ (алгоритм розв'язання винахідницьких задач).

Для створення АРВЗ було проаналізовано приблизно 200 тисяч винаходів вищих рівнів. АРВЗ заснований на навчанні про технічні суперечності. Процес розв'язання технічної задачі розглядається в АРВЗ як послідовність операцій з виявлення, уточнення і подолання технічних суперечностей і прагнення одержати ідеальний кінцевий результат (ІКР).

АРВЗ – це складний інструмент для розв'язання нестандартних задач. Технічний об'єкт, який вдосконалюється, розглядається як цілісна система, що складається з підсистем і одночасно є частиною надсистеми. Перед розв'язуванням прямої задачі роблять пошук задач у підсистемі (обхідні задачі) і вибирають найбільш прийнятний шлях [3].

Схему розв'язування винахідницької задачі за АРВЗ зображено на рис. 1.4.

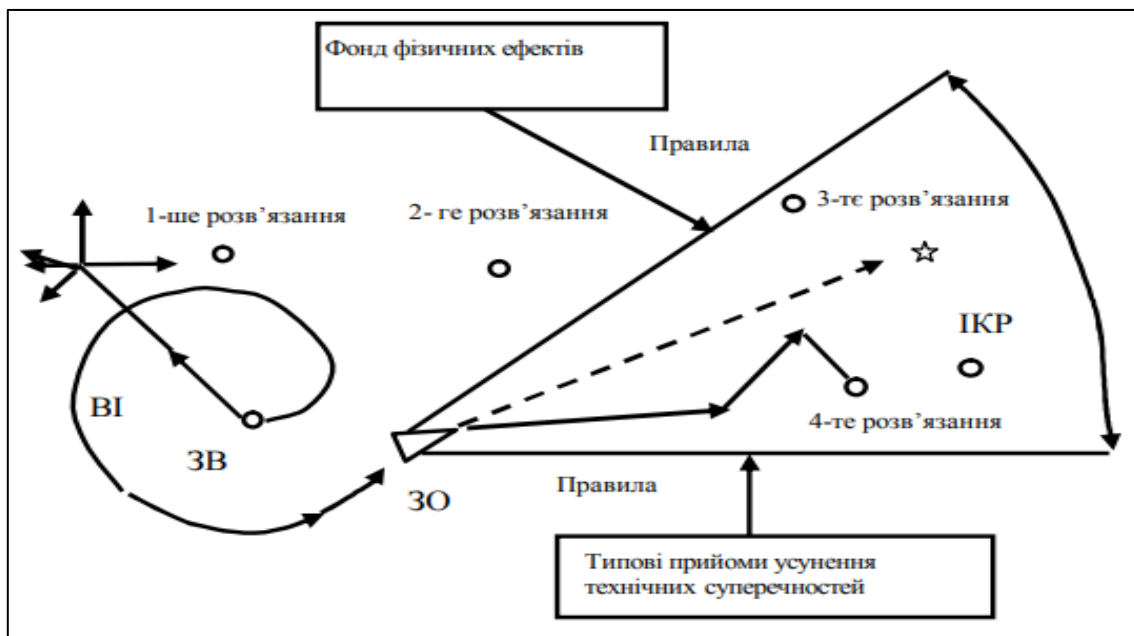



Рисунок 11.4 – Схема розв'язування винахідницької задачі за АРВЗ

Розглянемо детальніше кожен з етапів:

1. Формулюють вихідну задачу (ЗВ) у загальному вигляді.



2. Опрацьовують і уточнюють її з огляду на дію вектора психологічної інерції (ВІ) і технічні рішення в даній та інших сферах. АРВЗ передбачає операції щодо управління психологічними факторами. Основне призначення цих операцій – гасити психологічну інерцію і стимулювати роботу уяви. Враховують наявні ресурси, які можна використовувати при розв'язуванні задачі: ресурси простору, часу, речовини і полів.

3. Викладають умови задачі, що складаються з перелічення елементів технічної системи і небажаних ефектів, вироблених одним із елементів (опрацьована задача). Переходять від розпливчастої винахідницької ситуації до чітко побудованої і гранично простої схеми (моделі) задачі.

4. Формулюють за визначеною схемою ІКР. Він є орієнтиром (маяком), у напрямку якого відбувається процес розв'язування задачі (при формулюванні ІКР не потрібно замислюватися над тим, як він буде досягнутий).

5. При порівнянні ІКР з реальним технічним об'єктом виявляється технічна суперечність, а потім її причина - фізична суперечність, що виникає через те, що намагаються поліпшити один параметр і при цьому неминуче погіршується інший. Наприклад, збільшення міцності конструкції призводить до збільшення її маси.

6. Виявлені фізичні суперечності усуваються за допомогою відносно невеликого розгляду варіантів. Наприклад, розділити суперечності у просторі чи за часом [3].

Саме вирішення фізичних суперечностей необхідно і досить для усунення конфлікту, через який виникла задача.

## 11.7 Метод генетичного алгоритму (GA-метод)

**Генетичний алгоритм (ГА)** виник в результаті спроб копіювати природні явища. Це евристичний алгоритм пошуку, що використовується для вирішення задач оптимізації та моделювання шляхом послідовного підбору, комбінування та варіації шуканих параметрів [5].

Задача кодується так, щоб її розв'язок можна було подати у вигляді вектора «хромосома», а механізми ГА нагадують біологічну еволюцію.

Можна виділити такі етапи генетичного алгоритму:

1) випадкове створення деякої кількості векторів (початкової популяції);

2) визначення функції пристосованості для особин популяції (оцінювання);

3) обчислення пристосованості кожного індивідуума в популяції, а потім середньої пристосованості всієї популяції;

4) вибір індивідуумів з поточної популяції в якості двох батьків для реалізації оператора схрещування (crossover);



5) реалізація оператора мутації (mutation) із заданими ймовірностями та формування генотипу нащадків;

6) визначення кількості індивідуумів для виключення їх з популяції, щоб її розмір залишався постійним;

7) визначення пристосованості (значення цільової функції) і перерахування середньої пристосованості;

8) продовження життєвих циклів, поки не буде задовільнено критерій зупинки [3].

Генетичні алгоритми відрізняються від традиційних алгоритмів оптимізації та мають істотні переваги порівняно з ними.

Їх можна узагальнити в табл. 11.1.

Таблиця 11.1 – Переваги ГА порівняно з традиційними методами оптимізації

Переваги	Реалізація за допомогою генетичного алгоритму
Значення з якими працює ГА	Працює із закодованою формою значень.
	Здійснює пошук виходячи з деякої сукупності (популяції)
Використання цільової функції	Використовує цільову функцію, а не її похідну або іншу додаткову інформацію.
Методи відбору	В ГА використовують ймовірнісні правила відбору.
Наявність внутрішнього паралелізму	ГА досліджує простір пошуку оптимальних значень в різних напрямках
Ефективність ГА у випадках складної області пошуку	ГА працює, коли область пошуку нескінчена, змінюється протягом часу, має безліч локальних оптимумів.
Працює з багатьма параметрами одночасно	ГА може одночасно оперувати безліччю параметрів та декількома функціями і надавати компромісне рішення задачі.
ГА не повинен нічого знати про задачу, яку він розв'язує	ГА здійснює зміни у розв'язку, використовує функцію пристосованості та не потребує ніякої додаткової інформації для керування кожним кроком для покращення розв'язку.
Швидкість розв'язання задач	Висока швидкість знаходження розв'язку порівняно з іншими методами.
Правильний розв'язок	Досить низька ймовірність знаходження неправильного розв'язку.
Точність	Чітка обмеженість точності за часом в залежності від необхідної точності обчислень.



Основним недоліком генетичного алгоритму є те, що при програмуванні завдання неможливо створити універсальний код, що описує функцію та критерій оптимізації, оскільки початкові умови задач завжди різні.

Генетичні алгоритми в різних формах використовуються в багатьох наукових та технічних проблемах та в різних предметних областях, а саме: для створення різних обчислювальних структур, автоматів або мереж сортування; для проектування нейронних мереж або управлінні роботами; для моделювання управління виробництвом, в економіці та фінансах, медицині та біології, математиці та алгоритмуванні, геофізиці; в багатьох прикладних програмах, включаючи проектування літаків, налаштування параметрів алгоритмів і пошук стійких станів систем нелінійних диференціальних рівнянь.

### **11.8 Метод функціонально-вартісного аналізу (АВС-метод)**

Метод функціонально-вартісного аналізу ФВА (функціонально-вартісний аналіз) – метод техніко-економічного дослідження систем, спрямований на оптимізацію співвідношення між їхніми споживчими властивостями і витратами на досягнення цих властивостей.

Метод розробив конструктор Пермського телефонного заводу Юрій Соколов.

Завданням ФВА є досягнення найвищих споживчих властивостей продукції при одночасному зниженні всіх видів виробничих витрат.

Суть методу – поелементний аналіз конструкції (системи, послуги тощо).


Ю. Соколов запропонував розглядати кожний елемент конструкції окремо, розділивши елементи за принципом функціонування на основні й допоміжні. З аналізу стало зрозуміло, де «приховуються» зайві витрати. Ю.М. Соколов застосував свій метод на вузлі кріплення мікротелефону, і йому вдалося скоротити список застосовуваних деталей на 70 % [2].

Галузь застосування методу ФВА: безперервне вдосконалювання продукції, послуг, виробничих технологій, а також структури організацій.

Організація роботи за функціонально-вартісним методом передбачає виконання кількох етапів:

1. Підготовчий. Створення організаційних передумов методу. Визначення об'єкта аналізу з відповідним техніко-економічним обґрунтуванням. Підбір та затвердження дослідницької групи. Визначення цілей, завдань, глибини опрацювання об'єкта. Розробка та затвердження плану-графіка проведення робіт.

2. Інформаційний. Збір, обробка та аналіз інформації про об'єкт. Побудова структурної моделі об'єкта.



3. Аналітичний. Визначення складу об'єкта й виявлення зв'язків між елементами. Виявлення і формулювання функцій. Класифікація функцій. Побудова функціональної моделі об'єкта. Оцінка рівня виконання функцій. Визначення функціональної, проблемної і витратної залежності об'єкта. Побудова суміщеної (функціонально-структурної) моделі об'єкта. Формулювання завдань вдосконалення об'єкта.

4. Творчий. Пошук ідей і варіантів рішень щодо вдосконалення об'єкта. Обробка й систематизація результатів проведення творчих нарад. Підготовка матеріалів для оцінки отриманих результатів.

5. Дослідницький. Оцінка, обговорення та відбір раціональних варіантів спільно з фахівцями функціональних служб. Комерційна оцінка варіантів рішень відповідно до обраних на даному етапі критеріїв. Оцінка реальних пропозицій.

6. Рекомендаційний. Розгляд пропозицій відповідними службами підприємства. Проведення техніко-економічних розрахунків. Прийняття рішення про прийнятність пропозицій.

7. Впроваджувальний. Складання плану-графіка впровадження рекомендацій. Передача затверджених рекомендацій відповідним службам [1].

Результатом функціонально-вартісного аналізу повинно бути зниження витрат на одиницю корисного ефекту. Це досягається шляхом скорочення витрат при підвищенні споживчих властивостей продукції та збереженні заданого рівня якості.

### **Контрольні запитання**

1. Поясніть сутність евристичних та психологічних методів дослідження. В чому їхня відмінність?

2. Назвіть основні етапи морфологічного методу дослідження.

3. У чому проявляється специфіка методу фокальних об'єктів?

4. Обгрунтуйте основні принципи методу контрольних запитань.

5. Назвіть найбільш популярні списки питань, якими часто користуються винахідники.

6. З'ясуйте основні етапи АРВЗ.

7. Які специфічні особливості методу генетичного алгоритму?

8. У чому полягають переваги та недоліки методу генетичного алгоритму?

9. Що дозволяє дослідити метод функціонально-вартісного аналізу?

10. Назвіть основні етапи використання методу функціонально-вартісного аналізу.



## Використана література

1. Вступ до планування оптимального експерименту : навч. посібн. для студ. спец. 092502 – Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва / уклад. Г. О. Статюха, Д. М. Складанний, О. С. Бонаренко. Київ : ІВЦ «Політехніка», 2011. 117 с.
2. Котикова О. І., Христенко О. А., Кравченко А. С., Коваленко Г. В. Статистика : навчальний посібник. Миколаїв : Видавництво МНАУ, 2016. 159 с.
3. Курпе О. Г., Кухар В. В., Ву К., Єфременко В. Г., Зурнаджі В. І. Розвиток системних підходів до превентивного керування якістю термомеханічно обробленого товстолистового прокату категорії К60. *Міжвузівський збірник «Наукові нотатки»*. Луцьк, 2022. № 74. С. 39–48.
4. Кухар В. В., Курпе О. Г. Визначення реологічної подоби свинцю та сталей для плоскої гарячої прокатки. *Збірник наукових праць НГУ*. Дніпро : Національний ТУ «Дніпровська політехніка», 2020. № 61. С. 153–162.
5. Курпе О. Г., Кухар В. В., Присяжний А. Г. Удосконалення та апробація методології керування якістю листового металопрокату. *Обработка материалов давлением* : сб. науч. тр. Краматорск : ДГМА, 2020. № 1 (50). С. 228–235.
6. Кухар В. В., Аніщенко О. С., Присяжний А. Г. Основи експериментальних методів дослідження процесів обробки металів тиском : навчальний посібник. Маріуполь : ПДТУ, 2019. 234 с.
7. Лапач С. М. Теорія планування експериментів: виконання розрахунково-графічної роботи : навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка», спеціалізації «Технологія машинобудування». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 86 с.
8. Машта Н. О., Бенчук О. П., Бенчук Г. П. Основи стандартизації, метрології та управління якістю : навч. посіб. Рівне : О. Зень, 2015. 388 с.
9. Онищенко В. О., Срібнюк С. М., Коробко Б. О., Матяш О. В. Основи наукових досліджень та науково-технічної творчості : навч. посіб. Київ : Видавництво Ліра-К, 2020. 280 с.
10. Основи наукових досліджень / О.М. Сінчук та ін. Кременчук : ПП Щербатиих О. В., 2022. 196 с.
11. Основи технічної творчості : навчальний посібник / Ю. С. Проїдак та ін. Дніпро : Акцент ПП., 2021. 128 с.
12. Основи технічної творчості. Частина 1 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад. Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2019. 57 с.
13. Основи технічної творчості. Частина 2 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад. Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2020. 38 с.
14. Основи технічної творчості і наукових досліджень : методичні вказівки для виконання семестрового циклу практичних робіт для



студентів освітнього рівня «бакалавр» / уклад. В. В. Васильків, Л. М. Данильченко, І. Г. Ткаченко. Тернопіль : Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя , 2016. 160 с.

15. Стрижало В. О., Бородій М. В. Експериментальні методи в механіці деформівного твердого тіла : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 306 с.

16. Хаджирадева С. К. Моделювання як метод науковопрактичного пізнання. *Вісник Академії митної служби України. Сер. Державне управління*. 2009. № 1. С. 44-52.

17. Чус А. В., Данченко В. Н. Основы технического творчества. Киев-Донецк : Вища школа. Головное изд-во, 1983. 184 с.

18. Karmazina Iryna, Kukhar Volodymyr, Balalayeva Elena, Larkina Alla, Kashintseva Valentina. Experimental methodology for tinsplate rolling on a laboratory mill. *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 110. P. 01001.

19. Kukhar V., Balalayeva E., Tomaszuk A., Klimov E., Glazko V., Korenko M. Electric Strain Gauges Method in the Effectiveness Assessment for the C-Frame Crank Press Elastic Compensators. *2021 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)* : Kremenchuk, Ukraine: Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. September 21–24. Kremenchuk, 2021. P. 1–6.

20. Kukhar V., Nahnibeda M., Radushev O., Markov O., Anishchenko O., Prysiazhnyi A. Experimental Research of Spring-Back Effect during Sequential Forming with Different Inner Angle, Thickness and Bending Width of Blank. *Actual problems of modern science : Collective monograph / edited by Skyba Mykola, Topolinski Tomasz, Musial Janusz, Polyshchuk Oleh*. Bydgoszcz, Poland, 2019. P. 333–341.

21. Kukhar V., Sahirov Y., Hornostai V., Markov O., Nahnibeda M. FEM simulation of bending and torsion tests of similar size RHS but of the different production options. *E3S Web of Conferences*. 2021. Vol. 234. P. 00079.

22. Prysiazhnyi Andrii, Kukhar Volodymyr, Hornostai Vadym, Kudinova Ekaterina, Korenko Maryna, Anishchenko Oleksandr. Mathematical Models for Forecasting of 10Mn2VNb Steel Heavy Plates Mechanical Properties. *Materials Science Forum*. 2021. Vol. 1045. P. 237–245.



## ТЕМА 12

### ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ПРО МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ У ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНІЙ ГАЛУЗІ, ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

**Метою вивчення теми** є освоєння загальних понять про методи та основні засоби вимірювання в гірничо-металургійній галузі.

**Завдання вивчення теми** збігаються з переліком питань для розгляду, що наведений нижче.

#### Перелік питань до розгляду

12.1 Вимірювання фізичних величин у методах досліджень сил, моментів, температур, енергосилових і технологічних параметрів.

12.2 Важливість вимірювань для розвитку науки і техніки.

12.3 Способи експериментального вивчення напружено-деформованого стану металу і устаткування. Види вимірювань і методи механіки твердого деформованого тіла.

12.4 Прилади і точність вимірювання.

12.5 Структурна схема електричного приладу для вимірювання неелектричної величини.

12.6 Статичні характеристики приладів.

12.7 Динамічні характеристики приладів.

12.8 Методи аналогій і моделювання.

#### 12.1 Вимірювання фізичних величин у методах досліджень сил, моментів, температур, енергосилових і технологічних параметрів

**Вимірювання** – пізнавальний процес визначення числового значення вимірюваної величини; дія, спрямована на знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом, порівнюючи її з одиницею вимірювання за допомогою засобів вимірювальної техніки.

Числове значення вимірюваної величини – число, яке виражає відношення між двома величинами однакової природи – вимірюваною та одиницею вимірювання.

Згідно із ДСТУ 2681-94:

**Вимірювання** – відображення фізичних величин їх значеннями, за допомогою експерименту та обчислень із застосуванням спеціальних технічних засобів [1].

У цьому визначенні закладені такі головні ознаки поняття «вимірювання»:



- вимірювати можна властивості реально існуючих об'єктів пізнання – фізичні величини;
- вимірювання вимагає проведення дослідів, тобто теоретичні міркування чи розрахунки не замінять експеримент;
- результатом вимірювання є фізична величина, котра відбиває значення вимірюваної величини;

Згідно із Законом України «Про метрологію та метрологічну діяльність», що набрав чинності з 01.01. 2016 року, *вимірюванням вважається процес експериментального визначення одного або декількох значень величини, які можуть бути обґрунтовано приписані величині [2].*

### **Технічні засоби вимірювання**

**Засіб вимірювальної техніки** – технічний засіб, який застосовується під час вимірювань фізичних величин і має нормовані метрологічні характеристики.

До засобів вимірювальної техніки належать міри фізичних величин, вимірювальні прилади, вимірювальні перетворювачі, вимірювальні установки, вимірювальні системи.

### **Сутність**

В науці вимірювання є одним з основних засобів пізнання навколишнього світу, в підсумку якого отримується вимірювальна інформація.

Сутність найпростішого вимірювання полягає в порівнянні розміру фізичної величини  $Q$  з розмірами вихідної величини регульованої багатозначної міри  $q[Q]$ . У результаті порівняння встановлюють, що:

$$q[Q] < Q < (q + 1)[Q].$$

Звідси виходить, що

$q = \text{Int}(Q/[Q])$ , де  $\text{Int}(X)$  – функція, що виділяє цілу частину числа  $X$  [3].

Основне рівняння теорії вимірювань має вигляд:

$Q = q[Q]$ , де  $Q$  – значення фізичної величини;

$Q$  – числове значення фізичної величини, тобто число, рівне відношенню розміру фізичної величини до розміру одиниці вимірювання.

$[Q]$  – одиниця вимірювання, тобто це фізична величина певного розміру, якій присвоєно числове значення, рівне одиниці.

Вимірювання можливе завдяки наявності кількісних характеристик в об'єктах матеріальної дійсності, здатності цих об'єктів змінюватися в широких межах, не втрачаючи якісної своєрідності.

Вимірювання передбачає такі основні складові **елементи**: об'єкт вимірювання, тобто вимірювану величину, спостерігача або технічний пристрій, що сприймає результати вимірювання, прилади для вимірювання, умови навколишнього середовища, в яких проводяться



вимірювання, одиницю вимірювання, метод вимірювання і остаточний результат вимірювання.

### **Процедура вимірювання та вимірювальні операції**

Вимірювання виконуються за процедурою, яка називається методикою вимірювання.

**Процедура вимірювання** – це послідовність вимірювальних операцій, що забезпечує вимірювання згідно з обраним методом [1]. Отже, процедура вимірювання складається з вимірювальних операцій.

**Вимірювальна операція** – це операція з фізичними величинами або їх значеннями під час вимірювання [1].

До вимірювальних операцій належать: відтворення фізичної величини, порівняння фізичних величин і вимірювальне перетворення.

*Відтворення фізичної величини* – вимірювальна операція, що полягає у створенні та (чи) зберіганні фізичної величини заданого значення.

*Порівняння фізичних величин* – вимірювальна операція, що полягає у порівнянні двох розмірів (значень) однорідних фізичних величин.

*Вимірювальне перетворення фізичних величин* – вимірювальна операція, під час якої одна фізична величина перетворюється в іншу, функціонально з нею зв'язану. Фізичний ефект, на якому ґрунтується вимірювальне перетворення, називають принципом вимірювального перетворення. Вимірювальні перетворення поділяють на перетворення без зміни роду та зі зміною роду вихідної фізичної величини, а також на лінійні та нелінійні за видом функціональної залежності (лінійна чи нелінійна) між початковою величиною й тією величиною, що одержують після перетворення. Одним з поширених видів лінійного перетворення фізичної величини є масштабне вимірювальне перетворення, під яким розуміють лінійне вимірювальне перетворення фізичної величини без зміни її роду.

**Вимірювальне устаткування** – сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювань (вимірювальних приладів, вимірювальних перетворювачів) та допоміжних пристроїв; призначена для вироблення сигналів вимірювальної інформації у формі, зручній для безпосереднього сприйняття спостерігачем, й розташована в одному місці.

*При проведенні випробувань на випробувальних стендах необхідно дотримуватись наступних умов:*

– оскільки випробування машин – це експериментальне визначення конструктивних і експлуатаційних властивостей машин для виявлення їх відповідності технічним вимогам або для досконалого вивчення реальних процесів, що відбуваються в машинах, то чинники, які діють на випробовуваний об'єкт при випробуванні на лабораторному стенді, а також режими його функціонування, повинні бути максимально наближені до реальних;



- вимірювальне устаткування випробувального стенду повинне гарантувати точність одержуваних параметрів та мати відповідну документацію (перевірка обладнання);
- експлуатація випробувального стенду повинна відповідати нормам техніки безпеки.

### **Забезпечення єдності вимірювань в Україні. Метрологія**

Успішне вирішення наукових і технічних задач, у тому числі забезпечення якості продукції у значній мірі залежить від ступеня досягнення єдності і вірогідності (точності) вимірювань.

**Єдність вимірювань** – стан вимірювань, за якого їхні результати виражені в узаконених одиницях, а похибки або невизначеності вимірювань відомі із заданою ймовірністю і не виходять за встановлені границі. Єдність вимірювань необхідна для забезпечення порівнюваності результатів вимірювань, проведених у різних місцях, в різний час з використанням різних методів і засобів вимірювання.

**Точність вимірювань** – характеристика ступеня наближення результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини. Для конкретних умов і цілей вимірювання існує свій раціональний рівень точності, котрий недоцільно перевищувати через зростання складності відповідних вимірювань.

Питання єдності і точності вимірювань вивчаються метрологією – наукою про вимірювання, методи і засоби забезпечення їхньої єдності і способи досягнення необхідної точності.

Забезпечення єдності і точності вимірювань в Україні покладено на **Національну метрологічну службу**.

Ця служба відіграє особливу роль. У сучасній промисловості затрати праці на виконання вимірювань складають близько 10% загальних затрат праці на всіх стадіях створення і експлуатації продукції, а в окремих галузях промисловості досягають 50-60% (електронна, радіотехнічна тощо). Ефективність цих затрат визначається достовірністю і відтворюваністю вимірювань, які можуть бути досягнуті лише в умовах добре організованого метрологічного забезпечення господарства країни.

Забезпечення єдності вимірювань ґрунтується на п'яти основах: науковій, законодавчій, технічній, організаційній і нормативній. Науковою основою є наука метрологія. Законодавчою основою є Закон України "Про метрологію та метрологічну діяльність" та нормативно-правові акти в сфері метрології. Технічну основу складають національні еталони, вторинні та робочі еталони, робочі засоби вимірювальної техніки, система стандартних зразків складу і властивостей речовин та матеріалів, а також система стандартних довідкових даних про фізичні сталі та властивості речовин і матеріалів. Організаційною основою виступає Національна метрологічна служба. Нормативною основою є національні стандарти, настанови, правила, положення та рекомендації, направлені на забезпечення єдності вимірювань в Україні.

## Класифікація вимірювань

За фізичною природою вимірюваних величин вимірювання розподіляють на області і види. Під областю вимірювань фізичних величин розуміють фізичні величини, які властиві певній галузі науки та техніки й виділяються своєю специфікою. Вид вимірювань є частиною області вимірювань, що має свої особливості й відрізняється однорідністю вимірюваних величин. Поділ вимірювань на області та види не є сталим, він залежить від об'єктивних і суб'єктивних факторів. Один із варіантів такого поділу вимірювань, прийнятий Держстандартом України [4] розглядає вимірювання:

- геометричних величин (довжини, переміщення, кутів, плоских і складних геометричних форм, шорсткості, круглості та ін.);
- механічних величин (маси, густини, сили, крутного моменту, деформації та ін.);
- параметрів потоку, витрат, рівня й об'єму речовин;
- тиску, вакуумні вимірювання;
- оптичних і оптико-фізичних величин;
- теплофізичних величин і температури;
- часу та частоти;
- електричних і магнітних величин;
- в радіоелектроніці;
- акустичних величин;
- фізико-хімічного складу і властивостей речовин;
- характеристик іонізуючих випромінювань і ядерних констант.

Крім цього, вимірювання класифікують за такими ознаками:

- **за характеристиками точності** числових значень вимірюваної величини вимірювання поділяються на два види:

Метрологічні вимірювання, котрі поділяються на:

*Вимірювання з максимально можливою точністю* відповідно до наявного технічного рівня. Це вимірювання за допомогою еталонів і спрямовані насамперед на відтворення встановлених одиниць фізичних величин або ж фізичних констант.

*Контрольно-повірочні вимірювання*, похибки вимірювання яких не перевищують деяких наперед заданих значень. До них належать лабораторні вимірювання фізичних величин за допомогою зразкових засобів вимірювання високої точності.

Технічні вимірювання – вимірювання що проводяться у промислових умовах і визначаються зазвичай нижчим класом точності засобів вимірювання, ніж у попередніх двох випадках.

- **за числом вимірювань у ряді вимірювань** – на разові та багаторазові. Найпоширенішими є одноразові вимірювання, тобто вимірювання фізичної величини виконані один раз. Проте в цілій низці практичних випадків, зокрема при використанні результатів вимірювань для прийняття рішень про стан якогось об'єкта або при виконанні



вимірювань з підвищеною точністю, вимірювання одного і того самого розміру фізичної величини здійснюються декілька разів, тобто багаторазово. Отже, до багаторазових вимірювань слід віднести ті вимірювання, результат яких отримують шляхом обробки результатів повторних вимірювань фізичної величини одного і того самого розміру, виконаних більше трьох разів. Це пояснюється тим, що саме за таких умов для обробки результатів вимірювань можуть бути використані методи математичної статистики. Вимірювання одного і того самого розміру фізичної величини, які повторюються два або три рази, допускається називати дво- або триразовими;

- **за характером зміни вимірюваної величини в часі** – на статичні та динамічні:

Статичні вимірювання – це вимірювання, при яких протягом певного проміжку часу вимірювана величина майже не змінюється або ж її значення змінюється поступово згідно з технологічним процесом.

Динамічні вимірювання – вимірювання, які показують зміну вимірюваної величини в часі при різних збуреннях, що впливають на об'єкт дослідження або ж на спосіб вимірювання. Динамічні вимірювання дають можливість вивчати динамічні властивості об'єкта і засобів вимірювальної техніки, особливо давачів (первинних вимірювальних перетворювачів).

- **за відображенням результатів вимірювання** – абсолютні та відносні:

Абсолютними називаються вимірювання, значення яких подані у абсолютних одиницях фізичних величин (тиск у паскалях, довжина

Відносними називаються вимірювання, значення яких подані як відношення вимірюваної величини до однойменної, умовно прийнятої за одиницю, або ж у відсотках (наприклад, швидкість руху виражена числом Маха, вологість повітря у відсотках від повного насичення).

- **за способом одержання числового значення вимірюваної величини** – прямі; непрямі (опосередковані, сумісні та сукупні):

При прямому вимірюванні результат одержують безпосередньо за експериментальними даними (вимірювання довжини лінійкою, вимірювання температури термометром, вимірювання тиску манометром). Вони є найпоширенішими.

При непрямому вимірюванні числове значення величини відшуковують не безпосередньо, а на основі вимірювання інших величин, пов'язаних з вимірюваною величиною відомою математичною залежністю (визначення об'єму рідини у циліндричній посудині за висотою рідини в ній та площею дна  $V = Sh$  густини рідини за масою і її об'ємом –  $\rho = m/V$ ).

Опосередковане вимірювання – непряме вимірювання однієї величини з перетворенням її роду чи обчисленнями за результатами вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина пов'язана явною функційною залежністю [1]. Характерним для опосередкованих



вимірювань є функціональне вимірювальне перетворення, яке здійснюється або шляхом фізичного вимірювального перетворення, або шляхом числового вимірювального перетворення.

При сумісних вимірюваннях значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано [1]. Переважно, результати таких вимірювань використовують у наукових дослідженнях.

При сукупних вимірюваннях значення декількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, що пов'язують їх різні сполучення, що вимірюються прямо чи опосередковано [1] (наприклад, визначення коефіцієнта лінійного теплового розширення).

### **Основні характеристики вимірювань**

#### **Похибка вимірювання**

Важлива ознака вимірювання – **точність**. Ступінь точності змінюється залежно від вимог, які ставлять до результату вимірювання. На практиці не тільки неминучі, а й допустимі різні **похибки вимірювання**. Розроблено спеціальні методи оцінки й компенсації цих похибок.

Якість результатів вимірювання характеризується надійністю, правильністю і точністю.

Відсутність надмірних похибок (промахів) характеризує надійність результатів і досягається організацією вимірювання. Вилучення *систематичних похибок* характеризує правильність результатів і досягається за допомогою введення спеціальних коефіцієнтів або поправок. *Випадкові похибки* є неминучими, а їхні величини і закон розподілу характеризують точність результатів вимірювання.

#### **Принципи, засоби та методи вимірювання**

З метою забезпечення точності вимірювань фізичних величин у метрології розроблені способи використання принципів і засобів вимірювальної техніки, дотримання яких дозволяє уникнути при отриманні результатів вимірювань низки систематичних і випадкових похибок.

**Принцип вимірювання** – фізичне явище або сукупність фізичних явищ, які покладені в основу вимірювання певної фізичної величини. Наприклад, вимірювання температури за допомогою використання термоелектричного явища, зміни електричного опору терморезистора чи зміни тиску термометричної речовини манометричного термометра та ін.

**Метод вимірювання** – сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципів вимірювань для створення вимірювальної інформації [1].

У виробництві та повсякденному житті у процесі вимірювань переважно застосовують прямі методи, що забезпечують визначення шуканої величини безпосередньо за експериментальними даними. До прямих методів вимірювання належать (перелік не є вичерпним):



**Метод безпосередньої оцінки** – вимірювана величина зчитується безпосередньо з шкали, табло чи екрану показувального пристрою вимірювального приладу (наприклад, вимірювання зусилля пружинним динамометром, визначення маси зважуванням на циферблатній вазі, вимірювання електричного струму амперметром). Вимірювання цим методом не є складним, проте точність невисока, але простота методу, швидкість процесу вимірювання визначив його широке застосування на практиці.

**Метод порівняння з мірою** полягає в тому, що вимірювана величина порівнюється з величиною, що відтворена мірою (міра – це засіб вимірювань, що реалізує відтворення та (або) збереження фізичної величини заданого значення [1]). Він відрізняється постійною участю міри в процесі вимірювань (причому за показниками вимірювального приладу оцінюється лише частина вимірюваної величини). Результат вимірювання визначається як сума значень порівняльної міри (наприклад, зважування на аналітичній вазі) і показу вимірювального приладу. Точність методу порівняння значно вища за точність методу безпосередньої оцінки, але складність застосовування приладів і самого процесу вимірювання інколи обмежує його застосування. Цей метод за технічними особливостями може бути реалізований як:

*Метод зіставлення* – це метод порівняння з мірою, коли вимірювана і відтворена мірою величини одночасно діють на пристрій порівняння. Значення шуканої величини визначається після досягнення рівноваги (наприклад, визначення маси на вазі важільного типу, як суми мас гирей, що її зрівноважують).

*Компенсаційний метод* вимірювання полягає у порівнянні величини з мірою, а результат впливу величин на прилад зводиться до нуля. Цей метод використовується в автоматичних вимірювальних приладах: вимірювальних мостах, потенціометрах, аналізаторах рідин та газів та ін.

*Диференціальний* (різницевий) метод полягає у визначенні вимірювальним приладом різниці між вимірювальною величиною та відомої (відтвореної) величини (наприклад, вимірювання надлишкового тиску диференціальним манометром). Точність диференціального методу зростає зі зменшенням різниці між порівнюваними величинами.

*Метод одного збігу* (ноніусний) полягає у тому, що збігання між вимірюваною величиною і величиною відтвореною мірою визначається за збігом міток шкал або періодичних сигналів. Цей метод використовують при вимірюванні точних сигналів часу, частоти обертання з використанням стробоскопа, розмірів штангенциркулем тощо.

*Метод подвійного збігу* (метод коінциденції) полягає в одноразовому порівнянні  $n$  зістиківаних вимірюваних величин  $X$  одного і того самого розміру із зразковою величиною  $X_0$ , що відтворюється багатозначною нерегульованою мірою зі ступенем  $\Delta X_0$ . Результат вимірювання визначається за формулою:


$$X = N\Delta X_0/n.$$

**Метод заміщення** – це метод порівняння, в якому вимірювана величина  $X$  заміщується величиною  $X_0$ , що відтворюється регульованою мірою. Точність методу заміщення залежить тільки від похибки міри і практично не залежить від систематичної похибки вимірювального приладу, що є суттєвою перевагою методу заміщення. Метод використовується у засобах вимірювальної техніки високої точності, в тому числі в еталонах.

У більшості випадків вимірювання – це багаторазове спостереження величини, що вимірюється. При цьому одержують сукупність результатів вимірювання, які необхідно сумісно обробити для одержання результату. Уточнений результат вимірювання одержують шляхом вилучення систематичних і випадкових похибок.

**Збіжність вимірювань** – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість повторних результатів вимірювань однієї і тієї ж величини в однакових умовах [1].

**Відтворюваність вимірювань** – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї й тієї самої величини, виконаних у різних умовах (у різний час, у різних місцях, різними методами і засобами) [1] але приведені до однакових умов вимірювання (температура, тиск, вологість та ін.).

**Статистична обробка результатів вимірювань** (попередній розгляд)

**Прямі вимірювання.** Визначення фізичної величини  $x$  за результатами проведених вимірювань проводиться в такій послідовності:

Проводять  $n$  вимірювань фізичної величини  $x$ , внаслідок яких отримують ряд значень  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ .


Обчислюють найімовірніше значення вимірюваної величини, яким є середнє арифметичне з результатів окремих вимірювань:

$$\tilde{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Середнє значення вимірюваної величини  $\tilde{x}$  наближається до істинного  $x$  при дуже великому числі вимірювань. При кінцевому числі вимірювань  $n$  це виконується з похибкою, і результат вимірювань подається у вигляді довірчого інтервалу  $(\tilde{x} - \Delta x) \leq x \leq (\tilde{x} + \Delta x)$  в якому буде знаходитись шукана величина  $x$  з імовірністю  $\alpha$ , що називається довірчою ймовірністю, або надійністю. Довірча ймовірність показує, яка частина вимірювань при великому їх числі потрапляє в довірчий інтервал.

Для розрахунку абсолютної похибки  $\Delta x$ , що визначає нижню і верхню межі довірчого інтервалу, необхідно виконати такі дії:

Знаходять відхилення результатів кожного вимірювання від середнього значення:


$$\Delta x_1 = \bar{x} - x_1; \Delta x_2 = \bar{x} - x_2; \dots; \Delta x_n = \bar{x} - x_n$$

і обчислюють суму квадратів відхилень від середнього:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_n)^2$$

Задаються довірчою ймовірністю вимірюваної величини  $\alpha$ .

За значенням довірчої ймовірності  $\alpha$  і числа вимірювань  $n$  з таблиць знаходять значення коефіцієнта Стюдента  $t_{\alpha,n}$ .

Визначають абсолютну похибку за формулою розподілу Стюдента:

$$\Delta x = t_{\alpha,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Абсолютна похибка  $\Delta x$  (а також і довірчий інтервал) тим менша, чим менший коефіцієнт Стюдента, який у свою чергу можна змінити збільшенням числа вимірювань  $n$ , заданням меншої довірчої ймовірності  $\alpha$  чи зменшенням похибок окремих вимірювань.

Наступним кроком розраховують відносну похибку, що також характеризує точність вимірювань:

$$\delta = \frac{\Delta x}{\bar{x}}.$$

Остаточний результат подається у вигляді значень величини з довірчим інтервалом та відносної похибки:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)_a; \delta\% = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

**Непрямі вимірювання.** При визначенні похибки непрямих вимірювань, коли фізична величина розраховується за робочою формулою, насамперед необхідно одержати формули для обчислення похибок у кожному конкретному випадку. Похибки непрямих вимірювань знаходять за відомими похибками прямих вимірювань

Для простого випадку, коли шукана величина обчислюється сумою (різницею)  $x = a + b$ , і при цьому величини  $a$  і  $b$  визначаються прямими вимірюваннями у вигляді довірчих інтервалів:

$$a = (\tilde{a} \pm \Delta a)_a \text{ і } b = (\tilde{b} \pm \Delta b)_a.$$

Тоді середнє значення величини знаходиться як сума (або різниця) середніх значень величин, отриманих прямими вимірюваннями, що



додаються, а абсолютна похибка дорівнює сумі абсолютних похибок відповідних доданків:

$$\tilde{x} = \tilde{a} + \tilde{b}$$

$$\Delta x = (\Delta a + \Delta b)_a.$$

Якщо ж вимірювана величина обчислюється як функція декількох співмножників, то середнє значення знаходять за робочою формулою через середні значення вимірюваних складових, а формулу для отримання абсолютної похибки можна отримати таким чином:

- Задану робочу формулу спочатку логарифмують за основою натурального логарифма.
- Отриманий вираз диференціюють.
- Вважаючи, що похибки малі, переходять на кінцеві прирости, замінюючи знак диференціала  $d$  на  $\Delta$ , а істинні значення – середніми.
- Статично незалежні величини додаються геометрично, тому відносна похибка шуканої величини визначається як геометрична сума окремих похибок.
- За відносною похибкою знаходять абсолютну, з врахуванням раніше обчисленого за робочою формулою, середнього значення вимірюваної величини.
- Остаточний результат записують у вигляді довірчого інтервалу та відносної похибки.

## 12.2 Важливість вимірювань для розвитку науки і техніки.

Важливість вимірювань для розвитку науки і техніки важко переоцінити. Накопичення емпіричних відомостей завжди було фундаментом для розвитку теоретичних основ природознавства. При сучасному рівні розвитку теорії – проведення експерименту пов'язане, частіше, з підтвердженням справедливості нових теоретичних рішень або із їх спростуванням.

Зазвичай, у виробничих умовах (або на виробництвах з наявністю лабораторних умов), простіше провести експеримент, ніж утримувати штат «теоретиків» або «змусити» технологів правильно порахувати технологічні або енергосилові параметри. Експеримент також тут може виступати більш точним і оперативним методом, таким, що найбільше відповідає заданим виробничим умовам.

Оснащення металургійних цехів, прокатних станів, як і ліній кривошипних пресів, вимірювальними приладами (наприклад, для визначення тиску металу на валки, штампи) – є необхідною умовою для забезпечення працездатності схем автоматизації.



### **12.3 Способи експериментального вивчення напружено-деформованого стану металу і устаткування. Види вимірювань і методи механіки твердого деформівного тіла.**

*Види вимірювань* розділяють на *прямі* і *непрямі* (що було зазначено у попередньому розділі).

*Прямі* вимірювання – пов'язані з безпосереднім контактом вимірюваної величини з вимірювальним приладом («діаметр заготовки – штангенциркуль»).

*Непрямі* вимірювання – це ті, що вимагають перетворення вимірюваного параметра в шукану величину (температура (°C) ⇒ термопара вимірює термо-ЕРС (Вольт)).

*Методи механіки твердого деформівного тіла* базуються на теорії напружено-деформованого стану, і рівняннях, що описують реологічну поведінку суцільного середовища. Існують два основні способи розв'язання задач – теоретичний та експериментальний.

Проте, не можна відокремити один від одного теоретичні й експериментальні методи – вони знаходяться в діалектичній єдності, оскільки будь-яка теорія базується на дослідних даних, а постановка будь-якого експерименту заснована на певних теоретичних передумовах. У експериментальних методах шукані величини визначаються безпосередньо шляхом вимірювань або спостереження. Коли для отримання необхідних параметрів первинні дослідні дані піддаються математичним операціям – маємо експериментально-розрахункові методи. Якщо при цьому використовують рівняння механічного стану, що встановлюють зв'язок між силовими і кінематичними параметрами суцільного середовища, то такі способи називають експериментально-розрахунково-аналітичними.

У табл. 12.1 представлено способи отримання основних параметрів напружено-деформованого стану за даними деяких експериментальних методів.

Способи експериментального дослідження напружено-деформованого стану металу й обладнання досить різні й характеризуються величиною, діапазоном і точністю вимірюваних величин, спеціальним устаткуванням і умовами постановки дослідження, способами математичної обробки первинної інформації та інтерпретацій кінцевих результатів.

Основні експериментальні методи механіки твердого деформівного тіла, що використовують, наприклад, в обробці металів тиском, наведено в табл. 12.2.



Таблиця 12.1 – Величини, що визначаються в різних експериментальних методах

Метод	Спосіб отримання величин		
	Експериментальний (Е)	Експериментально-розрахунковий (ЕР)	Експериментально-розрахунково-аналітичний (ЕРА)
Тензометрія	Деформація, переміщення	Швидкості деформації, швидкості переміщень	Напруження
Ділильні сітки	Переміщення	Деформації	Те ж
Муар	Швидкості течії	Швидкості деформацій	–
Фотопружність	Різниця головних напружень, напрям головного напруження	Напруження, деформації, переміщення	–
Оптично чутливі покриття	Різниця головних деформацій, напрям головної деформації	Деформації, переміщення	Напруження
Кристалічна фотопластичність	Різниця головних напружень, напрям головного напруження	Напруження	Деформації, переміщення
Інтерферометрія	Переміщення	Деформації, швидкості деформації	Напруження
Вимірювання твердості	Інтенсивність напружень	Напруження	Деформації, переміщення
Лінії ковзання	Траєкторії максимальних дотичних напружень	–	Те ж
Крихкі покриття	Траєкторії головних деформацій	Деформації	Напруження



Таблиця 12.2 – Основні методи механіки твердого деформованого тіла

Метод	Основні різновиди	Метод	Основні різновиди
Поляризаційно-оптичний	Фотопружність Полімерна фотореологія Кристалічна фотореологія Оптично чутливі покриття	Структурно-спадковий	Крихкі (лакові) покриття Вимірювання твердості Природні позначки Рентгенографічний
Геометричний	Ділильні сітки Багатошарові моделі Метод муарових смуг	Інші	Моделювання Ультразвукові методи Оптична інтерферометрія
Тензометрія	Електротензометрія Механічні й оптичні		

При аналізі пластичної формозміни широко використовуються ділильні сітки, муар, вимірювання твердості й оптично чутливі покриття. Щоб отримати достовірну інформацію та зменшити об'єм математичної обробки, доцільно обирати такий експериментальний метод, що дозволяє безпосередньо визначати шукані величини, при цьому можна використовувати дані з табл. 12.1. Найбільш поширеними для аналізу працездатності інструменту й обладнання є методи електротензометрії та поляризаційно-оптичний.

#### 12.4 Прилади і точність вимірювання

Результатом будь-якого експериментального дослідження мають бути дані що мають практичну значущість. У зв'язку з тим, що процеси обробки металів слід віднести до таких, які перебігають швидко, то прилади повинні мати відповідні характеристики.

*Прилади* розділяють на такі:

- 1) що показують;
- 2) що реєструють:     а) самописні,  
                                  б) інтегрувальні (цифрові).

Відліковий пристрій – це шкала і покажчик.



Шкала – це сукупність позначок уздовж просування покажчика в значеннях будь-якої (вимірюваної) величини.

Вимоги до покажчика:

- а) мала маса;
- б) співмірність зі шкалою;
- в) легкі умови відліку.

*Точність вимірювання.*

Усі вимірювальні прилади мають похибки. Це паспортна величина приладу. Про точність вимірювання говорити не можна, якщо похибка вимірюваної величини ( $\delta_{\text{вимір.вел.}}$ ) сумірна з похибками приладу ( $\delta_{\text{приладу}}$ ).

Необхідно щоб  $\delta_{\text{приладу}} \ll \delta_{\text{вимір.вел.}}$ .

## 12.5 Структурна схема електричного приладу для вимірювання неелектричної величини

Використання приладів електровимірювань для вимірювання неелектричної величини ґрунтується на застосуванні додаткового пристрою, що перетворює неелектричну величину в ЕРС або зміну електричного параметра. Такі пристрої називають датчиками або перетворювачами.

Розділяють датчики (2) :

Генераторні – перетворюють вимірювану неелектричну величину в ЕРС (ТС  $\Rightarrow$  ТЕРМО-ЕРС).

Параметричні – перетворюють неелектричну величину в зміну електричного параметру (металевий термоопір з мідною обмоткою – при зміні ТС змінюється омичний опір  $\Omega$ , Ом).

Структурну схему приладу електровимірювання для вимірювання неелектричної величини наведено на рис. 12.1.

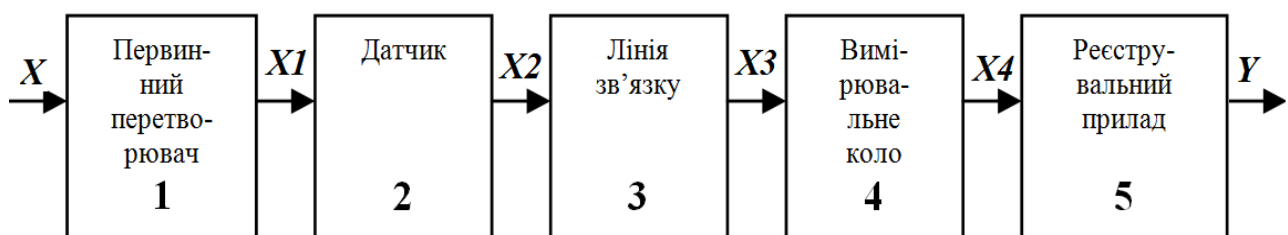


Рисунок 12.1 – Структурна схема електровимірювального приладу для вимірювання неелектричної величини

На рис. 12.1 позначено:

1 – пристрій, що здійснює перетворення вимірюваної неелектричної величини знову в неелектричну, проте зручну для подальшого перетворення в електричний сигнал (наприклад, мездоза тиску містить пружний сталевий елемент, що перетворює силу в деформацію);



2 – датчик – вторинний перетворювач;

3 – зв'язок між датчиком і вимірювальним колом, який може здійснитися через підсилювач, магнітне поле, електричне поле або за допомогою радіоліній;

4 – усі елементи, що беруть участь у перетворенні сигналу датчика в електричний струм;

5 – реєструвальний прилад, що наочно показує вимірювану величину у вигляді відхилення покажчика приладу.

## 12.6 Статичні характеристики приладів

Відхилення покажчика, або відображення величини на екрані ( $Y$ ) – це функція вимірюваної величини, побічних параметрів, напруги живлення приладів та ін.

Статистичні характеристики відбивають зв'язок між  $Y$  та  $X$  при процесах, що протікають повільно, і при таких значеннях побічних вимірюваних величин [ $T$  °С,  $U$ ...], які не перевищують критичних значень.

Статистична чутливість – це коефіцієнт перетворення:

$$K = \Delta Y / \Delta X,$$

де –  $\Delta Y$  – зміна відхилення покажчика;

$\Delta X$  – реальна зміна вимірюваної величини.

Чутливість елементів (кожного з елементів схеми рис. 1.1) визначається як:

$$K_1 = \Delta X_1 / \Delta X; K_2 = \Delta X_2 / \Delta X_3; K_3 = \Delta X_3 / \Delta X_2 \\ K_4 = \Delta X_4 / \Delta X_3; K_5 = \Delta Y / \Delta X_4.$$

Тоді коефіцієнт перетворення можна записати як:

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = K_1 * K_2 * K_3 * K_4 * K_5.$$

Відносна похибка приладу:

$$\delta_Y = (\Delta y - K \Delta X) / K \Delta X.$$

## 12.7 Динамічні характеристики приладів

Динамічні характеристики приладів необхідно враховувати при швидкоплинних процесах. Вони проявляються у вигляді спотворень



форми графіку, що записується, та викликані інерцією приладу, тобто перехідними процесами (рис. 12.2).

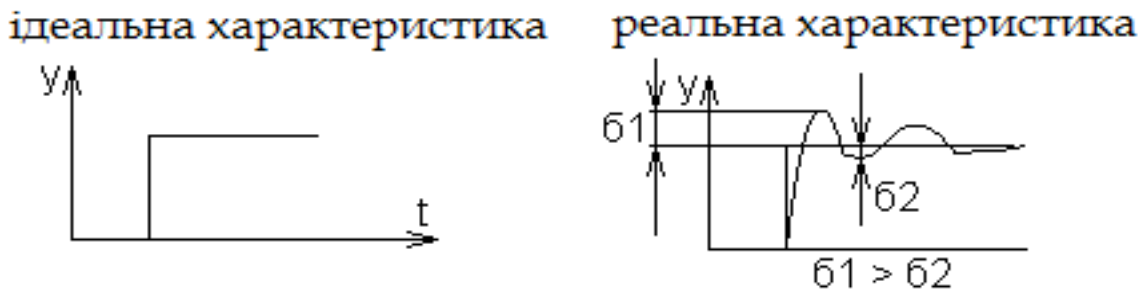


Рисунок 12.2 – Динамічні характеристики приладів (перехідні процеси)

Нормованим показником приладу є динамічний коефіцієнт:

$$k_1 = 61/62,$$

що показує міру інерційності приладу.

При конструюванні приладів величину  $k_1$  намагаються зменшувати.

## 12.8 Методи аналогій і моделювання

Моделювання, зазвичай, виправдане економічними міркуваннями. Розроблено фундаментальну теорію подібності та моделювання (у т.ч. для процесів обробки металів – І. Барб, Ф. Кік, В. Кирпичов, М. Кирпичов, Ю. Чижиков, Г. Шломчак, Є Унксов, С. Губкін та ін. (наприклад, стосовно металообробки, див. сайт: [[Металообробка - Контроль якості - Принцип подоби](#)]).

Моделювання можна розділити на фізичне (подібність) і математичне (аналогове). Здійснення останнього вимагає зазвичай рівня знань в області математики.

Метод аналогій не вимагає геометричної або фізичної подібності моделі та природи (їх реологічних характеристик), оскільки заснований на подвійному застосуванні однакових математичних функцій як до природи, так і до моделі.

Фізичне моделювання повинно враховувати подібність для моделі та природи характеристик пружності, пластичності, в'язкості, геометрії та інших чинників.

### Контрольні запитання

1. Назвіть головні ознаки поняття «вимірювання».
2. Які методи прямих вимірювань Ви знаєте? З'ясуйте їхню специфіку.
3. Як визначають абсолютну похибку?



4. У чому полягає важливість вимірювань у промислових умовах?
5. Які види вимірювань Ви знаєте?
6. Назвіть два основні способи розв'язування задач.
7. Яка відмінність між генераторними та параметричними датчиками?
8. З яких компонентів складається відліковий пристрій?
9. З'ясуйте особливості структурної схеми електровимірювального приладу для вимірювання неелектричної величини
10. Яку інформацію дають нам статичні характеристики приладів?
11. Коли саме варто враховувати динамічні характеристики приладів?
12. У чому полягає відмінність фізичного та математичного моделювання?

### **Використана література**

1. ДСТУ 2681-94 Державна система забезпечення єдності вимірювань. Метрологія. Терміни та визначення.
2. Кухар В. В. Основи експериментальних методів дослідження процесів обробки металів тиском : навчальний посібник. Маріуполь : ПДТУ, 2019. 234 с.
3. Національний класифікатор України. Український класифікатор нормативних документів ДК 004:2008
4. Онищенко В. О., Срібнюк С. М., Коробко Б. О., Матяш О. В. Основи наукових досліджень та науково-технічної творчості : навч. посіб. Київ : Видавництво Ліра-К, 2020. 280 с.
5. Основи наукових досліджень / О. М. Сінчук та ін. Кременчук : ПП Щербатиих О. В., 2022. 196 с.
6. Основи технічної творчості : навчальний посібник / Ю. С. Проїдак та ін. Дніпро : Акцент ПП., 2021. 128 с.
7. Основи технічної творчості. Частина 1 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад. Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2019. 57 с.
8. Основи технічної творчості і наукових досліджень : методичні вказівки для виконання семестрового циклу практичних робіт для студентів освітнього рівня «бакалавр» / уклад. В. В. Васильків, Л. М. Данильченко, І. Г. Ткаченко. Тернопіль : Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2016. 160 с.
9. Про метрологію та метрологічну діяльність: Верховна Рада України; Закон від 05.06.2014 № 1314-VII. Архів оригіналу за 28 квітня 2015.
10. Сергеев А. Г., Крохин В. В. Метрология : учеб. пособие для вузов. Москва : Логос, 2001. 408 с.



## ТЕМА 13

### ПРОФЕСІЙНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ І МАТЕРІАЛІВ У ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНІЙ ГАЛУЗІ

**Метою вивчення теми є** опанування професійних методів дослідження процесів і матеріалів у гірничо-металургійній галузі (основи геометричних методів і муарових смуг, методи руйнівного та неруйнівного контролю, металографічних досліджень, вимірювань напружень, деформацій, сил та моментів за допомогою тензометрів різних типів (електричних, струнних, механічних, оптичних). З'ясування загальних відомостей про поляризаційно-оптичні, структурно-спадкові методи (лінії ковзання, крихких покриттів, вимірювання твердості, мікроструктурний метод).

**Завдання вивчення теми** збігаються з переліком питань для розгляду, що наведений нижче.

#### Перелік питань до розгляду

13.1 Основи геометричних методів. Метод муарових смуг; методи сіток: координатні сітки, фіктивні сітки; шаруваті моделі).

13.2 Методи руйнівного і неруйнівного контролю.

13.3 Металографія: мікроструктурні та макроструктурні дослідження. Вимірювальні мікроскопи.

13.4 Тензометрія та її використання (механічні тензометри, струнні тензометри, оптичні тензометри, дотові тензометри та електротензометрія).

13.5 Поляризаційно-оптичні методи.

13.6 Структурно-спадкові методи (метод крихких покриттів, метод оптично чутливих покриттів, метод визначення напружень за розподілом твердості, метод ліній ковзання).

13.7 Чисельні методи розрахунку.

13.8 Методи цифрової трасерної візуалізації, Particle Imaging Velocimetry (PIV-метод).

**13.1 Основи геометричних методів. Метод муарових смуг; методи сіток: координатні сітки, фіктивні сітки; шаруваті моделі)**

**Основи геометричних методів.** Найбільш відомим з геометричних методів експериментального аналізу деформацій є *метод ділильних або координатних сіток*.

Сутність методу полягає в тому, що на досліджувану поверхню наносять систему точок, ліній або будь-яких інших позначок, зміна взаємного розташування і конфігурації яких дозволяє визначити переміщення, деформації, швидкості деформацій і т.і. Найбільше



поширення набули сітки, що складаються із взаємно перпендикулярних систем паралельних ліній з рівним кроком, що пов'язано з достатньою простотою їх отримання і обробки первинних експериментальних даних.

Метод ділительних сіток дає дискретну інформацію, база його задається відстанню між сусідніми лініями – кроком сітки. В результаті вимірювань можна визначити середнє значення переміщень і деформацій, тому для збільшення чутливості методу бажано зменшувати крок сітки. Це призводить до збільшення числа вимірювань, а також вимагає застосування високоточних вимірювальних приладів і більш якісного нанесення початкової сітки.

Для дослідження процесів обробки матеріалів тиском широко використовується метод муарових смуг, який відрізняється наочністю, порівняльною простотою і точністю. Суть методу полягає в тому, що при накладенні двох систем досить щільних ліній утворюються картини квазіінтерференційних смуг, які характеризують розбіжність в кроці і (або) напрямку цих ліній. На відміну від методу координатних сіток тут відбувається якісна зміна форми первинної інформації: замість дискретних значень вимірюваних величин є їх безперервні поля.

Всі перераховані методи, незважаючи на відмінності, мають внутрішню єдність, через те, що вони, фактично, дають одну і ту ж інформацію, засновану на реєстрації зміни геометричних розмірів. Жоден з цих методів не є абсолютним, кожен з них має свої переваги і недоліки і свою область застосування, крім того, в ряді випадків доцільно використовувати їх комбінації.

**Метод муар.** У зв'язку з тим, що людське око, так само як і будь-яка оптична система, має обмежену роздільну здатність, то воно не може розрізняти деталей об'єктів, кут зору яких менше однієї хвилини. Тому, якщо два (або більше) досить щільних масива будь-яких геометричних елементів накладаються один на один і розглядаються в прохідному або відбитому світлі, то спостерігається *муаровий ефект*. Смуги, пов'язані з цією псевдоінтерференційною картиною, прийнято називати *муаровими смугами*.

**Moire method** – експериментально-теоретичний метод визначення деформацій і переміщень по світлих і темних смугах, що чергуються, що утворюються внаслідок механічної інтерференції, що виникають при накладенні двох або більше систем ліній, сіток, растрів або точок.

Метод передбачає виготовлення контрольного растру, нанесення растру на тіло до його деформації та накладання його після деформації на контрольний. Муарові смуги, що спостерігаються при накладенні, є геометричним місцем точок, що отримують однакове переміщення в напрямку, перпендикулярному до ліній контрольного растру. При плоскому стаціонарному пластичному перебігу муарові смуги дають (в ейлерових координатах) картину поля переміщень у перерізі тіла (рис. 13.1).

Для аналізу картин муара та визначення деформацій будують графіки зміни переміщень та швидкостей уздовж прямих, паралельних осям координат.

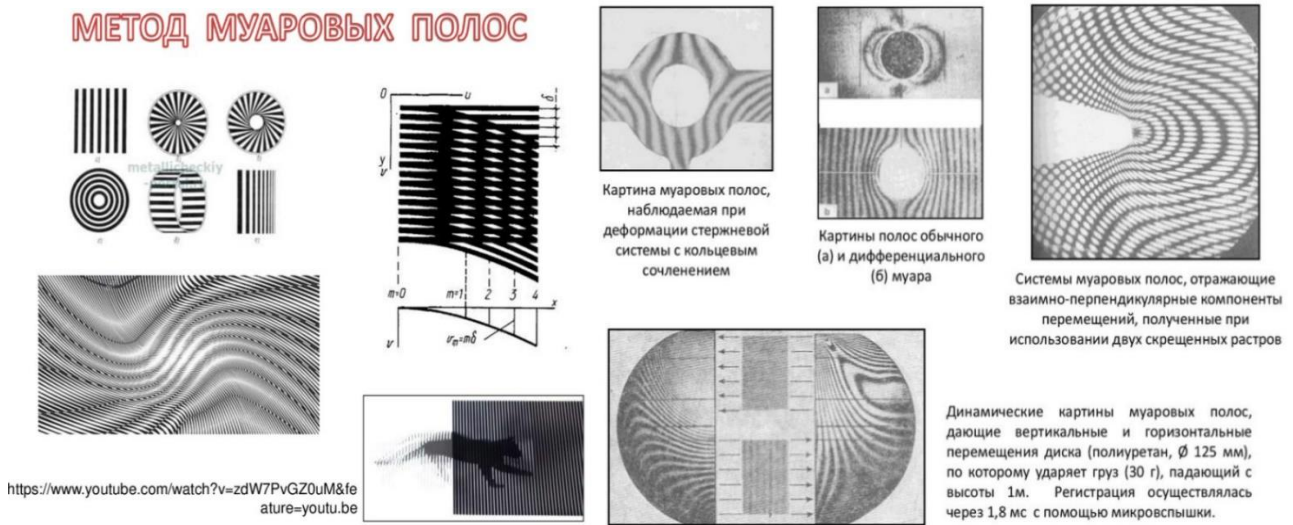


Рисунок 13.1 – Реалізація методу муар у дослідженнях переміщень

Картина муарових смуг не є інтерференційною в точному значенні цього слова, так як утворення муарових смуг пояснюється зміною в розподілі інтенсивності світла при його проходженні через непрозорі смуги ґраток. Оптична інтерференція і дифракційні явища, зазвичай, не мають істотного впливу на створення такої картини. Це пояснення засноване на гіпотезі про прямолінійне поширення світла, яка є наближеною, але достатньою для тлумачення основних закономірностей муарового ефекту.

Муарові смуги є параметричними кривими, тобто є сімейством кривих. В першу чергу визначають вид рівняння, що описує дане сімейство кривих, після чого знаходять параметри даного рівняння, тобто аналітичний опис кривих. Щоб отримати компоненти деформівного стану, необхідно знати значення частинних похідних переміщень по координатам. Тут можливе застосування методів графічного або аналітичного диференціювання. Одним з методів є метод «прогонки смуги» (рис. 13.2, рис. 13.3), який полягає в тому, що при постійному значенні параметра смуги величина похідної буде прямо-пропорційна відношенню  $p/\Delta x$ , яку називають ціною поділки смуги. Ця величина визначається зсувом  $\Delta x$ .

**Метод координатної сітки.** Термін *координатна* або *ділильна* сітка використовується в широкому сенсі, тобто він позначає не тільки систему рисок або інших міток, нанесених на площині, а й просторові системи гвинтів, штифтів, рейок, ґраток (комірок) і т.і.

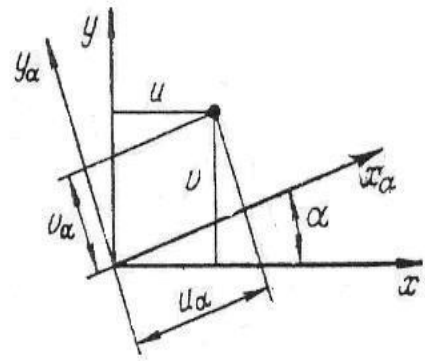
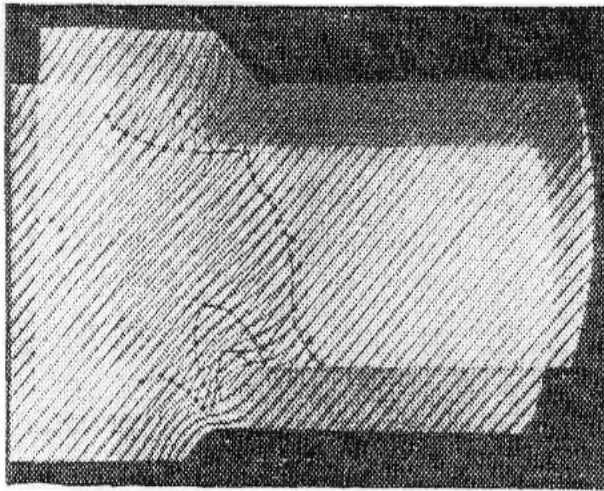


Рисунок 13.2 – Отримання картини частинної похідної способом «прогонки смуги» в методі координатної сітки

На рис. 13.3 показані частинні похідні.

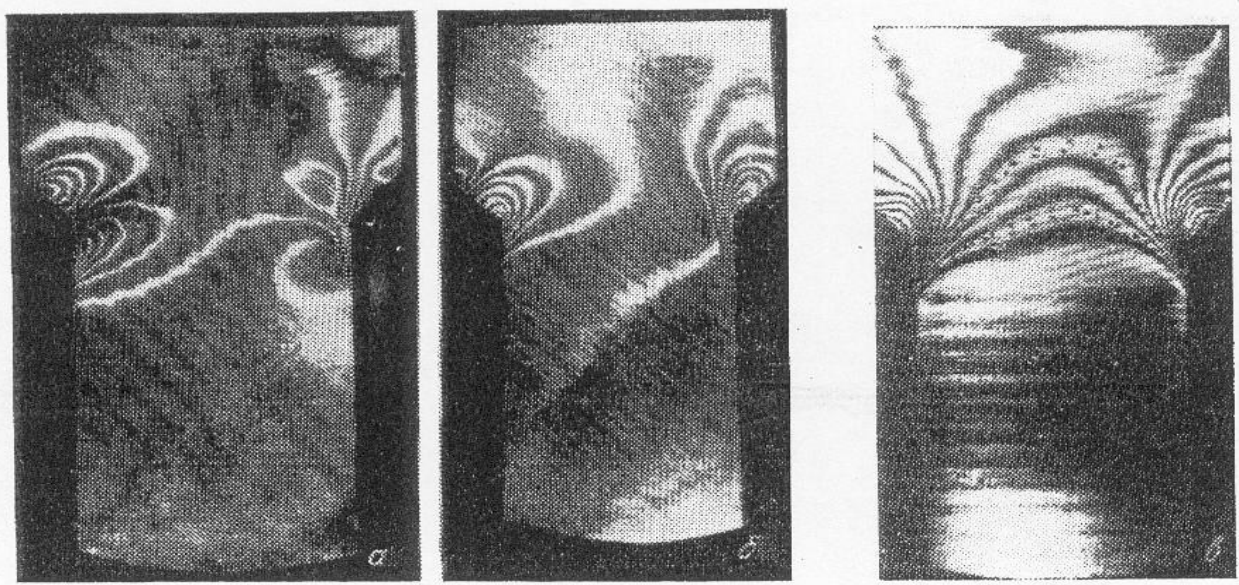


Рисунок 13.3 – Поля частинних похідних у процесі пресування стрижня

Незважаючи на різноманіття варіантів виконання сіток, за способом інтерпретації експериментальної інформації їх можна розділити на дві основні групи: до першої групи належать методи, які використовують співвідношення *деформаційної теорії пластичності*; методи другої групи ґрунтуються на *теорії пластичної течії* (пластичного плину).

У всіх випадках вводиться гіпотеза про ізотропність матеріалу і однорідність деформації в межах кожної комірки сітки, а отримані компоненти деформованого стану є середніми і, умовно, можуть бути віднесені до центру комірки.



На початковому етапі розвитку метод координатних сіток використовували тільки для якісного аналізу напружено-деформованого стану. Удосконалення методики проведення експерименту і способів обробки дослідних даних, а також розвиток обчислювальної техніки, дали можливість здійснювати кількісний аналіз. Однак, обробка експериментальної інформації за методом координатної сітки і в теперішній час залишається досить трудомістким процесом, що зумовлено великою кількістю вимірювальних операцій і підготовкою даних до введення в ЕОМ.

Тому, перспективи подальшого розвитку методу пов'язані з вирішенням проблеми автоматизації експериментальних досліджень.

*Кінцеві деформації.* Розглянемо випадок нанесення координатної сітки на площину дії головних деформацій. Найбільш просто можна визначити компоненти головних деформацій в тому випадку, коли їх напрями відомі і не змінюються в процесі деформування. У цьому випадку коло (окружність), вписане у квадратну комірку сітки, перетворюється в еліпс, а сама комірка – у прямокутник.

Головні деформації еліпсу визначаються за формулами:

$$\bar{\varepsilon}_1 = \ln \frac{r_1}{r_0}, \quad \bar{\varepsilon}_2 = \ln \frac{r_2}{r_0}, \quad (13.1)$$

де  $r_0$ ,  $r_1$  и  $r_2$  – радіус початкового кола і головні напіввісі еліпсу відповідно.

Якщо деформація комірки супроводжується зсувом, то початковий квадрат перетворюється у паралелограм (рис. 13.4) і головні напіввісі еліпсу визначають так:

$$r_{1,2} = \sqrt{\frac{a_1^2 + b_1^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_1^2 + b_1^2}{2}\right)^2 - a_1^2 b_1^2 \sin^2 \delta_1}}, \quad (13.2)$$

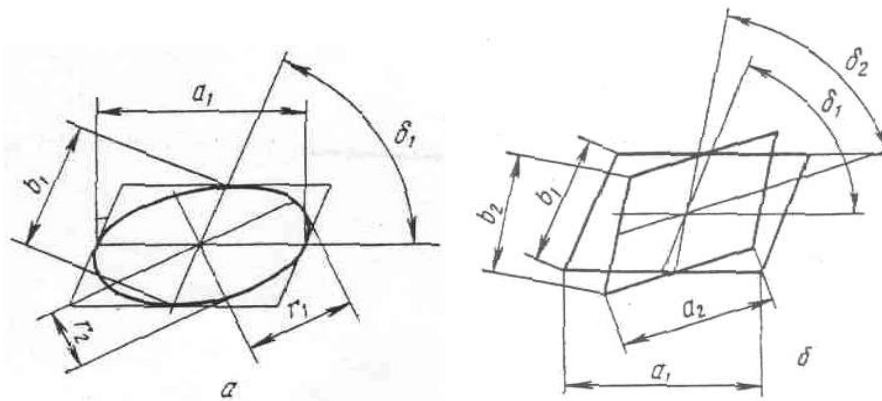
де  $a_1$  и  $b_2$  – розміри комірки після деформації.

Напрямок найбільших (головних) деформацій обчислюється за формулою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r_1^2 - r_2^2}{2r_1^2} \operatorname{tg} \delta_1 - \sqrt{\left(\frac{r_1^2 - r_2^2}{2r_1^2} \operatorname{tg} \delta_1\right)^2 - \frac{r_2^2}{r_1^2}}. \quad (13.3)$$

Головні компоненти деформацій визначаються за рівняннями (13.1), а інтенсивність логарифмічних деформацій, з урахуванням умови нестисливості, буде:

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{\varepsilon}_1^2 + \bar{\varepsilon}_2^2 + \bar{\varepsilon}_3^2}. \quad (13.4)$$



а – прямокутник – паралелограм;  
б – паралелограм – паралелограм

Рисунок 13.4 – Схема перетворення комірки ділильної сітки

При дослідженні напружено-деформованого стану для осесиметричних задач пластичної формозміни зручно використовувати ділильну сітку, що складається з системи кіл (окружностей) з радіусом  $r_0$ . Головні деформації тоді обчислюють за простими співвідношеннями:

$$\bar{\varepsilon}_\theta = \ln \frac{R}{R_0}; \quad \bar{\varepsilon}_1 = \ln \frac{r_1}{r_0}; \quad \bar{\varepsilon}_2 = \ln \frac{r_2}{r_0}, \quad (13.5)$$

де  $\bar{\varepsilon}_\theta$ ,  $\bar{\varepsilon}_1$  й  $\bar{\varepsilon}_2$  – окружна і головні деформації в меридіональному перерізі;

$R_0$  і  $R$  – відстані від осі симетрії до певної точки до і після деформування;

$r_1$  та  $r_2$  – напіввісі еліпсу, в який перетворилася первісна окружність.

Напрямок головної деформації визначається експериментально, як кут  $\varphi$  між напрямком більшої напіввісі еліпсу  $r_1$  і віссю зразка. Осьову і радіальну логарифмічну деформації можна знайти за формулами:

$$\bar{\varepsilon}_z = \frac{1}{2} \left( \bar{\varepsilon}_\theta + \ln \frac{r_1}{r_2} \cos 2\varphi \right); \quad \bar{\varepsilon}_r = \frac{1}{2} \left( \bar{\varepsilon}_\theta - \ln \frac{r_1}{r_2} \cos 2\varphi \right). \quad (13.6)$$

Компоненти девіатора напружень можна визначити, використовуючи рівняння теорії опору матеріалів пластичній деформації. Величини нормальних напружень знаходять при інтегруванні відповідних диференціальних рівнянь рівноваги. Загальним недоліком цих методів, обробки експериментальних даних є порівняно невисока точність вимірювання кутових величин. Відзначимо, що досить точні результати можна отримати, вимірюючи тільки лінійні координати вузлів сітки.

**Метод шаруватих моделей.** Обмеженням методу ділильних сіток є те, що поверхні дослідження заздалегідь фіксуються. Цей недолік може бути в якійсь мірі компенсований застосуванням шаруватих моделей, причому в якості модельного матеріалу можуть використовуватися кольорові глини, пластилін і метали різного кольору.

Досліджуваний об'єкт, в даному випадку, виготовляють з набору різнокольорових пластин, циліндрів або елементів інших конфігурацій, з'єднаних між собою тим чи іншим способом.

Після деформування зразок розрізають по будь-якій заданій площині або поверхні, на якій видно межі викривлених деформацією шарів (рис. 13.5). Ця інформація є вихідною для подальшого аналізу напружено-деформованого стану.

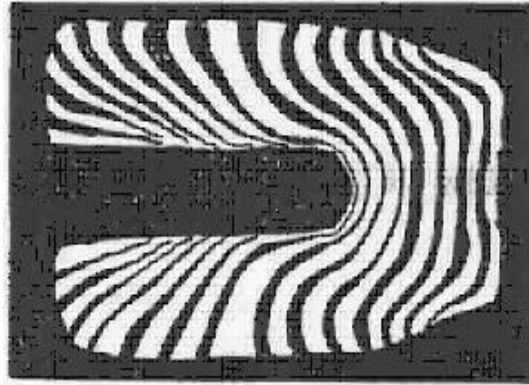


Рисунок 13.5 – Фотографія деформованої шаруватої моделі

Найбільш просто виготовити таку модель з кольорового пластиліну. Однакові по товщині пластини спресовують у моноліт, а для отримання більш чітких меж розділу шарів на їх поверхню наносять тонкий шар пудри. Шари такого матеріалу мають однакові механічні характеристики і реологічні властивості. Деформування, зазвичай, виконують дерев'яним інструментом.

Основним недоліком таких моделей є те, що реологічна поведінка пластиліну і металу має істотну різницю, тому метод може бути використаний тільки для якісної оцінки процесів формозміни. Крім цього, точність одержуваних результатів невисока, через труднощі виготовлення рівнотовщинних і досить тонких пластин, а також через великі похибки у вимірюваннях внаслідок розмитості меж між шарами.

Більш перспективними є шаруваті металеві моделі, на яких можна проводити дослідження при кімнатних і підвищених температурах; вони можуть складатися з шарів товщиною до десятих часток міліметра і дозволяють робити кількісний аналіз. Для виготовлення такого матеріалу підбирають метали з близькими механічними характеристиками і різним кольором (хороші результати були отримані на парі «мідь–томпак»).

З'єднання шарів здійснюється у результаті утворення твердих розчинів заміщення на їхніх кордонах у процесі взаємної дифузії металів при гарячому пресуванні або прокатці пакету. До недоліків можна віднести анізотропію такого матеріалу і технічні труднощі в отриманні однакових за товщиною шарів (різнотовщинність може досягати 50 %). Остання обставина обмежує можливість отримання кількісних даних.

## 13.2 Методи руйнівного і неруйнівного контролю

### 13.2.1 Методи руйнуючого контролю

**Руйнуючий контроль** – Це сукупність методів вимірювання та контролю показників якості виробу, після завершення якого порушується придатність об'єкта контролю для використання за призначенням.

Руйнівний контроль застосовується для вибірових випробувань окремих зразків виробів і за результатами статистичними методами робиться висновок про якість партії всієї продукції, до якої належать випробувані зразки. Даний метод дозволяє безпосередньо визначити контрольовані параметри або характеристики (наприклад, межу міцності або товщину покриття), але не дає повної впевненості у задовільній якості всієї партії. Принциповий недолік його полягає у вибірковості, тому що руйнуються одні вироби, а експлуатуються інші. Достовірність руйнівних методів контролю залежить від однорідності властивостей у зразках, взятих для випробувань, і реальних об'єктах, і навіть від подібності умов випробувань та експлуатації.

До методів руйнівного контролю зазвичай відносять передпускові або періодичні гідравлічні випробування апаратів, а також механічні випробування зразків металу, вирізаних їх елементів, твердометрію, металографію. Руйнівний контроль прямо протилежний методам неруйнівного контролю, суть яких полягає в контролі надійності основних робочих властивостей і параметрів об'єкта або окремих його елементів/вузлів без виведення об'єкта з роботи або його демонтажу. При оцінці технічного стану апаратів, що довго пропрацювали, неруйнівні методи контролю забезпечують отримання найбільш істотної інформації для прогнозування ресурсу їх безпечної експлуатації. Вони припускають застосування фізичних методів контролю якості, які впливають працездатність конструкції апарату.

**Загальні відомості про методи руйнівного (РК) та ушкоджуючого контролю (УК).** Механічні випробування є одним із основних МР та УК. До механічних випробувань відносять:

- випробування на статичне (короткочасне) розтягування;
- статичний вигин;
- ударний вигин (на надрізаних зразках);
- на стійкість проти механічного старіння;
- вимірювання твердості металу;
- металографія.

**Статичні випробування на розтягування.** У процесі випробування на розтягування зразок деформується, а потім руйнується.

Дане випробування дозволяє отримати такі характеристики:

- межа пропорційності (умовна)  $\sigma_{пц}$ ;
- межа пружності (умовна)  $\sigma_{0.01}$ ;

- межа плинності (фізична)  $\sigma_T$ ;
- межа плинності (умовна)  $\sigma_{0.2}$ ;
- межа міцності (тимчасовий опір)  $\sigma_B$ ;
- відносне подовження після розриву  $\delta$ , %;
- відносне звуження після розриву  $\psi$ , %.

Дослідний зразок затискається у затисках розривної машини та починається поступово навантажуватись, при цьому фіксується значення подовження під дією прикладених навантажень. На початковому етапі навантаження у зразку присутній одновісний напружений стан. Далі починається ділянка місцевої плинності. На зразку з'являється місцеве потоншення (шийка) На початковій ділянці діаграми між силою  $F$  та подовженням  $\Delta l$  дотримується пряма пропорційна залежність – зразок підпорядковується закону Гука. Закон Гука говорить про пряму пропорційну залежність між напругою  $\sigma$  і деформацією  $\varepsilon$  :  $\sigma = \varepsilon - E$

Коефіцієнт пропорційності  $E$  називається модулем пружності першого роду.

Далі закон Гука порушується: залежність між силою та подовженням стає нелінійною. На діаграмі є горизонтальна ділянка, яка називається майданчиком плинності. У цій стадії випробування зразок подовжується (деформується) практично за постійної сили. Це називається плинністю, зразок деформується рівномірно й у всій довжині робочої частини. Після майданчику текучості починається ділянка зміцнення. У кінцевій точці цієї ділянки досягається максимальна сила, яку може витримати зразок.

На кінцевій ділянці (після виникнення шийки) відбувається локалізація деформацій у шийці, решта зразка практично не деформується. Деформація в шийці неоднорідна, має значний градієнт вздовж осі зразка. Напружений стан також стає неоднорідним, крім того, вони зміняться якісно – стає тривісним. У середині шийки напружений стан – тривісне розтягування.

Діаметр шийки зменшується в міру деформування зразка, і зразок розривається за найменшим перерізом шийки.

Межею пропорційності називається найбільша напруга, до якого справедливий закон Гука. Для визначення межі пропорційності вводиться поняття умовної межі пропорційності. Умовною межею пропорційності називається напруга  $\sigma_{пц}$ , при якій тангенс кута нахилу дотичної до діаграми розтягування в 1,5 рази більший за тангенс кута нахилу лінійної ділянки цієї діаграми.

Межу пропорційності оцінюють як напругу, при якому відступ від прямої пропорційної залежності між напругою та деформацією досягає певної величини. При певному перевищенні межі пропорційності деформації продовжують залишатися пружними, тобто. повністю зникає, якщо напруження знизити до нуля.

Найбільша напруга, до якої всі деформації у матеріалі пружні, називається межею пружності.



Межею плинності  $\sigma_T$ , називається напруга, при якій в матеріалі починають інтенсивно накопичуватися залишкові (пластичні) деформації, причому цей процес відбувається при практично постійному напрузі.

Фізичну межу плинності оцінюють при розтягуванні як частне від розподілу навантаження (відповідає майданчику плинності або явно вираженій зупинці стрілки шкали сило вимірювального пристрою випробувальної машини) до початкової площі поперечного перерізу зразка.

За відсутності майданчика плинності визначають умовну межу плинності. Умовною межею плинності  $\sigma_{0.2}$  називається напруга, при якій залишкова (пластична) деформація становить 0,2%.

Тимчасовий опір розриву при розтягуванні оцінюють як частне від розподілу найбільшого навантаження, віднесеного умовно до початкової площі поперечного перерізу зразка.

Відносне подовження після розриву оцінюють як відношення збільшення довжини зразка (після розриву) до його початкової довжини, виражене у відсотках.

Відносне звуження після розриву ( $\phi$ ) оцінюють як відношення зменшення площі поперечного перерізу зразка у місці розриву до початкової площі поперечного перерізу зразка, виражене у відсотках.

Визначення характеристик механічних властивостей ( $\sigma_T$ ,  $\sigma_B$ ,  $d$ ,  $\phi$ ) проводять для наплавленого металу, металу шва та різних ділянок навколошовної зони.

При випробуванні зварного з'єднання на статичне розтягнення визначають лише тимчасовий опір найбільш слабкої ділянки.

**Випробування на вигин.** Випробування полягає у згинанні зразка навколо оправки під дією статичного зусилля і служать для визначення здатності металу витримувати задану пластичну деформацію, що характеризується кутом вигину, або для оцінки граничної пластичності металу, що характеризується кутом вигину до появи першої тріщини. Випробування на вигин проводять на універсальних випробувальних машинах чи пресах.

Випробування на статичний згин може проводитися:

- до певного кута;
- до паралельності сторін;
- впритул до контакту сторін.
- Руйнівні випробування на вигин мають одну послідовність:
- елемент фіксується на опорах прес-машини;
- зверху на нього встановлюється оправлення (металева болванка високої міцності);
- прикладається зусилля.

Процес триває до тих пір, поки на випробуваному зразку не з'являються сколки та тріщини. Вимірюється кут викривлення зразка.



Випробування дає можливість, з високою точністю, визначити міцність та пластичність металевого елемента.

Якщо після завершення дослідження зразок прийняв кут викривлення більше мінімального, можна вважати, що він пройшов випробування, витримавши прикладене навантаження. На підставі цього дається дозвіл, застосування елемента в будівельних конструкціях, під впливом подібного зусилля.

Обов'язковою умовою проведення випробувань на статичний вигин є плавність наростання навантаження на зразок. Випробування проводять зі швидкістю деформації трохи більше 15 мм/хв.

Випробування на статичний вигин до паралельності сторін проводять після попереднього вигину зразка на кут не менше 150°. Догін продовжують між паралельними площинами до дотику сторін зразка з прокладкою товщиною, що дорівнює товщині (діаметру) оправки.

**Випробування на ударний вигин.** Метод заснований на руйнуванні зразка із концентратором посередині одним ударом маятникового копра. Кінці зразка розташовують на опорах. В результаті випробування визначають повну роботу, витрачену при ударі (роботу удару) або ударну в'язкість.

Під ударною в'язкістю слід розуміти роботу удару, віднесену до початкової площі поперечного перерізу зразка дома концентратора.

Сталевий зразок має форму стрижня квадратного перерізу 10×10 мм та довжину 55 мм. За методом Шарлі зразок лежить на опорах вільно і має надріз глибиною 2 мм на стороні, що протилежна удару маятника. Надріз дозволяє зосередити енергію удару одному місці.

Ударна в'язкість – механічна характеристика, що оцінює роботу руйнування зразка надрізаного при ударному вигині на маятниковому копрі. У міжнародній системі одиниць (СІ) ударна в'язкість виражається ставленням роботи  $U$  витраченої на руйнування зразка до площі поперечного перерізу  $A$  в місці надрізу. Одиниця виміру ударної в'язкості – Дж/м<sup>2</sup>.

Проводить випробування на ударний вигин на маятникових копрах з метою оцінки схильності металу до крихкого руйнування, порівняння особливостей поломки матеріалу від втоми та статичного навантаження, визначення критеріїв конструкційної міцності деталей.

Робота удару ( $K$ ) визначається за шкалою маятникового копра. Ударна в'язкість ( $KC$ ) оцінюється як окреме від розподілу роботи удару до початкової площі поперечного перерізу зразка в місці концентратора.

По температурній залежності ударної в'язкості оцінюють схильність матеріалу до тендітного руйнування. Температурою випробування на ударний вигин вважається температура зразка у момент удару.

Ударна в'язкість позначається поєднанням літер та цифр. Вигляд надрізу в зразку визначає літерне позначення параметра ударної в'язкості. Наприклад, КСУ-40 300/2/1 – ударна в'язкість, визначена на зразку з



концентратором виду U при температурі мінус 40 °С. Максимальна енергія маятника 300 Дж, глибина концентратора 2 мм, ширина зразка 10 мм.

**Контроль на розрив.** Такий процес дозволяє визначати максимальні зусилля, які може витримати випробуваний зразок. На підставі цієї інформації надається дозвіл на використання металевої деталі в будівельних конструкціях, механічних пристроях тощо.

Щоб провести випробування на розрив, необхідно мати потужну розривну машину.

Алгоритм дослідження наступний:

Випробуваний зразок закріплюється.

Розривна машина починає рух із постійною швидкістю (вона не змінюється до кінця експерименту).

Після критичного навантаження на металевому елементі утворюється витягнута «шийка» (зменшений поперечний переріз). Значення датчика навантаження фіксуються.

Крім визначення критичної міцності цілісних зразків, що руйнує випробування зварних з'єднань на розрив має важливе значення. Воно дозволяє дізнатися чи відповідає технологія зварювання максимальним значенням певних НТД для даної сталі.

**Твердометрія.** Однією з найпоширеніших характеристик, що визначають якість металів і сплавів, можливість їх застосування у різних конструкціях та за різних умов роботи, є твердість. Випробування на твердість виробляються частіше ніж визначення інших механічних характеристик металів: міцності, відносного подовження та ін.

Твердістю матеріалу називають здатність чинити опір механічному проникненню його поверхневий шар іншого твердого тіла.

Для визначення твердості поверхню матеріалу з певною силою вдавлюється тіло (індентор), виконане у вигляді сталевий кульки, алмазного конуса, піраміди або голки. За розмірами одержуваного на поверхні відбитка судять про твердість матеріалу. Таким чином, під твердістю розуміють опір матеріалу місцевої пластичної деформації, що виникає при впровадженні вердшого тіла – індентора. Залежно від способу вимірювання твердості матеріалу кількісно її характеризують числами твердості.

Існує кілька способів вимірювання твердості, що відрізняються характером впливу наконечника. Твердість можна вимірювати вдавлюванням індентора (спосіб вдавлювання), ударом або по відскоку наконечника - кульки.

Найбільше застосування одержало вимір твердості вдавлюванням в метал індентора у вигляді кульки, конуса і піраміди (відповідно методи Брінелля, Роквелла і Віккерса).

Твердість за методом Брінелля вимірюють вдавлюванням в зразок сталевий кульки певного діаметра D під дією заданого навантаження P протягом певного часу. В результаті вдавлювання кульки на поверхні



зразка виходить відбиток (лунка). Число твердості Брінеллю, що позначається НВ являє собою відношення навантаження  $P$  до площі поверхні сферичного відбитка  $F$  і вимірюється в  $\text{кгс/мм}^2$  або МПа. Диметр кульки та навантаження вибираються відповідно до товщини та твердості зразка.

При вимірі твердості за методом Брінелля необхідно виконувати такі умови:

- зразки з твердістю вище за НВ 450/650  $\text{кгс/мм}^2$  випробовувати забороняється;
- поверхня зразка повинна бути плоскою та очищеною від окалини та інших сторонніх речовин;
- діаметри відбитків повинні бути в межах  $0,2D < d < 0,6D$ ;
- зразки повинні мати товщину не менше 10-кратної глибини відбитка (або менше діаметра кульки);
- відстань між центрами сусідніх відбитків та між центром відбитка та краєм зразка повинні бути не менше  $4d$ ;
- тривалість витримки під навантаженням повинна бути від 10 до 15 с для чорних металів, для кольорових металів та сплавів – від 10 до 180 с, залежно від матеріалу та його твердості.

Твердість по Роквеллу - твердість, яка визначається різницею між умовною максимальною глибиною проникнення індентора і залишковою глибиною його впровадження під дією основного навантаження  $F_1$ , після зняття цього навантаження, але при збереженні попереднього навантаження  $F_0$ . При цьому методом індентором є алмазний конус або сталева загартована кулька. На відміну від вимірювань методом Брінелля твердість визначають за глибиною відбитка, а чи не з його площі. Глибина відбитка вимірюється у процесі вдавлення, що значно спрощує випробування. Навантаження додається послідовно у дві стадії: спочатку попереднє, зазвичай дорівнює 10  $\text{кгс}$  (для усунення впливу пружної деформації та різного ступеня шорсткості), а потім основне.

Після застосування попереднього навантаження індикатор, який вимірює глибину відбитка, встановлюється на нуль. Коли відбиток отриманий додатком остаточного навантаження, основне навантаження знімають та вимірюють залишкову глибину проникнення наконечника  $h$ .

Твердомір Роквелла вимірює різницю між глибиною відбитків, отриманих від вдавлення наконечника під дією основного та попереднього навантажень. Кожен тиск (одиниця шкали) індикатора відповідає глибині 2  $\text{мкм}$  вдавлення. Однак умовна кількість твердості за Роквеллом (HR) є не зазначеною глибиною вдавлення  $h$ , а величину  $100 - h$  за чорною шкалою при вимірюванні конусом і величину  $130 - h$  за червоною шкалою при вимірюванні кулькою. Числа твердості за Роквеллом не мають розмірності і того фізичного сенсу, який мають числа твердості за Брінеллем, проте можна знайти співвідношення між ними за допомогою спеціальних таблиць.



При вимірі твердості методом Роквелла необхідно, щоб на поверхні зразка не було окалини, тріщин, вибоїн та ін. Відстань відбитка повинна бути не менше 1,5 мм при вдавлюванні конуса і не менше 4 мм при вдавлюванні кульки. Товщина зразка повинна не менше ніж у 10 разів перевищувати глибину застосування наконечника після зняття основного навантаження.

Твердість слід вимірювати не менше 3 разів на одному зразку, усереднюючи отримані результати.

Перевага методу Роквелла в порівнянні з методом Брінелля:

- можливість проводити випробування високої твердості шляхом відліку за шкалою індикатора без обчислення чи користування спеціальними таблицями;
- мала ушкоджувальність поверхні внаслідок його застосування;
- висока продуктивність виміру.

При випробуванні на твердість за методом Віккерса в поверхню матеріалу вдавлюється алмазна чотиригранна піраміда. Після зняття навантаження вдавлювання вимірюється діагональ відбитка  $d$ .

Число твердості за Віккерсом HV підраховується як відношення навантаження  $P$  до виміряного значення діагоналі відбитка. Кількість твердості за Віккерсом позначається символом HV із зазначенням навантаження  $P$  і часу витримки під навантаженням, причому розмірність числа твердості ( $\text{кгс}/\text{мм}^2$ ) не ставиться.

Тривалість витримки індентора під навантаженням приймають сталей 10 – 15 с, а кольорових металів – 30 с. Наприклад, 450 HV10/15 означає, що кількість твердості за Віккерсом 450 отримано при  $P = 10$  кгс (98,1 Н), прикладеної до алмазної піраміди протягом 15 с.

При вимірюванні твердості за Віккерсом повинні бути дотримані такі умови:

- плавне зростання навантаження до необхідного значення;
- забезпечення перпендикулярності докладання діючого зусилля до випробуваної поверхні;
- поверхня випробуваного зразка повинна мати шорсткість трохи більше 0,16 мкм;
- підтримка сталості прикладеного навантаження протягом встановленого часу;
- відстань між центром відбитка та краєм зразка або сусіднього відбитка має бути не менше 2,5 довжини діагоналі відбитка;
- мінімальна товщина зразка повинна бути для сталевих виробів більшою за діагональ відбитка в 1,2 рази; для виробів із кольорових металів – у 1,5 раза.

Перевага методу Віккерса в порівнянні з методом Брінелля полягає в тому, що методом Віккерса можна випробовувати матеріали вищої твердості через застосування алмазної піраміди.



У багатьох випадках застосування класичних твердомірів для виміру може стати проблематичним. По-перше, коли контрольований виріб є великогабаритним та його не можна піднести до приладу. Крім цього, вирізка фрагмента виробу для подальшого вимірювання твердості призводить до псування виробу. По-друге – коли потрібна досить висока продуктивність контролю.

Щоб уникнути тих недоліків, які притаманні класичним методам твердомерії, було розроблено твердоміри, що використовують акустичний та динамічний методи.

Акустичний метод ґрунтується на вимірі відносних змін механічного імпедансу коливальної системи перетворювача залежно від механічних властивостей поверхні зразка. Акустичний перетворювач є стрижнем з магніострикційного матеріалу (наприклад, нікелю), на кінці якого укріплений індентор у вигляді алмазної призми. До стрижня прикріплений п'єзоелемент, що збуджує в перетворювачі поздовжні пружні коливання частотою 30-40 кГц. Стрижень з індентором притискають до об'єкта, що контролюється, з постійною силою. При цьому індентор впроваджується у поверхню виробу тим глибше, чим менша твердість його матеріалу. Площа зони дотику індентора з виробом із зменшенням твердості зростає, а модуль пружного опору зростає.

Зміна імпедансу визначають зміни власної частоти навантаженого перетворювача, яку вимірюють частотоміром. Шкалу індикатора градуують в одиницях твердості за Роквеллом.

Принцип роботи динамічних твердомірів заснований на вимірюванні відношення швидкостей індентора при падінні та відскоку його від контрольованого виробу. Відношення швидкостей переміщення індентора при відскоку та падінні характеризують твердість контрольованого виробу. Перетворювач включає механічну систему, що забезпечує переміщення індентора щодо поверхні контрольованого матеріалу, і електричну котушку. У зведеному положенні перетворювача цанга механізму спуску утримує індентор. При натисканні кнопки спуску цанга розтискається і індентор під дією попередньо стиснутої пружини.

**Мікроструктурний метод.** Припускає дослідження мікроструктури металу – будови металу, видиму під мікроскопом. Аналіз проводять на шліфах з відполірованою та відшліфованою до блиску поверхнею, протруєною спеціальними розчинами. Металографічні дослідження важливі в таких галузях, як металургія, атомна та аерокосмічна промисловість, енергетика та автомобілебудування. Під час металографічних досліджень визначають кількість неметалевих включень, бал зерна, глибину обезуглероженного шару, вміст феритної фази та інші параметри.

Дослідження проводиться із застосуванням оптичного мікроскопа при збільшеннях від 50 до 2000 разів. Мікроструктурним методом встановлюються:



- якість обробки шліфу;
- наявність газових пор та окисних плівок;
- наявність мікротріщин;
- ступінь забруднення металу зварного шва неметалевими включеннями.

Неметалічні включення можуть бути різної форми та виявляються на білому тлі шліфу темними плямами. Мікротріщини виглядають тонкими звивистими кривими. Газові пори – чорними плямами.

**Випробування на корозійну стійкість.** Випробування на корозійну стійкість - вид руйнівних випробувань, при якому проводиться оцінка швидкості та типу корозії, а також встановлюється склад та властивості продуктів корозії, ефективність захисних покриттів. Подібні випробування проводяться в таких галузях, як суднобудування, нафтогазова промисловість, машинобудування та будівництво.

Серед різних методів випробувань користуються популярністю т.зв. прискорені корозійні випробування, у яких створюються умови, що спричиняють швидке корозійне руйнування внаслідок збільшення агресивності середовища.

Технологічні випробування – вид руйнівних випробувань з метою оцінки можливості матеріалу приймати певну деформацію за умов, максимально наближених до виробничим. До технологічних випробувань відносять випробування на сплющування, загин, роздачу, бортування та осадку.

Оцінка матеріалу за результатами технологічних випробувань має якісний характер. Вона необхідна визначення придатності матеріалу виготовлення виробів за технологією, що передбачає значну і складну пластичну деформацію.

### 13.2.2 Методи неруйнуючого контролю

**Неруйнівні методи контролю (НМК), або дефектоскопія,** - це узагальнююча назва методів контролю матеріалів (виробів), що використовуються для виявлення порушення суцільності або однорідності макроструктури, відхилень хімічного складу та інших цілей, що не вимагають руйнування зразків матеріалу та / або виробу в цілому.

Розрізняють поняття «неруйнівний контроль» і «неруйнівний фізичний контроль».

**Неруйнівний фізичний контроль** – це сукупність таких видів неруйнівного контролю, які вимагають застосування спеціальних речовин, складних приладів і досить наукомістких технологій.

З усіх видів неруйнівного контролю, використовуваних на небезпечних виробничих об'єктах, лише один не відноситься до категорії фізичних – це **візуальний і вимірювальний контроль (ВВК)**. Таким чином, поєднання цих понять можна виразити формулою:



## **Неруйнівний контроль = Неруйнівний фізичний контроль + ВВК**

**Основні вимоги**, що висуваються до неруйнівних методів контролю, або дефектоскопії:

- можливість здійснення контролю на всіх стадіях виготовлення, при експлуатації і при ремонті виробів;
- можливість контролю якості продукції за більшістю заданих параметрів;
- узгодженість часу, що витрачається на контроль, з часом роботи іншого технологічного обладнання;
- висока достовірність результатів контролю;
- можливість механізації і автоматизації контролю технологічних процесів, а також управління ними з використанням сигналів, що бачаться засобами контролю;
- висока надійність дефектоскопічної апаратури і можливість використання її в різних умовах;
- простота методика контролю, технічна доступність засобів контролю в умовах виробництва, ремонту і експлуатації.

### **Основними областями застосування НМК є:**

1. дефектоскопія особливо відповідальних деталей і пристроїв (атомні реактори, літальні апарати, підводні та надводні плаваючі засоби, космічні кораблі і т.п.);
2. дефектоскопія деталей і пристроїв тривалої експлуатації (портові споруди, мости, крани, атомні електростанції, котли, штучні супутники Землі);
3. безперервна дефектоскопія особливо відповідальних агрегатів і пристроїв (котли атомних, тепло- і електростанцій), контроль підземних виробок;
4. проведення досліджень структури матеріалів і дефектів у виробках з метою вдосконалення технології.

### **Основні види неруйнівних методів контролю (НМК).**

Класифікація неруйнівних методів контролю здійснюється за різними ознаками.

За ступенем проникнення в матеріал всі види неруйнівного фізичного контролю умовно поділяють на дві категорії: **поверхневі та об'ємні**.

**Поверхневі види** (методи) неруйнівного контролю – це такі, які дозволяють виявляти тільки дефекти, що мають вихід на доступну для контролю поверхню матеріалу об'єкта.

**Об'ємні види** (методи) неруйнівного контролю – це такі, які дають можливість виявляти переважно внутрішні дефекти матеріалу, а поверхневі дефекти виявляються, тільки якщо вони достатньо великі.

Залежно від принципу роботи все НМК діляться на акустичні (ультразвукові); капілярні; магнітні (або магнітопорошкові); оптичні (візуально оптичні); радіаційні; радіохвильові; теплові; контроль



течопошуком; електричні; електромагнітні, або струмові (методи вихрових струмів).

**Акустичні методи** засновані на реєстрації коливань, які збуджуються або виникають у контрольованому об'єкті. Їх застосовують для виявлення поверхневих і внутрішніх дефектів (порушень суцільності, неоднорідності структури, міжкристалітної корозії, дефектів склеювання, пайки, зварювання тощо) в деталях і виробах, виготовлених з різних матеріалів. Вони дозволяють контролювати геометричні параметри при односторонньому допуску до виробу, а також фізико-механічні властивості металів і металовиробів без їх руйнування. У даний час розроблені й успішно застосовуються тіньовий, резонансний, ехоімпульсний, емісійний, велосиметричний, імпедансний і метод вільних коливань. Ці методи називають також **ультразвуковими**.


**Капілярні методи** засновані на капілярному проникненні крапель індикаторних рідин в порожнини поверхневих дефектів. При контролі цими методами на очищену поверхню деталі наносять проникаючу рідину, яка заповнює порожнини поверхневих дефектів. Потім рідину видаляють, а решту, що залишилася в порожнинах дефектів, виявляють за допомогою проявника, який утворює індикаторний малюнок. Капілярні методи використовуються в польових, цехових і лабораторних умовах, в широкому діапазоні додатніх і від'ємних температур. Вони дозволяють виявляти термічні та шліфовочні тріщини, волосовини, закати тощо. Капілярні методи можуть бути застосовані для виявлення дефектів в деталях з металів і неметалів простої і складної форми.

**Магнітні методи контролю** засновані на реєстрації магнітних полів розсіювання, що виникають над дефектами, або на визначенні магнітних властивостей контрольованих виробів.

Ці методи дозволяють виявити дефекти типу несцільності матеріалу (тріщини, волосовини, закати), а також визначити механічні характеристики феромагнітних сталей і чавунів щодо зміни їх магнітних характеристик.

**Візуально-оптичні методи контролю** засновані на взаємодії світлового випромінювання з контрольованим об'єктом (КО). За характером взаємодії розрізняють методи пройденого, відбитого, розсіяного і індукованого випромінювань (під останнім мається на увазі оптичне випромінювання об'єкта під дією зовнішнього впливу, наприклад люмінесценцію).

Інформативними параметрами цих методів є амплітуда, фаза, ступінь поляризації, частота або частотний спектр, час проходження світла через об'єкт, геометрія заломлення або відбиття випромінювання. Оптичні методи широко застосовують через велике розмаїття способів отримання первинної інформації про наявність зовнішніх дефектів незалежно від матеріалу контрольованого виробу.



**Радіаційні методи контролю** засновані на реєстрації та аналізі проникаючого іонізуючого випромінювання. Використовується рентгенівське, гамма-випромінювання, потоки нейтріно і т.д. Проходячи через товщу виробу, проникаючі випромінювання по-різному послаблюються в дефектному і бездефектному перерізах і несуть інформацію про внутрішню будову речовини і наявність дефектів всередині виробу. Ці методи використовуються для контролю зварних та паяних швів, відливок, прокату тощо.

**Радіохвильові методи** засновані на реєстрації параметрів електромагнітних хвиль радіодіапазону, взаємодіючих з КО. Зазвичай використовуються хвилі надвисокочастотного (НВЧ) діапазону довжиною 1- 100 мм для контролю виробів з матеріалів, де радіохвилі загасають не надто сильно: діелектрики (пластмаса, кераміка, скловолокно), магнітодіелектрики (ферити), напівпровідники, тонкостінні металеві об'єкти. Так само, як оптичні та акустичні, розрізняють методи пройденого, відбитого, розсіяного випромінювання і резонансний метод.

**Теплові методи** засновані на реєстрації змін теплових або температурних полів КО. Вони застосовні до будь-яких матеріалів.

Розрізняють **пасивний** (на об'єкти не впливають зовнішнім джерелом тепла) і **активний** (об'єкт нагрівають або охолоджують) методи. Вимірюваним інформативним параметром є температура або тепловий потік.

При **пасивному методі** вимірюють температурне поле працюючого об'єкта. Дефект визначається появою місць підвищеної (пониженої) температури. Таким методом визначають місця витоку теплоти в будівлях; тріщини в двигунах і т.д.

При контролі **активним методом** об'єкт нагрівають контактним або безконтактним методом і вимірюють температуру з тієї чи іншої сторони об'єкта. Це дозволяє виявляти несущільності (тріщини, пористість, сторонні включення) в об'єктах, зміни в структурі фізико-механічних властивостей матеріалу за зміною теплопровідності, теплоємності, коефіцієнту теплопередачі.

Вимірювання температури або теплових потоків виконують контактним або безконтактним способом. Найбільш ефективний засіб безконтактного спостереження - скануючий тепловізор. Його використовують для визначення дефектів пайки багат шарових виробів з металів і неметалів, клейових з'єднань тощо.

**Методи контролю течопошуком** засновані на реєстрації індикаторних рідин і газів, які проникають в наскрізні дефекти КО. Їх застосовують для контролю герметичності працюючих під тиском зварних посудин, балонів, трубопроводів, паливної та гідроапаратури, масляних систем силових установок і т.п.

**До методів течопошуку** відносять гідравлічне опресовування, аміачно - індикаторний метод, контроль за допомогою гелієвого і



галоїдного течношукачів тощо. Проводять течнопошук і за допомогою радіоактивних речовин, що значно підвищує чутливість методу.

**Електричні методи** засновані на реєстрації параметрів електричного поля, що взаємодіє з КО (власне електричний метод), або поля, що виникає в КО в результаті зовнішнього впливу (термоелектричний або трибоелектричний методи).

Первинними інформативними параметрами є електрична ємність або потенціал.

**Ємнісний метод** використовується для контролю діелектричних або напівпровідникових матеріалів. За зміною провідності, зокрема її реактивної частини, контролюють хімічний склад пластмас, напівпровідників, наявність в них несучільностей; вологість сипучих матеріалів та інші властивості.

Для контролю провідників застосовують метод **електричного потенціалу**. Товщину провідного шару, наявність несучільностей поблизу поверхонь провідника контролюють, вимірюючи падіння потенціалу на деякій ділянці. Електричний струм огинає поверхневий дефект, за збільшенням падіння потенціалу на ділянці з дефектом визначають глибину несучільності з похибкою в декілька відсотків.

**Термоелектричний метод** застосовують для контролю хімічного складу матеріалу. Наприклад, нагрітий до постійної температури мідний електрод притискають до поверхні виробу і за виникаючою різницею потенціалів визначають марку сталі, титану, алюмінію або іншого матеріалу.

Різновидом електричного методу є метод електронної емісії, тобто вимірювання емісії іонів з поверхні виробу під впливом внутрішніх напружень. Цей метод використовується для визначення розтріскувань в емалевих покриттях, для сортування деталей, вимірювання товщини плівкових покриттів і визначення ступеня загартування виробу.

**Електромагнітний метод (метод вихрових струмів)** заснований на реєстрації змін взаємодії електромагнітного поля котушки з електромагнітним полем вихрових струмів, що наводяться цією котушкою в КО. Його застосовують для виявлення поверхневих дефектів в магнітних і немагнітних деталях і напівфабрикатах. Метод дозволяє виявляти порушення суцільності (в основному тріщини) на різних за конфігурацією деталях.

В першу чергу завжди проводиться візуальний вимірювальний контроль (ВВК). Це обумовлюється тим, що за наявності очевидних непереборних неприпустимих пошкоджень об'єкта інші більш трудомісткі і дорогі процедури не мають сенсу.

В тому випадку, якщо за результатами всіх попередніх процедур об'єкт не бракується, в ряді випадків призначають дослідження його матеріалу руйнівними методами (хімічний аналіз, металографія, механічні випробування). Якщо програмою діагностування це передбачено і



результативипробувань руйнівними методами позитивні, то подальшому неруйнівному контролю повинні бути обов'язково піддані не тільки нормативно регламентовані зони і елементи, але і відновлені місця відбору проб (зразків). Тому неруйнівний фізичний контроль завжди проводять в останню чергу.

В процедуру неруйнівного контролю, як правило, включені як мінімум 2 методи: один поверхневий і один об'ємний.

Поверхневі методи більш прості у виконанні, тому їх використовують перш ніж об'ємні, а об'ємні виконують за відсутності показань на неприпустимі дефекти за результатами поверхневих.

Тільки у разі відсутності протипоказань за результатами всіх процедур діагностування складається позитивний висновок, який містить в собі окремі висновки по кожному виду (методу) контролю.

Процедури контролю на небезпечних виробничих об'єктах можуть виконувати фахівці, навчені і атестовані відповідно до вимог «Правил атестації персоналу в галузі неруйнівного контролю», причому надавати висновки можуть особи з кваліфікацією не нижче II рівня за цим методом для даного виду об'єктів. Лабораторії, що виконують діагностування, повинні бути атестовані у відповідності з вимогами «Правил атестації лабораторій неруйнівного контролю».

### **13.3 Металографія: мікроструктурні та макроструктурні дослідження. Вимірювальні мікроскопи**

**Металографічне дослідження будови металів і зварних з'єднань.** Металографія дослідження – це комплекс випробувань і аналітичних заходів, спрямований на вивчення макроструктури і мікроструктури металів, дослідження закономірності утворення структури і залежностей впливу структури на механічні, фізико - механічні, електричні та інші властивості металу.

Металографічні методи дослідження металів і зварних з'єднань дозволяють визначити розміри, форму і взаємне розташування кристалів, а також неметалеві включення, тріщини, раковини, пори, свищі і т. д.

Розрізняють макроскопічний і мікроскопічний методи вивчення будови металів.

Макроскопічний метод – дослідження будови металів і зварних з'єднань неозброєним оком або із застосуванням лупи, що дає збільшення в 5-30 разів. Макроаналіз дає можливість виявляти раковини, шлакові включення, порушення суцільності металу, тріщини та інші дефекти будови сплаву, хімічну і структурну неоднорідність.

Мікроскопічний аналіз металів полягає в дослідженні їх структури за допомогою оптичного або електронного мікроскопів, на спеціально підготовлених зразках. Методами мікроаналізу визначають форму і



розміри кристалічних зерен, виявляють зміни внутрішньої будови сплаву під впливом термічної обробки або механічного впливу на сплав, мікротріщини і багато іншого.

Оскільки всі метали непрозорі, то їх будову можна досліджувати на зламах або спеціально підготовлених шліфах. Дослідження будови методом фактографії по зламах часто застосовують при аналізі причин руйнування деталей машин, апаратів і елементів сталевих конструкцій. Макроструктурний метод використовується також для орієнтовного визначення глибини загартованої зони інструментальних сталей, глибини цементованого шару і т. д.

Вивчення макроструктури металу зазвичай проводять на спеціально підготовлених шліфах. У цьому випадку деталь або виріб розрізають. Поверхня, яку необхідно дослідити, ретельно обробляють під площину на металорізальному верстаті.


Якщо деталь розрізали за допомогою газового пальника, то необхідно знімати весь шар металу, в якому відбулася зміна структури в результаті нагрівання полум'ям пальника. Зазвичай глибина цього шару для сталей, що застосовуються в котло-і турбінобудуванні, не перевищує 10-12 мм. Потім поверхню слід відшліфувати на плоско-шліфувальному верстаті і наждачним папером. Для виявлення структури металу його необхідно піддати тому, що труїть.

У процесі травлення кристали розчиняються з різною швидкістю, так як вони по-різному орієнтовані щодо досліджуваної поверхні. Властивості ж кристалів, в тому числі і розчинність в хімічних реактивах, різні в різних напрямках. Межі між кристалами містять підвищений відсоток домішок, тому вони розчиняються швидше кристалів. Іноді травленням отримують різне забарвлення структурних складових сплаву. Тому в результаті травлення можна отримати чітку картину кристалічної будови металу.

Травитель сильніше роз'їдає тріщини, заковані плени, пористі ділянки і слабкіше – основний метал.

У теплотехніці прийнято досліджувати макроструктуру зварних з'єднань паропроводів, по яких транспортується перегрітий пар з температурою вище 450 °С незалежно від тиску і трубопроводів, по яких транспортується вода або насичений пар при температурі понад 120 °С і тиску більше 8 МН/м<sup>2</sup> (80 ат). Контроль макроструктури зварних з'єднань обов'язковий також для інших елементів парового котла, що працюють при температурі стінки вище 450 °С і незалежно від температури стінки при тиску понад 4 МН/м<sup>2</sup> (40 ат).

У процесі металографічного дослідження виявляють макро-і мікроскопічні дефекти зварного шва: неповари, тріщини, пори, шлакові включення, а також встановлюють структуру металу. Зразок для металографічного дослідження вирізають із зварного з'єднання-поперек осі шва. Зразок повинен включати в себе як шов, так і зону термічного впливу.



Тріщини в основному металі шва, шари, що не зварилися, великі шлакові включення, непровар понад норму не допускаються. Непровар не повинен перевищувати при односторонньому зварюванні без підкладного кільця 15% товщини стінки; якщо товщина стінки перевищує 20 мм - не більше 3 мм.

Допускаються видимі неозброєним оком дрібні пори і шлакові включення в кількості не більше п'яти штук на 1 см<sup>2</sup> площі поперечного перерізу шва. Максимальний лінійний розмір окремого дефекту за найбільшою протяжністю не повинен бути більше 1,5 мм, а сума максимальних лінійних розмірів всіх дефектів – не більше 3 мм.

Мікроскопічний аналіз будови металів і зварних з'єднань дозволяє спостерігати безпосередньо їх будова при збільшенні до 2000 разів. Зазвичай користуються збільшенням від 100 до 800 разів.

Вивчення структури металу проводять за допомогою мікроскопа у відбитому світлі. Зразок металу ретельно обробляють під площину на металорізальному верстаті, шліфують і полірують. Після такої підготовки він відбиває промені як дзеркало. На нетруєному шліфі видно тріщинки, пори, неметалеві включення.

Щоб виявити межі зерен і окремі структурні складові, шліф травлять. Для травлення мікроструктури сталі і зварних з'єднань часто застосовують 3-5%-ий розчин азотної кислоти в спирті.

Дослідження і фотографування мікроструктури проводять за допомогою спеціального стаціонарного металографічного мікроскопа.

На рис. 13.6 показаний мікроскоп Neophot 2, це інвертований фотомікроскоп відбитого світла, призначеного для металографічної мікроскопії. З комп'ютеризованою системою відтворення результатів.

На теплових електростанціях необхідно проводити контроль за структурою металу паропроводів як у вихідному стані, так і після різних термінів експлуатації. Такий контроль здійснюють за зразками, вирізаним з паропроводу, за допомогою переносних мікроскопів, які встановлюються безпосередньо на паропроводі, а також за допомогою відбитків.

У разі використання двох останніх способів відпадає необхідність у вирізці для металографічних досліджень зразків з паропроводу. Готується шліф безпосередньо на трубі (на об'єкті дослідження). Окалина та поверхневий знеуглецьований при термічній обробці шар металу глибиною 0,5-1 мм знімаються за допомогою переносного наждачного круга, який приводиться в обертання від пневматичного або електричного приводу.

Підготовка мікрошліфа: обробка поверхні проводиться послідовно трьома колами: грубозернистим електрокорундовим, дрібнозернистим електрокорундовим з вулканитовою зв'язкою і повстяним або фетровим, покритим пастою ГОІ на половині кола по ширині.

Якщо відсутнє дрібнозернисте коло, то тонку шліфовку проводять за допомогою шкірки вручну. При переході від одного кола на інший напрям

обробки змінюється на 90 °. При цьому легше виводяться ризики від попереднього кола. При поліруванні пастою ГОІ її залишки знімаються чистою половиною повстяного або фетрового кола.

Підготовлена поверхня шліфа знежирюється ватним тампоном, змоченим етиловим спиртом.

Травлення проводять найчастіше 4%-им розчином азотної кислоти в спирті. Для кращого виявлення мікроструктури, процес полірування і травлення зазвичай повторюють кілька разів.

Підготовлений таким чином шліф можна вивчати або безпосередньо на об'єкті за допомогою переносного оптичного мікроскопа, або, знявши зліпок зі шліфа і досліджуючи вже його за допомогою стаціонарного мікроскопа, в лабораторії. На рис. 13.7 наведено переносний металографічний мікроскоп типу ММУ-3У, що дозволяє проводити дослідження мікроструктури при збільшенні до 400 разів.

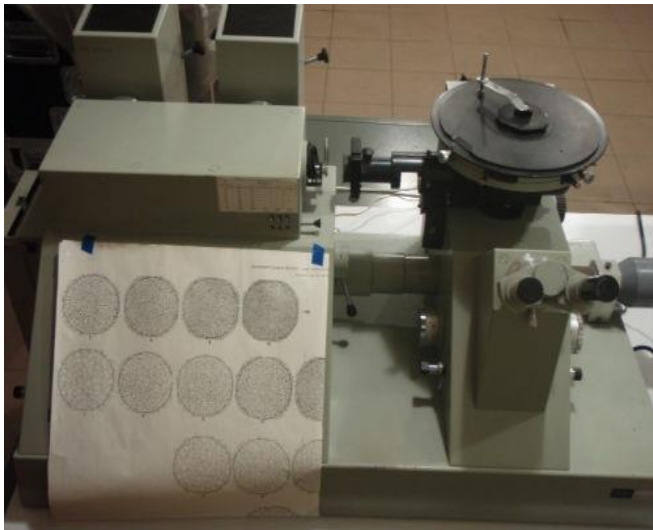


Рисунок 13.6 – Стаціонарний металографічний мікроскоп



Рисунок 13.7 – Переносний металографічний мікроскоп

Для зняття зліпків зі структури найчастіше використовують полістирол. Його розм'якшують за допомогою бензолу, в якому він легко розчиняється. На шматочок полістиролу у вигляді кубика зі стороною 10-20 мм або циліндра такого ж діаметру і висоти, пензликом наносять бензол. Їм змочують тільки ту грань або торець, які надалі притиснуть до заздалегідь підготовленого шліфа.

Між моментом нанесення бензолу і притисненням шматочка полістиролу повинно пройти 3-5 секунд. За цей час полістирол встигне розм'якшитися. Далі шматочок полістиролу щільно притискають до шліфа і витримують протягом 5-10 сек за допомогою мініатюрного ручного преса або рукою. Потім він прилипає до шліфа. Його залишають в такому положенні на 1,5-2 години.



За цей час полістирол стає твердішим, а шматочок легко відділяється рукою. Відбиток повинен просохнути і остаточно затвердіти, після чого його поміщають на металографічний мікроскоп.

Методика дослідження відбитка на металографічному мікроскопі нічим не відрізняється від методики дослідження звичайного шліфа. Для дослідження відбитків зручно використовувати косо освітлення.

При дослідженні причин руйнування різних деталей в процесі експлуатації зразки для аналізу вирізають поблизу місця руйнування і віддалі від нього, щоб можна було визначити наявність будь-яких відхилень у будові металу. Крім того, вивчають структуру в поздовжньому і поперечному напрямках.

**Результати макродосліджень** (на прикладі наплавлення дистанційне кільце нижнього відведення реактора, установки каталітичного риформінгу).

При макродослідженнях в напавленні дистанційного кільця виявлена магістральна тріщина глибиною ~ 11 мм (рис. 13.8, рис. 13.9). Розкриття тріщини до 0,19 мм. Характер розтріскування тріщини показаний на рис. 13.10. Краї тріщини гострі, рвані, що свідчить про динаміку її розвитку. Тріщина в металі наплавлення поширюється по всьому периметру кільця. Довжина тріщини ~ 21,60 мм.

З напавлення тріщина переходить в основний метал (ОМ). При певному насиченні воднем аустенітні корозійні сталі, в нашому випадку напавлення, схильні до водневого окрихчування, що пояснює процес тріщиноутворення в металі напавлення. Злам ударних зразків крихкий, кристалічний.

Згідно «Шкали зламів» частка крихкої складової в зразках – 100%, сам злам являє собою однорідну поверхню крихкого руйнування з дрібнокристалічним будовою без ознак макропластичної деформації.

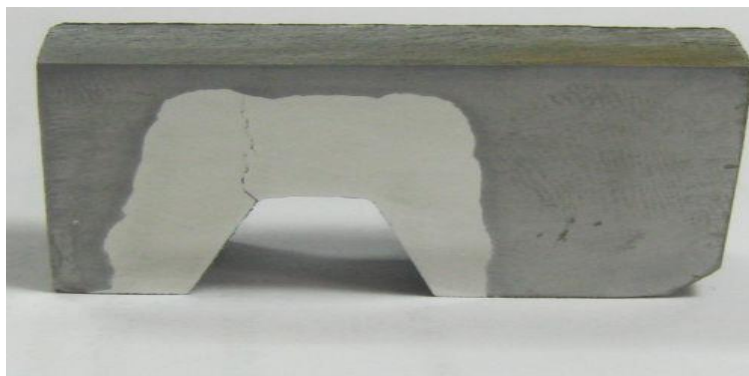


Рисунок 13.8 – Розтріскування в напавленні дистанційного кільця.  
Збільшено в 3 рази

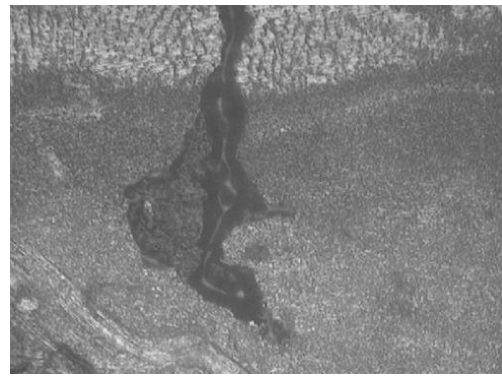
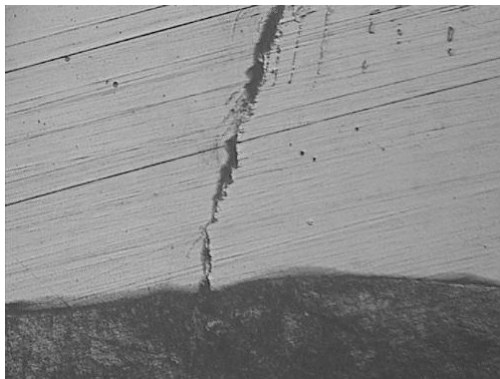
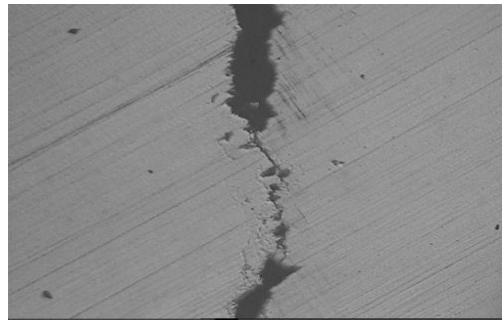
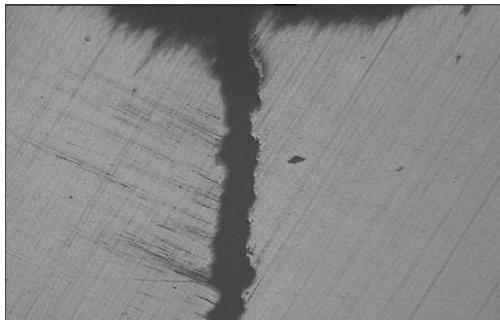


Рисунок 13.9 – Характер тріщини в напавленні

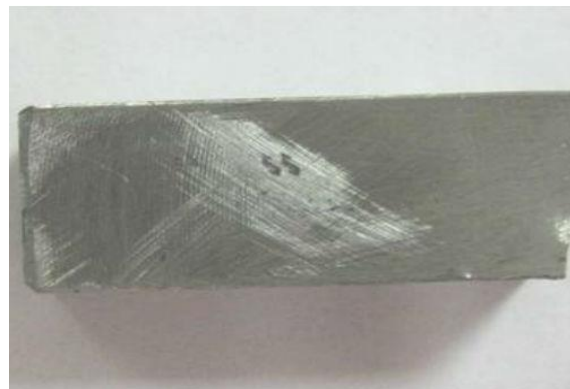


Рисунок 13.10 – Зовнішній вигляд зламу ударного зразка

**Результати мікродослідження.** Характер мікроструктури по лінії сплавлення основний метал кільця – наплавка показаний на рис. 13.11. Мікроструктура основного металу кільця – відпущений бейнит + ферит. Лінія сплавлення сформована нормально. У металі напавлення виявлені мікротріщини, див. рис. 13.12. Структура металу напавлення аустенитная, лита.

Мікроструктура металу дистанційного кільця по перерізу, див. рис. 13.12 відпущений бейнит + ферит. Відмінностей в структурах зовнішньої і внутрішньої поверхні кільця не виявлено. Зневуглицювання або вуглицювання в основному металі дистанційного кільця не виявлено.



Міжкристалітної корозії (МКК) в основному металі кільця і наплавленні не виявлено.

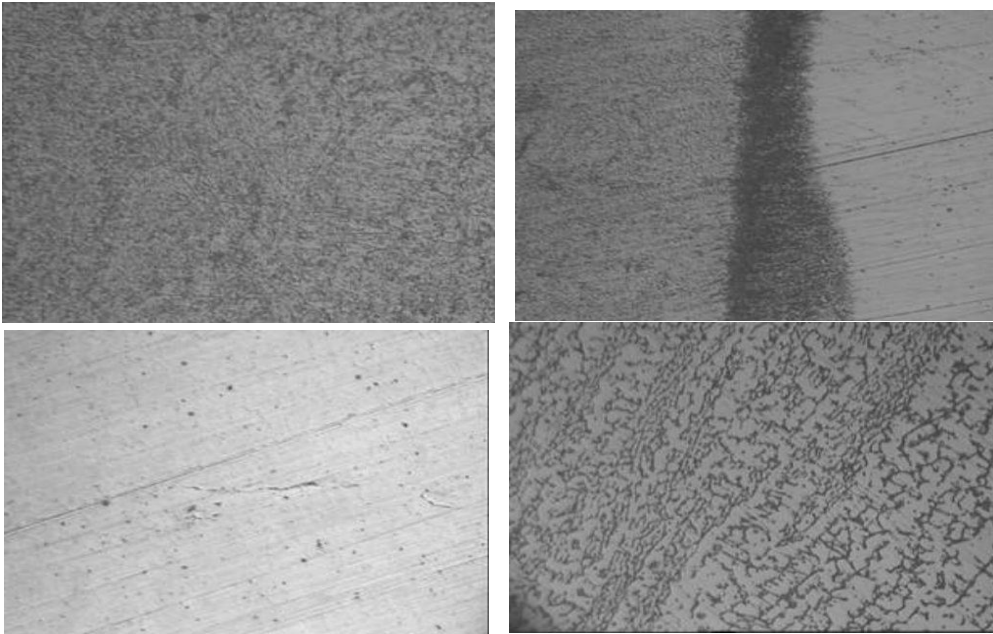


Рисунок 13.11 – Мікроструктура ОМ – наплавлення

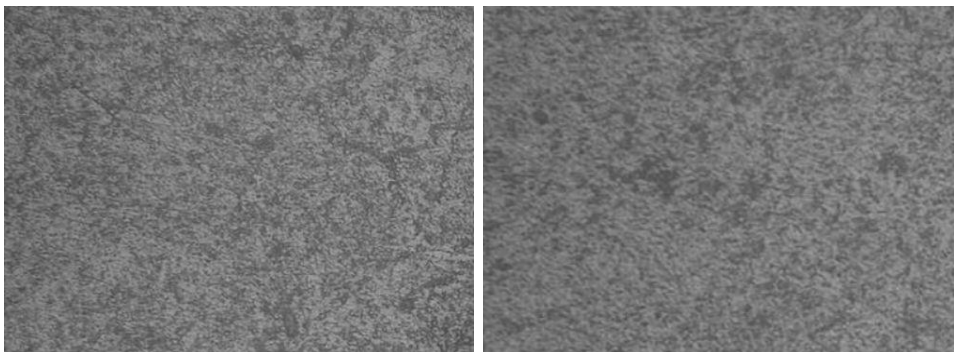


Рисунок 13.12 – Мікроструктура ОМ по перерізу

**Аналіз структури матеріалу** можливо проводити за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення (наприклад, THIXOMET PRO, рис. 13.13). Дане ПО дозволяє оперативно визначити фазовий склад, смужчатість сталі, бал зерна, кількість неметалевих включень, а також графіт в чавунах по вітчизняним і міжнародним стандартам.

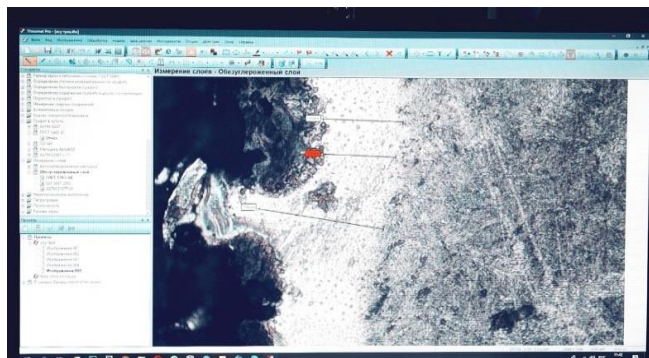


Рисунок 13.13 – Дослідження мікроструктури за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення

За допомогою сучасної матеріально-технічної бази наша команда постарається допомогти Вам розібратися в причині виходу з експлуатації різних виробів, встановити якість гарту, виявити проблемні зони, а також дослідити структуру в місцях деформації або розлому.

**Основний комплекс металографічних досліджень включає:**

*Опис мікроструктури металів і сплавів.*

*Визначення балу зерна та інших розмірних характеристик структури по НТД України*

*Визначення неметалевих включень.*

*Вимірювання глибини зміцненого або обезуглероженного шару, а також товщини покриття при його наявності.*

*Вимірювання мікротвердості структурних складових або зон шлифа.*

*Консультаційні послуги з руйнування виробу.*

Металографія широко застосовується в багатьох сферах виробництва, зокрема в металургійній, нафтохімічній, хімічній та газовій галузях.

В рамках металографічних досліджень проводиться аналіз структури основного металу і зварних з'єднань, виконаних зварюванням плавленням з низьковуглецевих, низьколегованих, середньолегованих, високолегованих та двошарових сталей, а також кольорових металів (міді, алюмінію, титану).

Металографічним дослідженням піддаються:

- зварні шви газових котлів, труб, листів, готових виробів;
- ланцюги, кронштейни та кріплення для складних металевих конструкцій;
- різного роду готовий прокат, а також вироби складної конфігурації;
- готові вироби після термомеханічної обробки.

Якщо виріб є великогабаритним, то дослідження проводяться неруйнівним способом (наприклад, за допомогою портативного обладнання UIT PM-500).



**Вимоги до зразків.** Зразки повинні бути вирізані з виробу, не піддаючись нагрівання. Так як перегрів може вплинути на мікроструктуру виробу.

Зразок при нарізці не може бути піддано деформації (наклепу). Це згубно впливає на первинну структуру матеріалу і можливість її достовірного визначення та вивчення.

Зразки для аналізу повинні мати розміри не більше 30x30x30 мм. Якщо зразок більше, тоді його необхідно вирізати до необхідного розміру безпосередньо перед аналізом.

Стандарти, згідно з якими проводяться дослідження:

ГОСТ 1778. Сталь. Металографічні методи визначення неметалічних включень

ГОСТ 5640. Сталь. Проводить металографічний метод оцінки мікроструктури листів і стрічки.

ГОСТ 11878. Сталь аустенитная. Методи визначення вмісту альфа-фази.

ГОСТ 5639. Сталі й сплави. Методи виявлення та визначення величини зерна.

ГОСТ 10243. Сталь. Метод випробувань і оцінки макроструктури.

ДСТУ 2839. Сплави алюмінієві ливарні. тех. умови. та ін.

**Різновиди мікроскопів.** Історія створення мікроскопа бере свій початок у 16 столітті. Перший мікроскоп, створений людиною, був оптичним і складався з набору лінз, що дозволяли отримувати збільшене зображення предметів, що необхідно було роздивитись.

На даний момент, в результаті науково-технічного прогресу у всіх сферах нашого життя, існує безліч мікроскопів. І відмінність їх полягає не тільки в їх призначенні, але й в принципі дії.

**Класифікація мікроскопів.** Розглянемо найбільш узагальнену класифікацію мікроскопів, засновану на величині роздільної здатності приладу. Роздільна здатність мікроскопа - це здатність видавати чітке роздільне зображення двох близько розташованих точок об'єкта.

Ця характеристика визначається насамперед довжиною хвилі випромінювання, що використовується в мікроскопії (видиме, ультрафіолетове, рентгенівське випромінювання). Отже, виходячи з роздільної здатності, розрізняють наступні види мікроскопів:

- оптичні (світлові);
- електронні;
- рентгенівські;
- скануючі зондові.

**Електронний мікроскоп** – надпотужний прилад, який використовує, на відміну від оптичного мікроскопа, замість світлового потоку, пучок електронів. Такий тип мікроскопів набагато потужніший від звичайних світлових мікроскопів, а його роздільна здатність вище в 1000-10 000 разів.



Електронні мікроскопи в свою чергу можна розділити на:

- скануючі мікроскопи – сканування проводиться фокусованим електронним пучком в умовах промислового вакууму;
- просвічуючі мікроскопи – призначені для вивчення тонких об'єктів за допомогою пучка електронів, що проходять крізь них.

Проте, електронні мікроскопи є складним і дорогим обладнанням, тому найчастіше використовуються в наукових дослідженнях, або на величезних підприємствах.

**Рентгенівський мікроскоп** – пристрій для дослідження дуже малих об'єктів, розміри яких можна порівняти з довжиною рентгенівської хвилі. Принцип роботи такого мікроскопа оснований на використанні рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі від 0,01 до 10 нанометрів.

Рентгенівський мікроскоп за роздільною здатністю знаходиться між електронним і оптичним мікроскопами.

Рентгенівські мікроскопи можна поділити на:

- проєкційні;
- відбивні.

Найбільшого поширення набули проєкційні мікроскопи, що дозволяють оцінити якість тонких покриттів, отримати мікрорентгенографію біологічних і ботанічних зрізів товщиною до 200 мкм. Важливою перевагою рентгенівських мікроскопів є те, що за їх допомогою можна спостерігати за непрепарованими живими клітинами.

**Скануючий зондовий мікроскоп** навряд чи стане в нагоді для використання в домашніх умовах. Це вже спеціалізований клас мікроскопів, в якому для побудови зображення використовується спеціальний зонд для сканування поверхні.

Завдяки такому мікроскопу отримують тривимірне зображення з дуже високою роздільною здатністю (менше 0,1 нм). В даний час скануючі зондові мікроскопи знайшли застосування практично у всіх галузях науки: фізиці, хімії, біології, біохімії, фармацевтиці, матеріалознавстві, фотохімії та ін.

**Оптичний (світловий) мікроскоп** – це «найстаріший» за класифікацією і найпоширеніший на сьогоднішній день мікроскоп (рис. 13.14). Однак не варто думати, що його конструкція і можливості не зазнали змін.

Стандартний мікроскоп складається з оптичної системи (об'єктив, окуляр і освітлювальний пристрій) і механічної системи. Робота такого мікроскопа заснована на законах класичної оптики.



Рисунок 13.14 – Оптичний мікроскоп

Оптичні мікроскопи розрізняються між собою за їх призначенням:

- біологічні мікроскопи – мікроскопи, через які проходить світло, призначені для вивчення прозорих і напівпрозорих об'єктів;
- стереоскопічні мікроскопи – мікроскопи відбитого світла, з об'ємним зображенням, призначені для вивчення непрозорих об'єктів;
- металографічні мікроскопи – мікроскопи відбитого світла, освітлення походить від вбудованого освітлювача, призначені для вивчення непрозорих об'єктів;
- люмінесцентні мікроскопи – основані на явищі люмінесценції об'єктів, призначені для вивчення непрозорих і напівпрозорих об'єктів з різним ступенем здатності відбиття світла.

І це далеко не повний перелік застосування оптичних мікроскопів.

За конструкцією можна також класифікувати оптичні мікроскопи на **монокулярні, бінокулярні і тринокулярні**.

При необхідності працювати з мікроскопом тривалий час, перевагу надають бінокулярній або тринокулярній моделі.

#### **Мікроскопи для паяння**

Не секрет, що правильно підібраний інструмент сприяє швидкому та легкому виконанню роботи.

Для паяння слід обирати мікроскоп з невеликою кратністю. Завдяки цьому, між об'єктивом та робочою поверхнею буде достатньо місця для роботи пінцетом та паяльником. Як приклад можна навести бінокулярний мікроскоп ST60-24B1. В разі потреби, робочу відстань можна збільшити шляхом встановлення зменшувальної лінзи на об'єктив (0,75x або 0,5x). Одночасно збільшиться видима площа робочої поверхні. Для захисту від парів каніфолі та припою слід використовувати захисне скло на об'єктив мікроскопа. Також треба забезпечити хорошу витяжну вентиляцію.

Особливе місце серед оптичних мікроскопів посідає **цифровий мікроскоп**. Професійні цифрові мікроскопи - це серйозний технологічний прорив в сучасному приладобудуванні. У конструкції таких пристроїв оптична система поєднана з трансформуючою матрицею, що дозволяє



перетворювати світловий потік в цифровий сигнал і передавати його для подальшої обробки на комп'ютер. До цифрових мікроскопів передбачено підключення фото- і відеокамер для фіксації даних, а також монітори і принтери для їх візуалізації. Залежно від типу виведення зображення розрізняють USB-мікроскопи і ТБ-мікроскопи.

Тринокулярні мікроскопи є симбіозом оптичного і цифрового типів мікроскопа. У них, крім двох стандартних оптичних окулярів, є третій окуляр для зйомки процесу на спеціальну відеокамеру спостереження і виведення цифрового зображення на екран. Сьогодні, у зв'язку з масовим поширенням персональних комп'ютерів, цифрові мікроскопи уніфікувались, більшість з них працює при підключенні до стандартного USB порту комп'ютера, на якому встановлено відповідне програмне забезпечення, сумісне з конкретною моделлю цифрового мікроскопа. Іноді навіть вживають термін «USB-мікроскоп».

**Цифрова мікроскопія.** Зараз цифровий мікроскоп стає цілком доступним не тільки для серйозних наукових або виробничих центрів, але і для звичайних шкіл. Більш того, вже розроблено методики його застосування на уроках біології, а в недалекому майбутньому можна очікувати появи «шкільного» (дитячого) цифрового мікроскопа, такого ж доступного за ціною, як і широко поширені прості оптичні моделі.

Сфери застосування цифрових мікроскопів:

- Контроль якості виготовленої продукції
- Тести і дослідження
- Аналіз стану друкованих плат
- Ремонт електроніки
- Освіта та навчання (вивчення природничих наук, біології, хімії)
- Хобі та інтереси (робота з дрібними деталями і елементами)
- Колекціонування (монети, ювелірні вироби, штампи, і інше)
- Дослідження тканин
- Медицина (аналіз стану шкіри, зубів, та ін.)

Максимальне збільшення в цифрових мікроскопах часто перевершує таке у мікроскопів оптичних, що розкриває нові можливості перед користувачами. Цифрова технологія в найсучасніших мікроскопах дає також можливість зберігати потоки відео. Для отримання найбільш чіткого і якісного зображення використовуються сучасні методи фокусування камери і автоматичного налаштування. Питання додаткового освітлення вирішується за допомогою вбудованого світлодіодного підсвічування в деяких моделях. Цифрова технологія зберігання і обробки зображень спрощує питання документування даних і порівняння спостережуваних об'єктів. Користувач може зберегти необхідні зображення в потрібні йому каталоги, а пізніше порівняти спостережувані об'єкти або ж стан одного і того ж об'єкта в різні періоди часу. Таким чином, можна проводити контроль якості та інші тести.

Збережені зображення можна обробляти за допомогою зовнішніх редакторів.

### Популярні моделі мікроскопів (рис. 13.15, рис. 13.16).

AmScore – один з найпопулярніших світових брендів, який вже понад 15 років спеціалізується на продажу мікроскопів та аксесуарів у США, Канаді, Великобританії та Європі. Продукція бренду розроблена для професіоналів, студентів і любителів і використовується в лабораторіях, науково-дослідних установах, підприємствах, школах та університетах по всьому світу. Мікроскопи AmScore використовують науковці та інженери Гарвардського університету та агенції NASA. Також їх можна побачити в офісах Apple, Dell, Pfizer та багатьох інших відомих компаній. Цифрові мікроскопи з власним дисплеєм. Один із різновидів професійних мікроскопів – це прилади оснащені дисплеєм для виведення зображення. Такі мікроскопи переважно мають додаткові функції, підсвічування, а також можливість дистанційного керування. Один із виробників, які добре себе зарекомендували, є компанія Andonstar.

### Вимірювальні (інструментальні) мікроскопи

Інструментальні мікроскопи призначені для вимірювання оптико-механічним методом лінійних і кутових розмірів різних деталей складної форми – різьбового ріжучого інструмента, черв'ячних фрез, лекал, кулачків, фасонних профілів, міжцентрових відстаней, координатних розмірів і т.п. Промисловістю випускаються різні типи інструментальних мікроскопів: малий ММІ, великий БМІ, бінокулярний БІМ, універсальні УІМ-21, УІМ-23, УІМ-24 та ін.



Насадка	з нахилом 45°
Збільшення	20x
Збільшення об'єктива	2x
Збільшення окуляра	10x
Діапазон відстані між зіницями	55-75 мм
Робоча дистанція	70 мм
Підсвічування	світлодіодна лампа (1 В)

Рисунок 13.15 – Портативний стереомікроскоп AmScore SE120Z-TMD



Збільшення	до 220x (безпер рвне)
Сенсор	HD-сенсор
Частота кадрів	30 кадрів / сек
Дисплей	4,3"
Роздільність відео	1080P (FHD); 720P (HD)
Формат відео	AVI

Рисунок 13.16 – Цифровий USB-мікроскоп з дисплеєм Andonstar AD106S

Не дивлячись на конструктивні відмінності інструментальних мікроскопів, принципова схема вимірювання у них є загальною: здійснюється візування різних точок деталі, яку переміщують для цього у взаємно перпендикулярних напрямках, з вимірюванням цих переміщень за допомогою відлікових пристроїв. Для поліпшення візування мікроскопи оснащені змінними об'єктивами різного ступеня збільшення.

Загальним вузлом мікроскопів є змінна окулярна головка. Ці головки виготовляють трьох типів: кутомірна, профільна (револьверна) та головка подвійного зображення. Для мікроскопів передбачені також стандартні фото- і проєкційні приставки, пристрої цифрового відліку лінійних переміщень, пристосування для встановлення та закріплення вимірюваних деталей. У мікроскопах з проєкційними пристроями на екран проєктується вимірювана деталь і шкали відлікових пристроїв, що значно полегшує роботу контролера, оскільки виключає втомлювальне спостереження через окуляр мікроскопів. Цифрові відлікові пристрої значно підвищують продуктивність та об'єктивність знімання показань.

Великий інструментальний мікроскоп типу БМІ зображений на рис. 13.17. У горизонтальній площині прилад виставляють за допомогою трьох опорних гвинтів за рівнем. На станині 1 встановлений круглий предметний стіл 4, який можна переміщувати по напрямних станини у повздовжньому напрямку за допомогою мікрогвинта 14. Стіл несе на собі полозки зі скляною пластиною, які можна переміщувати у поперечному напрямку за допомогою мікрогвинта 2. Ці перміщення призначені для лінійних вимірювань.

Ціна поділок шкал, нанесених на барабанах мікрогвинтів, 0,005 мм. Межі вимірювань мікрогвинтів 0...25 мм. Стіл вручну можна відвести вліво (при поздовжньому переміщенні). У проміжки між торцями мікрогвинтів і упорною площадкою в корпусі стола можна встановити блок кінцевих мір

довжини, внаслідок чого межі вимірювань можуть бути збільшені до 150 мм у поздовжньому і до 50 мм у поперечному напрямках.

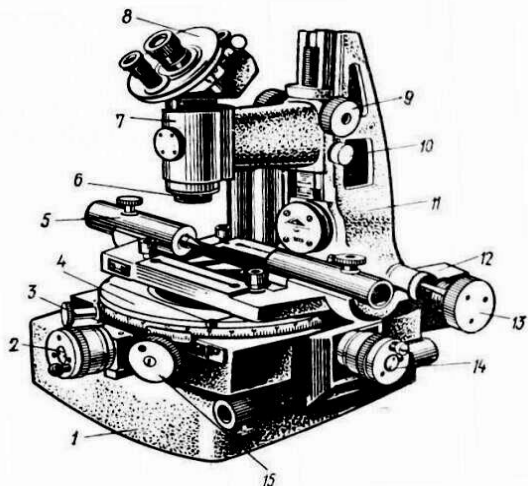


Рисунок 13.17 – Великий інструментальний мікроскоп типу БМІ

Поворот стола навколо вертикальної осі здійснюється за допомогою маховичка 15. У необхідному положенні стіл закріплюють рукояткою 3. Для відліку кутів повороту стола на його бічній поверхні нанесені поділки від 0 до 360°, а на нерухомій частині стола закріплений ноніус з відліком 3'. Поворот стола використовується для регулювання положення вимірюваного об'єкта та для грубих кутових вимірювань. Точні вимірювання кутів здійснюються за допомогою кутомірної окулярної головки 8, яка за допомогою конштейна 7 з тубусом встановлена на вертикальній колонці 11. Кронштейн разом з окулярною головкою за допомогою кремальєри 9 і рейкової передачі можна переміщувати у вертикальному напрямку по напрямних колонки і стопорити у необхідному положенні гвинтом 10. Саму колонку 11 за допомогою маховичка 13 можна нахилити вліво або вправо відносно вертикалі з відліком кута нахилу за відповідною шкалою.

Освітлювач 12 включається безпосередньо в електромережу; він закріплений у нижній частині приладу і дозволяє здійснювати вимірювання як у прохідному, так і у відбитому світлі.

Деталі циліндричної форми, які мають центрові отвори, можуть бути встановлені у центровій бабці 5, яка кріпиться у Т-подібних пазах стола 4. Деталі без центрових отворів встановлюють у призмах або спеціальних пристосуваннях. Плоскі деталі встановлюють безпосередньо на скляній пластині стола і при необхідності закріплюють затискачами. Принципова оптична схема мікроскопа зображена на рис. 13.18. Промені світла від лампи накалювання 1, пройшовши через лінзу конденсатора 2, світлофільтр 3 і діафрагму 4, відбиваються від поворотного дзеркала 5 і через лінзу 6 освітлюють контрольний об'єкт, розміщений на предметному столику 7 або закріплений у центрових бабках. Зображення об'єкта вимірювання проектується об'єктивом 8 у фокальну площину окуляра 11,



де розміщені штрихова сітка 10 і жорстко зв'язаний з нею круговий лімб. Між об'єктивом 8 і лімбом 10 для злomu променів розміщена призма 9. Зображення об'єкта вимірювання розглядають через окуляр 12. Відлік по градусній шкалі виконується за допомогою відлікового мікроскопа 12. У фокальній площині окуляра 14 знаходиться хвилинна шкала 13.

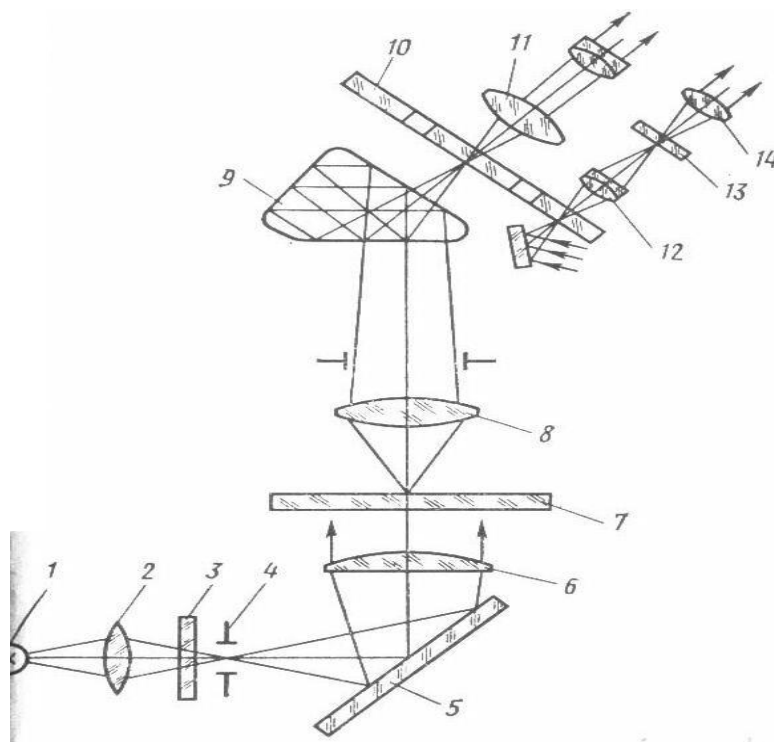


Рисунок 13.18 – Принципова оптична схема мікроскопа

Кутомірна окулярна головка зображена на рис. 13.19. Вона складається із корпусу 1, на якому змонтовані окуляр 2, маховичок 3, відліковий мікроскоп 4 і дзеркальце 5. Цю головку застосовують для лінійних і кутових вимірювань. Зсередини корпусу головки є скляна пластина зі штриховою сіткою та лімб, розмічений по колу на 360 рівних поділок. Пластина зі штриховою сіткою і лімб градусної шкали жорстко з'єднані між собою та мають спільний центр обертання, який знаходиться на оптичній осі мікроскопа. Штрихову сітку спостерігають у центральній окуляр мікроскопа, а градусну та хвилинну шкали – у відліковій кутомірній мікроскоп.

Штрихова сітка (рис. 13.20) складається із горизонтальної діаметральної і п'яти вериткальних пунктирних ліній, одна з яких є діаметральною, а також двох суцільних діаметральних ліній, нахилених до горизонтальної під кутом  $60^\circ$ .

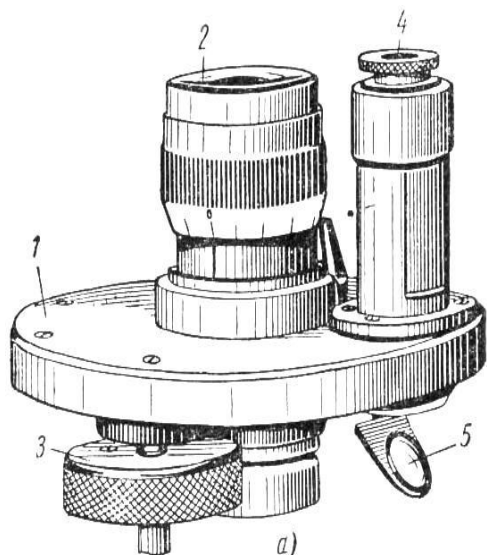


Рисунок 13.19 – Кутомірна окулярна головка

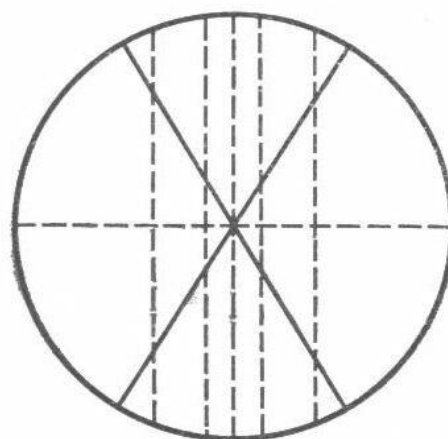


Рисунок 13.20 – Штрихова сітка

На штрихову сітку кутомірної окулярної головки проектується зображення контура вимірюваного об'єкта. При вимірюванні змінюється положення контура деталі відносно лінії штрихової сітки. Це переміщення спостерігають в окуляр 2 (рис. 13.19) і відраховують за допомогою вимірювальних пристроїв мікроскопа. Деталь по можливості необхідно встановлювати так, щоб вимірюваний розмір розташовувався паралельно переміщенню стола. В цьому випадку величина переміщення дорівнює вимірюваному розміру.

Диск зі штриховою сіткою можна повертати навколо осі на  $360^\circ$  маховичком 3. Одночасно з сіткою обертається і лімб з градусними поділками, який знаходиться в корпусі 1.

Спостерігаючи у відліковий мікроскоп 4, можна відраховувати кути повороту сітки, а отже, і кути вимірюваної деталі при візуванні її лініями сітки.

Збільшення мікроскопа створюється постійним окуляром з 10-кратним збільшенням і одним змінним об'єктивом зі збільшенням 1х; 1,5х; 3х або 5х.

Окулярна головка мікроскопа змінна. При зміні головки необхідно юстирувати її положення відносно тубуса мікроскопа. Прилад юстирують так, щоб при нульових показаннях градусної та хвилинної шкал горизонтальний штрих сітки був паралельним напрямку поздовжнього переміщення стола мікроскопа.

Конструкції деяких вимірювальних мікроскопів наведено у табл. 13.1.

Таблиця 13.1 – Деякі сучасні вимірювальні мікроскопи та їх характеристики

<p><b>Мікроскоп вимірювальний</b></p> <p><b>УІМ-21Ц</b></p> 	<p style="text-align: center;">Характеристики</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>Максимальна вага деталі, кг</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>Габарити</td> <td>1300x1250x800 mm</td> </tr> <tr> <td>Маса, кг</td> <td>450</td> </tr> </table>	Максимальна вага деталі, кг	40	Габарити	1300x1250x800 mm	Маса, кг	450
Максимальна вага деталі, кг	40						
Габарити	1300x1250x800 mm						
Маса, кг	450						
<p><b>Інформація.</b> Мікроскоп універсальний вимірювальний УІМ призначений для лінійних і кутових вимірів в прямокутних і полярних координатах. В основу принципу роботи покладено оптичний візирний метод. В процесі вимірювання зображення вимірюваного об'єкта (деталі) спостерігають у поле зору окуляра. Результати вимірювань зчитуються за допомогою відлікових мікроскопів та штрихових шкал або в цифровому вигляді за допомогою блоку цифрової індикації та ПК. Універсальні мікроскопи застосовують для вимірювання різьбових виробів, складних профільних шаблонів, шкал, кулачків, конусів, черв'ячних фрез, конусів мітчиків, діаметрів отворів, зубчастих коліс, а також радіусів заокруглень і відстаней між отворами в поздовжньому (до 200мм) і в поперечному (до 100мм) напрямку в відбитому і те, що відбувається світлі. Універсальний вимірювальний мікроскоп УІМ в базовій комплектації оснащується мікронними цифровими шкалами і блоком цифрової індикації, що покращує ергономіку і сильно спрощує процес вимірювання.</p>							
<p><b>Відео Мікроскоп Venture 3D CNC 4030</b></p> 	<p style="text-align: center;">Характеристики</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>Діапазон вимірювання ,мм</td> <td>400x300x125</td> </tr> <tr> <td>Дискретність відліку ,мм</td> <td>0.5</td> </tr> </table>	Діапазон вимірювання ,мм	400x300x125	Дискретність відліку ,мм	0.5		
Діапазон вимірювання ,мм	400x300x125						
Дискретність відліку ,мм	0.5						
<p><b>Інформація.</b> Вимірювальні відеомікроскопи дають можливість в автоматичному або ручних режимах проводити точні 3D вимірювання. Вимірювальні відеомікроскопи мають переваги в порівнянні з оптичними вимірювальними мікроскопами. Завдяки програмному забезпеченню вимірювання проводити набагато легше і швидше, особливо при вимірах партій деталей. Так само в автоматичних режимах для контролю і порівняння деталей досить завантажити креслення в CAD форматі або побудувати його по одній деталі. Як правило вимірювальні відеомікроскопи мають робочі столи більшого розміру ніж стандартні вимірювальні мікроскопи УІМ, БМІ, ММІ. Відео-вимірювальний мікроскоп Вату комплектується комп'ютером із спеціалізованим програмним забезпеченням, яке дозволяє проводити вимірювання, архівувати дані, проводити порівняння з моделлю.</p>							

## 13.4 Тензометрія та її використання (механічні тензометри, струнні тензометри, оптичні тензометри, дровові тензометри та електротензометрія).

### 13.4.1 Електротензометрія

**Дротяні датчики опору і їх конструкція.** Тензометри призначені для експериментального визначення відносних подовжень (або вкорочень) на поверхнях твердого тіла. З усього різноманіття тензометрів (механічних, пневматичних, гідравлічних і т.і.) найбільшого поширення набули електротензометри.

Електричні методи вимірювання деформацій засновані на реєстрації зміни будь-якого електричного параметру (ємності, індуктивності, електричного опору і т.і.), яке відбувається в датчику, установленому на досліджуваному об'єкті.

Залежно від того, який параметр змінюється при навантаженні, датчики називають індукційними, ємісійними, магнітострикційними і датчиками опору. Щоб зафіксувати електричний сигнал, який виник у результаті деформації, необхідно мати датчик, пристрій для посилення одержуваного від датчика сигналу і будь-який пристрій, що реєструє.

Наприклад, в обробці металів тиском найчастіше використовуються *дротяні датчики опору* (ДДО), які називають ще *тензорезисторами*, тому тут обмежимося розглядом цього класу датчиків.

Тензодатчики складаються з основи (бази або підкладки), на якій розміщується дріт, намотаний в певному порядку у вигляді котушки. Тензодатчики призначені тільки для вимірювання пружних деформацій і не розраховані на пластичні деформації.

Розміщення ДДО на об'єктах, що пластично деформуються, може призвести до розриву дроту. Характеристики, які стосуються пластичної формозміни, отримують побічно, з пружних деформацій елементів обладнання, на які кріплять тензодатчики. Причому, пружному деформуванню елемента обладнання на певну величину буде відповідати сила, рівна або пропорційна силі, яка витрачена на пластичне деформування тіла.

У відповідності з різними способами розміщення дроту на пласкій основі тензометра розрізняють наступні типи тензометрів.

1. Тензометр з паралельними ґратами.
2. Тензометр з пласкою котушкою.
3. Тензометр з одиночним дротом.
4. Тензометр напружень.
5. Тензометр з поперечними перемичками.

У найбільш поширеному тензодатчику з *паралельними ґратами* (рис. 13.21, а) дріт утворює ґратку з паралельних ліній, пов'язаних з кінцями півколами. Дроту тензодатчика в місцях півкіл часто

повідомляється подовження досліджуваної деталі в напрямку, перпендикулярному до поздовжньої осі тензодатчика, що може призводити до спотворення результатів вимірювання.

При цьому похибка, що виникає, наприклад, для тензодатчика типу PR 9210 фірми Філіпс, становить близько 5 %, коли відносне подовження в поперечному напрямку в 2 рази більше відносного подовження в поздовжньому напрямку. При відомому розташуванні і певних розмірах ґратки тензодатчика вплив поперечного подовження легко може бути врахований при обробці результатів вимірювань при двовірному напруженому стані шляхом введення відповідних виправлень.

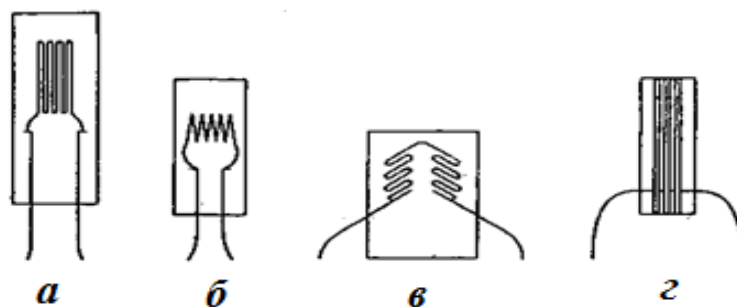


Рисунок 13.21 – Різні типи дротяних тензодатчиків опору, що наклеюються

Тензодатчик з *пласкою катушкою* виготовляється шляхом намотування дроту у вигляді циліндричної катушки, яку потім сплющують і в такому вигляді наклеюють на пласку основу (рис. 13.21, а). Тензодатчики цього типу можуть бути виготовлені з меншою довжиною бази, але мають тий недолік, що дроти, які утворюють верхні половини сплюснутих витків ґратки, знаходяться на порівняно великій відстані від основи тензодатчика.

Поперечна чутливість тензодатчиків з пласкою катушкою в більшості випадків незначна й іноді, навіть, буває негативною в зв'язку з тим, що ділянки дроту в місці сполучення верхньої і нижньої половин витків розташовані перпендикулярно поверхні досліджуваної деталі. Тензодатчики з паралельними ґратами і з пласкою катушкою в більшості випадків виготовляються вручну на спеціальних пристроях.

Тензодатчик з *одиначним дротом* складається з одного єдиного дроту, розміщеного уздовж поздовжньої осі датчика. Такі датчики не чутливі до подовження в поперечному напрямку, але мають малий опір або виконуються з великою довжиною бази.

У датчику напружень (рис. 13.21, в) дріт розташований у вигляді подвійної ґратки, параметри якої підібрані таким чином, що відношення поперечної чутливості до поздовжньої дорівнювало коефіцієнту Пуассона для матеріалу досліджуваної деталі.

### **Кріплення тензодатчиків і особливості технології експерименту.**

В якості основи тензорезисторів може служити папір або пластмасова панель. Пластмаси, що застосовуються в якості основ тензодатчика, зазвичай, більш теплопровідні, ніж папір, однак, товщина основи з пластмаси часто буває більше товщини паперової основи. Наклейка тензометрів з основою з пластмаси за допомогою клеїв з розчинником, що випарюється, вимагає більше часу, так як для повного висихання клею під основою тензометра, що майже не пропускає пари розчинника, часто потрібно кілька діб. У той же час, тензометр з паперовою основою буває готовий для вимірювань не пізніше 24 годин після наклеювання.

Для збереження дроту тензодатчика від механічних пошкоджень дріт закривають смужкою фетру або повністю втоплюють дріт в основу датчика. Ці заходи одночасно забезпечують захист дроту від швидких змін температури в результаті охолодження місцевим потоком повітря або нагрівання при короткочасній дії теплового випромінювання.

Дріт наклеєного на деталь стандартного тензодатчика опору зазвичай має електричну ємність по відношенню до металевої деталі близько 50 пф (пікофарад). Якщо деталь знаходиться під напругою змінного струму, то, завдяки наявності цієї ємності, на дроті тензометра можуть з'являтися досить значні напруги-перешкоди, які часто не вдається повністю усунути, незважаючи на наявність в вимірювальній схемі фільтрів і випрямлювачів. У цих випадках виявляється корисним повне екранування дроту датчика. Для такого екранування тензометр обклеюють обмоткою з тонкої мідної стрічки (наприклад, перетином 2 мм × 0,01 мм), спресовують, ізолюють і в такому вигляді наклеюють на досліджувану деталь. Витки екрануючої обмотки пропадають уздовж осьової лінії тензодатчика і після наклеювання тензодатчика екрануючу обмотку з'єднують з опліткою кабелю, що екранує та з'єднує тензометр з вимірником.

Для позначення положення дроту тензометра на його поверхні наносять дві взаємно осьові лінії.

Найвигідніші значення омичного опору тензодатчика лежать в області від 100 Ом до 1000 Ом.

#### **13.4.2 Механічні тензометри**

Вимірювання деформацій при застосуванні **механічних тензометрів** завжди зводиться до визначення зміни певної довжини бази, яку обмежено призмами або кернами тензометру.

При статичних вимірюваннях часто висувають вимогу малої бази тензометра, так як на підставі вимірюваних значень відносного подовження визначається розподіл напружень на поверхні досліджуваної деталі.

Динамічні вимірювання деформацій слугують, найчастіше, для визначення зовнішніх сил (навантажень). У зв'язку з цим, при таких



вимірюваннях база тензومتра може бути більшою. Переміщення при вимірюваннях деформацій бувають у всіх випадках дуже малими і повинні бути тим чи іншим способом збільшені для можливості візуального спостереження.

При статичних вимірюваннях можна обмежитися безпосереднім відліком вимірюваної величини за шкалою тензومتра. При динамічних вимірюваннях обов'язковим є безперервний запис деформацій. У першому випадку, основне значення має достатня чутливість приладу, тобто досить велике збільшення. У другому випадку, найбільш важливо забезпечити якомога меншу інерційність приладу. Деформації повинні вимірюватись на зовнішніх волокнах матеріалу деталі.

Тензометри, які працюють за механічним принципом, відіграють особливо важливу роль в області вимірювання статичних деформацій, при яких інерційність приладу не грає ролі. Однак, і при динамічних вимірюваннях механічні тензометри дозволяють отримувати хороші результати при умові вибору достатньо малого масштабу запису.

*Тензометри для статичних вимірювань.* Збільшення вимірюваного переміщення в механічних тензометрах для статичних вимірювань, зазвичай, обмежено вузькими межами, обумовленими габаритними розмірами тензومتра. Масштаб збільшення і необхідна чутливість визначають базу приладу, яка, у зв'язку з цим, не може бути менше деякого мінімального значення.

Тензометри поділяються на два класи, з яких одні *закріплюють* на досліджуваній деталі на весь час вимірювання, а інші – наводяться у дотик із деталлю тільки на час відліку деформацій. Тензометри другого класу надалі будуть позначатися як *«тензометри, що не закріплюють»*.

**Тензометри, що закріплюють на деталі на весь час вимірювання.** Такі тензометри повинні бути закріплені досить міцно. При цьому, однак, сила натискання тензومتра не має бути занадто великою, щоб уникнути пошкодження призми або кернів тензومتра. Надмірно велика сила натискання на тензометр, в деяких випадках, може викликати також появу неприпустимо високих напружень у досліджуваній деталі.

Сила притискання може бути обрана малою завдяки малому зусиллю, що необхідне для переміщення механізму тензومتра (сила вимірювання), і малій масі. Ці дві характеристики тензومتра мають бути як можливо меншої величини.

Найбільш відомим з тензометрів, що закріплюють на деталі, є тензометр Гугенбергера та його різні модифікації (рис. 13.22 та рис. 13.23). Такі прилади чудово зарекомендували себе в багатьох галузях техніки. Особливою перевагою цих тензометрів є мала величина сили вимірювання.

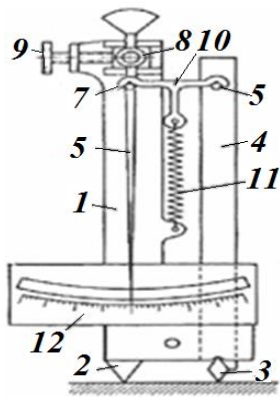


Рисунок 13.22 – Тензометр Гугенбергера з базою 10 мм

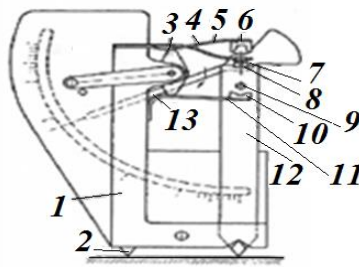
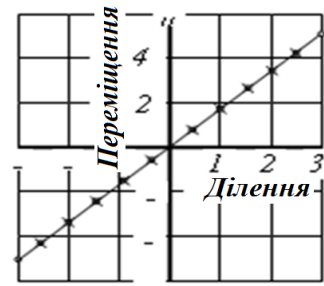


Рисунок 13.23 – Тензометр DVL та його тарирувальна шкала



На рис. 13.22 показана модель тензометра з базою 10 мм, що відрізняється особливо малою вагою. Корпус тензометра 1 має внизу поперечину з нерухою призмою 2 і вирізом під рухома призму 3. Рухома призма є одним з кінців двоплечового важеля 4, що має на другому кінці штифт 5. Стрілка тензометру 6, що переміщується перед дзеркальною шкалою 12, шарнірно закріплена у верхній частині корпусу тензометра. Важіль 4 і стрілка 6 з'єднані траверсою 10, що спирається на штифти 5 і 7, до яких вона притискається натягом пружини 11. Стрілку тензометра можна переставляти шляхом переміщення опори підшипника 8 стрілки за допомогою гвинта 9. Всі з'єднання важільного механізму тензометра виконані на призмах, що забезпечує високу точність вимірювань. Тензометр закріплюється на деталі за допомогою струбчинки будь-якого типу, кінець якої входить в отвір у поперечині корпусу приладу. Шкала тензометру має 40 поділок і при вимірюванні може бути пройдена кілька разів за рахунок перестановки опори підшипника стрілки. Збільшення тензометра дорівнює 2000. Габаритні розміри тензометра складають 175 мм × 48 мм × 12 мм, маса 28 г.

В іншій модифікації приладу збільшення дорівнює 1200, габаритні розміри 165 мм × 52 мм × 15 мм, маса – 70 г; сила натиснення близько 30 Н. Точність вимірювання у нормальних умовах – 0,3 мк.

Слід відзначити також тензометри з базою, що безперервно змінюється, для вимірювання відносного подовження в зонах концентрації напружень за диференціальним методом Рюля-Фішера, а також вимірювачі кривизни для визначення напружень вигину.

В деяких випадках, наприклад, при вимірюваннях деформацій у зразках з пластмаси і на целюлоїдних моделях, буває достатня відносно низька чутливість тензометру при незмінних вимогах щодо малих габаритних розмірів і малої маси приладу.

Тензометр для такого роду вимірювань з базою 20 мм розроблений в Німецькому дослідному авіаційному інституті (DVL). Конструкція тензометра показана на рис. 13.23. Тарирувальну характеристику



наведено на рис. 4.3. На нижньому кінці корпусу 1 тензometра з нерухоною призмою 2 встановлена у вирізі корпусу рухома призма, яка є одним кінцем двоплечового важеля 12. До торцевої поверхні другого кінця важеля, за допомогою пласкої пружини 4, притиснутий циліндричний валик 5 діаметром 0,5 мм, що котиться по цій поверхні при повороті важеля 12. З валиком з'єднана стрілка 13, яка переміщується попереду дзеркальної шкали. Перед закріпленням на досліджуваній деталі тензometр повинен бути арретований шляхом повороту кулачка 3 в напрямку, показаному стрілкою. При цьому важіль 12 фіксується за допомогою двох упорів 10 з вирізами, укріплених на пласкій пружині 11, та притискає їх до штифта 9 важелем 12. Аналогічним чином фіксується циліндричний валик, на кінцях якого закріплені призми 7, до яких при арретуванні тензometру притискається закріплена на пласкій пружині 5 вилка 6 відповідного профілю. Шкала тензometру розділена на 60 частин з нулем посередині. Збільшення приладу складає близько 600 і, як видно з рис. 13.23, залишається практично постійним у межах всієї шкали.

Габаритні розміри тензometру складають 80 мм × 30 мм × 15 мм, маса 80 г. Точність вимірювання при нормальних умовах становить  $\pm 0,6$  мк.

**Тензometри, що не закріплюють.** У тих випадках, коли потрібно визначити зміну напруженого стану за відомий проміжок часу, зручно застосовувати тензometри, що не закріплюються на деталі. При цьому, за допомогою одного такого пристрою можна визначити деформації у низці точок конструкції. При таких вимірюваннях на досліджуваній поверхні розмічають бази вимірювання, по їх кінцях встановлюють сталеві кульки невеликого діаметру (близько 1,5 мм). При роботі з металевими деталями ці кульки запресовують в отвори в деталі; при роботі з деталями із неметалічних матеріалів – закріплюють (за допомогою клею, мастики і т.і.) невеликі металеві пластинки із попередньо запресованими кульками. Тензometр, що не закріплюють, має замість призм рухому і нерухому ніжки з поглибленнями відповідної форми, якими тензometр притискають при вимірюванні до кульок, що запресовані у деталь. Для можливості врахування подовжень деталі, зумовлених змінами температури, застосовується контрольна пластинка з того ж матеріалу, що і досліджувана деталь, з запресованими кульками на відстані, яка рівна базі тензometра. Контрольна пластинка розташовується при вимірюваннях таким чином, щоб температура дорівнювала температурі деталі, а механічні напруження відсутні. Контрольна пластинка служить також для повсякденної перевірки тензometру та усунення похибок, пов'язаних зі зношуванням ніжок та ін.

З числа тензometрів описуваного типу слід зазначити прилад Пфендера, що відрізняється особливим зручністю застосування також і у важкодоступних місцях. На рис. 13.24 показана схема цього тензometра і метод його застосування. У корпусі 1 приладу з нерухоною ніжкою 2



шарнірно закріплений кутовий важіль 4, коротке плече якого є другою рухомою ніжкою приладу. Переміщення рухомої ніжки відносно нерухомої викликає збільшення в п'ять разів переміщення вільного кінця довгого плеча важеля, що натискає на штифт стрілочного індикатора 3, закріпленого у корпусі приладу. При установці тензометра для вимірювання штифт індикатора піднімають шляхом підняття важеля 5 для аретирування, звільняючи кутовий важіль (положення I). Потім важіль 5 опускають вниз, фіксуючи ним кутовий важіль у положенні вимірювання і опускаючи на його вільний кінець штифт індикатора (положення II). У цьому положенні прилад може бути знятий з кульок, запресованих в досліджувану деталь, і, потім, може бути проведений відлік по індикатору. База приладу може змінюватися покроково шляхом перестановки нерухомої ніжки від 20 мм до 100 мм. Кожна поділка шкали індикатора відповідає переміщенню його штифта на 10 мк, й, таким самим, переміщенню ніжки приладу на 2 мк. Похибка вимірювання не перевищує  $\pm 1$  мк; сила переміщення механізму тензометра дуже мала, що дозволяє використовувати прилад також і при вимірюванні відносного подовження паперу або інших матеріалів, що легко деформуються.

Тензометр, що не закріплюють, з базою 20 мм, показання якого відраховують за допомогою спеціального приладу, розробленого Швайгерером в лабораторії випробування матеріалів в Штутгарті, наведено на рис. 13.25.

В корпусі 1 приладу закріплені нерухома ніжка 2 і кулька 4, і розміщується валик 3 з другою рухомою ніжкою 5 і друга кулька 6. Валик закінчується на одному кінці двома пружними пластинками клиноподібної форми, між якими при аретируванні приладу вводиться штифт 9 з напівсферичною головкою, які переміщуються силою гвинтової пружини 7 через проміжний важіль 8.

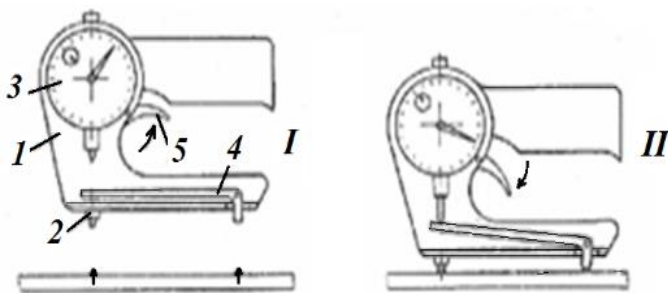


Рисунок 13.23 – Схема пристрою тензометра, що не закріплюють (прилад Пфендера)

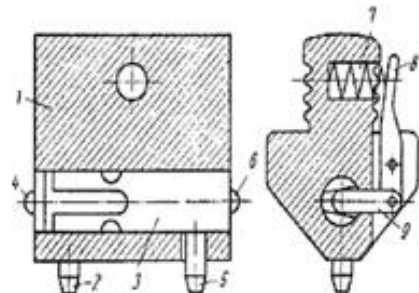


Рисунок 13.25 – Тензометр, що не закріплюють

Для розарретування приладу попереду встановлювання на кульки, які запресовані у деталі, при вимірюванні натискають на проміжний важіль. Після розарретування валик може вільно переміщуватись в



осьовому напрямку. Після установки приладу на кульки важіль звільняють і потім знімають прилад з кульок у арретованому стані.

### 13.4.3 Оптичні тензometri

Оптичні тензometri використовують для вимірювання статичних напружень. В оптичних тензометрах для статичних вимірювань легко досягається достатня чутливість навіть при дуже малій базі приладу. У багатьох поширених конструкціях тензометрів описуваного типу використовується *дзеркальна система відліку*. У деяких тензометрах застосовують *автоколімаційний дзеркальний відлік*.

При суб'єктивній дзеркальній системі відліку, схема якої показана на рис. 13.26, за відображенням шкали  $S_k$  спостерігають крізь рухоме дзеркальце  $S_p$  приладу через зорову трубу  $F$  (рис. 13.26).

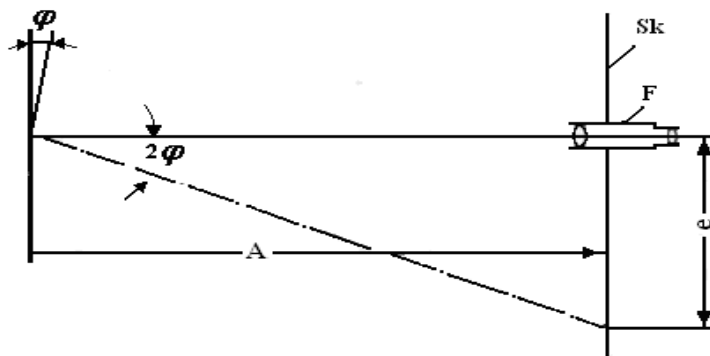


Рисунок 13.26 – Схема дзеркальної системи відліку Гаусса-Поггендорфа

Шкалу і зорову трубу встановлюють окремо від тензометру. Кут повороту дзеркальця визначають по переміщенню зображення шкали щодо перехрестя ниток зорової труби за формулою:

$$e = A \operatorname{tg} 2\varphi \approx 2A\varphi, \quad (13.1)$$

де  $A$  – відстань від дзеркальця приладу до шкали.

Часто застосовуються пристрої, в яких на шкалу направляється вузький світловий (лазерний) промінь, відбитий від дзеркальця приладу. При цьому способі відліку залишається в силі формула (13.1), проте величина  $e$  в такому разі являє собою переміщення світлової плями за шкалою. Неважко зауважити, що більше збільшення приладу легко досягається шляхом збільшення відстані між дзеркальцем і шкалою.

З багатьох тензометрів з суб'єктивним відліком розглянемо тільки один – прилад з базою 1,5 мм, розроблений на моторобудівельних заводах Юнкерс. Конструкція приладу показана на рис. 13.27.

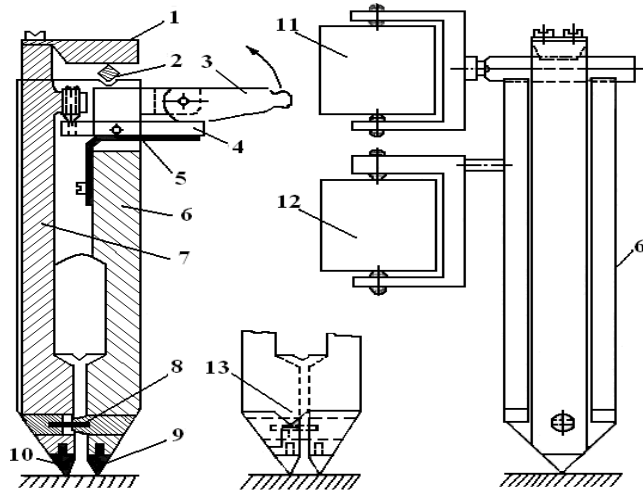


Рисунок 13.27 – Тензометр із дзеркальною системою відліку моторних заводів Юнкерс

На корпусі 6 приладу з нерухомим керном 9 шарнірно закріплений двоплечовий важіль 7 із рухомим керном 10 на кінці. Шарнір, утворений пласкою пружиною 5 і двома призматичними виступами 13 корпусу, спирається на дві бічні опорні площини важеля 7. Вільний кінець важеля 7 з'єднаний за допомогою тяги 1 з рухомою подвійною призмою 2, на якій закріплено дзеркальце 11. Перед встановленням на досліджувану деталь прилад орієнтується в положенні, показаному на рис. 4.8, за допомогою ексцентрика 3, який притискає шарнірно укріплений в корпусі приладу важіль 4 до установчого гвинта на виступі важеля 7. При повороті ексцентрика 3 в напрямку, показаному стрілкою, важіль 4 повертається під дією натягу пласкої пружини 5 і звільняє важіль 7.

Будь-яке переміщення корпусу приладу при вимірюванні може бути враховане за допомогою другого дзеркала 12, укріпленого на корпусі. Для кріплення тензометра у нижній частині корпусу є отвір.

Слід відзначити, що, при досить малих розмірах, збільшення описуваного тензометра при відстані між дзеркальцем і шкалою 1,5 м становить близько 10 000.

При статичних вимірюваннях часто буває необхідна дуже мала база тензометру. В оптичних тензометрах ця вимога задовольняється без особливих труднощів. Тим не менш, як правило, виявляється необхідним додаткове механічне (оптичне) збільшення.

Тензометри з дзеркальним відліком, у зв'язку з необхідністю великої площі для розміщення всього вимірювального пристрою, зазвичай, використовують тільки в лабораторіях, де можна розраховувати на високу кваліфікацію і ретельну підготовку експериментатора, а також де врахування власних переміщень тензометра, закріпленого на деталі, не викликає великих труднощів. У цих умовах можна забезпечити достатньо високу чутливість приладу, навіть при самій малій довжині бази.



У зв'язку з цим, тензometri з дзеркальним відліком використовують, головним чином, при вимірюванні напружень у зонах концентрації: на галтелях валів, отворів тощо. Відстань між дзеркальцем приладу і шкалою, в деяких випадках, може бути досить великою. Сам тензомер неважко виконати з малими габаритними розмірами та масою для виключення труднощів при кріпленні тензометра на досліджуваній деталі.

Тензometri з автоколімаційною дзеркальною системою відліку не вимагають багато місця для виконання вимірювань і, крім того, відрізняються тим, що власні переміщення тензометра, закріпленого на деталі, не впливають на результати вимірювання.

Однак, чутливість цих тензометрів нижче, ніж у приладів з дзеркальною системою відліку. Рівним чином, кріплення тензометрів до деталі здійснюється не так просто, як у попередньому випадку, у зв'язку з великими габаритними розмірами і масою тензометрів.

Можливість вільного від паралакса відліку результатів вимірювання на матовому склі, вільно утримуваному в руці де-небудь поблизу тензометра, дозволяє проводити вимірювання у важкодоступних місцях і, навіть, у темряві.

Закрита конструкція тензометрів запобігає проникненню всередину приладу пилу, вологи тощо, і забезпечує зручність поводження з приладом. Тензometri з малою базою застосовують при дослідженнях у зонах високих градієнтів напружень.

Похибка вимірювання одновісного напруження в сталі становить при нормальних умовах експерименту:  $\pm 3$  МПа – при базі тензометра 20 мм,  $\pm 10$  МПа – при базі тензометра 3 мм і  $\pm 20$  МПа – при базі тензометра 1 мм.

#### 13.4.4 Струнні тензometri та їх застосування

**Принцип дії струнного тензометра.** Струнний тензодатчик – це вимірювальний перетворювач тиску, переміщень, витрати, зусилля тощо в електричний сигнал (струм, напругу, частоту).

Чутливий елемент струнного датчику - натягнута вольфрамова або сталева струна (або кілька струн). Дія струнного датчику ґрунтується на залежності власної частоти коливань струни  $f_0$  від її довжини  $l$  маси  $m$  і сили натягу  $F$  (чи то механічної напруги  $\sigma$ , чи то подовження  $\Delta l$ ):

$$f_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{ml}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E \cdot \Delta l}{\rho l^3}} \quad (13.2)$$

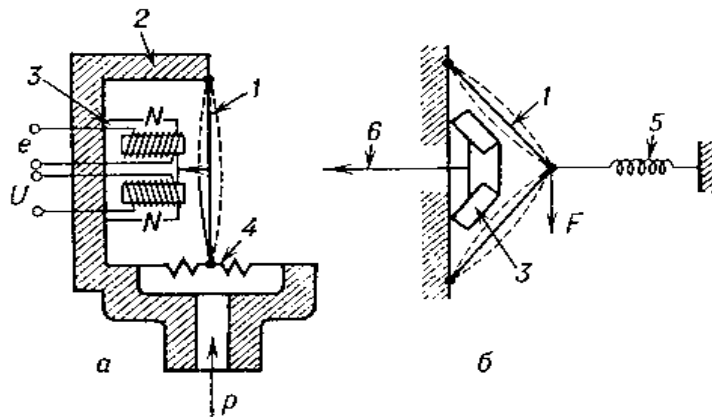
де  $\rho$  і  $E$  - відповідно щільність і модуль пружності матеріалу струни. Основні елементи струнного датчику: механічна система зі струною (струнами) і вторинний перетворювач (зазвичай електромагнітного або

магнітоелектричного типу), що перетворює зміну частоти коливань механічної системи на зміну параметра електричного кола.

Струнні датчики поділяються на однострунні та диференціальні, що мають дві ідентичні струни (рис. 13.28). Диференціальне включення струн дає змогу значно зменшити вплив навколишнього середовища (температури, тиску) на результати перетворення вхідного параметра.

Основний недолік однострунних датчиків – різко нелінійна статична характеристика; у диференціальних однострунних датчиків нелінійність статичної характеристики значно менша. Точність перетворення однострунних датчиків збільшується, якщо основною складовою жорсткості механічної системи є жорсткість струни.

Приклад однострунних датчиків – струнний диференціальний Гравіметр, що має відносну похибку перетворення не вище  $\pm (10^{-6} - 10^{-8})$ .



а - однострунного; б - диференціального; 1 - струна; 2 - корпус;  
3 - вихідний перетворювач (U - напруга живлення, e - едс на виході перетворювача); 4 - мембрана; 5 - пружина; 6 - вихідний сигнал;  
ρ і F - вимірювані параметри (тиск і зусилля)

Рисунок 13.28 – Схеми пристрою струнних датчиків

Власна частота натягнутої струни при поперечних коливаннях, крім довжини і питомої маси (щільності) матеріалу, залежить також і від натягу струни і може бути знайдена за формулою:

$$fn = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}, \quad (13.3)$$

де  $fn$  – власна частота  $n$ -ної форми коливання;  
 $l$  – вільна довжина струни;  
 $\sigma$  – розтягуюче напруження;  
 $\rho$  – щільність матеріалу струни.



Якщо кінці струни закріпити на досліджуваній деталі, у матеріалі якої діють механічні напруження, то подовження, що виникає під дією напружень деталі, буде повідомлено струні. Тоді деформація деталі, одержувана при її навантаженні, буде викликати зміну власної частоти струни. На підставі цього, вимірюючи зміну власної частоти струни при поперечних коливаннях, можна визначити відносне подовження матеріалу деталі. Важлива особливість методу вимірювання деформацій за допомогою струни, що коливається, полягає в тому, що при цьому методі використовується не амплітуда і не фаза коливання, а його частота. Це виключає можливість спотворення результатів вимірювання під час їх передачі від датчика тензометру до приладу, що показує.

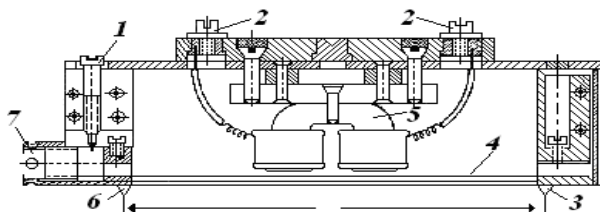
Так, наприклад, одержуваний від датчика сигнал з частотою 500 Гц не може бути прийнятий, як сигнал з частотою 501 Гц. При використанні в якості чутливого елементу струни, що коливається, виключаються похибки вимірювання, пов'язані з коливаннями напруги живлення, змінами коефіцієнтів підсилення підсилювачів, зміною омичного опору з'єднувальних проводів тощо.

*Тензометр працює за наступним принципом.* Подовження, яке підлягає вимірюванню, передається сталевій струні тензометра, що має деякий попередній натяг, що призводить до зміни власної частоти струни. Збудження коливань струни виконується електричним методом, шляхом пропускання імпульсу струму через обмотку невеликого електромагніту, полюси якого розташовані в безпосередній близькості від струни. Після збудження коливань струна коливається з власною частотою і амплітудою, яка поступово зменшується, та, при цьому, індукує в обмотці того ж електромагніту, який використовується для збудження коливань струни, змінну напругу, частота якої дорівнює частоті коливань струни. Ця напруга підводиться по проводах до вимірювального пристрою, в якому частота сигналу порівнюється з частотою коливань другої струни, що змінюється оператором до збігу частот коливань.

Через те, що збудження вимірювальної струни може бути здійснено з будь-якої відстані і через те, що, у відповідності з вищесказаним, умови передачі вимірюваної величини не залежать від характеристик з'єднувальних проводів, описуваний тензометр найбільш підходить для виконання вимірювань на великих відстанях.

На рис. 13.29 та рис. 13.30 показані конструкції струнних тензодатчиків. Конструкція звичайного струнного тензометру з базою 100 мм – див. рис. 13.29. Корпус тензометра виконаний у вигляді рамки, в якій між рухомою 3 і нерухомою 6 призмами натягнута сталева струна 4. Після закріплення датчика тензометра на досліджуваній конструкції та відпускання аретирувального гвинта 1 натяг струни регулюється за допомогою гвинта до отримання заданої власної частоти. У центрі датчика, в безпосередній близькості до струни, розміщені полюса електромагніту 5, який слугує для збудження коливань струни за

допомогою імпульсу електричного струму та для отримання електричної напруги при вимірюванні.



- 1 – аретир; 2 – затискачі для приєднання проводів;  
 3 – рухома призма; 4 – вимірювальна струна;  
 5 – електромагніт; 6 – нерухома призма;  
 7 – регулювальний гвинт

Рисунок 13.29 – Поздовжній розріз струнного тензometру з базою 100 мм



Закладний датчик деформації VWSG-E

Використовується для встановлення в бетонні конструкції



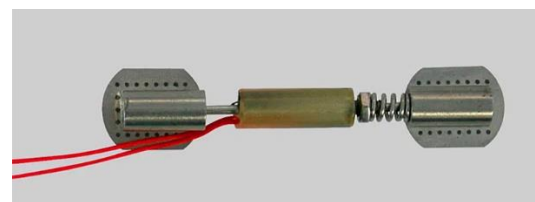
Наварний датчик деформації VWSG-A

Використовується для встановлення на металеву поверхню методом електродугового зварювання



Накладний датчик VWSG-A-CON

Для встановлення на бетонну поверхню. Являє собою датчик VWSG-A в комплекті з кінцевими блоками під кріплення анкерного типу



Мініатюрний датчик VWSG-S

Використовується для встановлення на поверхню методом точкового зварювання. Для деяких видів робіт цей датчик закріплюють на поверхні епоксидним клеєм

Рисунок 13.30 – Струнні датчики компанії RST Instruments (Канада)

Порівняння частот коливань обох струн проводиться оптико-електричним шляхом.

Сучасний струнний датчик широко використовують у вимірюванні напружень в будівлях, фундаментах, конструкціях машин та механізмів. Конструктивно струнний датчик деформації складається зі сталеві



трубки, всередині якої натягнуто сталевий дріт. Кінці дроту зацеплені в кінцевих блоках. Зовні на трубці розташовується електромагнітна котушка з вбудованим термістором типу NTC. Відстань між кінцевими блоками є вимірною базою датчика. Діапазон роботи датчика вказується у величинах відносної деформації – мікрострейнах, що дорівнює відносному подовженню  $1 \cdot 10^{-6}$  або в приведених до метричних величин 1 мкм/м.

### 13.5 Поляризаційно-оптичні методи

Поляризаційно-оптичний метод визначення напруженого стану деталей машин і будівельних конструкцій на прозорих моделях набув широкого поширення останнім часом і відомий як метод фотопружності. Заснований на властивості більшості прозорих ізотропних матеріалів (скло, целулоїд, желатин, пластмаси - оптично чутливі або п'єзооптичні матеріали) ставати при деформації оптично анізотропними, тобто на виникненні штучного подвійного променезаломлення (т. зв. п'єзооптичного ефекту). Анізотропними називаються такі речовини, в яких фізичні параметри залежать від напрямку.

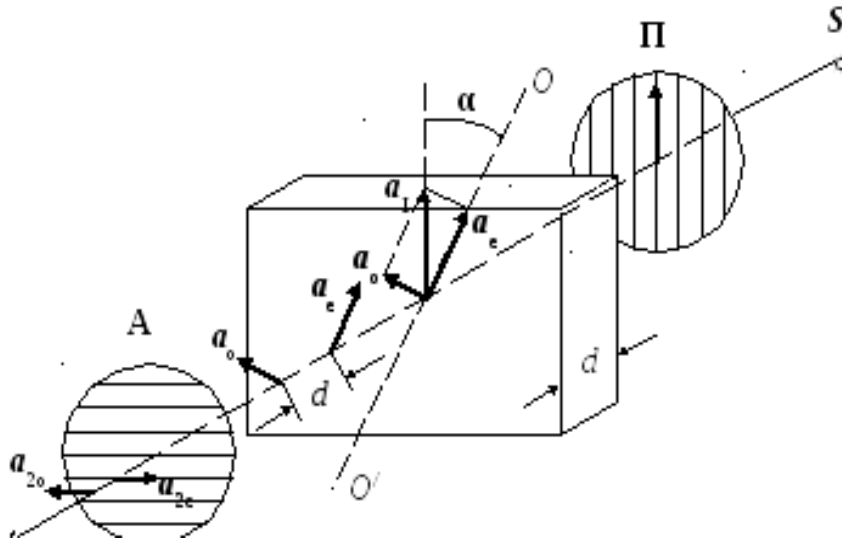
*П'єзооптичний ефект.* Цей ефект полягає в тому, що практично всі прозорі матеріали змінюють свої оптичні властивості під дією зовнішніх навантажень. Матеріали, що мають яскраво виражений п'єзооптичний ефект, отримали назву оптично-чутливих.

Для оптично анізотропних середовищ величина зміщення в полі даної напруженості залежить від напрямку електричного вектора світлової хвилі. Тобто діелектрична проникність, а отже, і показник заломлення середовища, різні для різних напрямків. Отже, і швидкість світла залежить від напрямку поширення світлової хвилі та площини її поляризації. Під час переходу променя із середовища ізотропного в середовище анізотропне спостерігається так зване подвійне променезаломлення. Унаслідок заломлення в анізотропному середовищі поширюється не один, а два промені - звичайний (o) і незвичайний (e), які лінійно поляризовані у взаємноперпендикулярних площинах і поширюються з різними швидкостями.

Під дією навантаження більшість ізотропних матеріалів стають оптично анізотропними, виникає штучне подвійне променезаломлення під час деформації. При цьому напрямки головних осей еліпсоїда діелектричної проникності матеріалу збігаються з напрямками головних осей еліпсоїда напружень. У разі одностороннього стиснення або розтягування, наприклад уздовж  $OO'$  (рис. 13.31), цей напрямок стає виділеним і відіграє роль оптичної осі. Оптичні властивості деформованого таким чином тіла відповідають властивостям одноосного кристала. Різниця показників заломлення звичайного і незвичайного



променів є мірою виниклої анізотропії. Іншими словами, швидкість поширення в зразку звичайного променя (**o**) не залежить від механічної напруги, а швидкість поширення незвичайного променя (**e**) залежить від механічної напруги. Тому якщо навіть **o** і **e** промені пройдуть у зразку однаковий геометричний шлях, їхні оптичні шляхи будуть різні. У результаті цього, після проходження світла у зразку, між **o** і **e** променями з'являється оптична різниця ходу, яка приводить до різниці фаз коливань звичайного та незвичайного променів, які вийшли з напруженого зразка.



S – джерело поляризованого світла, А – аналізатор,  
П – поляризатор; d -товщина моделі; O-O' - вісь поляризації

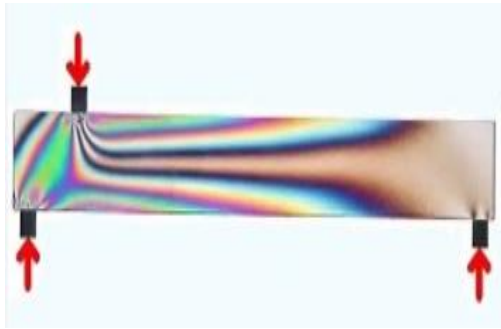
Рисунок 13.31 – Схема проходження світла через напружену п'єзооптичну модель

Місцям однакових напружень у зразку відповідає однаковий зсув фаз коливань звичайного і незвичайного променів.

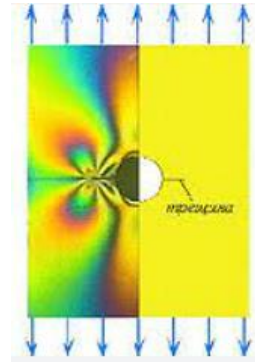
Оскільки різниця фаз залежить від довжини хвилі  $\lambda$ , просвітлене після деформації поле забарвлене - воно складатиметься з *кольорових смуг* - результат інтерференції поляризованих променів (рис. 3.32). Кожна смуга - *ізохрома* – відповідатиме однаково деформованим місцям тіла. Отже, за характером розташування смуг, можна судити про розподіл напружень усередині зразка. При обертанні аналізатора забарвлення змінюється. Результат інтерференції найчіткіше спостерігається за  $\alpha = 45^\circ$

У приладах використовують поляризоване світло.

**Поляризація світла.** Світло є електромагнітними коливаннями з довжиною хвилі від 0,4 мкм (фіолетовий колір) до 0,65 мкм (червоний колір). Якщо джерело випромінює хвилі з однаковою частотою коливань, то спостерігаємо однотонне монохроматичне світло. Біле світло є накладанням хвиль різної частоти.



а)



б)

а – випробування на згин; б – випробування на розтяг

Рисунок 13.32 – Ізохромни при навантаженні моделей у поляризованому світлі:

При кількісному описі оптичних явищ відповідне світловому променю електромагнітне коливання зручно характеризувати вектором, перпендикулярним осі променю.

Природне світло є хаотичним набором поперечних хвиль змінної частоти та орієнтації. Якщо якимось чином впорядкувати орієнтацію хвиль, то будемо мати поляризоване світло. Є три основних види поляризації: пласка, кругова і еліптична. Пласко (лінійно)-поляризоване світло виходить в тому випадку, коли світловий вектор коливається в єдиній площині, що називається площиною поляризації.

Світло, поляризоване по колу, виходить, якщо кінець світлового вектора описує окружність в площині, перпендикулярній до напрямку поширення світла. При еліптичній поляризації кінець вектора описує еліпс. Зазначимо, що еліптичний тип поляризації є найбільш загальним, а два інших можна вважати його частинними випадками.

Пласко-поляризоване світло отримують за допомогою спеціальних оптичних елементів, що називають лінійними поляризаторами, які мають властивість гасити усі коливання, напрямки яких не збігаються з їх оптичною віссю. Таким чином, поляризатор є оптичним фільтром, який пропускає коливання, паралельні його оптичній осі, і поглинає всі інші. Нехай на поляризатор падає плаский промінь світла:

$$A = a \sin \omega t = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} ct, \quad (13.4)$$

де  $a$  – амплітуда;  
 $\lambda$  – довжина хвилі;  
 $c$  – швидкість світла у вакуумі;  
 $t$  – час;  
 $\omega$  – кругова частота.

Тоді пройдена  $A_1$  і поглинена  $A_2$  складові променю можуть бути записані у вигляді:

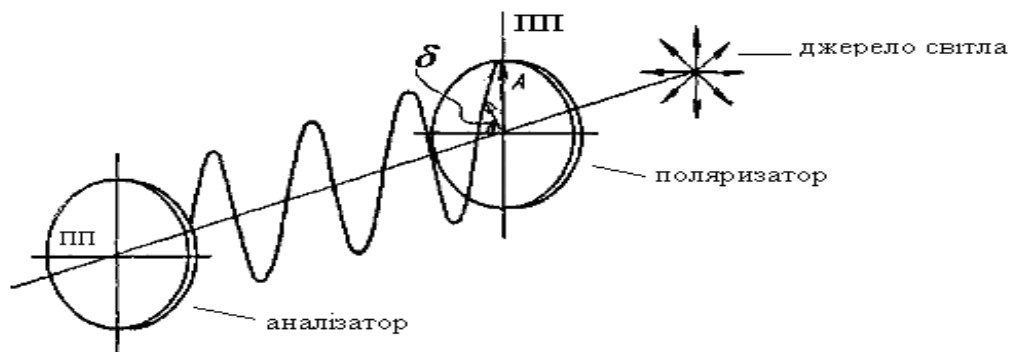
$$A_1 = a \sin \omega t \sin \delta; \quad A_2 = a \sin \omega t \cos \delta, \quad (13.5)$$

де  $\delta$  – кут між віссю поляризації і напрямком світлового вектора.

Було запропоновано кілька способів отримання плоскополяризованого світла: використання світла, відбитого при куті падіння  $57^\circ$ ; пропускання світла через пакет скляних пластин; застосування спеціальних призм і низка інших. В останні роки стали широко використовувати поляроїдні плівки, що дозволяють отримати порівняно дешеві поляризатори хорошої якості і практично будь-якого розміру.

Такі поляроїди являють собою розтягнуту прозору плівку, покриту кристалами йоду, які орієнтовані в напрямку розтягування. Для захисту від зовнішніх впливів і додання жорсткості поляроїд заклеюють між двома пластинками з скла або з інших прозорих матеріалів.

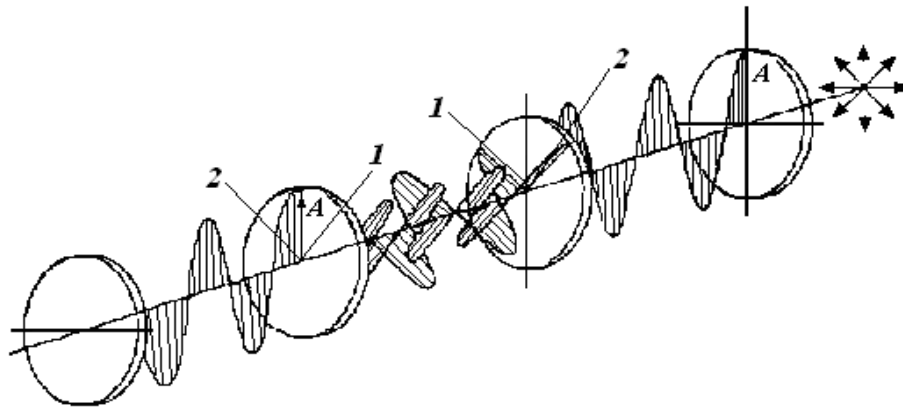
*Конструкція полярископа.* Плаский полярископ є найпростішим оптичним приладом, використовуваним в поляризаційно-оптичному методі. Він складається з джерела світла і двох пласких поляроїдів (рис. 13.33), найближчий до джерела світла поляроїд називають поляризатором, а дальній - аналізатором. У пласкому полярископі оптичні осі поляризатора і аналізатора взаємно перпендикулярні і тому світло практично не проходить через аналізатор.



ПП – площина поляризації

Рисунок 13.33 – Схема плаского полярископа

Круговий полярископ містить джерело світла і чотири основних оптичних елементи: поляризатор, дві чверть-хвильових ( $\lambda/4$ ) пластини і аналізатор (рис. 13.34). Перша пластинка  $\lambda/4$  встановлюється так, щоб її головні оптичні осі становили кут  $\pi/4$  з площиною поляризації поляризатора.



1 і 2 – головні осі чверть-хвильових пластин

Рисунок 13.34 – Схема кругового полярископа

Після проходження цієї пластини отримують світло, поляризоване по колу. Осі другої пластини  $\lambda/4$  повернені на  $\pi/2$  по відношенню до першої. Тут світло, поляризоване по колу, перетворюється в плоскополяризоване.

Осі поляризатора і аналізатора схрещені. Така орієнтація оптичних елементів дозволяє отримати темне поле і є основною схемою при роботі полярископів. У всіх випадках осі чверть-хвильових пластинок складають кути  $45^\circ$  з осями поляроїдів.

### **13.6 Структурно-спадкові методи (метод крихких покриттів, метод оптично чутливих покриттів, метод визначення напружень за розподілом твердості, метод ліній ковзання)**

#### **13.6.1 Метод ліній ковзання**

При пластичній деформації на поверхні металів виникає сімейство природних взаємно ортогональних ліній, які називаються лініями ковзання, і у разі плоскої деформації вони співпадають з траєкторіями максимального дотичного напруження.

Уперше ці лінії описані В. Людерсом і Д. Черновим. Широкий розвиток методу лінії ковзання для дослідження пластичної формозміни металів обумовлено тим, що він дозволяє визначити поля напружень і швидкостей плин (течії) в перерізах металу, що деформується, і проводити дослідження в окремих зонах.

Спостереження за виникненням послідовним поширенням цих ліній дає важливу інформацію про пластичну течію і, зокрема, дозволяє встановити межі фактичного осередку деформації.

Для того, щоб встановити основні закономірності, розглянемо рівновагу елементарної призми, утвореної двома координатними площинами і площиною, нахиленою під кутом  $\alpha$  до осі  $x$ , на якій діють



максимальні дотичні напруження  $\tau_{max} = K$ . Осі  $t_1$  і  $t_2$  є дотичними до ліній ковзання в цій точці.

З умови рівноваги сил, що прикладені до призми, можна записати:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau \sin 2\alpha, \\ \tau_{max} &= K = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau \cos 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (13.6)$$

Використовуючи сітку ліній ковзання як природну систему координат і диференціюючи рівняння по  $\alpha$ , отримуємо:

$$\frac{d\sigma_0}{d\alpha} \Big|_{t_x=const} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha - 2\tau \cos 2\alpha$$

Підставивши в це рівняння відомі співвідношення:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \sigma_0 + K \sin 2\alpha; \\ \sigma_x &= \sigma_0 - K \sin 2\alpha; \\ \tau &= K \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (13.7)$$

остаточно матимемо:

$$(d\sigma_0)_{t_x=const} = -2Kd\alpha. \quad (13.8)$$

Для ортогонального сімейства ліній прирощення середнього нормального напруження дорівнює:

$$(d\sigma_0)_t = const = -2Kd\alpha. \quad (13.9)$$

Можна показати, що ці рівняння є диференціальними рівняннями рівноваги елемента, вирізаного лініями ковзання.

Якщо в якійсь точці "а" відома величина середньої напруженні, то в точці "б", що лежить на тій же лінії ковзання, воно може бути визначене інтегруванням рівнянь:

$$(\sigma_0)_b = (\sigma_0)_{a-} + 2K(\alpha_a - \alpha_b), \quad (13.10)$$

де  $\alpha_a$  і  $\alpha_b$  – кути нахилу дотичної до лінії ковзання в точках "а" і "б".

Ці вирази носять назву співвідношень Генки.

Таким чином, для жорстко-пластичного середовища, знаючи напружений стан в якій-небудь точці тіла (наприклад, на вільному контурі)



і маючи сітку ліній ковзання, можна визначити компоненти тензора напружень у будь-якій точці досліджуваної області.

Після визначення компонентів тензору напружень можна знайти деформації або швидкість деформації, використовуючи рівняння теорії пластичної течії.

Були запропоновані ряд **експериментальних способів** виявлення ковзання на металах.

Розглянемо деякі з них. Лінія ковзання з'являється на шліфованій поверхні неметалевого тіла через зміну її рельєфу і може спостерігатися і фотографуватися при відповідному виборі кута падіння світла. Якщо ця поверхня спочатку була оптичною, то для реєстрації ліній ковзання може бути використаний інтерферометр відбитого світла.

Для визначення ліній ковзання можна застосовувати оптично чутливі покриття: по полю ізоклін побудувати траєкторії дотичного напруження, за якими можна передбачити початкову картину пластичної течії.

При розвиненій пластичній течії ізохрами витягуються уздовж лінії ковзання.

Відомо, що в результаті пластичної деформації відбувається зміна фізико-хімічних властивостей матеріалу, тому лінії ковзання можуть бути виявлені за допомогою операцій травлення.

У табл. 13.2 наведені характерні лінії ковзання для різних процесів.

Відмітимо ряд важливих властивостей ліній ковзання, які дозволяють коригувати, а в деяких випадках і добудувати поля, отримані експериментальним шляхом: вони безперервні, ортогональні і перетинають траєкторії головного напруження під кутом  $45^\circ$ , зміна середнього нормального напруження при русі уздовж лінії ковзання пропорційна куту її повороту.

Кут перетину дотичних до двох ліній ковзання одного сімейства в точках перетину лінією ковзання другого сімейства залишається постійним; центри кривизни дуг одного сімейства, що перетинають фіксовану лінію ковзання іншого сімейства, співпадають з евольвентою останньої.

Окрім перерахованих властивостей, сітка ліній ковзання повинна задовольняти відповідним граничним умовам, які визначаються значенням дотичного напруження на вільній і контактній поверхнях тіла, що деформується.

Так, якщо тертя на поверхні контакту досягає своєї максимальної величини ( $\tau_{max} = K$ ), то напрям одного з сімейств буде перпендикулярним контуру. На вільній поверхні тіла і на поверхні контакту при повній відсутності тертя лінії ковзання перетинають межі під кутом  $45^\circ$ .

Таблиця 13.2 – Лінії ковзання у різних процесах

	<p>Поля ліній ковзання у поперечному перерізі заготовки при поперечно-клиновій прокатці</p>
	<p>Поля ліній ковзання при вдавлювання плоского пуансона у поверхню</p>
	<p>Поля ліній ковзання при кування штаби вузьким бойком</p>
<p><b>СРАВНЕНИЕ МКЗ-МНН С ДАННЫМИ К. ТЕРЦАГИ</b>      Определение областей сдвигов по радиальным поверхностям скольжения в условиях предельной критической нагрузки</p> <p>ПО ДАННЫМ К. ТЕРЦАГИ      I - верхнее «ядро»      II - область сдвига по радиальным поверхностям скольжения      III - область βασинного отрыва</p> <p>Под действием штампа формируется три условных зоны</p> <p>Граничная линия зоны II определяется однозначно (обозначена мелкими пунктиром).</p> <p>В зоне III линии скольжения расположены хаотично, деформации характеризуются смещениями в сторону открытого пространства (граница показана пунктиром).</p> <p>Тип зон, их расположение и конфигурация, линии скольжения и граничные линии между участками различных по типу деформации соответствуют теоретическим представлениям НДС пород в условиях предельной критической нагрузки</p>	<p>Поля ліній ковзання у гірських породах в умовах граничного навантаження</p>
	<p>Поля ліній ковзання при штабовому навантаженні на ґрунт для визначення граничного опору ґрунту основи</p>
	<p>Поле ліній ковзання при загальній плинності зразка з надрізом в умовах плоскої деформації</p>

### 13.6.2 Метод крихких покриттів

Цей метод, так само як і метод ліній ковзання, народився із спостережень за поведінкою окалини і плівок оксидів на поверхнях металу, що деформувався. Було помічено, що у результаті формозміни ці природні покриття руйнуються, відбиваючи процес течії металу. Надалі метод удосконалювався і став застосовуватися для якісного і навіть кількісного вивчення головним чином пружних деформацій.

Метод крихких покриттів забезпечує простий і безпосередній аналіз великого класу різних практичних завдань, де не потрібна висока точність.

Суть методу полягає в тому, що покриття з певними характеристиками наносять на досліджувану поверхню. Відповідна адгезія забезпечує трансляцію деформацій, що виникають в об'єкті, до покриття, яке під дією виникаючого поля напружень руйнується і покривається сіткою тріщин. Оскільки границя міцності зазвичай значно нижче цієї ж величини досліджуваного матеріалу, то цей метод можна віднести до неруйнівних способів аналізу.

Основними перевагами методу є: можливість дослідження натуральних об'єктів, порівняльна простота обробки первинних даних отримання інформації про величину напряду головного напруження по усьому полю на досить великих поверхнях будь-якої конфігурації.

До недоліків слід віднести істотний вплив умов поведінки експерименту (температура, вологість, товщина покриття, історія навантаження і т.і.) на точність кінцевого результату. Досвід показує, що достовірність результатів значною мірою пов'язана з кваліфікацією і інструкцією експериментатора.

*Теоретичні передумови.* Застосування методу крихких покриттів припускає рішення двох основних завдань: по-перше, встановлення зв'язку між картиною тріщин і напружено-деформованим станом покриття, по-друге, визначення напружень і деформацій на поверхні об'єкту за цими даними. Розглянемо випадок двовісного напруженого стану  $\sigma_z = 0$ .

З-за того, що товщина покриття в порівнянні з товщиною досліджуваного об'єкту мала, можна вважати, що деформації в покритті розподілені рівномірно по товщині і дорівнюють складовим поверхневим деформаціям об'єкту:

$$\varepsilon_x^n = \varepsilon_x^0; \varepsilon_y^n = \varepsilon_y^0; \sigma_z^n = \sigma_z^0 = 0, \quad (13.11)$$

де індекс "n" відноситься до покриття, "0" – до об'єкту.

Зв'язок між напруженнями і деформаціями визначається рівняннями теорії пружності :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{1}{E^o} (\sigma_x^0 - \mu_o \sigma_y^0); & \varepsilon_y^0 &= \frac{1}{E^o} (\sigma_y^0 - \mu_o \sigma_x^0) \\ \varepsilon_x^{\Pi} &= \frac{1}{E^n} (\sigma_x^n - \mu_o \sigma_y^n); & \varepsilon_y^{\Pi} &= \frac{1}{E^n} (\sigma_y^n - \mu_o \sigma_x^n) \end{aligned} \right\} \quad (13.12)$$

Підставляючи другий вираз у перший, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{\Pi} &= \frac{E^{\Pi}}{E^o(1-\mu_{\Pi}^2)} \left[ (1-\mu_o\mu_{\Pi})\sigma_x^o + (\mu_{\Pi}-\mu_o)\sigma_y^o \right] \\ \sigma_y^{\Pi} &= \frac{E^{\Pi}}{E^o(1-\mu_{\Pi}^2)} \left[ (1-\mu_o\mu_{\Pi})\sigma_y^o + (\mu_{\Pi}-\mu_o)\sigma_x^o \right] \end{aligned} \right\} \quad (13.13)$$

Отримане рівняння зв'язує компоненти тензора напружень об'єкту і покриття. Для переходу від картини тріщин до напружень в покритті необхідно скористатися теоріями крихкого руйнування (з яких найбільше підтвердження на практиці отримали теорії Мору і максимальних відносних деформацій). Використання однієї з теорій залежить головним чином від характеристик покриття.

*Основні картини тріщин.* Виникнення і розвиток тріщин (рис. 13.35) в покритті залежить від схеми напруженого стану досліджуваної області. Розглянемо наступні окремі випадки.

1.  $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$ . У цьому разі утворюється тільки одне сімейство тріщин, напрям яких перпендикулярний  $\sigma_1$  і паралельний  $\sigma_2$ . Така картина зустрічається при вивченні елементів конструкції, які працюють на розтягування і вигин;

2.  $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ . Тут може виникнути два сімейства тріщин: перше з них – таке ж, як і в першому випадку, друге – ортогональне першому – утворюється під дією напруження  $\sigma_2$ . Відзначимо, що друге поле тріщин з'являється тоді, коли  $\sigma_2$  стає досить великим. Картина тріщин такого типу часто зустрічається при випробуваннях тонкостінних і товстостінних циліндрів, де окружне напруження  $\sigma_1$  в два рази більше осьового напруження  $\sigma_2$ ;

3.  $\sigma_1 = \sigma_2 > 0$ . Области, в яких реалізується ця умова, називаються ізотопними, і в них всі напруження є головними, тому руйнування покриття відбувається випадково. Такий розподіл тріщин характерний для сферичних елементів конструкцій, що знаходяться під дією внутрішнього тиску.

*Матеріали покриттів.* Основною характеристикою матеріалу покриття є величина граничної деформації  $\varepsilon_x^n$ , яка обумовлює можливість його використання для тих або інших об'єктів. Вибір покриття значною мірою визначається механічними характеристиками матеріалу об'єкту, оскільки високо-крихкі покриття не дозволяють вивчати великі деформації, а еластичні мають малу чутливість. Найбільше поширення



отримали покриття на основі резината цинку або барію, розчиненого в сірковуглеці ( $CS_2$ ) з додаванням дибутилфталата в якості пластифікатора. Такі лаки призначені для проведення випробувань при температурі від 15 до 35°C. Збільшення кількості пластифікатора призводить до збільшення граничних деформацій ( $\varepsilon_x^n$ ) і зменшення чутливості покриття (рис. 13.36). На рис. 6.3 приведена якісна залежність  $\varepsilon_x^n$  від кількості пластифікатора. При граничній деформації вище 0,12 % тріщини, які утворилися в покритті, можуть закритися після зняття навантаження, і їх реєстрація стає неможливою. Якщо граничні деформації не досягають 0,04 %, то покриття може зруйнуватися в процесі сушки через виникнення великого залишкового напруження.

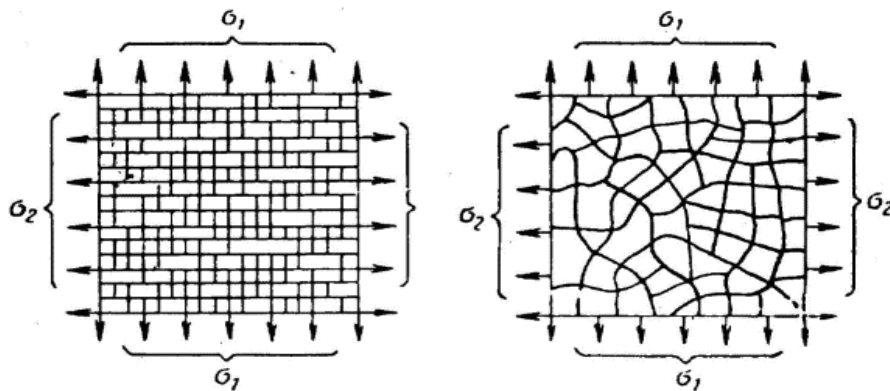


Рисунок 13.35 – Типові картини тріщин; головне напруження одного знаку

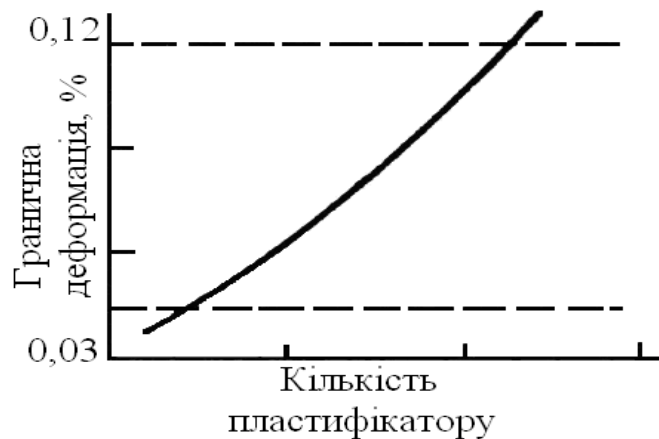


Рисунок 13.36 – Якісна залежність граничної деформації покриття від кількості пластифікатора (штриховими лініями відмічені верхня і нижня межа роботи покриття)

Зазвичай товщина покриття лежить в таких межах 50...250 мкм. Для отримання стабільних і надійних результатів необхідно строго



дотримуватися термо-хімічних режимів виготовлення і нанесення лаку. Останніми роками розроблені покриття на керамічній основі, призначені для випробувань при температурах до 400 С. Крім того, такі покриття малочутливі до змін температури і вологості довкілля. Проте вони не отримали широкої поширеності із-за високої температури затвердіння (500...600°С), яка обмежує, з одного боку, розмір досліджуваної деталі, а з іншого боку, може викликати безповоротні зміни в матеріалі об'єкту, що вивчається.

### **13.6.3 Вимірювання твердості**

Численними дослідженнями встановлено, що при холодній пластичній деформації металу зміна його фізико-хімічних властивостей обумовлює зміну твердості.

Таким чином, знаючи зв'язок між величиною твердості і відповідними механічними характеристиками металу, можна судити про його напружено-деформований стан в цій стадії формозміни.

*Основні положення.* Існує ряд способів вимірювання твердості; найбільш поширені методи Бринелля, Роквелла і Віккерса, в яких твердість характеризується глибиною або площею відбитку, отриманого при зануренні у метал індикатора певної конфігурації (сталевий кульки, алмазного конуса або піраміди).

Для дослідження деформованого стану найбільш прийнятний спосіб Віккерса, оскільки він забезпечує мінімальну пластичну зону навколо відбитку, що дозволяє проводити достатню кількість вимірювань на невеликій площі. Число твердості в даному випадку визначається як відношення навантаження до площі бокової поверхні відбитку.

Спосіб Роквелла відрізняється малою стабільністю результатів, а спосіб Бринелля – наявністю значної пластичної зони навколо відбитку. Відзначимо, що вимірювання твердості пред'являють певні вимоги до однорідності матеріалу – розмір діагоналі відбитку повинен істотно перевищувати розмір окремих структурних складових.

Досліджувана поверхня має бути полірованою, а мінімальна товщина зразка повинна перевищувати діагональ відбитку в 1,2 рази для сталі і в 1,5 разу для кольорових металів. Відстань між центрами відбитків має бути в 2,5 рази більше довжини діагоналі.

Слід звернути увагу на те, що тарирувальні та робочі випробування повинні проводитися в ідентичних умовах і за єдиною методикою.

Метод вимірювання твердості може бути використаний для вивчення як внутрішніх об'ємів, так і зовнішніх поверхонь металу. У першому випадку необхідно розрізати зразок або деталь і видалити шар накопиченого при цій операції металу.

У обох випадках експеримент проводять в наступному порядку:

а) будують тарирувальну залежність «інтенсивність напруження – твердість – інтенсивність деформації» (рис. 13.37);

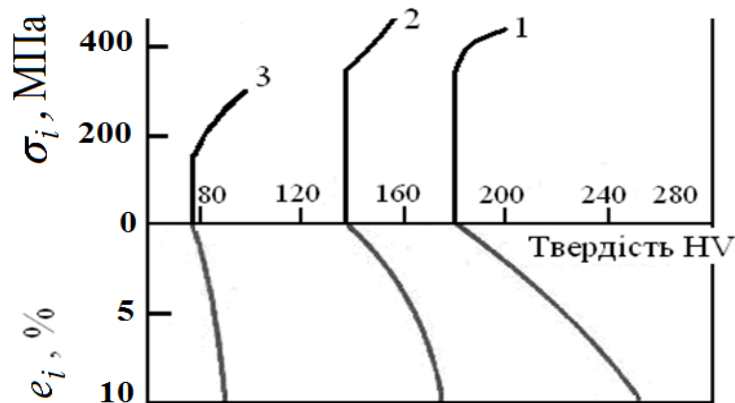


Рисунок 13.37 – Тарирувальна залежність «інтенсивність напружень – твердість – інтенсивність деформації»

б) вимірюють у точках в різних місцях поверхні досліджуваного об'єкту після його деформації;

в) результати вимірювань наносять на креслення поверхні і сполучають плавною кривою точки з однаковою величиною твердості;

г) значення інтенсивностей напружень та деформацій, що відповідають кожній кривій, знаходять з тарирувального графіку;

д) використовуючи рівняння рівноваги і визначення інтенсивності напружень, отримують компоненти напружено-деформованого стану.

*Побудова тарирувальної залежності.* для експериментального визначення залежності між твердістю  $HV$  та інтенсивністю напружень  $\sigma_i$  і деформацій  $\varepsilon_i$  використовують прості види механічних випробувань, для яких напружено-деформований стан на будь-якій стадії може бути легко знайдений по відомих формулах опору матеріалів. Випробування на кручення недоцільні, оскільки вони ускладнюють процедуру вимірювань твердості і вносять додаткові похибки.

Інтенсивності деформацій та напружень при розтягуванні та стисканні обчислюють по формулах:

$$\varepsilon_i = \ln(l/l_0); \quad \sigma_i = P/F, \quad (13.14)$$

де  $l_0$  і  $l$  – початкова і кінцева довжина (висота) зразка;

$P$  – зусилля деформації;

$F$  – площа поперечного перерізу зразка.

Навантаження тарирувальних зразків роблять ступінчасто, на кожній стадії вимірюють твердість і обчислюють  $\varepsilon_i$  і  $\sigma_i$ . Щоб зменшити розкид дослідних даних, рекомендується робити вимірювання у декількох точках (трьох-п'яти) на пласкій ділянці поверхні. При випробуванні циліндричних



зразків в місцях вимірювань бажано знімати лиски, щоб виключити вплив криволінійності поверхні. Необхідно відмітити, що при розтягуванні формули справедливі тільки до моменту утворення шийки, оскільки надалі напружений стан зразка вже не є лінійним. Тому для отримання достовірних результатів випробування повинні проводитися при порівняно невеликих деформаціях.

При розвиненій пластичній течії використовують випробування на стискування. Для реалізації лінійного напруженого стану необхідно вжити відповідні заходи для зменшення контактних сил тертя і періодично обточувати поверхню деформованих зразків для збереження циліндричної форми. В той же час випробування на стискування не дає надійних результатів в області малих деформацій, коли відбувається найбільш інтенсивна зміна поверхні. Тому ці два види випробувань взаємно доповнюють один одного і їх слід застосовувати спільно.

Відмітимо, що при деформації  $\varepsilon_{i>0,2}$  залежність між інтенсивністю напружень і твердістю по Віккерсу приблизно описується співвідношенням  $\sigma_i^\circ = HV$  (0,33...0,37). Це співвідношення може бути використане для перевірки результатів вимірювань твердості при великих деформаціях або для безпосереднього використання як тарировальної залежності.

*Визначення деформацій.* За методом вимірювання твердості головні деформації отримують тільки для окремих випадків, оскільки для їх обчислення є тільки два рівняння. У разі пласкої деформації величини головних деформацій пропорційні інтенсивності деформацій  $\varepsilon_i$ :

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_i . \quad (13.15)$$

Величина  $\varepsilon_i$  визначається за допомогою тарировальної залежності безпосередньо за вимірюванням твердості. Для визначення напрямів  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_3$  необхідно скористатися якими-небудь додатковими умовами (наприклад, уздовж осей симетрії ці напрями відомі) або експериментами (наприклад, метод крихких покриттів). Для осесіметричної задачі уздовж осі симетрії зсувні деформації дорівнюють нулю, а окружна  $\varepsilon_\varphi$  і радіальні  $\varepsilon_r$  деформації рівні між собою, тому:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi = \frac{\varepsilon_z}{2} = \pm \frac{\varepsilon_i}{2} . \quad (13.16)$$

Розглянемо тепер площину симетрії  $z = 0$ . Тут маємо два рівняння:

$$\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\varphi^2 + \varepsilon_r \varepsilon_\varphi = \frac{3}{4} \varepsilon_i^2 ; \quad \frac{d\varepsilon_\varphi}{dr} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi}{r} . \quad (13.17)$$

Вирішуючи ці рівняння спільно, можна визначити величини усіх деформацій, якщо відомі  $\varepsilon_\varphi$  і  $\varepsilon_z$  хоч би в одній точці площини.

### 13.6.4 Мікроструктурний метод

Процес пластичної формозміни, як відомо, супроводжується значною неоднорідністю деформації по об'єму, що призводить до різної за величиною і напрямом деформації окремих зерен металу. Оскільки зерна мають досить чіткі межі, то вони можуть бути використані в якості природних свідків, які дозволяють якісно і навіть кількісно оцінити деформований стан даної області. Цей метод був вперше запропонований Г. Смирновим-Аляєвим і отримав розвиток в роботах його співробітників.

На першому етапі розвитку методу оцінку деформованого стану проводили таким чином. В околицях даної точки вільної поверхні тіла робили мікрошліф, який аналізували до та після деформації.

У вихідному стані намічали низку характерних точок (зазвичай точки різкої зміни контуру зерен) і вимірювали відстані між різними парами діаметрально розташованих точок (рис. 13.38). Потім заміряли відстані для цих же точок після деформації.

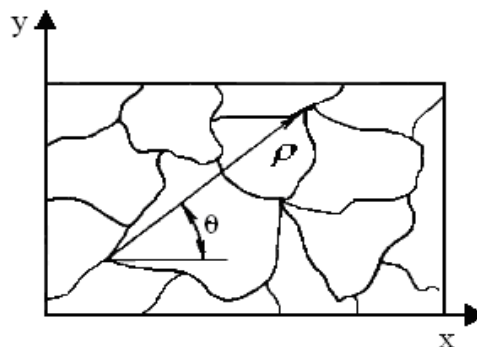


Рисунок 13.38 – Вимірювання відстані між різними парами діаметрально розташованих точок (метод Г. Смирнова-Аляєва)

Відношення  $\rho/\rho_0$  різні для різних пар точок і залежать від кута  $\theta$ , який визначає напрям відрізка  $\rho$  по відношенню до вибраної системи координат. Зазвичай напрями координатних осей задавали так, щоб вони співпали з характерними контурами досліджуваного тіла. Згідно з положеннями теорії кінцевих деформацій, матеріальна частка, що мала сферичну форму, перетвориться в процесі деформації в еліпсоїд, а для плоского завдання – круг в еліпс. Тому залежність відношення  $(\rho/\rho_0)^2$  від кута  $\theta$  повинна підкорятися синусоїдальному закону:

$$(\rho/\rho_0)^2 = a_1 \sin 2\theta + a_2 \cos 2\theta + a_3. \quad (13.18)$$



Через наявність похибок експерименту, а також неоднорідність структури металу, визначення параметрів (тобто коефіцієнтів  $a_1, a_2, a_3$ ) деформованого стану за величинами  $(\rho/\rho_0)$  і  $\theta$  вимагає проведення значної кількості вимірювань (рекомендується робити не менше 20 вимірювань).

Подальша математична обробка, ґрунтована на застосуванні методу найменших квадратів, призводить до наступної системи лінійних рівнянь алгебри:

$$\left. \begin{aligned} a_1 n + a_2 \sum_{i=1}^n \cos 2\theta_i + a_3 \sum_{i=1}^n \sin 2\theta_i &= \sum_{i=1}^n (\rho_0 / \rho)_i; \\ a_1 \sum_{i=1}^n \cos 2\theta_i + a_2 \sum_{i=1}^n \cos^2 2\theta_i + a_3 \sum_{i=1}^n \sin 2\theta_i \cos 2\theta_i &= \sum_{i=1}^n (\rho_0 / \rho)_i \cos 2\theta_i; \\ a_1 \sum_{i=1}^n \sin 2\theta_i + a_2 \sum_{i=1}^n \sin 2\theta_i \cos 2\theta_i + a_3 \sum_{i=1}^n \sin^2 2\theta_i &= \sum_{i=1}^n (\rho_0 / \rho)_i \sin 2\theta_i \end{aligned} \right\} \quad (13.19)$$

Значення максимуму і мінімуму відношень визначають значення  $(\rho/\rho_0)$  головних компонент деформацій, а кути  $\theta$ , що відповідають їм, – їх напрями.

Описана методика має істотний недолік – для її здійснення необхідно виготовляти шліфи і вимірювати відстані між точками в початковому стані тіла, що збільшує трудомісткість методу і обмежує його застосування тільки для аналізу вільних поверхонь тіла.

Спеціальні дослідження показали, що величина прямолінійного відрізка, на якому укладається заздалегідь встановлена кількість зерен (8...10), статистично не залежить від направлення відрізка і його місцезнаходження.

Це положення покладено в основу нової методики, в якій за первинну величину відрізка  $\rho_0$  приймається середньостатистична довжина відрізка, що залежить від фізико-хімічних властивостей металу і його структури.

Експеримент проводиться в наступному порядку: визначають величину  $\rho_0$  або по мікроструктурі недеформованого металу, або за наявними даними; виготовляють фотографії мікроструктури деформованого металу; через дану точку проводять відрізки з постійним кутовим кроком  $30^\circ$  (з метою підвищення точності методу крок може бути зменшений до  $10...15^\circ$ ).

Для зручності вимірювань доцільно з прозорого матеріалу виготовити спеціальний трафарет, що є колом і радіусами із заданим кутовим кроком (рис. 13.39); вимірюють довжину відрізків  $\rho$  вздовж радіусів, на яких укладається 10 зерен; за формулами обчислюють



коефіцієнти рівняння еліпсу; використовуючи формули теорії кінцевих деформацій, визначають величини головних деформацій:

$$\varepsilon_1 = -\ln\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)_{\min}; \varepsilon_2 = -\ln\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)_{\max}; \varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2). \quad (13.20)$$

Для отримання точніших і надійніших результатів бажана мати рівноосну однорідну структуру, для якої величина  $\rho_0$  є постійною. Цього можна досягти відповідним підбором режимів термообробки недеформованого металу.

Мікроструктурний аналіз дозволяє визначати деформований стан як на поверхні тіла, так і у внутрішніх його об'ємах.

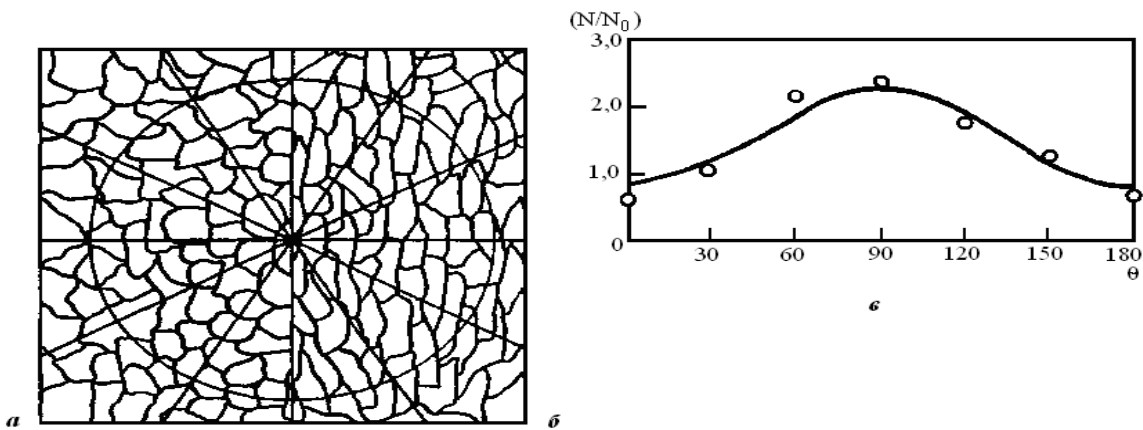


Рисунок 13.39 – Схема мікрошліфа до (а) і після (б) деформації з нанесеною радіальною сіткою ліній з кроком  $30^\circ$  і порівняння результатів (в) безпосередньої обробки мікроструктури (кружечки) з розрахунковими даними (суцільні лінії)

*Геометричні методи і вимірювання твердості.* Можливо також комбінування методу вимірювання твердості з координатною сіткою, мікроструктурним аналізом і муаровими полосами. Тут по деформованому стану визначають напрямок головного напруження, а по твердості – величину інтенсивності дотичного напруження; надалі процес розшифрування принципово не відрізняється від розглянутих вище випадків.

### 13.6.5 Оптично чутливі покриття

Метод оптично чутливих (фотопружних) покриттів відомий близько 100 років, але його широке застосування для вирішення пружних і непружних завдань стало можливим тільки останніми роками завдяки



появі нових полімерних матеріалів (епоксидних смол, поліуретанових каучуків і т.і.).

*Сутність методу.* Використовуючи оптично-чутливі покриття (ОЧП), можна вивчати як моделі, так і натурні конструкції (рис. 13.40).

Метод ОЧП ґрунтований на тому, що на досліджувану поверхню наноситься тонкий шар оптично-чутливого матеріалу, який фактично є датчиком деформацій і дозволяє визначити по усьому полю різницю головних деформацій і їх напрями. Якщо адгезія ОЧП з поверхнею зразка достатня, то деформація поверхні, що виникає в результаті докладання зовнішнього навантаження, повністю передається покриттю, що обумовлює виникнення в ньому подвійного променезаломлення. Відповідну картину ізохром і ізоклін можна спостерігати за допомогою відбивних полярископів. Щоб деформації зразка транслювалися в ОЧП без спотворення, покриття має бути досить тонким і мати відповідну жорсткість. Якщо усі перелічені вище умови виконані, то  $\sigma_z = \sigma_3 = 0$ ;  $\varepsilon_1^{\text{II}} = \varepsilon_1^{\text{M}}$ ;  $\varepsilon_2^{\text{II}} = \varepsilon_2^{\text{M}}$ , де величини з індексами "П" і "М" відносяться до покриття і моделі відповідно.

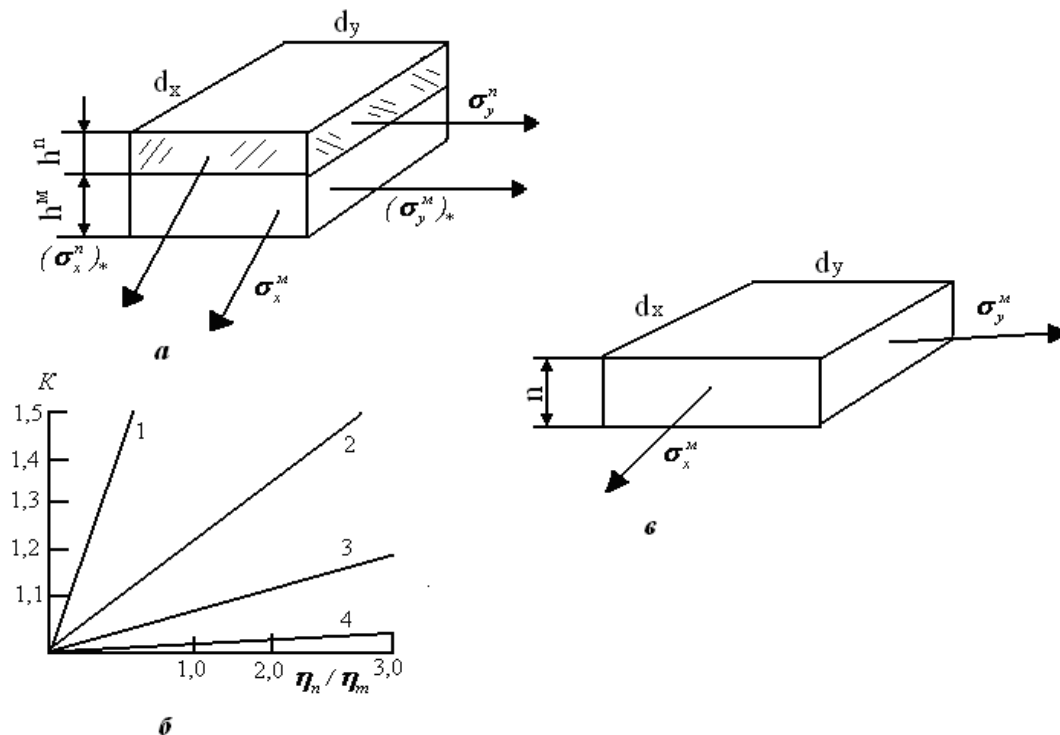


Рисунок 13.40 – Принцип вимірювання за методом оптично-чутливих покриттів

Оскільки принципи роботи ОЧП і крихких покриттів ідентичні, то можна записати:

$$\begin{aligned}\sigma_1^{\Pi} &= \frac{E^n}{E^m(1-\mu_{\Pi}^2)} \left[ (1-\mu_m\mu_{\Pi})\sigma_1^m + (\mu_{\Pi}-\mu_m)\sigma_2^m \right] \\ \sigma_2^{\Pi} &= \frac{E^n}{E^m(1-\mu_{\Pi}^2)} \left[ (1-\mu_m\mu_{\Pi})\sigma_2^m + (\mu_{\Pi}-\mu_m)\sigma_1^m \right]\end{aligned}\quad (13.21)$$

Віднімаючи цю рівність, отримуємо:

$$\sigma_1^m - \sigma_2^m = \frac{E^{\Pi}(1+\mu_m)}{E^m(1+\mu_{\Pi})} (\sigma_1^m - \sigma_2^m). \quad (13.22)$$

Аналіз цієї формули показує, що різниця головних напружень, що діють в покритті, прямо пропорційна різниці головних напружень, що діють на поверхні зразка. Коефіцієнт пропорціональності залежить від пружних постійних матеріалу моделі і покриття і, наприклад, для пари сталь – епоксидна смола він дорівнюватиме 0,04. З урахуванням основного закону фотопружності співвідношення (13.22) можна перетворити до виду:

$$\sigma_1^m - \sigma_2^m = \frac{E^m(1+\mu_n)}{E^n(1+\nu_m)} \frac{\sigma_0 m^1}{2h}. \quad (13.23)$$

Використовуючи закон Гуку, матимемо:

$$\varepsilon_1^m - \varepsilon^m = \frac{\varepsilon_0 m^{01}}{2h} = \frac{\sigma_0^{1,0}}{2h} \left( \frac{1+\mu_{\Pi}}{E^{\Pi}} \right). \quad (13.24)$$

*Методика проведення експерименту.* В якості матеріалів покриттів зазвичай використовують або епоксидні смоли, або поліуретанові гуми. Якщо поверхня пласка, то можна застосовувати пластинки, які зазвичай служать для виготовлення моделей в двовимірній фотопружності. Перед склеюванням поверхні зразка і пластинки зачищають дрібною шкіркою і знежирюють. Якщо відбивна здатність досліджуваної поверхні недостатня, то на поверхню покриття рекомендується наносити відбиваючий шар шляхом вакуумного напилення алюмінію або приклеювати тонку фольгу (близько 10 мкм). В якості клею застосовують компаунд з епоксидної смоли і поліетиленполіамін або циакриновий клей, який наноситься тонким рівним шаром. Для забезпечення міцного приклеювання до поверхні покриття рекомендується прикладати розподілене навантаження близько 0,2 МПа на період полімеризації клею, яка проводиться або при кімнатній температурі, або в термостаті. На рис. 13.41 приведені схеми просвічування оптично-чутливого покриття.

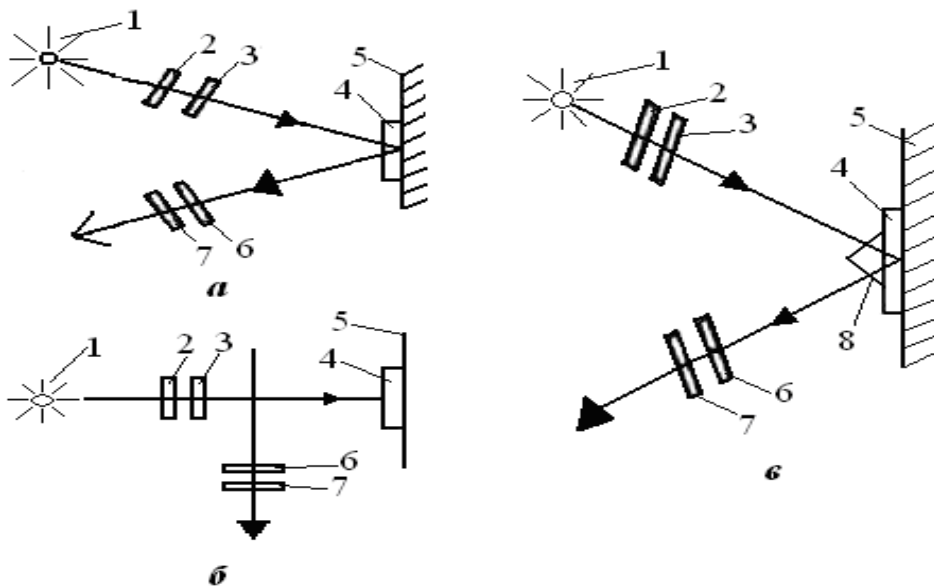
ОЧП можна отримати шляхом заливки компаунда і подальшою його полімеризацією безпосередньо на поверхню, що вивчається. Необхідно враховувати, що п'єзооптичний ефект буде пропорційним подвоєній товщині матеріалу, оскільки промінь світла проходить через покриття двічі.

*Підкріплюючий вплив ОЧП.* При навантаженні зразка з ОЧП частина навантаження сприймається покриттям, тобто воно посилює (підкріплює) досліджуваний зразок. У багатьох випадках можна оцінити цей ефект і встановити поправочні коефіцієнти.

Розглянемо два елементарні паралелепіпеди, що вирізані з однієї і тієї ж точки тіла і знаходяться в умовах плаского напруженого стану, на одному з яких є покриття (див. рис. 13.40). Прирівнюючи сили, що діють на ці елементи у напрямі осей  $x$  і  $y$ , отримаємо:

$$\sigma_x^M = (\sigma_x^M)^* + \frac{h_n}{h_m} \sigma_x^{\Pi}; \quad (13.25)$$

$$\sigma_n^M = (\sigma_n^M)^* + \frac{h_n}{h_m} \sigma_n^{\Pi}. \quad (13.26)$$



а – V – образна схема; б – T – подібна схема; в – похила схема;  
 1 – джерело світла; 2 – поляризатор;  
 3 і 6 – чвертьхвильові пластинки; 4 – покриття;  
 5 – досліджувана поверхня; 7 – аналізатор; 8 – призма

Рисунок 13.41 – Схеми просвічування оптично чутливого покриття

Вважаючи, що виконуються співвідношення (13.25) і (13.26), і використовуючи закон Гука, після нескладних перетворень матимемо:

$$\varepsilon_x^M - \varepsilon_y^M = K(\varepsilon_x^{\Pi} - \varepsilon_y^{\Pi}), \quad (3.27)$$

де  $K$  – поправочний коефіцієнт, який враховує покриття, що підкріплюють дії, він дорівнює:

$$K = 1 + \frac{h_{\Pi} E^{\Pi} (1 + \mu_M)}{h_M E^M (1 + \mu_{\Pi})}.$$

### 13.7 Чисельні методи розрахунку

Сучасний рівень розвитку комп'ютерних технологій визначив специфіку методів розрахунку будівельних конструкцій на міцність, жорсткість і стійкість. Якщо кілька десятиліть тому переважали аналітичні методи визначення НДС елементів споруд, а також експериментальні дослідження, то зараз при бурхливому розвитку електронно-обчислювальних машин (ЕОМ) в будівельній механіці починають превалювати чисельні методи розрахунку будівельних конструкцій.

Чисельні методи по визначенню є наближеними. Замість того щоб розшукувати складні функції, що задовольняють диференціальним рівнянням, що описує досліджуване явище, і крайовим умовам, вводять набір відомих простих (дуже часто – кусочно-безперервних) базисних функцій, за допомогою яких знаходять похідні, що входять в диференціальні рівняння або виразу механічної енергії досліджуваного об'єкта. В результаті безперервна функція одного або декількох аргументів представляється її значеннями в деяких точках (вузлах), а операції аналізу безперервних функцій замінюються алгебраїчними діями зі значеннями функцій в обраній сітці вузлів. Таким чином, чисельні методи призводять рішення фізико-математичних задач до найпростіших обчислювальних процедур, які виконуються, як правило, за допомогою ЕОМ.

#### 13.7.1 Метод кінцевих (скінченних) різниць

**Метод кінцевих різниць (МКР)** є наближеним методом розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь. Його ще називають методом сіток. Істота методу наступне. На дану область (вісь стрижня, серединну поверхню оболонки або об'ємне тіло) наносимо сітку вузлів (відповідно одновимірну, двовимірну або тривимірну). Похідні, які входять в диференціальні рівняння, що описують деформування елементів будівельних конструкцій, і крайові умови наближено замінюємо відповідними різницевиими співвідношеннями за формулами чисельного



диференціювання та, отже, висловлюємо через невідомі значення шуканої функції в вузлах сітки.

В результаті зводимо задачу до системи алгебраїчних рівнянь, в якій невідомими величинами є значення шуканих функцій у вузлах раніше створеної сітки. Вирішивши цю систему і, при необхідності, проінтерполювавши вузлові значення шуканих функцій в проміжках між вузлами сітки, в результаті отримуємо наближене чисельне рішення поставленого завдання. Суттєва перевага методу скінченних різниць по відношенню до інших чисельних методів – це несильний залежність використовуваного алгоритму від виду диференціальних рівнянь і крайових умов задачі. Недолік же полягає в тому, що доводиться вирішувати системи алгебраїчних рівнянь високих порядків. Цей недолік пом'якшується тим, що матриці систем рівнянь – неповністю заповнені (стрічкові).


Метод кінцевих різниць також важко використовувати при вирішенні завдань про сполученні конструкцій різної розмірності (наприклад, оболонки і об'ємних тіл), багатозв'язних (з вирізами), при змішаних граничних умовах і т.д.

### 13.7.2 Варіаційно-різницевий метод

**Варіаційно-різницевий метод (ВРМ)** базується на варіаційних принципах механіки і вільний від ряду недоліків, властивих МКР. В даному випадку деформування будівельної конструкції описується деяким функціоналом, найчастіше це вираз потенційної енергії системи - функціонал Лагранжа, який в положенні рівноваги системи є стаціонарним. Умова стаціонарності функціоналу відповідає диференціальних рівнянь, якими описується поведінка досліджуваної системи, однак порядок похідних, що входять в функціонал, нижче порядку похідних в диференціальних рівняннях, що дає можливість спростити алгоритмізацію процесу рішення задачі. Крім того, ВРМ дозволяє спростити запис граничних умов. Так, при використанні функціоналу Лагранжа потрібно задовольняти тільки кінематичним крайовим умовам, так як статичні умови вже містяться в варіаційних рівняннях. Ці умови називають природними.

При реалізації ВРМ варіаційна задача замінюється кінцево-різницевим аналогом па заздалегідь обраної сітці вузлів, тобто похідні від безперервних функцій, що входять у вираз, наприклад, потенційної енергії даної системи, визначаються чисельно в призначених вузлах за допомогою кінцево-різницевих співвідношень.

Крім того, зважаючи на необхідність обчислення певного інтеграла, що входить у вираз функціоналу енергії, в областях даної системи між вузлами вводять кусочно-безперервні так звані функції заповнення.



Від характеру цих функцій залежить ступінь кінцево-різницевої апроксимації. В результаті процедура ВРМ зводиться до добре обумовленої симетричній системі алгебраїчних рівнянь (при використанні функціоналу Лагранжа) стрічкової структури.

### 13.7.3 Метод кінцевих елементів

Останнім часом для розрахунку будівельних конструкцій за допомогою ЕОМ широкого поширення набув **метод кінцевих (скінченних) елементів (МСЕ)**.

Суть цього методу закладена в його назві: розраховується систему (стрижневу або континуальну) розбивають на певне число окремих частин кінцевих розмірів (кінцевих елементів), що мають ті ж фізико-механічні характеристики, що й задана конструкція.

Після цього точно або наближено вивчають напружено-деформований стан кожного кінцевого елемента методами, відомими в будівельній механіці і теорії пружності: сил, переміщень або змішаним, з метою визначення в залежності від прийнятого методу аналізу зусиль, або переміщень, або і того і іншого в точках з'єднання кінцевих елементів між собою (вузлах).

Ці фактори приймають в якості основних невідомих методу скінченних елементів. Для знаходження невідомих складають і вирішують систему алгебраїчних рівнянь, як правило, дуже високого порядку (десятки, сотні тисяч і мільйони рівнянь).

У практичних розрахунках будівельних конструкцій та об'єктів машинобудування найбільш поширений варіант МСЕ, заснований па ідеї методу переміщень, тому обмежимося розглядом цієї форми методу.

Метод кінцевих елементів в переміщеннях виявився дуже пристосованим до використання ЕОМ, так як при аналізі окремих кінцевих елементів доводиться мати справу з простими геометрично подібними об'єктами, стандартно закріпленими по контуру. Матриця системи алгебраїчних рівнянь в даному випадку є симетричною, стрічкової і позитивно визначеною.

Таку систему відносно легко вирішувати. Застосування ж, наприклад, варіанти МСЕ в формі змішаного методу або методу сил не завжди призводить до систем рівнянь з симетричними позитивно певними матрицями. Їх рішення проводиться, як правило, за допомогою спеціальних більш складних алгоритмів.

При реалізації методу скінченних елементів в переміщеннях в якості основних невідомих приймають обов'язково поступальні переміщення, а в деяких конечноелементних моделях - додатково і кути повороту в вузлах.

Підхід до міцності розрахунками, заснований на МСЕ в переміщеннях, є єдиним як для дискретних (стрижневих) систем, так і для континуальних: пластин, оболонки, масивних тіл.



Різниця полягає лише в застосовуваних основних типах кінцевих елементів: стрижневих, плоских трикутних і чотирикутних, аналогічних оболонкових, криволінійних оболонкових і об'ємних.

Стрижневі елементи можуть бути з шарнірами на кінцях, що працюють тільки на розтягування і стиснення, згинаються плоскі і просторові і загального вигляду, які відчують всі види деформацій: розтяг, стиск, вигин і зрушення в двох площинах і крутіння.

Плоскі елементи можуть деформуватися в своїй площині (плоска задача теорії пружності) або з площини (задача згину пластини). Плоскі оболонкові елементи поєднують обидва види деформації: у своїй площині і з площини, але не враховують взаємовпливу цих видів деформацій.

Криволінійні оболонкові елементи враховують взаємодію двох видів деформацій, точніше описують задану геометрію досліджуваної системи, але в реалізації виявляються більш громіздкими.

Об'ємні конечноелементні моделі мають форми пірамід, призм, паралелепіпедів або аналогічних криволінійних тіл. Їх зазвичай застосовують в розрахунках масивних об'єктів: гребель, мостових опор, масивів ґрунту і т.д., тобто там, де потрібно рішення об'ємної задачі теорії пружності.

#### 13.7.4 Метод граничних елементів

Метод кінцевих елементів є досить привабливим для інженерів-розрахувачів в зв'язку з тим, що можлива досить складна геометрія об'єкта дослідження (стрижнева або тонкостінна просторова система, об'ємне тіло і т.д.) досить точно апроксимується конечноелементної моделлю.

Порівняно легко враховуються умови закріплення конструкції і її нелінійні властивості (геометрична, фізична і конструктивна нелінійність).

*Однак реалізація МСЕ пов'язана з необхідністю розбиття на кінцеві елементи (дискретизації) досліджуваного об'єкта, що в свою чергу призводить до необхідності вирішення систем алгебраїчних рівнянь високих порядків.*

Крім того, метод не завжди забезпечує безперервність переміщень або їх похідних, тобто спільність деформацій на кордонах контакту кінцевих елементів.

**Метод граничних елементів (МГЕ)** часто більш ефективний, ніж МСЕ, так як призводить до системи рівнянь, що містить значення шуканих функцій тільки на кордоні розглянутій області, а не всередині.

Така система, природно, меншого порядку, ніж при використанні МСЕ. В МГЕ дискретизуються лише граничні поверхні розраховується об'єкта, а не весь об'єкт, тому загальна розмірність розв'язуваної задачі в МГЕ на одиницю нижче, ніж в МСЕ. МГЕ особливо ефективний для областей, що містять частину кордонів, спрямовуються в нескінченність.



Для побудови дозволяють рівнянь МГЕ потрібно мати аналітичний розв'язок задачі (наприклад, теорії пружності) для нескінченної області, відповідне одиничному впливу (зосереджена сила або пара сил і т.д.), заданому всередині області. Це рішення називають функцією Гріна або функцією впливу. Метод граничних елементів має певні недоліки.

Так, для побудови граничних елементів треба мати функцію Гріна для відповідної області. Такі функції поки знайдені не для всіх можливих областей.

Окремі подобласти розраховується об'єкта повинні бути однорідними. З вищесказаного особливостями пов'язані труднощі МГЕ при вирішенні нелінійних задач.

### **13.7.5 Програмні комплекси для розрахунків конструкцій та середовищ**

В даний час при аналізі напружено-деформованого стану (НДС) різних конструкцій домінує **метод кінцевих елементів**, тому більшість сучасних програмних комплексів, що застосовуються для вирішення таких завдань, засновані саме на ньому.

Сучасні скінченноелементні комплекси загального призначення (до числа найбільш поширених належать ANSYS, COSMOS, NASTRAN з пре/постпроцесором, PATRAN та ін.)

Призначені для розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість будь-яких стрижневих і тонкостінних просторових систем, а також об'ємних тіл в першу чергу на персональних комп'ютерах.

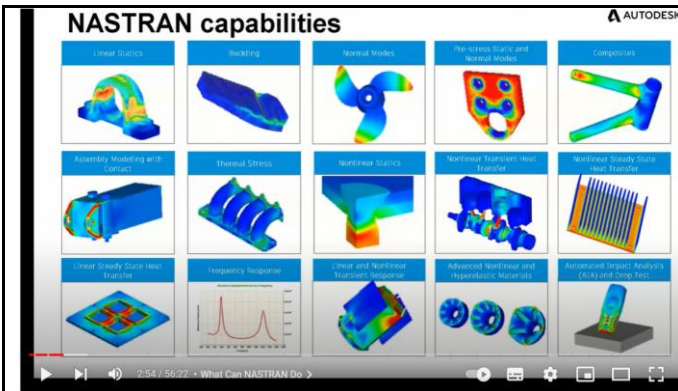
Програмні комплекси ABAQUS, MARC і ряд інших націлені в основному на рішення нелінійних задач для названих вище об'єктів. Комплекси ANSYS з доповненням CIVILFEM, LIRA, MicroFe, SCAD і ін. призначені в першу чергу для використання в будівельній галузі, для розрахунку ґрунтів та конструкцій. QForm 2D/3D, DeForm – для розрахунку процесів пластичної деформації.

Будь-який сучасний комплекс має наочну і зручну графічну систему завдання вихідних даних (препроцесор) і виведення і аналізу результатів розрахунку (постпроцесор), що дає можливість використовувати комплекс як важливу складову частину процесу автоматизованого проектування.

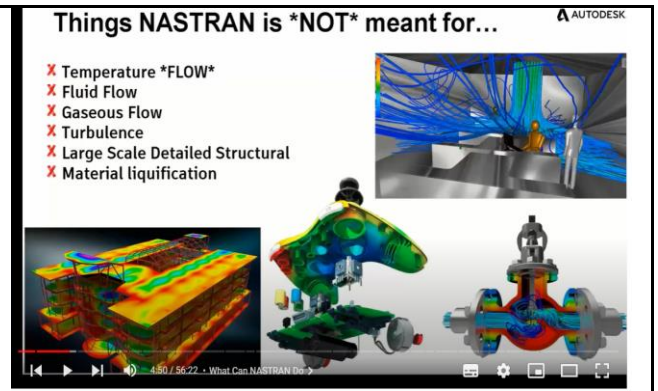
Крім того, більшість розрахункових комплексів дозволяють обмінюватися даними з іншими скінченноелементними комплексами, а також з відомими потужними системами автоматизованого проектування (САПР або CAD), наприклад AUTOCAD, SOLIDWORKS, UNIGRAPHICS і ін.

Приклади розрахунку різних процесів, конструкцій і середовищ наведено у табл. 13.3.

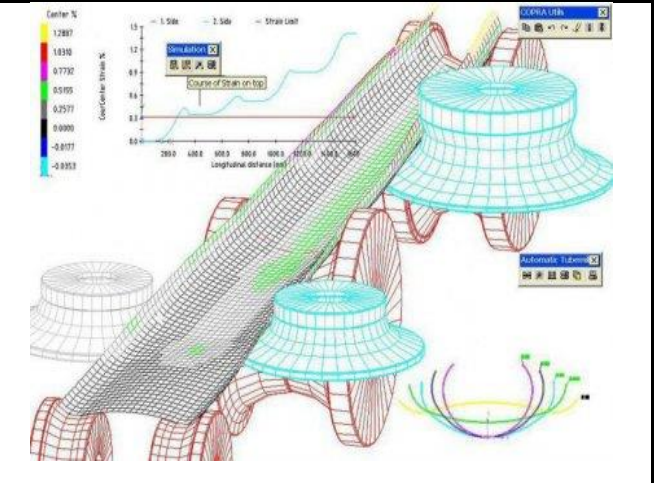
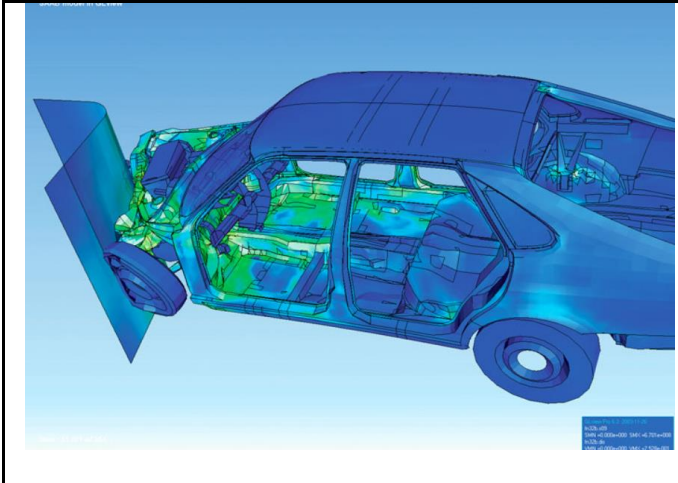
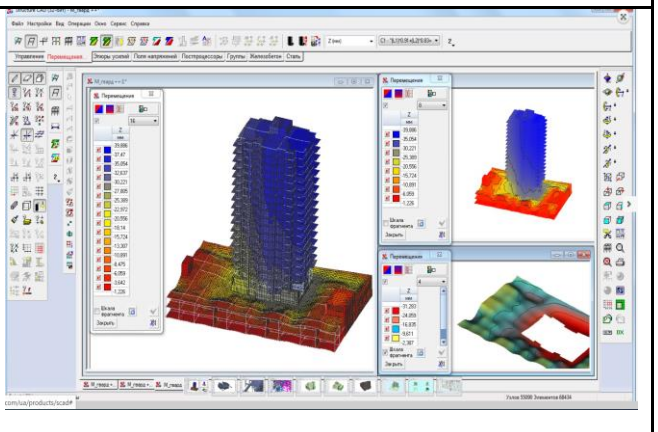
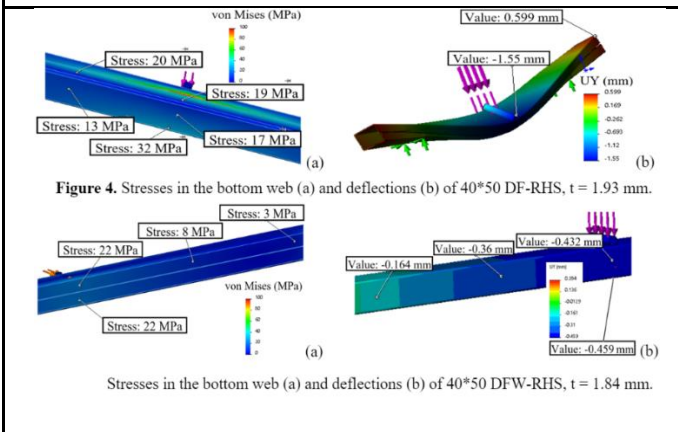
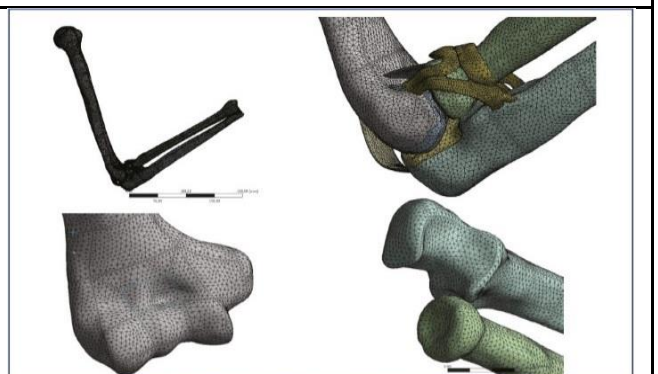
# Таблиця 13.3 – Приклади розрахунків у прикладних програмних комплексах на основі МСЕ



Getting Started with NASTRAN



Getting Started with NASTRAN





Розрахунок конструкції із застосуванням скінчено-елементного комплексу складається з ряду етапів.

1. Розробка конструктивної схеми – точної копії об'єкта проектування, що містить основні несучі елементи.

2. Створення розрахункової схеми. Під розрахунковою схемою (розрахункової моделлю) розуміють деяку фізичну модель об'єкта, утворену зі стрижнів, пластин, оболонок і масивних тіл, що містить зв'язки між ними і землею, а також зовнішні впливи на них. Розрахункова схема призначена для визначення НДС. Розробка розрахункової схеми здійснюється при безпосередній участі інженерів-проектувальників. Для реалізації цього етапу виконання завдання в препроцесорів комплексу (або в окремих CAD-системах) будують геометричну модель об'єкта.

3. Створення скінченноелементної моделі (дискретної схеми). Використання будь-якого чисельного методу зводить задачу з нескінченним числом ступенів свободи до задачі з кінцевим кількістю ступенів свободи. Під ступенями свободи розуміють незалежні параметри, що повністю визначають НДС системи. Застосовуючи чисельний метод, складаємо дискретну схему завдання, тобто модель об'єкта, утворену з розрахункової схеми і володіє кінцевим числом ступенів свободи.

МСЕ передбачає, що задана система умовно ділиться на дрібні частини (кінцеві елементи), кожна з яких зберігає суттєві властивості вихідної середовища. Ці властивості (фізичні характеристики матеріалу, геометричні параметри, наприклад товщина пластини або оболонки і т.д.) вводять в базу даних комплексу. Крім того, в базу даних вводять ще задані зовнішні впливи і умови закріплення конструкції (зв'язку). У МСЕ дискретну схему називають ще одноелементною моделлю.

НДС кожного кінцевого елемента (КЕ) визначається характерними кінематичними параметрами в кінцевому числі його точок і активними зовнішніми впливами безпосередньо па КЕ між цими точками.

Окреслені точки називають вузлами. У найпростішому випадку такими точками є місця сполучення КЕ один з одним, а кінематичними факторами (наприклад, для пластин і оболонок) – лінійні та кутові переміщення відповідних точок серединної поверхні. У цьому випадку кількість таких переміщень в кожному вузлі дорівнює шести (три лінійних і три кутових). Названі переміщення називають основними невідомими, так як з їх допомогою можуть бути знайдені всі фактори НДС в будь-якій точці системи. Загальна кількість невідомих в скінченноелементній моделі можна визначити, помноживши кількість ступенів свободи в одному вузлі на кількість вузлів і видаливши загальне число заданих в умові завдання жорстких зв'язків системи з землею і між вузлами.

До складу розрахункової схеми можуть входити стрижні, пластини, оболонки, масиви. Дискретизація розрахункової схеми виконується за допомогою КЕ відповідних типів: КЕ стрижня, КЕ пластини, КЕ оболонки,



KE суцільний тривимірної середовища. Чим більше в комплексі міститься KE різних типів, тим більше число класів завдань можна вирішувати на його основі. Сукупність наявних у комплексі типових KE називається бібліотекою кінцевих елементів. Створення скінченноелементної моделі в сучасних комплексах здійснюється в так званому препроцесорів, який має можливості візуалізації елементів дискретної схеми.


4. Рішення системи рівнянь. У результаті виконання цього етапу виходять значення основних невідомих. Рішення здійснюється різними способами в залежності від порядку і властивостей роздільною системи рівнянь. Даний процес є предметом вивчення спеціального розділу математики і виходить за рамки цієї частини.

5. Обчислення факторів НДС в довільних точках скінченно-елементної моделі. Цей етап виконується на підставі відомих з теорії пружності і теорії пластин, оболонки і стрижнів залежностей факторів НДС (внутрішніх зусиль, напружень, переміщень довільних точок) від переміщень вузлів скінченноелементної моделі. В сучасних програмних комплексах цей етап реалізується в так званому постпроцесорі, в якому також передбачена графічна візуалізація параметрів НДС.

### **13.8 Методи цифрової трасерної візуалізації, Particle Imaging Velocimetry (PIV-метод)**

**Particle image velocimetry (PIV)** – це експериментальний інструмент в механіці рідини та аеродинаміці. Велосиметрія зображень частинок (PIV) – це оптичний метод візуалізації потоку, який використовується в освіті і наукових дослідженнях. Він використовується для отримання миттєвих вимірювань швидкості і пов'язаних з нею властивостей рідини. Рідина засівається частинками-мішенями, які, для достатньо малих частинок, як припускається, точно повторюють динаміку потоку (ступінь, до якого частинки точно повторюють потік, представлений числом Стокса). Рідина з захопленими частинками освітлюється так, щоб частинки були видимими. Рух засіяних частинок використовується для розрахунку швидкості і напрямку (поля швидкості) досліджуваного потоку.

Тобто, основний принцип полягає у фотофіксації руху мікроскопічних частинок, які слідує за потоком рідини або газу. Потім використовуються методи обробки зображень для визначення руху частинок, а отже, і швидкості потоку, на основі фотографічних записів. За умови наявності достатньої кількості частинок в досліджуваній області потоку, можна визначити все поле швидкостей потоку. Особливо важливим є майже миттєве поле швидкостей. Таким чином, PIV має всі переваги методу візуалізації потоку, але також може надавати цінну кількісну інформацію. Якщо відоме поле швидкості, можна легко отримати



такі дані, як завихрення і деформація, а за наявності достатньої кількості записів PIV можна оцінити навіть інтенсивність турбулентності.

Іншими методами, що використовуються для вимірювання потоків, є лазерна доплерівська велосиметрія та анемометрія гарячим дротом. Основна відмінність PIV від цих методів полягає в тому, що PIV створює двовимірні або навіть тривимірні векторні поля, в той час як інші методи вимірюють швидкість в точці. Під час PIV концентрація частинок така, що можна ідентифікувати окремі частинки на зображенні, але не можна з упевненістю відстежити їх між зображеннями. Коли концентрація частинок настільки низька, що можна відстежити окрему частинку, це називається велосиметрією відстеження частинок, тоді як лазерна спекл-велосиметрія використовується для випадків, коли концентрація частинок настільки висока, що важко спостерігати окремі частинки на зображенні.

Допомагаючи зрозуміти явища нестационарного потоку, PIV є досить корисним у сучасній аеродинаміці. Приклади включають в себе дослідження поведінки рідкого металу при розливці, сліду літака (вимірювання вихорів від крила літака, що піднімається); аеродинаміки гелікоптера (дослідження аеродинаміки ротора з точки зору емісії шуму від різних джерел шуму, таких як взаємодія між лопатями та вихорами) тощо.

**Основні принципи.** Експериментальна установка системи PIV складається з декількох підсистем: установки для створення потоку, наприклад, аеродинамічної труби з її можливими підсистемами (наприклад, системою впуску для охолодження газу і вихлопною системою для контролю тиску в тунелі).

У більшості застосувань до потоку потрібно додавати частинки-мішені. Ці частинки повинні бути освітлені в площині потоку принаймні двічі протягом короткого інтервалу часу. Світло, розсіяне освітленими частинками, реєструється високоякісним об'єктивом або на одному фотонегативі, або на двох окремих кадрах на спеціальному крос-кореляційному ПЗЗ-датчику (рис. 13.42).

Типовий прилад PIV складається з камери (в сучасних системах це зазвичай цифрова камера з ПЗЗ-чіпом – CCD chip), стробоскопа або лазера з оптичним пристроєм для обмеження фізичної області, що освітлюється (зазвичай це циліндрична лінза для перетворення світлового променя в лінію), синхронізатора, який виконує роль зовнішнього тригера для управління камерою і лазером, частинками, що висіваються, і досліджуваною рідиною.

Волоконно-оптичний кабель або рідинний світловод може з'єднувати лазер з установкою об'єктива. Для подальшої обробки оптичних зображень використовується програмне забезпечення PIV.

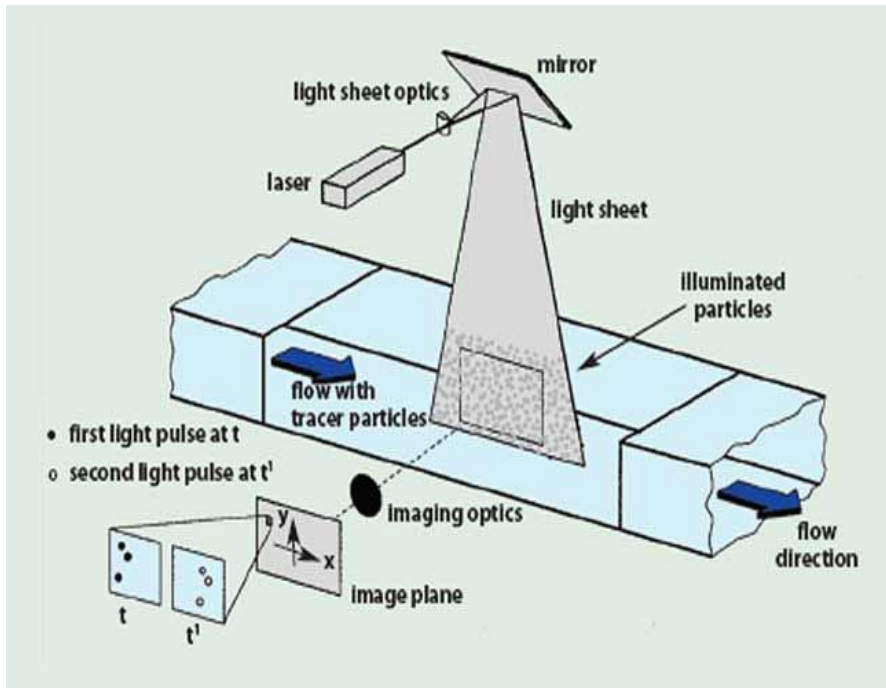


Рисунок 13.42 – Експериментальна установка для PIV в аеродинамічній трубі

Для кожної ділянки досліджуваної площини статистичними методами визначається локальний вектор зміщення зображень частинок-мішеней першого і другого освітлення (рис. 13.43). Для обробки великої кількості даних, які можуть бути зібрані за допомогою PIV, необхідна складна постобробка. Тому фотографічний запис PIV оцифровується після проявлення за допомогою сканерів. Вихідні дані ПЗЗ-датчика зберігаються безпосередньо в пам'яті комп'ютера в режимі реального часу.

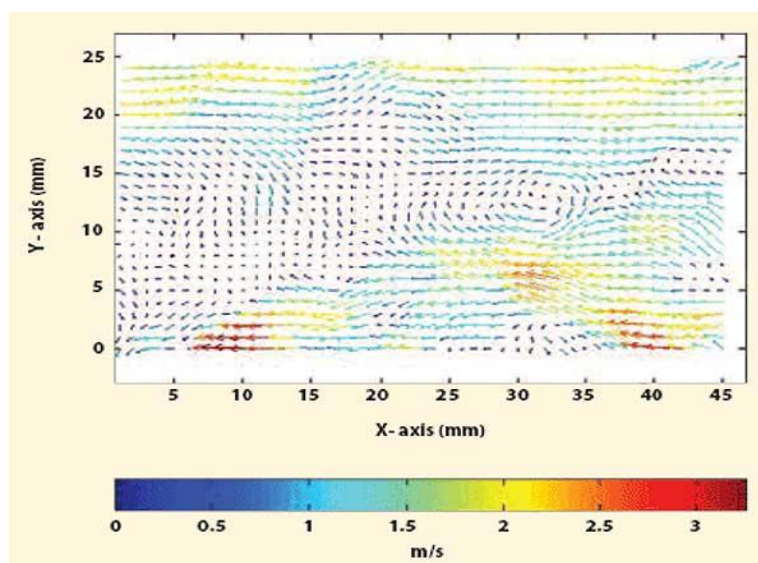


Рисунок 13.43 – Карта вектору швидкості з постобробки PIV



Для кращого розуміння спеціального технічного рішення в області лазерного освітлення, необхідно розуміти деякі загальні аспекти техніки:

**Відставання за швидкістю:** Необхідність використання частинок-мішеней для вимірювання швидкості потоку вимагає ретельної перевірки кожного експерименту на предмет того, чи буде частинка точно слідувати за рухом потоку. Досвід показує, що маленькі частинки краще слідує за потоком навіть у високошвидкісних повітряних потоках.

**Освітлення.** Для застосування в газових потоках потрібне потужне джерело світла, щоб світло, розсіяне частинками-мітками, висвітлювало фотоплівку або відеосенсор. Більш потужне джерело світла (наприклад, високоенергетичний лазерний імпульс) дозволить використовувати менші частинки мітки і мінімізувати проблему відставання за швидкістю.

**Тривалість імпульсу освітлення:** Тривалість імпульсу освітлення повинна бути достатньо короткою, щоб рух частинок був "заморожений" під час імпульсної експозиції, щоб уникнути розмиття зображень.

**Затримка між імпульсами освітлення:** Затримка між імпульсами освітлення повинна бути достатньо довгою, щоб можна було визначити зміщення між зображеннями частинок-трасувальників з достатньою роздільною здатністю, і достатньо короткою, щоб уникнути виходу частинок з позаплощинною компонентою швидкості зі світлового полотна між наступними засвіченнями.


**Частинки.** Частинки зазвичай мають діаметр від 10 до 100 мікрометрів. Що стосується розміру, то частинки повинні бути достатньо малими, щоб час відгуку частинок на рух рідини був достатньо коротким для точного відстеження потоку, але достатньо великими, щоб розсіювати значну кількість падаючого лазерного світла.

Для деяких експериментів, пов'язаних з горінням, розмір частинок може бути меншим, порядку 1 мікрометра, щоб уникнути ефекту гасіння, який інертні частинки можуть мати на полум'я. Через малий розмір частинок, в їхньому русі домінує опір Стокса, а також ефекти осідання або підйому.

У моделі, де частинки моделюються як сферичні (мікросфери) при дуже низькому числі Рейнольдса, здатність частинок слідувати за потоком рідини обернено пропорційна різниці густини між частинками і рідиною, а також обернено пропорційна квадрату їхнього діаметра. У розсіяному світлі від частинок переважає розсіяння Мі і тому воно також пропорційне квадрату діаметру частинок.

Таким чином, розмір частинок повинен бути збалансованим, щоб розсіювати достатньо світла для точної візуалізації всіх частинок в площині лазерного листа, але достатньо малим, щоб точно слідувати за потоком.

**Камера.** Для проведення PIV-аналізу потоку потрібно дві експозиції лазерного випромінювання на камеру з боку потоку. Спочатку, через нездатність камер робити кілька кадрів на високій швидкості, обидві



експозиції фіксувалися на одному кадрі, і цей єдиний кадр використовувався для визначення потоку. Для цього аналізу використовувався процес під назвою автокореляція.

Однак в результаті автокореляції напрямок потоку стає незрозумілим, оскільки неясно, які плями частинок походять від першого імпульсу, а які - від другого. З того часу були розроблені швидші цифрові камери, що використовують ПЗЗ або КМОП-чіпи, які можуть робити два кадри на високій швидкості з різницею в кілька сотень нс між кадрами. Це дозволило ізолювати кожну експозицію на окремому кадрі для більш точного перехресного кореляційного аналізу.

Обмеженням звичайних камер є те, що така висока швидкість обмежена парою знімків. Це пов'язано з тим, що кожна пара знімків має бути передана на комп'ютер, перш ніж можна буде зробити наступну пару знімків. Звичайні камери можуть робити лише пару знімків зі значно меншою швидкістю. Високошвидкісні CCD або CMOS камери доступні, але вони набагато дорожчі.

**Лазер та оптика.** У макросистемах PIV переважають лазери завдяки їхній здатності генерувати потужні світлові промені з короткою тривалістю імпульсу. Це дає короткий час експозиції для кожного кадру. Nd:YAG лазери, які зазвичай використовуються в установках PIV, випромінюють переважно на довжині хвилі 1064 нм та її гармоніках (532, 266 та ін.)

З міркувань безпеки лазерне випромінювання зазвичай проходить смуговий фільтр для ізоляції гармонік 532 нм (це зелене світло, єдина гармоніка, яку можна побачити неозброєним оком). Для спрямування лазерного випромінювання до експериментальної установки можна використовувати оптоволоконний кабель або рідкий світловод.

Оптика складається зі сферичної та циліндричної лінз. Циліндрична лінза розширює лазер у площину, тоді як сферична лінза стискає площину в тонкий лист. Це дуже важливо, оскільки метод PIV зазвичай не може виміряти рух, нормальний до лазерної пластинки, тому в ідеалі це усувається підтриманням повністю 2-вимірної лазерної пластинки. Сферична лінза не може стиснути лазерну пластинку до фактичної 2-вимірної площини.

Мінімальна товщина має порядок довжини хвилі лазерного випромінювання і досягається на кінцевій відстані від оптичної установки (фокусної точки сферичної лінзи). Це ідеальне місце для розміщення зони аналізу експерименту.

Розвиток PIV за останні два десятиліття відбувався під впливом заміни аналогових методів запису та оцінки на цифрові. Тим часом, збільшення швидкості комп'ютерних процесорів і обсягу пам'яті покращило обробку повних цифрових записів PIV на персональному комп'ютері.

А відеокамери з прогресивною розгорткою дозволяють користувачам зберігати зображення частинок-мішеней на окремих кадрах



для кожного освітлення з роздільною здатністю  $1040 \times 1320$  пікселів – якість, еквівалентна оцінці 35-міліметрових фотоплівок у минулому.

На додаток до використання цифрових методів запису і оцінки, розвиток надійних потужних лазерних джерел вплинув на вдосконалення PIV і його застосування в повітряних потоках. Необхідний високоенергетичний світловий імпульс для високошвидкісного PIV у повітряних потоках (який використовується в дослідженнях аеродинаміки літаків) вперше став можливим завдяки використанню напівпровідникових лазерів.

Комерційно доступні Nd:YAG лазери пропонують достатню енергію імпульсу від 100 до 750 мДж. Ще однією перевагою лазерних джерел є їхнє монохроматичне світло, яке може бути сконцентроване в тонкі світлові пластини для освітлення і реєстрації частинок-мішеней без хроматичних аберацій.

**Синхронізатор.** Синхронізатор діє як зовнішній тригер як для камери (камер), так і для лазера. У той час як аналогові системи у вигляді фотосенсора, обертової діафрагми і джерела світла використовувалися в минулому, більшість систем, що використовуються сьогодні, є цифровими. Синхронізатор, керований комп'ютером, може диктувати час кожного кадру послідовності ПЗЗ-камери в поєднанні з вистрілом лазера з точністю до 1 нс.

Таким чином, можна точно контролювати час між кожним імпульсом лазера і розміщенням лазерного пострілу відносно синхронізації камери. Знання цього часу є критично важливим, оскільки воно необхідне для визначення швидкості рідини в PIV-аналізі.

Автономні електронні синхронізатори, які називаються цифровими генераторами затримки, забезпечують синхронізацію зі змінною роздільною здатністю від 250 пс до декількох мс. Маючи до восьми каналів синхронізації, вони дають змогу керувати кількома лампами спалаху і Q-перемикачами, а також забезпечують багатократну експозицію камери.

**Проблеми та обмеження.** Хоча необхідну енергію імпульсу для випромінювання легко отримати за допомогою Nd:YAG лазерів, подача двох світлових імпульсів з чітко визначеною і відповідною часовою затримкою викликає значні технічні труднощі.

Щоб дозволити користувачеві регулювати час розділення між двома випромінюваннями відповідно до застосування і незалежно від сили імпульсу, PIV-лазери здебільшого спроектовані як системи з подвійним генератором.

Два лазери запускаються із заздалегідь визначеною затримкою. Їхні імпульсні промені ортогонально поляризовані і підводяться до спільної вихідної апертури за допомогою оптичної системи дзеркал, поляризаторів тощо.

Основною проблемою є відповідне вирівнювання двох променів. Необхідно досягти максимальної колінеарності двох променів. Проте



профіль променя потужних Nd:YAG лазерів, як правило, досить поганий. Часто зустрічаються гарячі точки і різні кільцеві режими. Оскільки хороший профіль променів - в ближньому і дальньому полі, а також в середньому полі на відстані від 2 до 10 м від лазера – абсолютно необхідний для PIV, налаштування кожного окремого лазера і налаштування оптичної системи вимагає максимального спеціалізованого ноу-хау, що робить установку PIV лазера дуже дорогою.

Для вирішення цієї проблеми, наприклад, компанія InnoLas розробила двоімпульсну лазерну систему YAGMaster з енергією імпульсу від 100 до 450 мДж при довжині хвилі лазера 532 нм. Нашою метою була генерація подвійного імпульсу з різницею в часі від 1 до 200 мкс з одного генератора.

Це досягається шляхом перезапалювання осередку генератора під час випромінювання імпульсу. Це усуває необхідність у складній і дорогій суперпозиції двох окремих променів, яка зазвичай застосовується. Профіль променя забезпечує рівномірне освітлення і, завдяки методу одного генератора, є повністю ідентичним для обох імпульсів променя. Система **InnoLas SpitLight** наведена на рис. 13.44.



Рисунок 13.44 – Система InnoLas SpitLight

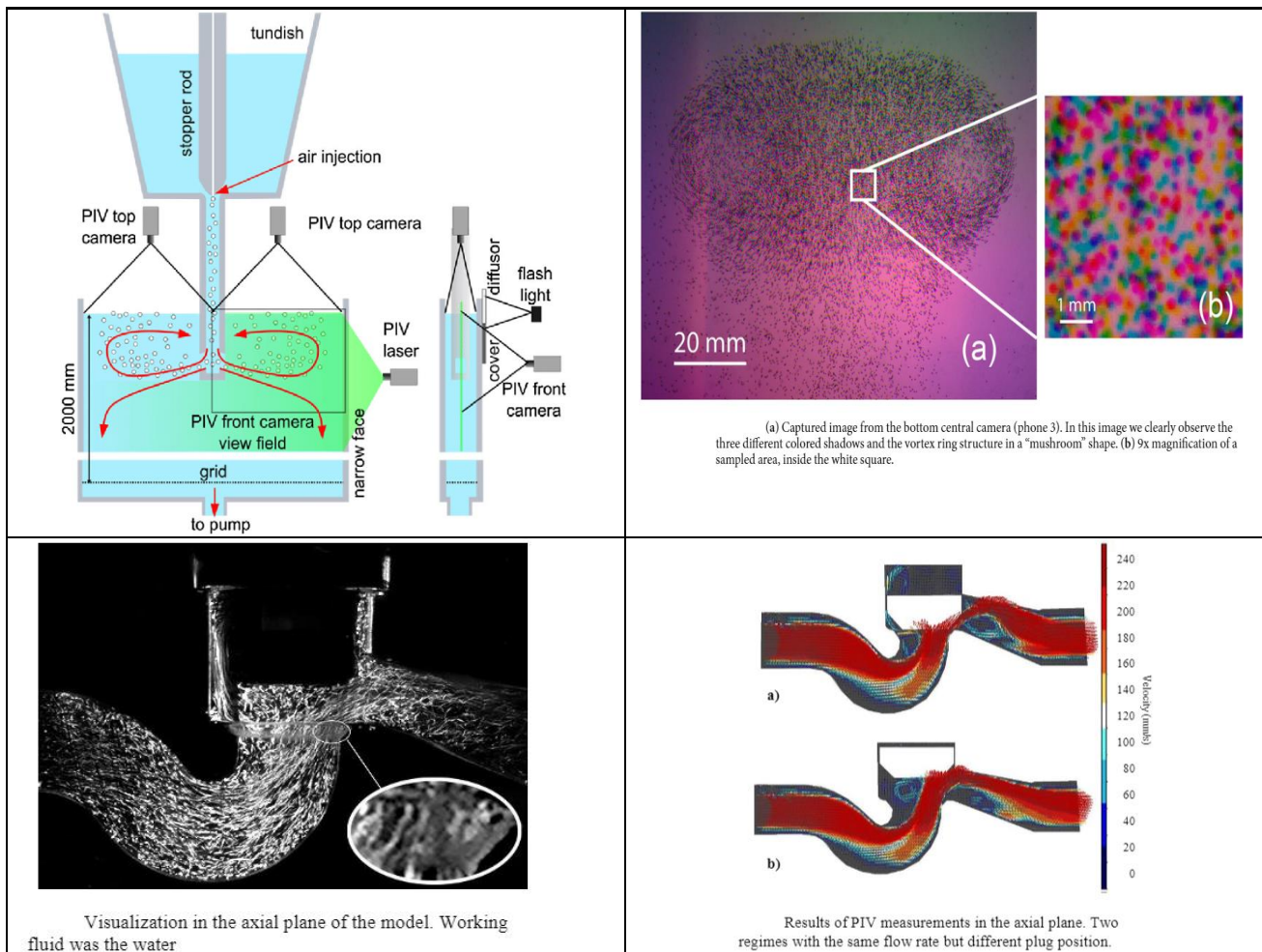
Для ще більш комфортного використання в PIV-дослідженнях компанія InnoLas розробила вдосконалену версію двоімпульсних лазерних систем. Лазерна система SpitLight Nd:YAG з керамічним рефлексом камери накачування пропонує подвійні лазерні імпульси світла з тимчасовою затримкою, яку можна постійно вибирати в діапазоні від 1 до 1000 мкс.

Приклади реалізації PIV, наведено у табл. 13.4.

Таблиця 13.4 – Приклади реалізації PIV, візуалізація

<a href="https://www.lavision.de/en/techniques/piv-ptv/index.php">https://www.lavision.de/en/techniques/piv-ptv/index.php</a>	
<p>Particle Image Velocimetry</p>	<p>„Shake-the-Box“</p>
	<p style="text-align: center;">Vector map results of the flow around a cylinder test (<math>Re = 22,000</math>): (a) SPIV; (b) MPIV.</p>
<p>2D-PIV 2D2C</p> <p>Stereo-PIV 2D3C</p>	<p>Volume (Tomo) PIV 3D3C</p>

## Продовження таблиці 13.4 – Приклади реалізації PIV, візуалізація



### Контрольні запитання

1. У чому полягає сутність методу координатних сіток?
2. Які характерні особливості методу муарових смуг?
3. Назвіть основні групи методу координатної сітки.
4. Який основний недолік методу шаруватих моделей.
5. Коли використовується метод руйнуючого контролю? Наведіть приклади.
6. Назвіть основні види механічних випробувань.
7. З'ясуйте сутність методів неруйнівного контролю.
8. У яких областях застосовується НМК?
9. За якими ознаками відбувається класифікація неруйнівних методів?
10. У чому полягає специфіка металографічного дослідження будови металів і зварних з'єднань?
11. Назвіть основні етапи проведення металографічних досліджень.



12. В яких сферах використовується метод металографічних досліджень?
  13. Які існують різновиди мікроскопів?
  14. У чому полягає специфіка роботи електронного мікроскопа?
  15. Назвіть основні різновиди рентгенівських мікроскопів.
  16. На які за призначенням поділяють оптичні мікроскопи?
  17. За конструкцією мікроскопи поділяють на?
  18. Назвіть популярні моделі мікроскопів.
  19. Які існують типи танзоментів?
  20. У чому полягає принцип дії струнного тензometру.
  21. Назвіть основні структурно-спадкові методи. У чому полягає їхня особливість.
  22. Обґрунтуйте сутність методу кінцевих (скінченних) різниць.
  23. З'ясуйте особливості методів цифрової трасерної візуалізації.
- Проаналізуйте деякі з них.

### Використана література

1. Васильченко Т. О. Основи дефектоскопії : конспект лекцій . Запоріжжя: ЗНУ, 2021. 102 с.
2. Гасило Ю. А. Контроль якості зварювання. Т. 2. Руйнівні методи контролю : навчальний посібник. Кам'янське : ДДТУ, 2018. 154 с.
3. Кузьменко В. І., Козакова Н. Л. Конспект лекцій із курсу «Числові методи математичної фізики». Дніпропетровськ : РВВ ДНУ, 2013. 49 с.
4. Кухар В. В. Основи експериментальних методів дослідження процесів обробки металів тиском : навчальний посібник. Маріуполь : ПДТУ, 2019. 234 с.
5. Металографічні дослідження металу. URL: <http://ua.tuev-dieks.com/services/technical-diagnosis/methods-of-survey/metallograficheskie-issledovaniya-metalla/>
6. Онищенко В. О., Срібнюк С. М., Коробко Б. О., Матяш О. В. Основи наукових досліджень та науково-технічної творчості : навч. посіб. Київ : Видавництво Ліра-К, 2020. 280 с.
7. Основи наукових досліджень / О.М. Сінчук та ін. Кременчук : ПП Щербатиюх О. В., 2022. 196 с.
8. Основи технічної творчості : навчальний посібник / Ю. С. Пройдак та ін. Дніпро : Акцент ПП., 2021. 128 с.
9. Основи технічної творчості. Частина 1 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад. Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2019. 57 с.
10. Основи технічної творчості. Частина 2 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад.



Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2020. 38 с.

11. Сусліков Л. М., Студеняк І. П. Неруйнівні методи контролю: навчальний посібник. Ужгород: Видавництво УжНУ, 2016. 192 с.

12. Чисельні методи розрахунку. URL: [https://stud.com.ua/54924/tovaroznavstvo/chiselni\\_metodi\\_rozrahunku](https://stud.com.ua/54924/tovaroznavstvo/chiselni_metodi_rozrahunku)

13. Aguirre-Pablo, Andres & Alarfaj, Meshal & Li, Erqiang & Hernández-Sánchez, José Federico & Thoroddsen, Sigurdur. Tomographic Particle Image Velocimetry Using Smartphones and Colored Shadows. *Scientific Reports*. 2017. 7. 3714. 10.1038/S41598-017-03722-9.

14. Javurek, Mirko & Wincor, Raimund. Bubbly Mold Flow in Continuous Casting: Comparison of Numerical Flow Simulations with Water Model Measurements. *Steel Research International*. 2020. 91. 10.1002/srin.202000415.

15. Kelnberger M., Schwitzgebel G., Particle Image Velocimetry: Basics, Developments and Techniques. URL: [https://www.photonics.com/Articles/Particle\\_Image\\_Velocimetry\\_Basics\\_Developments/a25121](https://www.photonics.com/Articles/Particle_Image_Velocimetry_Basics_Developments/a25121)

16. Kašpárek, Miloš & Novakova, Ludmila. High optical quality models for flow visualization and PIV measurement. *EPJ Web of Conferences*. 2022. 264. 01020. 10.1051/epjconf/202226401020.

17. Particle Image Velocimetry. LaVision. URL: <https://www.lavision.de/en/techniques/piv-ptv/>



## ТЕМА 14

# МЕТОДОЛОГІЯ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

**Метою вивчення теми є** вивчення основ методології обробки експериментальної інформації, основ статистичної обробки даних і планування експериментів у гірничо-металургійній галузі.

**Завдання вивчення теми** збігаються з переліком питань для розгляду, що наведений нижче.

### Перелік питань до розгляду

14.1 Обробка експериментальної інформації. Класифікація способів обробки дослідних даних.

14.2 Основи статистичної обробки. Визначення грубих помилок експерименту.

14.3 Робота з Big Data. Data Mining. Побудова рівнянь регресії у пакеті «Аналіз даних» MS Excel.

14.4 Організація експерименту.

14.5 Математичне планування експерименту.

14.6 Повний та дробовий факторні експерименти.

### 14.1 Обробка експериментальної інформації. Класифікація способів обробки дослідних даних

Види технологічного процесу можна розглядати і з точки зору способів організації обробки даних. Однією з перших, що історично склалися технологій, була технологія на основі централізованої обробки даних, яка передбачає виконання всіх робіт по обробці даних, починаючи з збору і реєстрації в одному центрі обробки – обчислювальний центр (ОЦ). Користувач доставляє на ВЦ вихідну інформацію і отримує результати обробки у вигляді вихідних документів. ОЦ оснащувався потужними ЕОМ, що дозволяють обробляти величезні обсяги інформації. Пізніше виникли обчислювальні центри колективного користування (ВЦКП), що дозволяли обслуговувати кілька користувачів. Таким чином, на рівні користувача була необхідність тільки в оргтехніці, техніці передачі даних, інші обчислювальні потужності були власністю ОЦ.

До переваг цього способу обробки можна віднести єдність методики обробки і легке, своєчасне її вдосконалення, єдині стандарти представлення інформації, уніфікація даних та інформаційних процедур,



єдине технічне забезпечення, що знімає проблему сполучення технічних засобів, а також можливість для користувача оперувати великими обсягами даних.

До недоліків цього способу можна віднести незручність користувача, який отримує інформацію зі значною затримкою; перевантаженість технічних засобів, що може призводити до збоїв в технологічному процесі; неможливість надання всього спектру послуг; незабезпеченість належної надійності і захисту інформації.

Поява персональних ЕОМ, що дають можливість автоматизувати конкретне робоче місце, привело до створення децентралізованої обробки даних. Децентралізована обробка даних передбачає обробку всієї інформації на устаткуванні віддаленого користувача, тобто безпосередньо на робочому місці службовця. Дана обробка сприяє розосередженню обчислювальних ресурсів і їх наближенню до місць виникнення і споживання інформації, наприклад, АРМ бухгалтера, економіста, операціоніста, кредитного працівника і т. д.

Таким чином, персональні комп'ютери використовувалися автономно. Зберігання даних організовується у вигляді файлів на окремих комп'ютерах. Обмін даними проводиться за допомогою дискет. Для отримання зведених показників проводиться перезапис інформації на один комп'ютер.

Недоліками такого способу обробки є дублювання інформації, складність підготовки зведеної звітної документації, технічна сумісність, відсутність можливості оперативного аналізу різних аспектів діяльності організації та ін.

У зв'язку з серйозними недоліками централізованого та децентралізованого способів відбувся перехід до розподіленої обробки даних. Розподілена обробка даних - обробка даних, виконувана на незалежних, але пов'язаних між собою комп'ютерах, що представляють розподілену систему. Для реалізації розподіленої обробки даних використовуються обчислювальні мережі.

При обробці дослідних даних важливо вміти оцінювати похибку отриманого результату, яка обумовлена наступними причинами. По-перше, вихідні числові дані, з якими проводяться обчислення, отримані з експерименту і, отже, неточні, тому що будь-які вимірювання неминуче супроводжуються похибками. В силу цього завдання не може бути вирішено точно і виникає помилка – фатальна помилка. По-друге, наближені вихідні дані будуть піддаватися не тим операціям, які потрібні для виконання завдання, а псевдоопераціям, оскільки при обчисленні (навіть на ЕОМ) можна використовувати обмежене число розрядів. Виникає нова помилка – похибка округлення (наприклад, при множенні і діленні, при використанні ірраціональних чисел і таке інше). Нарешті, у багатьох випадках існуючі методи розв'язання задач можуть дати точну відповідь тільки після нескінченного числа кроків. З-за того, що на практиці



доводиться обмежуватися кінцевим числом кроків, задана задача фактично замінюється іншою і тому отримане рішення буде відрізнятись від точного рішення вихідної задачі; з'являється третій вид помилки – похибка методу.

Нехай потрібно вирішувати задачу:  $Y = \Phi(x)$ . Щоб ця задача могла бути вирішена чисельно, необхідно привести її до виду  $y_1 = \Phi_1(x)$ . Далі, через неточності початкових даних і в результаті заокруглень, фактично вирішується завдання  $y_2 = \Phi_2(x)$ .

Повну похибку, що складається з трьох видів похибок, можна записати таким чином:

$$y - y_2 = (y - y_1) + (y_1 - y_2).$$

У цьому рівнянні перша з дужок дає похибку методу. Друга дужка визначає вплив непереборної похибки і похибки округлення і називається обчислювальною похибкою. Оскільки на кожному кроці обчислювального процесу обчислювальна похибка складається з непереборної похибки і похибки округлення, то при складанні програми бажано процес вести так, щоб одні похибки округлення компенсували інші. При аналізі обчислювальної похибки необхідно враховувати структуру функцій  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$ , тому що величина похибки округлення істотно залежить від послідовності операцій над числами. Вплив цих похибок на точність результату може виявитися значним навіть при не дуже складних обчисленнях.

Різниця між точним значенням деякої величини  $X$  і її наближеним значенням  $x$ , з яким проводиться обчислення, називається абсолютною похибкою:

$$A(x) = X - x.$$

Абсолютна похибка є однією з характеристик точності числа, і межі її зміни визначаються способом віднімання близьких за величиною чисел. Іноді це вдається зробити деяким перетворенням розрахункових формул або заміною віднімання близьких чисел безпосередніми вимірюваннями: наприклад, при експериментальному дослідженні явища випередження замість реєстрації швидкостей валка і металу, що прокатується, окремо доцільно вимірювати різницю цих швидкостей.

При роботі з наближеними величинами, якими завжди є результати вимірювань, доводиться вирішувати такі основні завдання:

- давати математичні характеристики точності наближених величин;
- оцінювати точність результату при відомій точності вихідних даних;
- знаходити точність вихідних даних, що забезпечують задану точність результату;



- узгоджувати точність різних вихідних даних, щоб не витратити зайвої роботи при вимірюванні або обчисленні одних даних, якщо інші дані занадто грубі;

- стежити в процесі обчислень за точністю проміжних результатів, щоб, з одного боку, забезпечити необхідну точність остаточного результату і, з іншого боку, по можливості спростити обчислення.

Останні два пункти мають важливе значення при експериментальних дослідженнях. Нехай, наприклад, при вивченні напружено-деформованого стану в прокатних валках за допомогою поляризаційно-оптичного методу крок інтегрування складає 1 см.

З огляду на те, що похибка вимірювання координати становить  $\pm 0,03$  см і що на одному кроці порядок ізохром буде змінюватися приблизно на дві одиниці, визначення порядку ізохром необхідно проводити теж з точністю близько 5 %, або  $\pm 0,10$  смуги.

Тому можна відмовитися від точного, але малопродуктивного способу компенсації для вимірювання порядку смуги на користь більш простого способу інтерполяції смуг.

Далі, визначення порядку ізоклін по фотографіях можливо з точністю  $\pm 2^\circ$ , тому знаходити по таблиці і використовувати в обчисленнях значення синусів і косинусів більш ніж з трьома знаками після коми явно недоцільно.

#### **14.1.1 Класифікація способів обробки даних:**

Одночасно з появою перших робіт, присвячених експериментальному вивченню процесів пластичної формозміни, виникла проблема обробки дослідних даних. У роботах вчених в області математики і механіки твердого тіла, що деформується, запропоновано багато різноманітних способів інтерполяції і диференціювання експериментальних даних.

На рис. 14.1 дана класифікація основних способів обробки дослідних даних, у розвитку яких можна виділити кілька етапів.

Спочатку найбільшого поширення набули графічні способи, засновані на чисто геометричних побудовах і вимірюваннях. Надалі були запропоновані графоаналітичні методи, трудомісткість яких знижувалася завдяки розумному поєднанню нескладних графічних побудов і найпростіших математичних операцій. Прогрес, досягнутий в області обчислювальної техніки, стимулював активну розробку і використання аналітичних методів обробки дослідних даних, що в даний час призвело не тільки до стирання граней між теоретичними і експериментальними методами, а й до створення нових експериментально-теоретичних методів вирішення завдань.

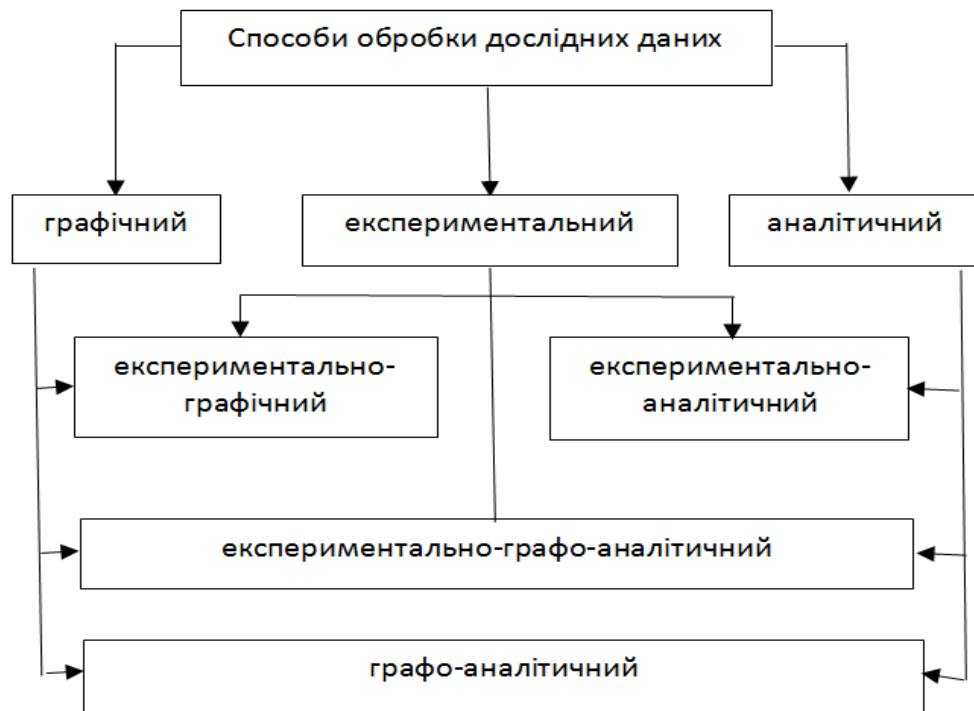


Рисунок 14.1 – Класифікація способів обробки дослідних даних

Експериментальні способи обробки, деякі з яких описані в попередніх розділах, є порівняно новими і їх поява стала можливою завдяки розвитку техніки і методики проведення експериментальних робіт. Мабуть, в деяких випадках доцільно використовувати комбіновані способи обробки: експериментально-графічний, експериментально-аналітичний та експериментально-графо-аналітичний.

Найбільш поширені варіанти трьох основних способів обробки дослідних даних:

1. Графічного:

- а) вимірювання кута нахилу дотичної;
- б) вимірювання кута нахилу нормалі;
- в) вимірювання відстані між зсунутими кривими;

2. Аналітичного:

- а) інтерполяція поліномами;
- б) найменші квадрати (апроксимація по всіх точках);
- в) локальна апроксимація;
- г) регуляризація;

3. Експериментального:

- а) муар від муару;
- б) механічні зсуви копій решітки;
- в) механічні зсуви зображень решітки.

Достатньо повний перелік способів обробки експериментальних даних подано нижче:

- Очистка даних
- Перетворення даних



- Згрупування даних
- Інтерпретація даних
- Обробка графіків:
- Побудова графіків
- Аналіз даних на графіку
- Інтерпретація даних на графіку

Лінії тренду:

- Лінія найшвидшого росту
- Лінія найповільнішого росту
- Лінія нормального росту

Регресійні відклики:

- Регресійний аналіз
- Регресійні відклики параметрів
- Регресійні відклики коефіцієнтів
- Регресійна дисперсія
- Визначення адекватності регресійної моделі
- Прогнозування за допомогою регресійної моделі
- Визначення взаємодії між змінними
- Визначення впливу незалежної змінної на залежну змінну
- Оцінка коефіцієнтів регресії
- Інтерпретація результатів регресійного аналізу.
- Обробка викидів в даних.
- Оцінка адекватності регресійної моделі за допомогою

зовнішньої перевірки.

- Визначення взаємодії між незалежними змінними.
- Використання додаткових статистичних методів для підтвердження висновків.

### 14.1.2 Графічні способи обробки

Будь-яка функція, що представлена у вигляді графіка, може бути продиференційована графічно. Наприклад, в методі муар залежності переміщень від координат отримують з'єднанням плавною лінією точок, що утворюються в результаті перетинання вибраних перетинів з муаровими смугами, а тангенси кутів нахилу дотичної в кожній точці цих графіків дають значення відповідних частинних похідних. При безпосередньому вимірюванні кута з абсолютною похибкою  $\pm A(\varphi)$  значення тангенса, тобто величина похідної, буде визначатися з відносною похибкою:

$$O(tg\varphi) = \frac{A(tg\varphi)}{tg\varphi} = \frac{tg[\varphi + A(\varphi)] - tg\varphi}{tg\varphi}. \quad (14.1)$$

На рис. 14.2 наведені графіки зміни відносної похибки визначення величини похідної в залежності від кута нахилу дотичній  $\varphi$  при різній точності вимірювання цього кута  $\pm \Delta(\varphi)$ ; з графіків, зокрема, випливає, що найбільш точні результати отримуються при вимірюванні кутів в межах від  $20^\circ$  до  $70^\circ$  і значне збільшення помилок спостерігається поза цього діапазону.

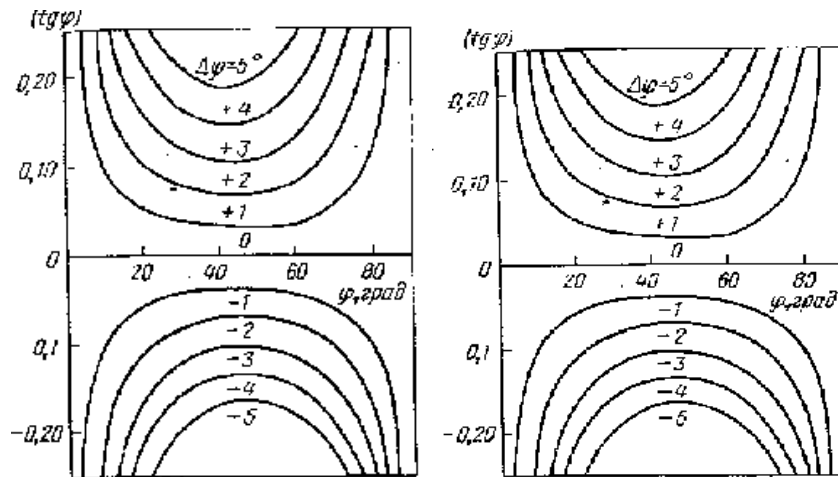


Рисунок 14.2 – Оцінка точності графічного способу

Замість кута  $\varphi$  нахилу дотичної можна вимірювати кут  $\psi$  нахилу нормалі; похибка у величині похідної також визначається наведеною вище формулою. Для більш акуратного знаходження положення нормалі і дотичної рекомендується застосовувати пласке дзеркало (дзеркальну лінійку), яке можна досить точно встановити на кресленні перпендикулярно до дотичної в цій точці шляхом поєднання кривої і її зображення в безперервну гладку лінію.

Тангенс кута нахилу дотичної часто обчислюють шляхом ділення значення функції в даній точці на довжину відрізка, що дорівнює відстані між координатою цієї точки і точки перетину дотичної з віссю абсцис. Недоліком цього способу є значне збільшення розмірів креслення при малих кутах нахилу. Більш зручно отримувати ординати  $v(x)$ , якщо  $\operatorname{tg} \varphi$  представити у вигляді відношення катетів прямокутного трикутника з постійною основою, довжина якої дорівнює  $s$ . Графічне диференціювання можна здійснити методом січних (хорд), який аналогічний методу дотичних, якщо все дотичні замінити хордами.

Якщо графік  $v(x)$  розбити рядом вертикальних прямих на рівні інтервали і з початку кожного інтервалу на кривій провести горизонталь до перетину її з наступною вертикаллю, то, як неважно бачити, прирощенню функції  $\Delta v$  на кожній ділянці будуть відповідати пропорційні величині похідної в середній точці інтервалу. Безсумнівний інтерес представляє наступний спосіб, який є фактично геометричною інтерпретацією інтерполяційного методу. Ідея методу полягає в тому, що побудований



графік зсувається відносно самого себе на невелику відстань  $\Delta x$  (рис. 14.3).

Оскільки величина зсуву постійна для всього графіка, то різниця між двома кривими  $\Delta v$  відповідає величині похідної в деякому масштабі. Якщо  $\Delta v/\Delta x$  відносити до початкового або кінцевого стану кривої, то ця величина буде наближеним виразом першої похідної, а її похибка еквівалентна похибці інтерполяційної формули при апроксимації поліномом першого ступеня. Якщо величина  $\Delta v/\Delta x$  розглядається як наближене значення першої похідної для середнього положення зсунутої кривої, то відношення  $\Delta v/\Delta x$  адекватно результату обчислень для центральної точки при апроксимації поліномом другого ступеня.

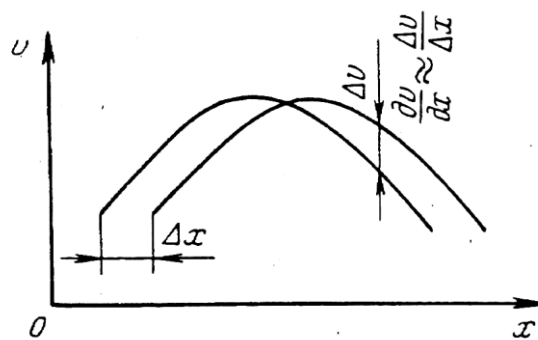


Рисунок 14.3 – Визначення похідних способом зсуву кривої

В цілому застосування способів, які вимагають численних графічних побудов, для обробки даних експериментальних методів механіки твердого тіла, що деформується має значною мірою історичний характер і недоцільно не тільки тому, що їх точність багато в чому залежить від кваліфікації та індивідуальних схильностей експериментатора, але головним чином тому, що вони досить трудомісткі, громіздкі і погано піддаються автоматизації. Однак графічні способи виявляються корисними з огляду на їх простоту і наочність.

### 14.1.3 Аналітичні способи

Класичний підхід чисельного аналізу полягає в тому, щоб використовувати деякі вузли функції для отримання наближеного поліному і потім виконати аналітичну операцію (інтерполювання, диференціювання, інтегрування тощо) над цим поліномом. Цей процес може бути названий «аналітичною заміною», так як та функція, яку неможливо обробити, замінюється іншою функцією, над якою вже можна виконувати необхідні операції. Зазвичай остаточний результат виявляється лінійною комбінацією значень функцій і (або) їх похідних в початкових вузлах.



*Інтерполяція поліномами.* При обробці експериментальної інформації часто доводиться мати справу з функціями  $\Phi(x)$ , заданими таблицями деякої кінцевої безлічі значень  $x_p$ . У процесі виконання завдання необхідно використовувати значення  $\Phi_p = \Phi(x_p)$  для проміжних значень аргументу. В цьому випадку будують функцію  $\varphi(x)$ , досить просту для обчислення, яка в заданих точках  $x_p$  приймає задані значення  $\Phi_p$ , а в інших точках області наближено представляє функцію  $\Phi(x)$  з тим або іншим ступенем точності. Надалі при вирішенні завдання замість функції  $\Phi(x)$  оперують функцією  $\varphi(x)$  – побудова такої функції  $\varphi(x)$  називається інтерполяцією. Так як з поліномами легко поводитися і теорія їх розвинена краще, велика частина класичного чисельного аналізу ґрунтується на наближенні поліномами.

Оскільки в якості апроксимуючої функції з точки зору математичного узгодження найкраще вибирати ламану лінію, то нерідко при знаходженні проміжних значень експериментально отриманої функції  $\Phi(x)$  вдаються до лінійної інтерполяції. Такий спосіб наближення має в своїй основі гіпотезу, що на невеликих відрізках зміни аргументу функція може бути досить добре наближена за допомогою прямої лінії. У цьому випадку розрахункова формула має такий вигляд:

$$\varphi(x) = A_0 + A_1 x = \Phi_p + \frac{\Phi_{p+1} - \Phi_p}{x_{p+1} - x_p} (x - x_p). \quad (14.2)$$

У загальному випадку

$$\varphi(x) = A_0 + A_1 x + \dots + A_m x^m = \sum_m A_m x^m$$

має  $(m + 1)$  коефіцієнтів, і тому для визначення коефіцієнтів  $A_m$  необхідно накласти  $(m + 1)$  умов на цей поліном. Зокрема, можна зажадати, щоб він проходив через  $(m + 1)$  точку, що означає виконання умов

$$\varphi(x_p) = \sum_m A_m x_p^m, \quad p = 1, 2, \dots, (m + 1) \quad (14.3)$$

Ця система рівнянь завжди має рішення, і її можна вирішити одним з відомих методів вищої алгебри. Отриманий таким чином інтерполяційний поліном може бути представлений у вигляді різних за зовнішнім виглядом формул: розділених, правих, лівих і центральних різниць; поліномів Грама, Лангранжа, Ньютона і т. і.

Розглянемо питання корекції вихідних даних і вибору ступеня апроксимуючого поліному для випадка, коли експериментальні значення



деякої функції  $\Phi(x)$  задані в точках  $x_p$  з постійним кроком  $\Delta x = H$ . Назвемо кінцевими різницями першого порядку наступні величини:

$$\Delta^1 \Phi_0 = \Phi_1 - \Phi_0; \Delta^1 \Phi_1 = \Phi_2 - \Phi_1 \dots$$

З різниць першого порядку можна утворити кінцеві різниці другого порядку:

$$\Delta^2 \Phi_0 = \Delta^1 \Phi_1 - \Delta^1 \Phi_0; \Delta^2 \Phi_1 = \Delta^1 \Phi_2 - \Delta^1 \Phi_1 \dots$$

Аналогічно визначаються різниці третього і більш високого порядку. Для зручності їх зазвичай розташовують в таблицю різниць (табл. 14.1 та 14.2). Кінцеві різниці  $m$ -ого порядку від поліному ступеня  $m$  постійні, а різниці більш високого порядку дорівнюють нулю (табл. 14.1).

Таким чином, якби значення функції в таблиці різниць були б значеннями поліному  $m$ -ого порядку, то його різниці, починаючи з  $(m + 1)$ -го порядку, повинні були б звернутися в нуль, а те, що залишилося б у таблиці різниць, було б наслідком «шуму». Труднощі полягають у тому, що функція не обов'язково повинна бути поліномом; більш того, якщо навіть ця функція є поліномом, то заздалегідь невідома його ступінь і тому незрозуміло, якого порядку різниці потрібно взяти. В цьому випадку зазвичай вважають, що перший стовпець різниць, наступний за мінімальним, існує внаслідок шуму.

Таблиця 14.1 – Таблиця різниць для функції  $\Phi=x^4$

$x$	$\Phi$	$\Delta_1 \Phi$	$\Delta_2 \Phi$	$\Delta_3 \Phi$	$\Delta_4 \Phi$	$\Delta_5 \Phi$
0	0					
		1				
1	1		14			
		15		36		
2	16		50		24	
		65		60		0
3	81		110		24	
4	256		194		24	
				108		
5	625		302			
		369				
6	1296					

Сильна негативна кореляція у послідовних різницях високого порядку дає можливість виявити окремі помилки у таблиці. Табл. 7.2



показує, як єдина помилка, що дорівнює  $E$ , для функції  $\Phi(x) = 0$  поширюється у таблиці різниць.

Таблиця 14.2 – Поширення помилки в таблиці різниць

$x$	$\Phi$	$\Delta_1\Phi$	$\Delta_2\Phi$	$\Delta_3\Phi$	$\Delta_4\Phi$	$\Delta_5\Phi$	$\Delta_6\Phi$
$x_{p-3}$	0		0		0		$E$
		0		0		$E$	
$x_{p-2}$	0		0		$E$		$-6E$
		0		$E$		$-5E$	
$x_{p-1}$	0		$E$		$-4E$		$15E$
		$E$		$-3E$		$10E$	
$x_p$	$E$		$-2E$		$6E$		$-20E$
		$-E$		$3E$		$-10E$	
$x_{p-1}$	0		$E$		$-4E$		$15E$
		0		$-E$		$5E$	
$x_{p-2}$	0		0		$E$		$-6E$
		0		0		$-E$	
$x_{p-3}$	0		0		0		$-E$

#### 14.1.4 Чисельне диференціювання

До чисельного диференціювання доводиться вдаватися в тому випадку, коли функція  $\Phi(x)$ , для якої потрібно знайти похідну, задана таблицею або її аналітичний вираз має вельми складний вид. У першому випадку, який повністю належить до отриманих дослідним шляхом даних, методи диференціального обчислення безпосередньо незастосовні, і тому замість функції  $\Phi(x)$  розглядають інтерполювання функцію  $Y(x)$ , тобто:

$$\Phi(x) = Y(x) + \mathcal{E}(x), \quad (14.4)$$

де  $\mathcal{E}(x)$  – залишковий член інтерполяційної формули. Диференціюючи цю рівність, матимемо:

$$\Phi^{(k)}(x) = Y^{(k)}(x) + \mathcal{E}^{(k)}(x). \quad (14.5)$$

Оскільки за наближене значення похідної функції  $\Phi^{(k)}(x)$  приймають  $Y^{(k)}(x)$ , то похибка від такої заміни дорівнює  $\mathcal{E}^{(k)}(x)$ . При побудові інтерполюючої функції  $Y(x)$  допускається, що залишковий член  $\mathcal{E}(x)$  малий, проте з цього не випливає, що мала і похідна  $\mathcal{E}^{(k)}(x)$ , так як похідні від малої функції можуть бути вельми великі. Досвід показує, що формули чисельного диференціювання, в основі яких лежить інтерполювання за допомогою алгебраїчних поліномів, мають порівняно велику похибку і,



мабуть, обчислення значень похідних другого порядку є практичним межею цього способу.

Для обробки експериментальних даних зручніше використовувати формули чисельного диференціювання, виражені безпосередньо через значення функції. Найчастіше використовують формули при  $m = 2$ , так як вони мають порівняно простий вид і дають досить надійні значення перших похідних.

Чисельне диференціювання детермінованих змінних передбачає обчислення  $d\Phi/dx$  або вищих похідних при деякому довільному значенні незалежної змінної  $x$ , збільшення кроку до 0,25 призводить до зростання похибки на 5 %, але в той же час до зниження числа вимірювань у 2,5 рази; зменшення кроку до 0,04 не приводить до якого-небудь підвищення точності вимірювань і тому недоцільно, оскільки призводить значного зростання первинної інформації. Представлені дані дозволяють вирішувати і зворотну задачу, тобто, який крок  $h$  необхідно мати, щоб забезпечити задану точність обчислення першої похідної. Нехай, наприклад, в розглянутому вище прикладі потрібно визначити похідну функцію горизонтального переміщення з точністю не нижче 5 %; тоді з графіка (див. рис. 14.4) знаходимо, що ця умова буде виконана, якщо  $0,01 \leq h \leq 0,25$ . Значення  $h = 0,01$  недоцільно вибирати з-за різкого збільшення числа вимірювань; в той же час нераціонально застосовувати  $h = 0,025$ , так як прийнята в обчисленнях найбільша величина третьої похідної є вельми наближеною і тому є небезпека «не помітити» вищі градієнти функції.

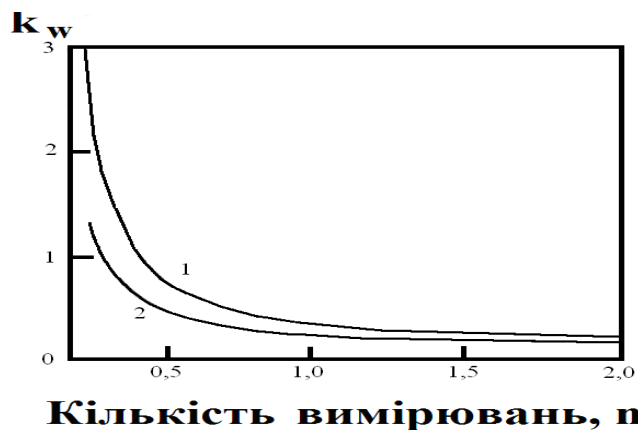


Рисунок 14.4 – Сумарна похибка  $\Pi$  обчислення першої похідної функції горизонтального переміщення за трьохкрапковою інтерполяційною формулою та її складові  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$

Таким чином, в даному випадку крок вимірювань, що рекомендується, лежить в межах  $0,05 \leq h \leq 0,15$ ; остаточний вибір робиться експериментатором на основі додаткових відомостей: попередніх дослідів, аналізу літературних даних, вивчення технічних можливостей.

### 14.1.5 Метод найменших квадратів

Нехай задана функція  $\Phi(x)$ , відома своїми значеннями в кінцевому числі точок  $x_p$ . Аналітичну формулу  $\varphi(x)$  для наближеного опису функції  $\Phi(x)$  будемо шукати у вигляді суми добутків функцій  $T_m(x)$ , що залежать від координати  $x$  і коефіцієнтів  $A_m$ , тобто:

$$\varphi(x) = \sum_m A_m T_m(x). \quad (14.6)$$

Вид функцій  $T_m(x)$  і число коефіцієнтів  $A_m$  іноді відомі з яких-небудь додаткових міркувань. Часто характер функціональної залежності може бути встановлений з графіка, побудованого за відомими значеннями функції  $\Phi(x)$ . Число коефіцієнтів і їх значення підбираються так, щоб отримана формула була досить проста і відповідала результатами спостережень; в деяких випадках можна рекомендувати отримання ряду функцій, що наближають, а також відображають поведінку функції  $\Phi(x)$  в більш вузьких межах зміни координат.

Коефіцієнти  $A_m$  визначимо з умови, що сума квадратів помилок:

$$E = \sum_p \left\{ \Phi(x_p) - \sum_m A_m T_m(x_p) \right\}^2 = \sum_p \left\{ \Phi(x_p) - \varphi(x_p) \right\}^2. \quad (14.7)$$

що виникають при заміні функції  $\Phi(x)$  на  $\varphi(x)$  в розглянутих точках, була найменшою. Величина  $E$  є невід'ємною функцією коефіцієнтів  $A_m$  і, отже, завжди має мінімум. Звідси випливає, що коефіцієнти  $A_m$  задовольняють системі лінійних рівнянь:

$$\frac{\partial E}{\partial A_k} = 0, k = 1, 2, \dots, m,$$

або в розгорнутому вигляді:

$$\sum_m A_m \left\{ \sum_p T_m(x_p) T_k(x_p) \right\} = \sum_p \Phi(x_p) T_k(x_p). \quad (14.8)$$

Отримана система нормальних рівнянь справедлива і для випадку функції декількох змінних, якщо під  $x_p$  розуміти багатовимірний вектор, який визначає положення точки в багатовимірному просторі координат. Наприклад, для випадку двох змінних, який часто має місце на практиці, матимемо:

$$\sum_m A_m \left\{ \sum_i \sum_j T_m(x_i, x_j) T_k(x_i, x_j) \right\} = \sum_i \sum_j \Phi(x_i, x_j) T_k(x_i, x_j).$$

Незважаючи на те, що принципово задача вирішена, на практиці вирішувати систему нормальних рівнянь не так легко, тому що визначник системи часто буває вельми близький до нуля. Взагалі кажучи, коли число визначених коефіцієнтів не перевищує п'яти-шести, пряме рішення нормальних рівнянь прийнятно; але при більшому їх числі, швидше за все, зустрінуться труднощі.

Щоб обійти труднощі рішення системи з дуже малим визначником, доцільно в якості  $T_m(x)$  вибирати ортогональні функції, що призводить до рівнянь, у яких всі члени поза головною діагоналлю рівні нулю. Класичною системою ортогональних функцій з періодом  $2\pi$  є ряди Фур'є. Застосуємо метод найменших квадратів для обробки експериментальних даних методу координатної сітки.

Нехай в результаті вимірювань отримані координати вузлів сітки до деформування  $X_{ij}$ ,  $Y_{ij}$  і після деформування  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  ( $i$  - номер стовпця,  $j$  - номер рядка ділячної сітки). Позначивши  $u$  - переміщення в напрямку осі  $x$ , а  $v$  - у напрямку осі  $y$ , отримаємо  $x$  і  $y$ :

$$u_{ij} = x_{ij} - X_{ij}; v_{ij} = y_{ij} - Y_{ij}.$$

Збільшення числа муарових смуг збільшує точність обчислення похідних, однак ефективність цього впливу знижується, коли число смуг перевищує 10 - 15. Достатня точність забезпечується в разі, коли кожна з муарових картин містить не менше 10 смуг. Збільшення числа циклів згладжування значно покращує «гладкість» результатів, але призводить до збільшення помилки внаслідок спотворення вихідної інформації. Розрахунки показують, що трьох-чотирьох циклів згладжування в багатьох випадках цілком достатньо для значного зменшення шуму первинних даних при незначному зниженні точності. Результати обробки великого числа картин муару для процесів пластичної формозміни вказують, що похибки зазвичай не перевищують 5 %.

#### 14.1.6 Лінія тренда в Excel

Лінія тренду (рис. 14.5) – це графік апроксимуючої функції. Для чого він потрібен – для складання прогнозів на основі статистичних даних. З цією метою необхідно продовжити лінію і визначити її значення.

Якщо  $R^2 = 1$ , то помилка апроксимації дорівнює нулю. У нашому прикладі вибір лінійної апроксимації дав низьку достовірність і поганий результат. Прогноз буде неточним. Будь-який експеримент складається із групи дослідів, окремий дослід складається з декількох спостережень, а



кожне спостереження – із серії повторних вимірів. Відповідно розрізняють помилку експерименту, помилки дослідів і помилки спостережень. Знання помилок дослідів і експерименту необхідно для правильного рішення задач, пов'язаних з оцінкою точності й надійності результатів роботи, визначенням значимості коефіцієнтів рівняння й перевіркою адекватності одержуваних математичних моделей.

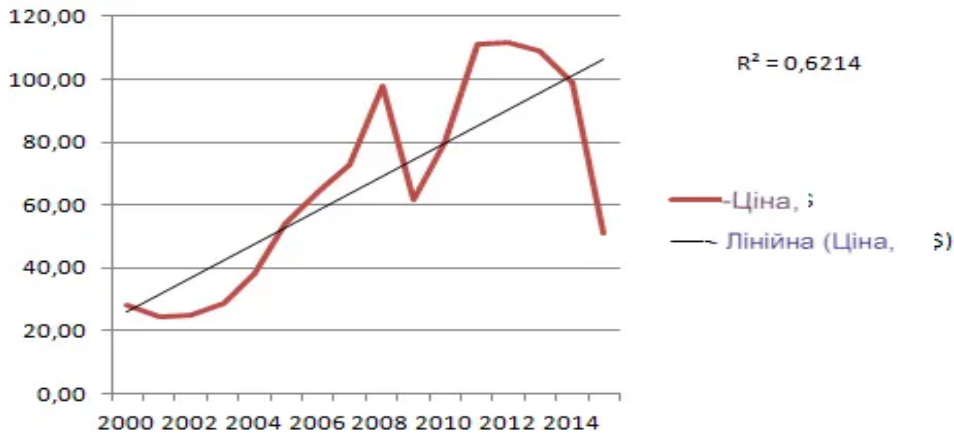


Рисунок 14.5 – Приклад графіка для лінійної апроксимації

## 14.2 Основи статистичної обробки. Визначення грубих помилок експерименту

### 14.2.1 Основи статистичної обробки

Основними завданнями статистичної обробки результатів випробувань є визначення середнього значення розглянутого параметра і оцінка точності його обчислення. Оскільки характеристики зазвичай вивчають шляхом випробувань обмеженого числа зразків, то відповідні числові характеристики будуть відрізнятися від так званих генеральних характеристик, які могли бути отриманими від великого числа зразків. Обмежена сукупність зразків або результатів випробувань називається вибіркою.

На практиці значення генеральних характеристик оцінюють з більшим або меншим ступенем точності за вибірковими (емпіричними) характеристиками, при цьому зазвичай приймають нормальний закон розподілу помилок.

Вибіркове середнє значення обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (14.9)$$

де  $x_i$  – значення вимірюваної величини для  $i$ -того зразка;  
 $n$  – число випробуваних зразків (обсяг вибірки).



Очевидно, при збільшенні  $n$  величина  $\bar{x}$  буде наближатися до істинного значення  $x$ .

Для оцінки випадкової похибки вимірювань найбільш часто використовують величину вибіркового середньоквадратичного відхилення або середньоквадратичної похибки (стандарт вимірювань):

$$\sigma \approx s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (14.10)$$

Строго кажучи, середньоквадратичної помилкою  $a$  називається межа, до якого прагне величина  $s$  при збільшенні числа вимірювань до нескінченності, тобто при  $n \rightarrow \infty$ .

Вибіркові числові характеристики дають хороші кількісні оцінки для генеральних характеристик лише при великому обсязі вибірок; при обмежених обсягах випробувань необхідно вказати ступінь точності і надійності таких оцінок.

Нехай в результаті випробування  $n \rightarrow \infty$ . Зразків отримано середньоарифметичне значення  $\bar{x}$ . Позначимо через  $\alpha$  ймовірність того, що величина відрізняється від істинного значення  $\bar{x}$  на величину, меншу ніж  $\Delta x$ , тобто:

$$P(\bar{x} - \Delta x < \bar{x} < \bar{x} + \Delta x) = \alpha. \quad (14.11)$$

Ймовірність  $\alpha$  називається довірчою ймовірністю, а інтервал значень випадкової величини від  $\bar{x} - \Delta x$  до  $\bar{x} + \Delta x$  називається довірчим інтервалом.

Ширина довірчого інтервалу характеризує точність, а довірна ймовірність – надійність оцінки невідомого параметра  $\bar{x}$  за допомогою вибіркового середнього значення  $\bar{x}$ .

Природно, що чим більше необхідна надійність, тим більше при тому ж обсязі вибірки повинен бути відповідний довірчий інтервал, і, навпаки, чим більше довірчий інтервал, тим більша ймовірність того, що результати вимірювань не вийдуть за його межі.

При звичайних випробуваннях можна обмежитися довірчою ймовірністю 0,9 або 0,95.

Ширина довірчого інтервалу  $\Delta x$  для математичного очікування визначається числом вимірювань  $n$ , вибірковими значеннями  $\bar{x}$ ,  $s$  і обчислюється за такою формулою:

$$\Delta x = \frac{s}{\sqrt{n}} t \quad (14.12)$$

де  $t$  – коефіцієнт Стюдента, величина якого залежить від обсягу вибірки  $n$  і заданої довірчої ймовірності  $\alpha$  (табл. 14.3).

## 14.2.2 Визначення грубих помилок експерименту

**Розрізняють кілька видів помилок вимірів:** грубі, систематичні й випадкові. Грубі помилки можливі через порушення основних умов виміру або у зв'язку з недоглядом дослідника, його неуважністю. Результат, що містить грубу помилку, називається промахом. При виявленні грубої помилки рекомендується відразу ж відкинути відповідний результат виміру.

Систематичні помилки викликаються впливом факторів, які проявляються однаково при багаторазовому повторенні тих самих вимірів. Після виявлення систематичних помилок (шляхом виміру, наприклад, різними приладами або різними методами тих самих величин) їх можна легко усунути шляхом введення необхідних виправлень.

При обробці результатів досліджень, пов'язаних із плануванням експерименту, уважають, що систематичні помилки попередньо усунуті й можуть мати місце лише промахи й випадкові помилки.

Передбачається, що розподіл результатів окремих спостережень підкоряється закону нормального розподілу; тому при обробці результатів експерименту визначають середнє арифметичне значення вихідного параметра  $Y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) в окремому  $i$ -му досліді й дисперсію помилки досліді  $S_i^2$ :

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Y_{ij}$$
$$S_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (Y_{ji} - \bar{Y}_{kp})^2$$

Величина  $S_i^2$  характеризує точність  $i$ -го досліді. Припустимі відхилення величини від істинного значення вихідного параметра  $Y$  можна оцінити з обліком необхідної довірчої ймовірності, що характеризує надійність результатів дослідів за допомогою критерію Стьюдента (табл. 14.3).

Значення критерію Стьюдента при прийнятій довірчій ймовірності  $\alpha = 0,95$  і  $m = 5$  дорівнює:  $t_{kp}=2,78$ .

Тому що є результати виміру  $Y_{ij}$  при  $i$ -му досліді, що «вискакує» за межі довірчого інтервалу, те це промах і його можна виключити з результатів вимірів. Після цього середнє значення вихідного параметра і дисперсія помилки ці досліді перераховується.

Таблиця 14.3 – Залежність коефіцієнта Стюдента від обсягу вибірки  $n$  і заданої довірчої ймовірності

Кількість спостережень	Довірча ймовірність $\alpha$					Кількість спостережень	Довірча ймовірність $\alpha$				
	0,50	0,90	0,95	0,98	0,99		0,50	0,90	0,95	0,98	0,99
2	1,00	6,31	12,71	31,82	63,66	10	0,70	1,84	2,26	2,76	3,25
3	0,82	2,92	4,30	6,96	9,92	15	0,69	1,76	2,14	2,60	2,98
4	0,77	2,35	3,18	4,54	5,84	20	0,69	1,73	2,09	2,53	2,86
5	0,74	2,13	2,78	3,75	4,60	30	0,68	1,70	2,04	2,46	2,76
6	0,73	2,01	2,57	3,65	4,03	60	0,68	1,67	2,00	2,39	2,66
7	0,72	1,94	2,45	3,14	3,71	120	0,68	1,66	1,98	2,36	2,62
8	0,71	1,90	2,36	2,97	3,50	$\infty$	0,67	1,65	1,96	2,33	2,58
9	0,71	1,86	2,31	2,90	3,36						

Дисперсії дослідів  $S_i^2$  повинні бути однорідними. Це – вимога наступного регресійного аналізу. Однорідність дисперсій дослідів перевіряється за допомогою **критерію Кохрена (G)**, що дорівнює відношенню максимальної дисперсії дослідів  $S_i^2$  max до суми всіх дисперсій:

$$G_p = \frac{\max(S_1^2)}{\sum_{i=1}^N S_1^2} = \frac{1}{10,168} = 0,098.$$

Дисперсії дослідів можна вважати однорідними, якщо розрахункове значення критерію Кохрена ( $G_p$ ) менше табличного ( $G_m$ ). Табличні значення критерію відносяться до довірчої ймовірності 0,95, числу дослідів  $N = 16$  і значенню числа ступеня волі  $f = m - 1 = 5 - 1 = 4$ .

Знаходимо:  $G_T = 0,229$ .

$$0,098 < 0,229 \text{ тобто } G_p < G_T$$

Отже, дисперсії дослідів є однорідними.

Однорідність дисперсій дослідів можна оцінити й за **критерієм Фишера (F)**. У цьому випадку із загального числа дисперсій дослідів беруть тільки дві – максимальну й мінімальну. Критерій Фишера є відношення максимальної дисперсії до мінімальної:

$$F_p = \frac{\max(S_1^2)}{\min(S_1^2)} = \frac{1}{0,25} = 4.$$



Якщо розрахункове значення критерію Фишера ( $F_{расч}$ ) менше табличного ( $F_{табл}$ ), то дисперсії дослідів однорідні. Табличні значення критерію Фишера при довірчій імовірності 0,95.

При  $r^1 = r^2 = m - 1 = 4$  табличний критерій Фишера дорівнює:  $F_T = 6,39$ :

$$F_p < F_T;$$

$$4 < 6,39.$$

Таким чином, за критерієм Фишера дисперсії дослідів також є однорідними.

Однорідність дисперсій дослідів дає можливість переходити до оцінки дисперсії експерименту в цілому –  $S_y^2$  (дисперсії відтворюваності), що характеризує помилку всього експерименту. Знання цієї дисперсії необхідно для наступного регресійного аналізу.

Дисперсія відтворюваності може бути знайдена за допомогою вираження:

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i-y}^N S_1^2 = \frac{10,168}{16} = 0,635.$$

Основи статистичної обробки – це методи аналізу статистичних даних, які використовуються для отримання відомостей про розподіл величин в вибірці даних. Визначення грубих помилок експерименту – це визначення похибок, які можуть виникнути в результатах експерименту через недоліки в обладнанні, недостовірності відбору випробувань та інші причини. Вони впливають на точність результатів експерименту. У статистичній обробці використовуються різні методи, такі як описативна статистика, графічне представлення даних, параметричні та непараметричні статистичні критерії, кореляція та регресія. Статистична обробка даних важлива в багатьох галузях, таких як медицина, бізнес, наукові дослідження, де вона використовується для вирішення практичних проблем та підтвердження гіпотез.

У статистичній обробці також використовується поняття ймовірностей та вірогіднісних розподілів, які допомагають оцінити ймовірність певних подій та визначити, які значення є найбільш ймовірними. Також у статистичній обробці використовується аналіз дисперсії, який допомагає визначити відхилення величин від середнього значення та оцінити різницю між групами. В цілому, статистична обробка даних – це методичний підхід до аналізу статистичних даних, який допомагає виробляти об'єктивні та надійні висновки щодо розподілу величин у вибірці даних.

## 14.3 Робота з Big Data. Data Mining. Побудова рівнянь регресії у пакеті «Аналіз даних» MS Excel

### 14.3.1 Робота з Big Data (Data Mining)

**Data Mining** складається з кількох фаз:

- 1) виявлення закономірностей (вільний пошук);
- 2) використання виявлених закономірностей для прогнозу невідомих значень (прогностичне моделювання);
- 3) аналіз виключень – стадія призначена для виявлення і пояснення аномалій, знайдених у закономірностях.

Усі методи *Data Mining* поділяються на дві групи за принципом роботи з початковими навчальними даними:

- 1) дані після *Data Mining* зберігаються – кластерний аналіз, метод найближчого сусіда, метод -найближчого сусіда, міркування за аналогією (традукцією);
- 2) дані деталізуються для подальшої обробки, тобто необхідним є виявлення і використання формалізованих закономірностей або дистиляція шаблонів.

При технології дистиляції шаблонів один зразок (шаблон) інформації витягується з початкових даних і перетворюється у певні формальні конструкції, від яких залежить від методу *Data Mining*.

Цей процес відбувається на стадії вільного пошуку, у першій групі методів ця стадія – відсутня. На стадіях прогностичного моделювання і аналізу виключень використовуються результати стадії вільного пошуку.

Методи цієї групи:

- логічні методи;
- методи візуалізації;
- методи крос-табуляції;
- методи, засновані на рівняннях.

Логічні методи, або методи логічної індукції, включають нечіткі запити й аналізи, символні правила, дерева рішень, генетичні алгоритми. Методи цієї групи придатні для інтерпретації. Вони підтримують знайдені закономірності у прозорому вигляді з погляду користувача.

Методи крос-табуляції забезпечують пошук шаблонів. Методи на основі рівнянь виражають наявні закономірності у вигляді математичних виразів - рівнянь.

Основні методи цієї групи: статистичні методи і нейронні мережі. Статистичні методи найчастіше застосовуються для вирішення задач прогнозування. Є багато методів статистичного аналізу даних, наприклад, кореляційно-регресійний аналіз, кореляція рядів динаміки, виявлення тенденцій динамічних рядів, гармонійний аналіз. Інша класифікація поділяє все різноманіття методів *Data Mining* на дві групи: статистичні і кібернетичні методи.



Ця схема поділу заснована на різних підходах щодо навчання математичним моделям. *Задачі Data Mining:*

1. Класифікація (*Classification*) – виявляються ознаки, які характеризують групи об'єктів досліджуваного набору даних - класи; за цими ознаками новий об'єкт можна віднести до того або іншого класу. Для вирішення задач класифікації можуть використовуватися методи: найближчий сусід (*Nearest Neighbor*); *k*-найближчий сусід (*k-Nearest Neighbor*); байєсівські мережі (*Bayesian Networks*); індукція дерев рішень; нейронні мережі (*neural networks*).

2. Кластеризація (*Clustering*) – результатом її є поділ об'єктів на групи.

3. Асоціація (*Associations*) – знаходять закономірності між пов'язаними подіями у наборі даних. Найбільш відомий алгоритм рішення задачі пошуку асоціативних правил – алгоритм *Apriori*.

4. Послідовність (*Sequence*), або послідовна асоціація (*sequential association*), – дає можливість знайти часові закономірності між транзакціями. Завдання послідовності подібне до асоціації, але її метою є встановлення закономірностей між подіями, пов'язаними за часом, тобто послідовність визначається високою ймовірністю ланцюжка пов'язаних за часом подій.

5. Прогнозування (*Forecasting*) – на основі особливостей історичних даних оцінюються майбутні значення показників. Застосовуються методи математичної статистики, нейронні мережі тощо.

6. Визначення відхилень (*Deviation Detection*), аналіз відхилень або викидів – виявлення й аналіз даних, що найбільше відрізняються від загальної чисельності даних, виявлення нехарактерних шаблонів.

7. Оцінювання (*Estimation*) – зводиться до прогнозу безперервних значень ознак.

8. Аналіз зв'язків (*Link Analysis*) – задача знаходження залежностей у наборі даних.

9. Візуалізація (*Visualization, Graph Mining*) – створюється графічний образ аналізованих даних. Для вирішення задач візуалізації використовуються графічні методи, що показують наявність закономірностей в даних.

10. Підбивання підсумків (*Summarization*) – опис конкретних груп об'єктів за допомогою аналізованого набору даних.

Зазначені вище задачі поділяються за призначенням на описові і предиктивні. Описові, або дескриптивні (*descriptive*), задачі пов'язані з поліпшенням розуміння аналізованих даних. Ключовий момент у таких моделях – простота і прозорість результатів для сприйняття людиною.

До такого типу задач належать кластеризація і пошук асоціативних правил. Рішення предиктивних (*predictive*), або прогнозуючих, задач поділяється на два етапи.



На першому етапі на підставі набору даних з відомими результатами будується модель.

На другому етапі вона використовується для прогнозу результатів на підставі нових наборів даних. Вимагається, щоб побудовані моделі працювали максимально точно.

До цього типу задач відносять задачі класифікації і регресії. Сюди можна віднести і задачу пошуку асоціативних правил, якщо результати її рішення можуть бути використані для прогнозу появи деяких подій. За способами рішення задачі поділяють на такі, що вирішують за допомогою вчителя і без його допомоги.

Категорія навчання з учителем представлена такими задачами *Data Mining*: класифікація, оцінка, прогнозування; категорія навчання без учителя – задачею кластеризації.

У випадку рішення з допомогою вчителя задача аналізу даних розв'язується у кілька етапів. Спочатку за допомогою конкретного алгоритму *Data Mining* будується модель аналізованих даних – класифікатор. Потім класифікатор піддається навчанню.

Іншими словами, перевіряється якість його роботи і, якщо вона незадовільна, відбувається додаткове навчання класифікатора. Так продовжується доти, доки не буде досягнуто необхідного рівня якості або не стане зрозуміло, що обраний алгоритм не працює коректно з даними, або дані не мають структури, здатної проявитися. До цього типу задач відносять задачі класифікації і регресії.

Рішення без допомоги вчителя об'єднує задачі, що виявляють описові моделі, наприклад, закономірності в часових рядах макропоказників. Вочевидь, якщо ці закономірності існують, то модель має їх проявити. Перевагою цих задач є можливість їх рішення без будь-яких попередніх знань про дані аналізу.

До них належать кластеризація і пошук асоціативних правил.

### **14.3.2 Види регресійного аналізу**

Існує кілька видів регресій:

- параболічна;
- статечна;
- логарифмічна;
- експоненціальна;
- показова;
- гіперболічна;
- лінійна регресія.

Про виконання останнього виду регресійного аналізу в *Excel* ми докладніше поговоримо далі.

### 14.3.3 Лінійна регресія в програмі Excel

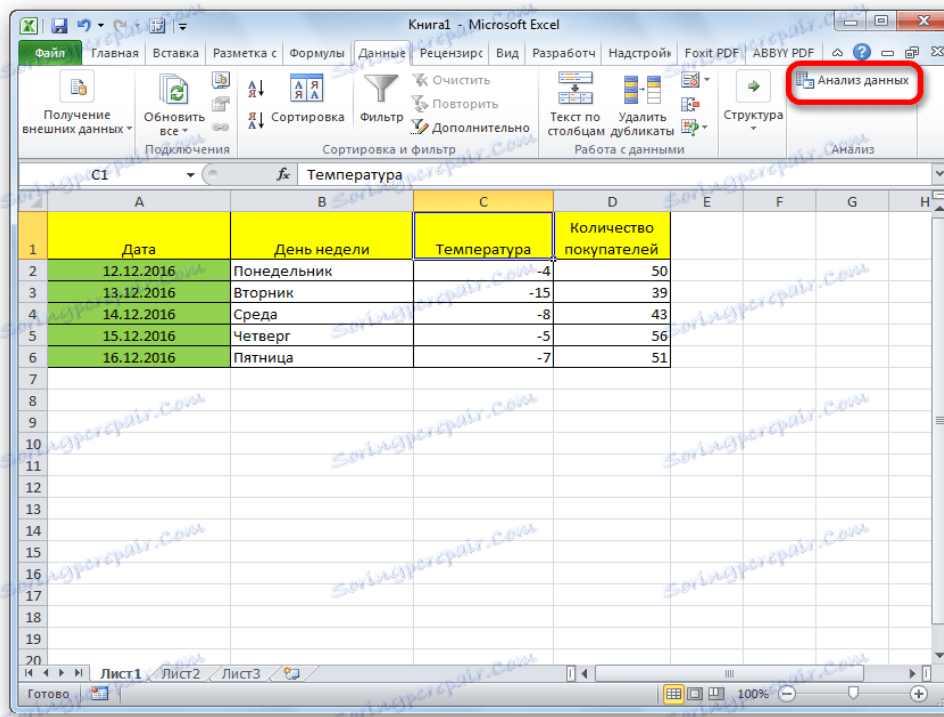
Внизу, як приклад, наведено рис. 14.6, на якому вказана середньодобова температура повітря на вулиці, і кількість покупців магазину за відповідний робочий день. Давайте з'ясуємо за допомогою регресійного аналізу, як саме погодні умови у вигляді температури повітря можуть вплинути на відвідуваність торгового закладу.

Загальне рівняння регресії лінійного виду виглядає наступним чином:

$$Y = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_kx_k .$$

У цій формулі  $Y$  означає змінну, вплив чинників на яку ми намагаємося вивчити. У нашому випадку, це кількість покупців. Значення  $x$  – це різні фактори, що впливають на змінну. Параметри  $a$  є коефіцієнтами регресії. Тобто, саме вони визначають значимість того чи іншого фактора. Індекс  $k$  позначає загальну кількість цих самих чинників.

Відкривається вікно налаштувань регресії (рис 14.7). У ньому обов'язковими для заповнення полями є «Вхідний інтервал  $Y$ » і «Вхідний інтервал  $X$ » (рис. 14.8). Всі інші настройки можна залишити за замовчуванням.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Дата	День недели	Температура	Количество покупателей				
2	12.12.2016	Понедельник	-4	50				
3	13.12.2016	Вторник	-15	39				
4	14.12.2016	Среда	-8	43				
5	15.12.2016	Четверг	-5	56				
6	16.12.2016	Пятница	-7	51				
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

Рисунок 14.6 – Відкриття функції аналіз даних

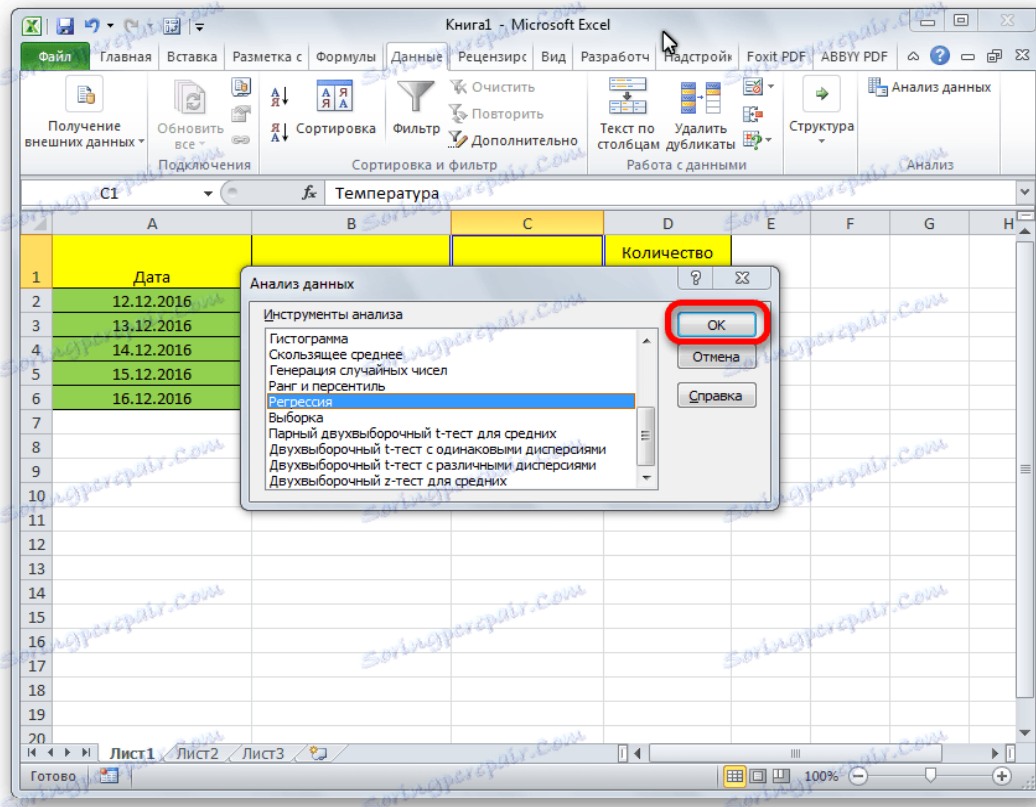


Рисунок 14.7 – Вибір регресії

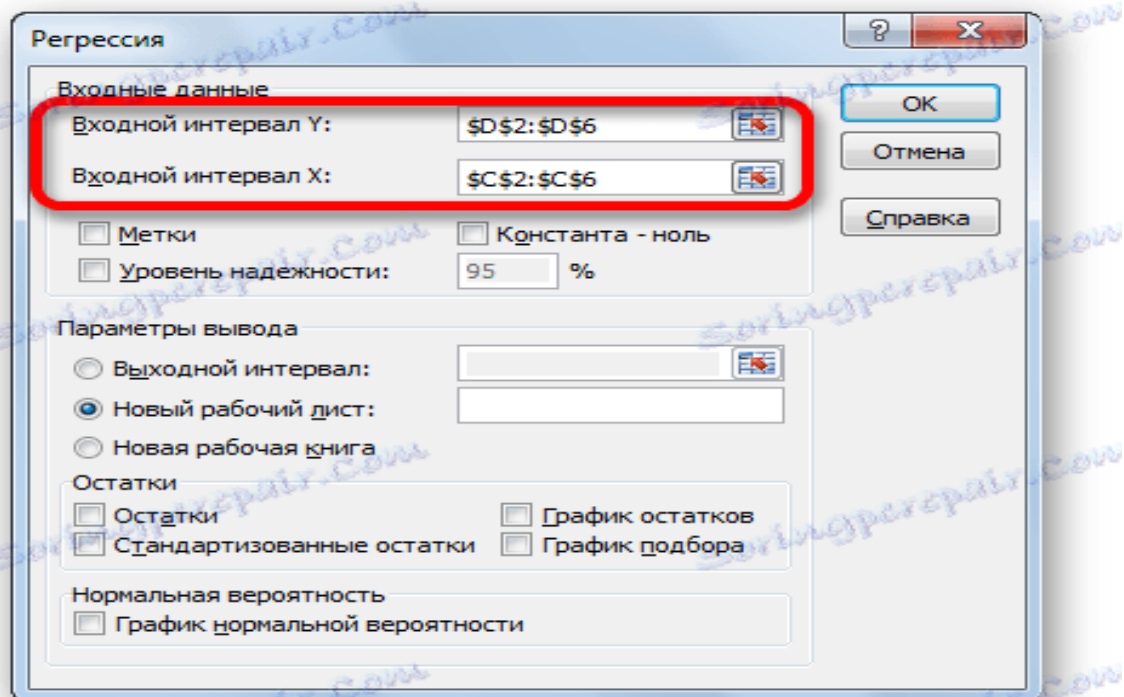


Рисунок 14.8 – Налаштування для розміщення даних

В поле «Вхідний інтервал Y» вказуємо адресу діапазону комірок, де розташовані змінні дані, вплив чинників на які ми намагаємося встановити. У нашому випадку це будуть комірок стовпчика «Кількість покупців». Адреса можна вписати вручну з клавіатури, а можна, просто виділити необхідний стовпець. Останній варіант набагато простіше і зручніше.

В поле «Вхідний інтервал X» вводимо адресу діапазону комірок, де знаходяться дані того фактора, вплив якого на змінну ми хочемо встановити. Як говорилося вище, нам потрібно встановити вплив температури на кількість покупців магазину, а тому вводимо адресу осередків в стовпці «Температура». Це можна зробити тими ж способами, що і в поле «Кількість покупців».

За допомогою інших налаштувань можна встановити мітки, рівень надійності, константу-нуль, відобразити графік нормальної ймовірності, і виконати інші дії. Але, в більшості випадків, ці настройки змінювати не потрібно. Єдине на що слід звернути увагу, так це на параметри виведення.

За замовчуванням висновок результатів аналізу здійснюється на іншому аркуші, але переставивши перемикач, ви можете встановити висновок в зазначеному діапазоні на тому ж аркуші, де розташована таблиця з вихідними даними, або в окремій книзі, тобто в новому файлі.

Далі тиснемо на кнопку «ОК». Отримаємо результати (див. рис. 14.9).

Регрессионная статистика						
Множественный R		0,839793663				
R-квадрат		0,705253396				
Нормированный R-кв		0,607004528				
Стандартная ошибка		4,237911402				
Наблюдения		5				


  

Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	1	128,9203209	128,9203209	7,178234331	0,075098537	
Остаток	3	53,87967914	17,95989305			
Итого	4	182,8				

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние
Y-пересечение	58,04010695	4,266145634	13,60481145	0,000859033	44,46332754	71,616
Переменная X 1	1,312834225	0,490005635	2,67922271	0,075098537	-0,246582397	2,8722

Рисунок 14.9 – Результат



Тобто рівняння лінійної регресії:

$$Y = 58,04 + 1,31x$$

### ***Розбір результатів аналізу***

Результати регресійного аналізу виводяться у вигляді таблиці в тому місці, яке зазначено в налаштуваннях.

Одним з основних показників є *R*-квадрат. У ньому вказується якість моделі. У нашому випадку даний коефіцієнт дорівнює 0,705 або близько 70,5%. Це прийнятний рівень якості. Залежність менше 0,5 - є поганим рівнем.

Ще один важливий показник розташований в осередку на перетині рядка «*Y-перетин*» і шпальти «*Коефіцієнти*». Тут вказується яке значення буде у *Y*, а в нашому випадку, це кількість покупців, при всіх інших факторах рівних нулю. У цій таблиці дане значення дорівнює 58,04.

## **14.4 Організація експерименту**

Питання організації експериментальних досліджень процесів стають все більш актуальними, що пов'язано зі зростаючими вимогами до одержуваної інформації. Так як проведення досліджень у виробничих умовах не завжди можливо і економічно виправдано, то коректна постановка дослідів в лабораторних умовах повинна ґрунтуватися на законах теорій подібності і моделювання. Процеси пластичної формозміни характеризуються складністю явищ, що здійснюються, а також залежать від геометричних і силових факторів, структурних особливостей, температури і т.і. Тому оптимальне проведення експерименту часто неможливо без використання сучасних статистичних методів. Експериментальні дослідження постійно ускладнюються і їх реалізація стає скрутної без застосування сучасних методів планування, управління і контролю.

### **14.4.1 Постановка дослідження в зв'язку з особливостями процесів**

Перш ніж приступити до проведення того чи іншого дослідження, необхідно провести інформаційний пошук, за результатами якого уточнюються основні чинники, що визначають закономірності даного процесу і вибирається методика проведення досліджень. Розглянемо деякі загальні питання постановки експериментальних досліджень, пов'язаних з особливостями вивчення пластичного формозміни.

*Вибір методу.* Для того щоб коректно вирішити поставлене завдання необхідно правильно вибрати експериментальний метод. У ряді



випадків цьому питанню не приділяється належної уваги. Дослідники керуються або особистими схильностями, або поглядами, які склалися історично. Це призводить до отримання надлишкової або, навпаки, недостатньої інформації, подорожчання і ускладнення експерименту, а іноді і до помилкових результатів. Визначальним фактором при виборі методу є та експериментальна інформація, яку необхідно отримати.


Мета експерименту значною мірою зумовлює фізичний зміст результатів вимірювання, а це в свою чергу впливає на вибір методу. Так, якщо вивчається зміна геометричних параметрів процесу (наприклад, дуга захоплення при прокатці, витяжка і розширення при куванні і прокатці тощо), то доцільно отримувати первинні дослідні дані у вигляді переміщень, тому в даному випадку обґрунтовано застосування геометричних методів.

Задачі про глибину проникнення пластичних деформацій, форму і розміри фактичного осередка деформацій, нерівномірності розподілу тощо вимагають оцінки деформованого стану. Тут первинні експериментальні дані бажано отримувати у вигляді деформацій за допомогою поляризаційно-оптичного методу, який безпосередньо визначає різницю головних деформацій або геометричних методів, що дозволяють отримати частинні похідні переміщень по координатах.

Поляризаційно-оптичний метод більш точний і наочний, але не може бути застосованим для вивчення ряду процесів, що протікають при підвищених температурах, вимагає використання спеціальної апаратури і матеріалів. Відзначимо, що якщо вихідна інформація отримана у вигляді переміщень, то точність визначення компонент деформованого стану знижується через наявність проміжних операцій диференціювання. При аналізі міцності і пластичності в загальному випадку необхідно знати не тільки деформований, а й напружений стан.

У пластичній області інформацію про напружений стан можна отримати за допомогою методів фотопластичності або вимірювання твердості при пружному деформуванні; хороші результати дають методи фотопружності та тензометрія. Використання інших експериментальних методів пов'язано, як правило, з введенням додаткових припущень і складною математичною обробкою, що призводить до отримання менш достовірних результатів.

Експериментальні методи дозволяють отримувати інформацію в різному вигляді. Деякі з них, наприклад, вимірювання твердості, координатна сітка, тензометрія, визначають значення вимірюваних параметрів в дискретній формі; за допомогою методу крихких покриттів, ліній ковзання, інтерферометрії, муару отримують безперервні поля відповідних параметрів і, нарешті, поляризаційно-оптичний метод, голографія дають можливість реєструвати інформацію як в дискретній, так і в безперервній формі.



Дослідні дані, одержувані в дискретному вигляді, як правило, реєструються з більшою точністю, але вони не дають наочного уявлення про розподіл вимірюваних величин. Практичне використання такої інформації пов'язане з великою кількістю вимірювань, що призводить до збільшення трудомісткості експерименту в цілому.

Тому дискретні методи доцільно застосовувати для проведення прецизійних одиничних досліджень. Навпаки, при постановці масового експерименту краще мати дослідні дані у вигляді безперервних полів, так як вони дозволяють здійснити попередньо якісний аналіз процесу, не вдаючись до оброблення вихідної інформації. Це особливо важливо при вивченні динамічних і швидкоплинних процесів.

При постановці експерименту потрібно звернути увагу на раціональний вибір масштабу. Взагалі кажучи, бажано, щоб розміри були якомога більшими, так як при цьому спрощується процес виготовлення моделі і знижуються вимоги до абсолютної точності вимірювання. Але моделювання у збільшеному масштабі в багатьох випадках неможливо через порівняно великі розміри реальних металургійних об'єктів, крім того, потужність лабораторного обладнання і труднощі виготовлення зразків великого розміру значно обмежують вибір масштабу.

Тому зазвичай користуються зменшеними моделями. При цьому слід мати на увазі, що при надмірному зменшенні масштабу зростають вимоги до точності вимірювання, утруднюється реалізація геометричної подоби і в ряді випадків процес у модельних умовах не може бути здійсненим. Практикою моделювання процесів встановлено, що оптимальні значення геометричного масштабу лежать в межах  $1/3 \dots 1/10$ .

На закінчення відзначимо, що методи моделювання грають важливу роль при розробці нових технологічних процесів, конструкцій металургійного устаткування і оптимізації режимів обробки металів тиском.

Більш докладні відомості про теоретичні основи і практичне застосування теорії подібності та моделювання можна знайти в літературі, список якої приведений в кінці розділу.

#### **14.4.2 Визначення кількості дослідів**

При експериментальних дослідженнях важливу роль відіграють пошуки раціональної послідовності і обсягу отримання дослідних даних про параметри досліджуваного об'єкта. План експерименту бажано скласти так, щоб отримати максимум інформації при мінімальних затратах коштів і (або) часу. Розроблені в останні роки методи математичного планування експериментів дозволяють досить швидко і економно наблизитися до поставленої мети експерименту і спростити статистичну обробку результатів вимірювань. На відміну від традиційних «пасивних» статистичних методів математичне планування експерименту є активною



процедурою, яка визначає досить жорстку схему проведення випробувань і аналізу отриманих даних.

*Визначення числа дослідів.* При постановці будь-якого дослідження перед експериментатором виникає альтернатива: з одного боку, для отримання достовірних результатів потрібно провести велику кількість дослідів, з другого боку, економія коштів і часу вимагають приведення мінімально можливої кількості випробувань. Вирішення цієї проблеми ґрунтується на гіпотезі і нормальному законі розподілу результатів вимірювань, розкид яких обумовлений неминучою похибкою вибраного експериментального методу і неоднорідністю властивостей досліджуваного об'єкта.

При проведенні експерименту отримуємо набір величин  $x_1, \dots, x_n$ . Оскільки визначення величини вибіркового середньоквадратичного відхилення  $S_n$  достатньо громіздко, то при порівняно невеликому числі випробувань ( $n < 20$ ) без великих похибок розрахунок величини  $S_n$  можна здійснити за допомогою простої формули:

$$S_n = W_n / d_n, \quad (14.13)$$

де  $W_n = (x_n - x_1)$  – розмах варіювання, що дорівнює різниці крайніх значень вимірюваної величини  $x_i$ ;

$d_n$  – коефіцієнт, значення якого залежить від числа вимірювань  $n$  і знаходиться за даними, наведеними у табл. 14.4.

Таблиця 14.4 – Значення коефіцієнту  $d_n$

$n$	$d_n$	$n$	$d_n$	$n$	$d_n$
2	1,128	8	2,847	14	3,407
3	1,693	9	2,970	15	3,427
4	2,059	10	3,078	16	3,532
5	2,326	11	3,173	17	3,588
6	2,534	12	3,258	18	3,640
7	2,704	13	3,336	19	3,689

Також можна спростити оцінку меж довірчих інтервалів середньоарифметичного значення:

$$\Delta x = k_w W_n,$$

де  $k_w$  – коефіцієнт, який залежить від рівня довірчої ймовірності  $\alpha$  і його можна знайти за графіками рис. 14.10.

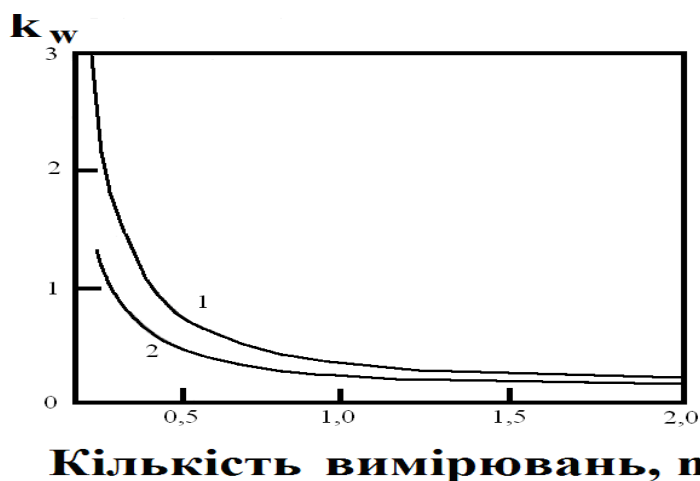


Рисунок 14.10 – Графіки зміни коефіцієнта  $k_w$  для рівня довірчої ймовірності  $\alpha = 0,99$  (1) і  $\alpha = 0,95$  (2)

Відзначимо, що ці експрес-методи дають досить точні для практики, хоча і дещо завищені в порівнянні з класичними прийомами, значення оцінок параметрів.

Значення середньоарифметичної  $\bar{x}$  величини, отриманої з обмеженого числа вимірювань  $n$ , є оцінкою істинного значення  $\bar{x}_{icm}$  і тому, можна записати:

$$\bar{x}_{ucm} = \bar{x}_n \pm \Delta x = \bar{x}_n \pm \frac{S_n t_{n-1}}{\sqrt{n}}, \quad (14.14)$$

де  $t_{n-1}$  – значення коефіцієнту Стьюдента;  $t_{n-1}$  береться з табл. 14.3 для відповідної ймовірності  $\alpha$  при числі вимірювань  $(n - 1)$ ;

$\Delta x$  – довірчий інтервал, на величину якого може відрізнятись справжнє значення  $\bar{x}_{ucm}$  від вибіркового  $\bar{x}_n$  з ймовірністю  $\alpha$ .

Наведені формули можна перетворити до вигляду, зручного для вирішення задачі про знаходження найменшої кількості випробувань, які будуть забезпечувати отримання середньоарифметичного значення із заданим максимально допустимим відхиленням  $\bar{x}$  при певній ймовірності  $\alpha$ .

Для цього необхідно провести попередні експерименти з меншим числом вимірювань  $m$ , щоб оцінити ступінь розкиду результатів експерименту. Тоді:

$$n = \left( \frac{S_m t_{m-1}}{\Delta \bar{x}} \right)^2 = \left( \frac{W_m t_{m-1}}{\alpha_m \Delta \bar{x}} \right)^2 = m \left( \frac{W_m k_w}{\Delta \bar{x}} \right)^2. \quad (14.15)$$

Достовірність, з якої можна оцінити число необхідних вимірювань  $n$ , залежить від точності визначення величини істинної



середньоквадратичної помилки  $S_{ucm}$ . Для довірчої ймовірності  $a = 0,68$ , якій відповідає довірчий інтервал, рівний  $2S$ , матимемо:

$$n = m \left[ \frac{W_m k_W}{\Delta \bar{x}} \left( 1 \pm \frac{1}{\sqrt{2n}} \right) \right]^2. \quad (14.16)$$

Ця формула дає можливість визначити необхідну кількість дослідів  $n$ , залежну від необхідної ймовірності  $a$  і від числа  $m$  попередніх випробувань.

Необхідна кількість планованих експериментів буде наступною:

$$n = \left( \frac{S_m t_{m-1}}{\Delta \bar{x}} \right)^2 \left( 1 + \frac{1}{2m} + \frac{2}{\sqrt{m}} \right). \quad (14.17)$$

Обсяг попереднього і основного експериментів визначається конкретними умовами випробувань: так, при проведенні одноразового експерименту недоцільно витратити час на велике число попередніх вимірювань; в той же час при проведенні масових однотипних випробувань збільшення кількості попередніх дослідів цілком виправдано. У будь-якому випадку оцінка необхідного числа експериментів має важливе практичне значення, так як дозволяє науково обґрунтовано вирішити питання про трудові і матеріальні витрати, необхідні для проведення планованого експерименту.

## 14.5 Математичне планування експерименту

Велика кількість експериментальних задач у хімії і хімічній технології формулюється як екстремальні задачі: визначення оптимальних умов процесу, оптимального складу композиції і т.д. Завдяки оптимальному розташуванню точок у факторному просторі й лінійному перетворенні координат, удається вирішити проблеми класичного регресійного аналізу, зокрема, кореляцію між коефіцієнтами рівняння регресії. Вибір плану визначається постановкою завдання дослідження й особливостями об'єкта. Процес дослідження звичайно розбивається на окремі етапи. Інформація, отримана після кожного етапу, визначає подальшу стратегію експерименту. В результаті цього виникає можливість оптимального керування експериментом. Планування експерименту дозволяє варіювати одночасно всі фактори й одержувати кількісні оцінки основних ефектів і ефектів взаємодії. Ефекти, що цікавлять, визначаються з меншою помилкою, ніж при традиційних методах дослідження. В остаточному підсумку застосування методів планування значно підвищує ефективність експерименту.

### 14.5.1 Елементи регресійного аналізу

Статистичні методи планування активного експерименту являються одним з емпіричних способів одержання математичного опису статистики складних об'єктів дослідження, тобто рівняння зв'язку відклику об'єкта у незалежних керованих нормованих вхідних змінних (факторів)  $\vec{z}^T = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ . При цьому математичний опис представляється у вигляді деякого полінома — відрізка ряду Тейлора, у який розкладається невідома залежність в околі основної точки  $\vec{z}_0$ :

$$M\{y\} = \varphi(z_1, z_2, \dots, z_n) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i z_i + \sum_{\substack{i;l=1 \\ i < l}}^n \beta_{il} z_i z_l + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} z_i^2 + \dots, \quad (14.18)$$

де  $\beta_i = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z_i} \right|_{\vec{z}=\vec{z}_0}$ ;  $\beta_{il} = \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_i \partial z_l} \right|_{\vec{z}=\vec{z}_0}$ ;  $\beta_{ii} = \left. \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_i^2} \right|_{\vec{z}=\vec{z}_0}$  - теоретичні коефіцієнти.

Унаслідок наявності некерованих і навіть неконтрольованих факторів зміна величини  $y$  носить випадковий характер, тому функціональна залежність  $\varphi(\vec{z})$  не дає точного зв'язку між керованими факторами та відкликом  $y_g$  об'єкта в кожному  $g$ -му досліді, а лише вказує на зв'язок між керованими факторами й математичним чеканням випадкової величини  $v$ :

$$M\{y_g\} = \varphi(\vec{z}_g) \quad (14.19)$$

Тут  $\vec{z}_g^T = (z_{1g}, z_{2g}, \dots, z_{ng})$  -  $g$ -а точка простору незалежних керованих факторів (факторного простору). У такому випадку за результатами експерименту можна отримати рівняння регресії у формі деякого полінома


$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i z_i + \sum_{\substack{i;l=1 \\ i < l}}^n b_{il} z_i z_l + \sum_{i=1}^n b_{ii} z_i^2 + \dots \quad (14.20)$$

де вибіркові коефіцієнти регресії  $b_0, b_i, b_{il}, b_{ii}$  є лише оцінками для теоретичних коефіцієнтів, відповідно  $\beta_0, \beta_i, \beta_{il}, \beta_{ii} \dots$  а  $\hat{y}$  - оцінкою для точки  $M\{y\}$ . Нехай  $\vec{z}_g (g=1, 2, \dots, N)$ -точки факторного простору, у яких виконується експеримент. Тоді задача отримання оцінок коефіцієнтів рівняння регресії (14.20) за результатами дослідів у  $N$  точках факторного простору є типовою задачею множинного регресійного аналізу в тому випадку, якщо виконуються такі передумови:

1. Результати спостережень  $y_1, y_2, \dots, y_n$  відклику в  $N$  точках факторного простору являють собою незалежні нормально розподілені випадкові величини, тобто на них впливають нормально розподілені випадкові перешкоди  $\varepsilon$  з нульовим математичним сподіванням  $M\{\varepsilon\}=0$ .

2. Дисперсії  $\sigma^2\{y_g\} (g=1, 2, \dots, N)$  рівні. Це значить, що одержувані при проведенні багаторазових повторних спостережень над величиною  $y_g$  в





$$C = \{c_{jl}\} = \begin{pmatrix} c_{00} & c_{01} & \dots & c_{0.14} \\ c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1.14} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{14.0} & c_{14.1} & \dots & c_{14.14} \end{pmatrix} \quad (14.24)$$

– матриця коефіцієнтів системи (14.24), елементи якої знаходяться таким чином:

$$c_{jl} = \sum_{g=1}^N f_{gj} f_{gl} \cdot \quad (14.25)$$

Матриця  $F=\{f_{gj}\}$  називається *матрицею незалежних змінних*, тоді  $F^T = \{f_{jg}\}$  – матриця, отримана транспонуванням матриці  $F$ , причому

$$F = \{f_{gj}\} = \begin{pmatrix} f_{10} & f_{11} & \dots & f_{1.14} \\ f_{20} & f_{21} & \dots & f_{2.14} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{N0} & f_{N1} & \dots & f_{N.14} \end{pmatrix}. \quad (14.26)$$

Можна показати, що  $C=F^T F$ .

Вільні члени  $b_j$  системи нормальних рівнянь визначаються за допомогою рівності

$$b_j = \sum_{g=1}^N f_{gj} y_g \quad (14.27)$$

Для того щоб система (14.24) мала єдиний розв'язок, необхідно й достотно, щоб матриця  $C$  була невиродженою, тобто її визначник повинен бути відмінний від нуля:  $|C| \neq 0$ . Легко показати, що ця умова зводиться до умови лінійної незалежності векторів-стовпців матриці  $F$ , тобто, для того щоб система (14.26) мала єдиний розв'язок, необхідно, щоб вектори-стовпці матриці  $F$  були лінійно незалежні. Аналіз розв'язання системи (14.24), можна записати, наприклад, за формулою Крамера

$$b_l = |C_l| / |C| \quad (l = 0, 1, 2, \dots, 14) , \quad (14.28)$$

де  $|C_l|$  - визначник, що виходить з  $|C|$  при заміні елементів  $c_{ji}$  1-го стовпця відповідними вільними членами  $b_j$ , показує, що значення коефіцієнтів  $b_l$  залежать від кількості рівняння регресії, тобто збільшення чи зменшення числа членів рівняння впливає на значення коефіцієнтів усіх включених у рівняння членів. Така невизначеність в оцінюванні коефіцієнтів регресії дуже ускладнює їх фізичну інтерпретацію. У тому випадку, коли матриця  $C$  діагональна, тобто виконується умова

$$c_{jl} = \sum_{g=1}^N f_{gj} f_{gl} = 0 \quad \text{при } j \neq l \quad (14.29)$$

система (14.24) розпадається на незалежні нормальні рівняння:



$$\left. \begin{aligned} c_{00}b_0 &= \alpha_0, \\ c_{11}b_1 &= \alpha_1 \\ \dots\dots\dots \\ c_{14.14}b_{14} &= \alpha_{14} \end{aligned} \right\}, \quad (14.30)$$

розв'язок яких знаходиться зі співвідношення

$$b_j = \alpha_j / c_{jj} (j = 0,1,2,\dots,14) \quad (14.31)$$

При цьому вдається уникнути невизначеності, пов'язаної з неоднозначним оцінюванням коефіцієнтів регресії. Необхідно відзначити, що співвідношення (14.31) - це умова ортогональності векторів-стовпців матриці  $F$  незалежних змінних. Таким чином, для одержання незалежних одна від одної оцінок коефіцієнтів регресії потрібно спланувати експеримент так, щоб виконувалися умови лінійної незалежності й ортогональності векторів-стовпців матриці  $F$  незалежних змінних, так званої, *матриці планування (МП)*.

## 14.6 Повний та дробовий факторні експерименти

### 14.6.1 Повний факторний експеримент

Для побудови лінійних і неповних статичних математичних моделей застосовують повний факторний експеримент (ПФЕ), що володіє ортогональною матрицею планування. При плануванні за схемою ПФЕ реалізуються всі можливі комбінації факторів на всіх обраних для дослідження рівнях. Необхідна кількість дослідів  $N$  при ПФЕ визначається за формулою:

$$N = n^k,$$

де  $n$  — кількість рівнів;  $k$  — кількість факторів.

Якщо експерименти виконується тільки на двох рівнях, при двох значеннях факторів і при цьому в процесі експерименту здійснюються всі можливі комбінації з  $k$  факторів, то постановка дослідів за таким планом називається **повним факторним експериментом** типу  $2^k$ .

Рівні факторів являють собою границі досліджуваної області за даним технологічним параметром.

Наприклад, вивчається вплив на ступінь видобування міді в розчин зі зразка ґрунту ( $y$ , %) трьох факторів: інтенсивності ультразвукового впливу ( $z_1$ ) в діапазоні 0,10-0,30 Вт/см<sup>3</sup>, частоти ( $z_2$ ) 18-47 кГц і часу обробки ( $z_3$ ) 1-15 хв. Верхній рівень за інтенсивністю ультразвуку  $z_1^{\max}$  дорівнює 0,30 Вт/см<sup>3</sup>, нижній  $z_1^{\min}$  дорівнює 0,10 Вт/см<sup>3</sup>. Тоді для  $z_1$  маємо

$$z_1^0 = \frac{z_1^{\max} + z_1^{\min}}{2} = 0.20 \text{ Bm/cm}^3$$

$$\Delta z_1 = \frac{z_1^{\max} - z_1^{\min}}{2} = 0.10 \text{ Bm/cm}^3.$$

Узагалі для будь-якого фактора  $z_j$

$$z_j^0 = \frac{z_j^{\max} + z_j^{\min}}{2}; j = 1, 2, \dots, k \quad (14.32)$$

$$\Delta z_j = \frac{z_j^{\max} - z_j^{\min}}{2}. \quad (14.33)$$

Точка з координатами  $(z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0)$  називається *центром плану*, іноді її називають *основним рівнем*,  $\Delta z_j$ -одиниця варіювання, чи *інтервал варіювання*, по осі  $z_j$ . Від системи координат  $z_1, z_2, \dots, z_k$  перейдемо до нової безрозмірної системи координат  $x_1, x_2, \dots, x_k$  шляхом такого лінійного перетворення координат:

$$x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}; j = 1, 2, \dots, k \quad (14.34)$$

У безрозмірній системі координат верхній рівень дорівнює +1, нижній рівень – 1, координати центра плану дорівнюють нулю і збігаються з початком координат. У розглянутому прикладі  $k=3$ . Кількість можливих комбінацій  $N$  із трьох факторів на двох рівнях дорівнює  $N=2^k=2^3=8$ .

План проведення експериментів (матриця планування) записується у вигляді таблиці (табл. 14.5).

Таблиця 14.5 – Повний факторний експеримент  $2^3$

Фактори в натуральному масштабі				Фактори в безрозмірній системі координат			
Номер досліджу	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
1	0.10	18	1	-1	-1	-1	22
2	0.30	18	1	+1	-1	-1	35
3	0.10	47	1	-1	+1	-1	30
4	0.30	47	1	+1	+1	-1	45
5	0.10	18	15	-1	-1	+1	50
6	0.30	18	15	+1	-1	+1	58
7	0.10	47	15	-1	+1	+1	40
8	0.30	47	15	+1	+1	+1	54



Кодований план (табл. 14.5) геометрично може бути інтерпретований у вигляді куба рис. 14.11, вісім вершин якого являють собою вісім експериментальних точок.

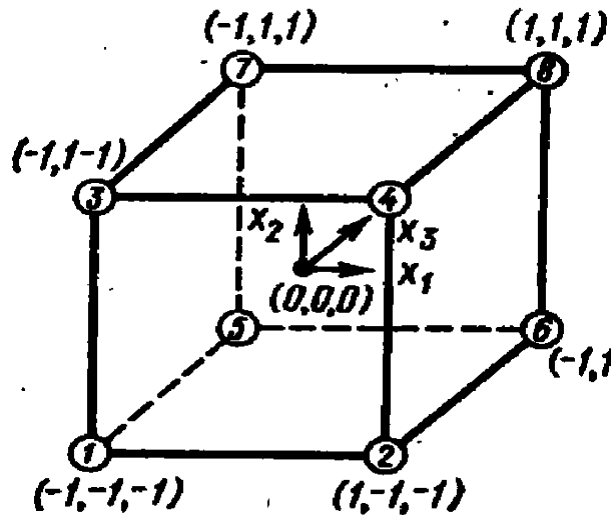


Рисунок 14.11 – Повний факторний експеримент  $2^3$

Введемо в ПФЕ  $2^3$  (табл. 14.6) стовпець так званої фіктивної змінної  $x_0 = 1$ .

Таблиця 14.6 – Матриця планування з фіктивною перемінною

Номер дослідів	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
1	+1	-1	-1	-1	22
2	+1	+1	-1	-1	35
3	+1	-1	+1	-1	30
4	+1	+1	+1	-1	45
5	+1	-1	-1	+1	50
6	+1	+1	-1	+1	58
7	+1	-1	+1	+1	40
8	+1	+1	+1	+1	54

Наведена в табл. 14.6 – матриця планування має такі властивості:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N x_{gi}x_{ji} &= 0 \quad g \neq j; u,j = 0, 1, \dots, k; \\
\sum_{i=1}^N x_{ji} &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, k; \quad j \neq 0; \\
\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 &= 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, k; \quad j \neq 0,
\end{aligned}
\tag{14.35}$$

де  $k$  – кількість незалежних факторів;  $N$  – кількість дослідів у матриці планування.

Перша властивість (14.18) – рівність нулю скалярних добутків усіх вектор-стовпець називається *властивістю ортогональності* матриці планування.

Ця властивість різко зменшує труднощі, пов'язані з розрахунком коефіцієнтів рівняння регресії, тому що матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь ( $X^T X$ ) стає діагональною і її діагональні елементи дорівнюють кількості дослідів у матриці планування  $N$ .

Коефіцієнти рівняння регресії за методом найменших квадратів визначаються таким чином:

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

Матриця моментів ( $X^T X$ ), що відповідає даним табл. 14.2, має вигляд:

$$(X^T X) = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^8 x_{0i}^2 & \sum_{i=1}^8 x_{0i}x_{1i} & \sum_{i=1}^8 x_{0i}x_{2i} & \sum_{i=1}^8 x_{0i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^8 x_{1i}x_{0i} & \sum_{i=1}^8 x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^8 x_{1i}x_{2i} & \sum_{i=1}^8 x_{1i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^8 x_{2i}x_{0i} & \sum_{i=1}^8 x_{2i}x_{1i} & \sum_{i=1}^8 x_{2i}^2 & \sum_{i=1}^8 x_{2i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^8 x_{3i}x_{0i} & \sum_{i=1}^8 x_{3i}x_{1i} & \sum_{i=1}^8 x_{3i}x_{2i} & \sum_{i=1}^8 x_{3i}^2 \end{pmatrix}.$$

З огляду на властивості (14.4), одержимо:

$$(X^T X) = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.
\tag{14.36}$$



Матриця, зворотна матриці моментів  $(X^T X)^{-1}$ , дорівнює:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{pmatrix} \quad (14.37)$$

і

$$(X^T Y) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_{0i} y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{2i} y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{3i} y_i \end{bmatrix}. \quad (14.38)$$

Таким чином:

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_{0i} y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{2i} y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{3i} y_i \end{bmatrix}. \quad (14.39)$$

Отже, будь-який коефіцієнт рівняння регресії  $b_j$  визначається скалярним добутком стовпця  $u$  на відповідний стовець  $x_j$ , розділеним на кількість дослідів у матриці планування  $N$ :

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ji} y_i \quad (14.40)$$

Користуючись планом, (див. табл. 2.1), спочатку обчислимо коефіцієнти лінійного рівняння регресії

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3. \quad (14.41)$$

Наприклад, для визначення коефіцієнта  $b_1$  при  $x_1$  необхідно одержати суму добутків:

$$\begin{array}{c}
 x_1 \quad y \\
 \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 22 \\ 35 \\ 30 \\ 45 \\ 50 \\ 58 \\ 40 \\ 54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 \\ +35 \\ -30 \\ +45 \\ -50 \\ +58 \\ -40 \\ +54 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i = 50$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i}{8} = \frac{50}{8} = +6,25$$

Аналогічно одержимо  $b_0=+4175$ ;  $b_2= +0,50$ ;  $b_3=+8,75$ . Якщо в розгляд увести більш повне рівняння регресії з коефіцієнтами взаємодії:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3, \quad (14.42)$$

то для визначення коефіцієнтів  $b_{12}$ ,  $b_{13}$ ,  $b_{23}$  (ефектів парної взаємодії) і  $b_{123}$  (ефекту потрійної взаємодії) необхідно розширити матрицю (табл. 14.6), веденням додаткових даних (табл. 14.7).

Ефекти взаємодії визначаються аналогічно лінійним ефектам і дорівнюють  $b_{12}=+1,00$ ,  $b_{13}= -0,75$ ,  $b_{23}= -9,50$ ,  $b_{123}= +0,50$ .

Таблиця 14.7 – Розширена матриця планування повного факторного експерименту  $2^3$

Номер дослідів	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 * x_2$	$x_1 * x_3$	$x_2 * x_3$	$x_1 * x_2 * x_3$	$y$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	22
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	35
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	30
4	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	45
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	50
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	58
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	40
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	54

Якщо поставити додатково паралельні досліді, можна визначити  $s_{\text{вiдмв.}}^2$ , перевірити значущість коефіцієнтів регресії і за наявності степенів вольності – адекватність рівняння.

У зв'язку з тим що коваріаційна матриця  $(X^T X)^{-1}$  для спланованого експерименту – матриця діагональна, коефіцієнти рівняння регресії некорельовані між собою. Значущість коефіцієнтів рівняння регресії можна перевіряти для кожного коефіцієнта окремо за критерієм Стюдента. Виключення з рівняння регресії (14.42) незначущого коефіцієнта не позначиться на інших коефіцієнтах. При цьому вибіркові коефіцієнти  $b_j$  виявляються так званими *незмішаними оцінками* для відповідних генеральних коефіцієнтів:

$$b_j \rightarrow \beta_j, \quad (14.43)$$

тобто величини коефіцієнтів рівняння регресії характеризують внесення кожного фактора у величину  $y$ . Діагональні елементи коваріаційної матриці рівні між собою, тому всі коефіцієнти рівнянь (14.42) визначаються за допомогою формули:

$$s_{b_j} = \frac{s_{\text{вiдмв.}}}{\sqrt{N}}. \quad (14.44)$$

Наприклад, у центрі плану поставлені додатково три паралельних досліді й отримані такі значення  $y$ :

$$y_1^0 = 46,3; \quad y_2^0 = 46,9; \quad y_3^0 = 47,1$$

$$\bar{y}^0 = \frac{\sum_{u=1}^3 y_u^0}{3} = 46,8$$

$$s_{\text{вiдмв.}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^3 (y_u^0 - \bar{y}^0)^2}{2} = 0,17; \quad s_{\text{вiдмв.}} = 0,42$$

$$s_{b_j} = \frac{0,42}{\sqrt{8}} = 0,15$$

Оцінимо значущість коефіцієнтів за критерієм Стюдента:

$$t_j = \frac{|b_j|}{s_{b_j}},$$

Таблиця 14.8 – Результати визначення за критерієм Стьюдента

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_{12}$	$t_{15}$	$t_{23}$	$t_{123}$
283,64	42,46	3,40	59,44	6,79	5,10	64,54	3,40

Табличне значення критерію Стьюдента для рівня значущості  $p=0,05$  і числа степенів вольності  $f=2$  -  $t_p(f)=4,3$ . Таким чином, коефіцієнти  $b_2$  і  $b_{123}$  незначущі і їх потрібно виключити з рівняння. Статистична незначущість оцінки  $b_j$  коефіцієнта регресії може бути обумовлена такими причинами:

1) даний  $j$ -й фактор не має функціонального зв'язку з відкликом  $y$ , тобто  $\beta_j=0$ ;

2) рівень  $z_{i0}$  базового режиму  $z_0$  знаходиться в точці частого екстремуму функції відклику за фактором  $z_i$  і тоді  $\beta_i = \frac{\partial y}{\partial z_i} = 0$ ;

3) інтервал варіювання  $\Delta z_i$  взятий невеликим;

4) унаслідок впливу некерованих і неконтрольованих факторів виявляється велика помилка відтворюваності експерименту.

Ортогональне планування дозволяє визначати довірчі границі незалежно для кожного з коефіцієнтів регресії. Тому, якщо яка-небудь з оцінок коефіцієнтів виявиться незначущою, то її можна відкинути без перерахування всіх інших. Після цього математичну модель об'єкта складають у вигляді рівняння зв'язку відклику  $y$  і факторів  $z_i$ , що включає тільки значущі оцінки коефіцієнтів.

Після виключення незначущих коефіцієнтів рівняння регресії має вигляд

$$\hat{y} = 41,75 + 6,25x_1 + 8,75x_3 + 1,00x_1x_2 - 0,75x_1x_3 - 9,5x_2x_3$$

Перевірку адекватності отриманого рівняння проводять за критерієм Фішера:

$$F = \frac{s_{\text{зал}}^2}{s_{\text{відм}}^2}$$

$$s_{\text{зал}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - l} = \frac{4,00}{2,00} = 2,00; \quad s_{\text{відм}}^2 = 0,42$$

$$F = \frac{2,00}{0,42} = 4,80.$$

$l$  – кількість значущих коефіцієнтів у рівнянні регресії, дорівнює 6. Табличне значення критерію Фішера для  $p=0,05$ ,  $f_1=6$ ;  $f_2=2$   $F_{1-p}(f_1, f_2)=19,3$ ,  $F < F_{1-p}(f_1, f_2)$ . Отже, отримане рівняння регресії адекватно описує експеримент.

## 14.6.2 Дробовий факторний експеримент

У багатьох практичних задачах ідентифікації впливу взаємодій (добутків факторів) другого й вищого порядків відсутній або незначно малий. Крім того, на перших етапах дослідження часто потрібно одержати в першому наближенні лише лінійну апроксимацію досліджуваного рівняння зв'язку при мінімальній кількості дослідів. Тому неефективно використовувати ПФЕ для оцінювання коефіцієнтів лише при лінійних членах і деяких парних добутках через реалізацію великої кількості варіантів варіювання ( $2^n$ ), особливо при великій кількості факторів  $n$ . При лінійному зростанні кількості незалежних факторів кількість варіантів варіювання для ПФЕ зростає за показниковим законом, у результаті чого на перевірку гіпотези про адекватність залишаються зайвими багато степенів вольності.

*Дробовим факторним експериментом* (ДФЕ) називається експеримент, що реалізує частину (дробову репліку) повного факторного експерименту. ДФЕ дозволяє одержати, наприклад, лінійне наближення шуканої функціональної залежності  $M\{y\}=\varphi(x)$  у деякому невеликому околу точки базового режиму при мінімумі дослідів.

Для розв'язання трифакторної ( $n = 3$ ) задачі регресії в лінійному наближенні можна обмежитися чотирма варіантами варіювання, якщо в планування ПФЕ типу  $2^2$  добуток  $x_1x_2$  дорівняти третьому незалежному фактору  $x_3$ . Таке планування, зображене у вигляді матриці (табл. 14.9), дозволяє знайти вільний член  $b_0$  і три оцінки коефіцієнтів регресії при лінійних членах  $b_1, b_2, b_3$  (з чотирьох дослідів не можна одержати більш чотирьох оцінок коефіцієнтів регресії).

Застосування ДФЕ завжди пов'язане зі змішуванням, тобто зі спільним оцінюванням декількох теоретичних коефіцієнтів математичної моделі. У розглянутому випадку, якщо коефіцієнти регресії  $\beta_{ij}$  при парних добутках відмінні від нуля, кожний зі знайдених коефіцієнтів  $b_j$  служить оцінкою двох теоретичних коефіцієнтів регресії:

$$b_0 \rightarrow \beta_0 + \beta_{123}; \quad b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}; \quad b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; \quad b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$$

Дійсно, зазначені теоретичні коефіцієнти в такому плануванні не можуть бути оцінені роздільно, оскільки стовпці МП для лінійних членів і парних добутків збігаються (цілком корельовані). Розглянутий план ДФЕ містить половину плану ПФЕ типу  $2^3$  і називається *напівреплікою* від ПФЕ типу  $2^3$ , чи *плануванням типу  $N = 2^{3-1}$*  (табл. 14.9).

Для правильного планування ДФЕ необхідно використовувати всі отримані раніше зведення теоретичного й інтуїтивного характеру про об'єкт і виділити ті фактори й добутки факторів, вплив яких на відклик істотний. При цьому змішування потрібно виконувати так, щоб лінійні коефіцієнти  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$  були змішані з коефіцієнтами при взаємодіях



найвищого порядку (тому що звичайно вони в моделі відсутні), чи при тих взаємодіях, про які апріорі відомо, що вони не роблять впливу на відклик. Отже, неприпустима довільна розбивка плану ПФЕ типу  $2^3$  на дві частин для виділення напіврепліки типу  $2^{3-1}$ .

Таблиця 14.9 – Матриця планування дробового факторного експерименту  $2^{3-1}$

Номер досліджу	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 * x_2$	$x_1 * x_3$	$x_2 * x_3$	$x_1 * x_2 * x_3$
1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

При великій кількості  $p$  факторів для одержання лінійного наближення можна побудувати дробові репліки високого степеня дробовості. Так, при  $p=7$  можна скласти дробову репліку на основі ПФЕ типу  $2^3$ , дорівнявши чотири із семи факторів до взаємодій трьох інших факторів: парним і потрійному. Тип дробової репліки позначають записом  $2^{n-p}$ , якщо  $p$  факторів прирівнюють до добутоків інших  $n-p$  факторів.


План ДФЕ можна побудувати, дорівнюючи фактори різним взаємодіям (парним, потрійним і т.д), зрозуміло, при цьому змінюється система спільних оцінок теоретичних коефіцієнтів. Для одержання системи спільних оцінок й аналізу здатності дробових реплік зручно користуватися поняттями співвідношень. Співвідношення, що генерує, служить для побудови дробової репліки. Так, у розглянутому плануванні ми задавали напіврепліку плану ПФЕ типу  $2^3$  за допомогою співвідношення, що генерує,  $x_3 = x_1 x_2$ .

*Визначальним співвідношенням* називається співвідношення, що задає елементи першого стовпця матриці планування для фіктивної перемінної (усі вони завжди дорівнюють 1). Вираження визначального співвідношення в розглянутому випадку виходить множенням лівої і правої частин наведеного співвідношення, що генерує, на  $x_3$ , тобто  $1 = x_1 x_2 x_3$ , тому що завжди  $x_i^2 = 1$ .

Знання визначального співвідношення дозволяє знайти всю систему спільних оцінок без вивчення матриці планування ДФЕ. Співвідношення, що задають ці оцінки, можна знайти, послідовно перемноживши незалежні фактори на визначальне співвідношення:

$$x_0 = x_1 x_2 x_3; \quad x_1 = x_2 x_3; \quad x_2 = x_1 x_3; \quad x_3 = x_1 x_2;$$

звідси легко знайти теоретичні коефіцієнти регресії, що змішуються, і їх оцінки:


$$b_0 \rightarrow \beta_0 + \beta_{123}; \quad b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}; \quad b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; \quad b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$$

Якщо априорі можна прийняти, що коефіцієнти при всіх парних і потрійній взаємодії дорівнюють нулю, то реалізація цієї напіврепліки дозволить одержати роздільні оцінки для всіх чотирьох лінійних коефіцієнтів регресії. Здатність напівреплік, визначається їх співвідношеннями, що генерують. Роздільна здатність тим вища, чим вищий порядок взаємодій, з коефіцієнтами яких змішані лінійні коефіцієнти. Вона збільшується для головних напівреплік зі зростанням кількості незалежних факторів.

При проведенні експерименту на об'єкті дослідження реалізації плану ДФЕ нічим не відрізняється від реалізації плану ПФЕ.


Перевірку однорідності оцінок дисперсії відклику в різних точках факторного простору виконують у повній відповідності з методикою, викладеною для ПФЕ, розходження складається лише в кількості точок плану.

Процедура визначення оцінок коефіцієнтів регресії і перевірки їхньої значущості цілком збігається з процедурою, застосовуваною при дослідженні об'єкта методом ПФЕ.

Адекватність математичного опису функції відклику перевіряють тими ж методами, що застосовують для ПФЕ.

### Контрольні запитання

1. У чому полягають переваги та недоліки технології на основі центральної обробки даних?
2. Які основні завдання доводиться вирішувати при роботі з наближеними величинами?
3. Назвіть найбільш поширені способи обробки даних.
4. З'ясуйте сутність графічного способу обробки даних.
5. Назвіть сутність аналітичного способу обробки даних.
6. В якому випадку варто вдаватися до чисельного диференціювання?
7. Для чого потрібен графік апроксимуючої функції?
8. У чому полягають основні завдання статистичної обробки результатів випробувань?
9. Назвіть основні види помилок вимірів?
10. Коли виникають систематичні помилки вимірів?
11. Із скількох фаз складається Data Mining?
12. На які групи поділяються методи Data Mining?
13. Назвіть основні види регресійного аналізу.
14. У чому полягають особливості математичного планування експерименту?

- 
15. Охарактеризуйте сутність повного факторного експерименту.
  16. З'ясуйте сутність дробового факторного експерименту.

### Використана література

1. Онищенко В. О., Срібнюк С. М., Коробко Б. О., Матяш О. В. Основи наукових досліджень та науково-технічної творчості : навч. посіб. Київ : Видавництво Ліра-К, 2020. 280 с.
2. Основи наукових досліджень / О. М. Сінчук та ін. Кременчук : ПП Щербатиюх О. В., 2022. 196 с.
3. Основи технічної творчості : навчальний посібник / Ю. С. Пройдак та ін. Дніпро : Акцент ПП., 2021. 128 с.
4. Основи технічної творчості. Частина 1 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад. Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2019. 57 с.
5. Основи технічної творчості. Частина 2 : навчальний посібник для студентів спеціальності 136 – металургія (бакалаврський рівень) / уклад. Б. М. Бойченко, Л. С. Молчанов, Є. В. Синегін. Дніпро : НМетАУ, 2020. 38 с.
6. Основи технічної творчості і наукових досліджень : методичні вказівки для виконання семестрового циклу практичних робіт для студентів освітнього рівня «бакалавр» / уклад. В. В. Васильків, Л. М. Данильченко, І. Г. Ткаченко. Тернопіль : Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя , 2016. 160 с.
7. "Applied Regression Analysis and Generalized Linear Models" by John Fox.
8. Big Data: A Revolution That Will Transform How We Live, Work, and Think" by Viktor Mayer-Schönberger and Kenneth Cukier."Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models" by Andrew Gelman and Jennifer Hill.
9. "Data Mining: Concepts and Techniques" by Jiawei Han and Micheline Kamber.
10. "Design and Analysis of Experiments" by Douglas Montgomery.
11. "Introduction to Statistical Learning" by Gareth James, Daniela Witten, Trevor Hastie, and Robert Tibshirani.
12. "Excel 2016 Data Analysis and Business Modeling" by Wayne Winston. "The Art of Data Science: A Guide for Anyone Who Works with Data" by Roger D. Peng and Elizabeth Matsui.