


ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ:
методичні рекомендації до виконання
лабораторних робіт

Запоріжжя 2025



УДК 519.8:004.9(072)
Д70

Рекомендовано Науково-методичною радою
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол № 8 від 27.06.2025 р.)

Укладач

Кайдан Н.В., канд. фіз-мат. наук, доцент
Кайдан В.П. старший викладач

Д70 Дослідження операцій : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт / уклад.: Н. В. Кайдан., В. П. Кайдан. Запоріжжя : ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА». 2025. 22 с.

Методичні рекомендації містять інформацію щодо виконання лабораторних робіт із дисципліни «Дослідження операцій» із використанням інтерактивних симуляцій PhET для здобувачів освіти технічних, економічних та управлінських спеціальностей усіх форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти. Посібник спрямований на поглиблення практичних знань здобувачів освіти щодо основ моделювання, оптимізації та прийняття рішень у різних прикладних ситуаціях. Особливу увагу приділено формуванню навичок побудови моделей, аналізу результатів симуляцій, інтерпретації даних та обґрунтування вибору оптимального рішення. Використання цифрових інструментів дозволяє поєднати теоретичні підходи з динамічним візуальним досвідом, що стимулює критичне мислення, підвищує зацікавленість здобувачів освіти і сприяє більш глибокому розумінню тематики. Рекомендовано для здобувачів технічних, економічних та управлінських спеціальностей першого (бакалаврського) рівня освіти всіх форм навчання.

УДК 519.8:004.9(072)

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2025



ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	6
2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ	8
Лабораторна робота №1 Вивчення задачі рівноваги як задачі цілочисельного лінійного програмування за допомогою симуляції віртуального навчального середовища, створеного засобами PhET.colorado.edu	8
Лабораторна робота №2 Вивчення задачі потоків за допомогою симуляції віртуального навчального середовища створеного засобами Phet.colorado.edu	14
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	22



ВСТУП

Освітній компонент «Дослідження операцій» є ключовим елементом математичної та прикладної підготовки здобувачам освіти технічних, економічних та управлінських спеціальностей. Його зміст орієнтований на формування здатності аналізувати складні ситуації, будувати формалізовані математичні моделі, знаходити оптимальні рішення та обґрунтовувати їх у контексті реальних управлінських та економічних задач.

Головна мета курсу – сформувати в здобувачів освіти практичні навички застосування методів оптимізації, моделювання процесів та прийняття рішень у складних багатофакторних умовах. Засвоєння курсу «Дослідження операцій» створює основу для ефективного використання аналітичного інструментарію в професійній діяльності, що потребує раціонального управління ресурсами, стратегічного планування та оцінювання альтернатив.

Курс сприяє розвитку логічного та системного мислення, здатності працювати з великими обсягами даних, застосовувати математичні та цифрові методи для підтримки прийняття управлінських рішень. Його інтеграція з практичними задачами підвищує актуальність навчання, робить процес засвоєння матеріалу динамічним, наочним і наближеним до реальних професійних ситуацій.

Лабораторні роботи в межах дисципліни «Дослідження операцій» є важливим інструментом глибокого опрацювання теоретичних знань. Вони дозволяють здобувачам освіти закріпити матеріал через практичну реалізацію моделей, використання комп'ютерних симуляцій та цифрових рішень, що підсилює розуміння суті оптимізаційних підходів. Такі роботи сприяють розвитку самостійності, критичного мислення, вміння обґрунтовувати рішення та працювати в команді. Виконання завдань у різних форматах дає змогу здобувачам освіти набути досвіду співпраці, дискусії та аналізу альтернатив.

Міждисциплінарний зв'язок дослідження операцій, математики та фізики ґрунтується на спільному використанні методів моделювання, формалізації, аналізу систем і процесів. Усі три дисципліни мають спільне ядро – точний опис реальних явищ через математичні моделі, що



дозволяє будувати прогнози сценарії та знаходити оптимальні рішення.

Математика в цьому зв'язку відіграє фундаментальну роль як мова опису: саме через математичні моделі здійснюється аналітичний опис задач – від побудови рівнянь до оптимізаційних критеріїв. Фізика забезпечує прикладну основу – вона надає конкретні моделі процесів у природі та техніці, які можуть бути аналогами задач з оптимізації, потоків у мережах, розподілу ресурсів.

Дослідження операцій інтегрує ці компоненти: використовує математичний апарат для розв'язання практичних задач, часто за аналогією з фізичними процесами. Наприклад, оптимізація транспортних потоків схожа на аналіз електричних ланцюгів; задачі рівноваги – на механічні системи в стані балансу. Це дозволяє застосовувати фізичні інтуїції для розуміння абстрактних оптимізаційних задач і навпаки – через оптимізацію моделювати фізичні системи в управлінні, логістиці та інженерії. Такий зв'язок поглиблює системне мислення, формує здатність бачити аналогії між різними галузями знань і застосовувати міждисциплінарний підхід у вирішенні реальних проблем.

Загалом, лабораторні заняття з дисципліни спрямовані не лише на закріплення знань, а й на розвиток професійної компетентності щодо застосування дослідження операцій для вирішення актуальних економічних, логістичних та управлінських проблем. Це підвищує практичну значущість курсу та забезпечує його тісний зв'язок з реальними потребами сучасної економіки та бізнесу.



1 ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ


Лабораторні роботи в межах курсу виконуються у віртуальному середовищі, зокрема на платформі [Phet.colorado.edu](https://phet.colorado.edu), що забезпечує здобувачам освіти можливість взаємодії з математичними та економічними моделями в інтерактивному форматі. Такий формат сприяє кращому розумінню теоретичних концепцій завдяки використанню симуляцій і моделюванню практичних ситуацій.

Результати виконання лабораторних робіт подаються у вигляді звіту, який завантажується здобувачами освіти до відповідного розділу в системі Moodle. У цьому звіті необхідно показати правильність проведених обчислень, логічність побудови розв'язку задач, а також вміння аргументувати одержані результати.

Оцінювання робіт здійснюється за низкою параметрів: точністю виконаних розрахунків, рівнем обґрунтованості висновків, глибиною аналізу, а також структурованістю подачі розв'язку. За наявності в роботі додаткових графічних або геометричних елементів, що покращують розуміння змісту, вони також враховуються під час оцінювання.

Такий підхід спрямований не лише на формування практичних навичок, а й на розвиток здатності застосовувати теоретичні знання до реальних задач економіки та математики, що є необхідною складовою професійної підготовки здобувачів освіти. Для якісного виконання лабораторних завдань важливо дотримуватись установлених вимог, які сприяють ефективному засвоєнню матеріалу та розвитку аналітичного мислення.

1. До початку виконання лабораторної роботи здобувачі освіти мають ознайомитися з теоретичними відомостями, викладеними у методичних матеріалах. Усі етапи роботи необхідно виконувати згідно з поданими інструкціями, приділяючи особливу увагу правильному



налаштуванню віртуального середовища та точному вибору параметрів для моделювання.

2. Усі обчислення, що подаються в звіті, повинні бути коректними, логічно обґрунтованими та супроводжуватися поясненнями. Для перевірки результатів слід користуватися рекомендованими формулами. Звіт має бути чітко структурованим і включати такі розділи: постановка задачі, опис методики, розрахунки, інтерпретація результатів і висновки. Ілюстрації, графіки та таблиці повинні мати підписи та пояснення.

3. Звіт оформлюється в текстовому редакторі й зберігається у форматі .docx або .pdf. Після завершення його потрібно завантажити в зазначений розділ платформи Moodle у встановлений термін. Кожна робота виконується індивідуально. Заборонено використання чужих матеріалів або автоматизованих рішень без погодження з викладачем.

4. Особливе значення надається аналітичному розділу. Здобувач освіти повинен показати вміння аналізувати результати, робити обґрунтовані висновки й пропонувати шляхи удосконалення проведеного експерименту. Здача роботи має відбуватись згідно з визначеним розкладом.

5. Звіт має бути грамотно оформлений, без мовних і логічних помилок, у науковому стилі з використанням чіткої та зрозумілої мови. За потреби здобувач освіти має право внести виправлення до звіту й подати його повторно без втрати максимальної оцінки, якщо це зроблено у встановлений термін.

Дотримання цих правил забезпечить якісне опрацювання матеріалу, глибше розуміння теоретичних положень та розвиток практичних умінь, необхідних для професійної підготовки.



2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ

Лабораторна робота №1 Вивчення задачі рівноваги як задачі цілочисельного лінійного програмування за допомогою симуляції віртуального навчального середовища, створеного засобами PhET.colorado.edu


Тема: Застосування цілочисельного лінійного програмування для моделювання фізичної рівноваги сили

Мета: Сформувати практичні навички побудови математичних моделей задач цілочисельного лінійного програмування на прикладі задачі балансу сил. Навчитися інтерпретувати умову фізичної рівноваги як лінійне обмеження, добирати змінні з дискретного набору та формулювати цільову функцію оптимізації. Розвинути здатність переносити абстрактні математичні моделі в контекст прикладної симуляції.

Обладнання: Лабораторна робота проводиться у віртуальному середовищі <http://phet.colorado.edu>. Для її якісного виконання потрібно забезпечити доступ до відповідного технічного оснащення та необхідного програмного забезпечення.

1. Необхідно мати персональний комп'ютер або ноутбук з операційною системою Windows, macOS чи Linux, а також сучасний веббраузер (наприклад, Google Chrome, Mozilla Firefox, Microsoft Edge або Safari) для доступу до онлайн-ресурсів. Важливо забезпечити стабільне інтернет-з'єднання, яке дозволить безперешкодно завантажувати симуляції та працювати у віртуальному навчальному середовищі.

2. Для виконання завдань використовується інтерактивна симуляція «[Балансування](#)», що дозволяє моделювати мережеві потоки за аналогією з електричними колами та здійснювати аналіз результатів. Звіт про виконану роботу слід підготувати у текстовому редакторі (Microsoft Word, Google Docs або іншому подібному), детально відображаючи всі



етапи проведення роботи, виконані обчислення та сформульовані висновки.

3. Також необхідно мати методичні рекомендації, у яких подано детальні інструкції до виконання лабораторної роботи, визначено її мету, послідовність дій і наведено формули, що використовуються для проведення розрахунків.

Комплексне забезпечення зазначеними ресурсами сприяє успішному виконанню лабораторної роботи, даючи здобувачам освіти змогу повноцінно реалізувати поставлені завдання, провести ґрунтовний аналіз результатів і коректно оформити їх у відповідному форматі.

Хід і результати роботи:

1. Ознайомитись з наведеним теоретичним матеріалом за темою:

Лінійне програмування – це метод оптимізації, що дозволяє знаходити найкраще значення цільової функції (наприклад, мінімум затрат), за умови виконання лінійних обмежень. Загальний вигляд задачі лінійного програмування:

Мінімізувати або максимізувати функцію:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

При обмеженнях:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

...

$$x_i \geq 0$$

У задачах цілочисельного програмування деякі або всі змінні повинні набувати лише цілочисельних значень, що відображає реальні обмеження (наприклад, маса, кількість об'єктів, транспортні одиниці). Такі задачі складніші й розв'язуються спеціальними методами.

У фізиці момент сили визначається як добуток сили на плече:

$$M = F \times d$$



Для рівноваги балки:

$$\sum(m_i \times d_i) = 0$$

де m_i – маса тіла на відстані d_i від центру.


Це співвідношення лягає в основу лінійного обмеження.

Зв'язок між фізикою та лінійним програмуванням полягає у використанні схожих принципів оптимізації, рівноваги та обмежень. У фізиці багато задач описують системи, які прагнуть до стану мінімуму енергії або до рівноваги сил – це прямо співвідноситься з ідеєю оптимізації в лінійному програмуванні, де шукають найкраще значення цільової функції при заданих обмеженнях. Наприклад, у задачах рівноваги сил вивчається баланс між взаємодіючими тілами, тоді як у лінійному програмуванні розглядається баланс між ресурсами. Обидві області працюють із системами рівнянь або нерівностей, використовують матричні представлення та графічні методи, що дозволяє переносити концепції з фізичного моделювання у математичні задачі оптимізації. Через це фізичні симуляції можуть бути наочним інструментом для пояснення абстрактних понять з дослідження операцій.

Приклад: На підприємстві здійснюється завантаження грузу на платформу для транспортування. Платформа є балкою, закріпленою в центрі, і потребує рівномірного розміщення вантажів для збереження рівноваги під час руху.

Є чотири позиції для розміщення вантажів на фіксованих відстанях від центра балки: -1.5 м, -0.5 м, $+1$ м і $+2$ м (знаки показують різні сторони від центра). Для кожної позиції доступно вибрати один із вантажів масою 5, 10, 15 або 20 кг.

Необхідно визначити, яку масу розмістити в кожній із зазначених точок, щоб забезпечити ідеальне балансування балки і водночас мінімізувати сумарну масу всіх вантажів, щоб зменшити витрати на транспортування.



Задача формалізується як задача лінійного програмування з обмеженням на момент рівноваги та ціллю – мінімізацією загальної маси.

Розв’язання: Нехай маємо такі змінні:

x_1, x_2, x_3, x_4 – маси вантажів, що розміщуються на точках на відстанях:

$$\begin{aligned}d_1 &= -1.5, & d_3 &= +1, \\d_2 &= -0.5, & d_4 &= +2 \text{ (усі в метрах від центру балки).}\end{aligned}$$

Математична модель

Цільова функція (мінімізуємо загальну масу вантажів):

$$\min Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

Обмеження рівноваги (сумарний момент повинен бути нульовим):

$$-1.5x_1 - 0.5x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$$

Обмеження на маси вантажів (допускаються тільки фіксовані значення): $x_i \in \{5, 10, 15, 20\}, i = 1..4$

Це цілочислова задача з дискретними змінними. Розв’язується методами цілочисельного лінійного програмування або повним перебором із перевіркою умови рівноваги.

У цій задачі розглядається класична ситуація з фізики – досягнення рівноваги балки під дією кількох вантажів, які розміщуються на певних відстанях від центру. Кожен вантаж створює момент відносно центра, і задача полягає у підборі таких мас вантажів, щоб сумарний момент дорівнював нулю, тобто щоб система перебувала в стані рівноваги. Водночас потрібно мінімізувати загальну масу, яку використовують.

З точки зору дослідження операцій, така задача моделюється як цілочисельна задача лінійного програмування. Її особливість – у використанні дискретних змінних, що можуть набувати лише певних фіксованих значень (наприклад, 5, 10, 15, 20 кг). Це суттєво ускладнює розв’язання порівняно зі звичайним лінійного програмування, де змінні можуть бути довільними дійсними числами.

Формально модель має одну лінійну цільову функцію (мінімізація

суми мас) та одне лінійне рівняння як обмеження рівноваги (баланс моментів). Однак саме обмеження цілочисельності й фіксованого набору допустимих значень для змінних перетворює її на комбінаційну задачу, що потребує специфічних методів розв'язування.

Ця задача добре ілюструє зв'язок фізичних законів (рівновага моментів) із математичним моделюванням, а також демонструє важливість оптимізаційних підходів у прийнятті рішень з обмеженими ресурсами. Вона є цінною у навчанні як інженерів, так і економістів, бо навчає мислити в категоріях моделей, обмежень та цілей.

2. Перейти за посиланням

https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_all.html?locale=uk

Перейдіть у режим «Лабораторія рівноваги» для повного контролю над масами та позиціями.

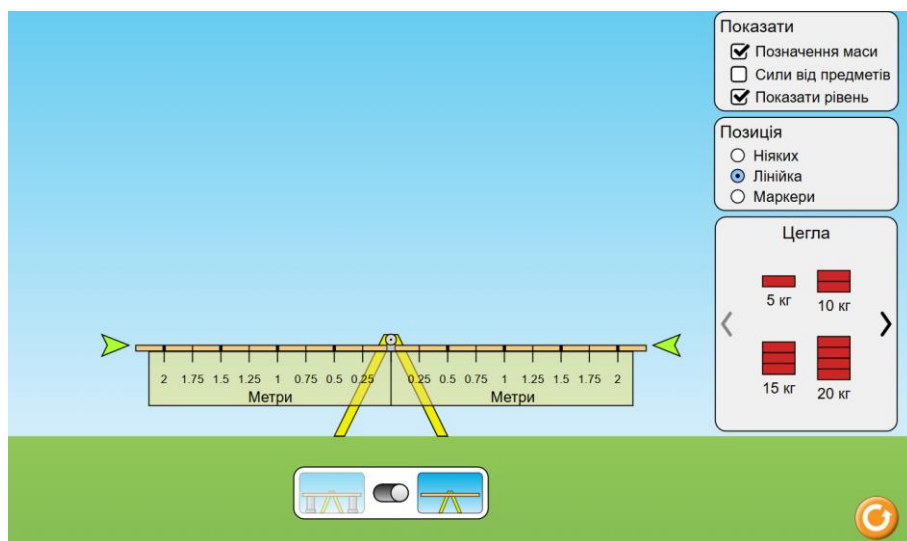


Рисунок 1.1 - Приклад скрина симуляції (початкова позиція)

Дослідіть, як змінюється положення балки при розміщенні мас різної ваги на різних відстанях від центру.

Зверніть увагу на те, як симуляція візуалізує моменти сил (довжина стрілки, напрямок).

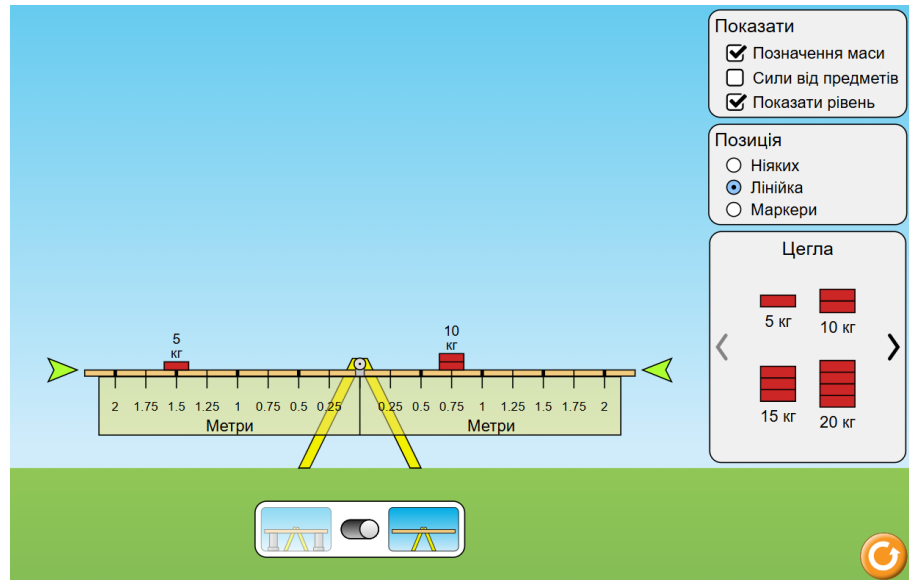


Рисунок 1.2 - Приклад скрина симуляції (позиція рівноваги)

Додайте до звіту скрини (2-3 шт.), що підтверджують виконання завдання.


3. Виходячи із наданих параметрів за допомогою математичної моделі з нашого прикладу заповнити третій стовпчик таблиці 1.1 та зробити математичну модель та виконати розрахунки з визначення невідомого параметру та заповнити п'ятий стовпчик таблиці 1.1:

Таблиця 1.1

№	m_i , КГ	x_i , М	m_i , КГ	x_i , М
1	5		20	
2	10		15	
3	15		10	
4	20		10	

4. Перевірити отримані результати розрахунків в п. 3 за допомогою симуляції та підтвердити це за допомогою скринів екрану (один скрин на один дослід), зробіть висновок

5. Підготувати звіт та надати його для перевірки.



Лабораторна робота №2 Вивчення задачі потоків за допомогою симуляції віртуального навчального середовища створеного засобами Phet.colorado.edu

Тема: Ілюстрація потоків у графах. Аналогія між електричними колами та мережами потоків.


Мета: Навчитися моделювати потоки в мережах на основі аналогії з електричними колами. Засвоїти принципи задачі про максимальний потік і найкоротший шлях, використовуючи струм як потік, опір як вартість, а ланцюг як маршрут.

Обладнання: Лабораторна робота проводиться у віртуальному середовищі <http://phet.colorado.edu>. Для її якісного виконання потрібно забезпечити доступ до відповідного технічного оснащення та необхідного програмного забезпечення.

1. Необхідно мати персональний комп'ютер або ноутбук з операційною системою Windows, macOS чи Linux, а також сучасний веббраузер (наприклад, Google Chrome, Mozilla Firefox, Microsoft Edge або Safari) для доступу до онлайн-ресурсів. Важливо забезпечити стабільне інтернет-з'єднання, яке дозволить безперешкодно завантажувати симуляції та працювати у віртуальному навчальному середовищі.

2. Для реалізації завдань застосовується інтерактивна симуляція «[Лабораторія електрики: Постійний струм](#)», яка дозволяє візуалізувати потоки в мережах за аналогією з електричними колами та проводити їх аналітичне опрацювання. Звіт оформлюється у текстовому редакторі (Microsoft Word, Google Docs або інші), де слід структуровано подати всі етапи виконання роботи, необхідні розрахунки й обґрунтовані висновки.

3. Також необхідно мати методичні рекомендації, у яких подано детальні інструкції до виконання лабораторної роботи, визначено її мету, послідовність дій і наведено формули, що використовуються для проведення розрахунків.



Комплексне забезпечення зазначеними ресурсами сприяє успішному виконанню лабораторної роботи, даючи здобувачам освіти змогу повноцінно реалізувати поставлені завдання, провести ґрунтовний аналіз результатів і коректно оформити їх у відповідному форматі.

Хід і результати роботи:

1. Ознайомитись з наведеним теоретичним матеріалом за темою:

Вивчення теми пошуку найкоротших відстаней між вершинами графа є ключовим для розуміння широкого класу задач оптимізації, що мають прикладне значення у транспортній логістиці, телекомунікаційних мережах, енергетичних системах, робототехніці, економічному моделюванні та багатьох інших сферах. Уміння ефективно знаходити найкоротші шляхи дозволяє приймати обґрунтовані рішення, мінімізуючи витрати ресурсів, часу або енергії. Окрім практичної значущості, ця тема формує у здобувачів освіти навички абстрактного мислення, аналітичного підходу та опанування алгоритмічного апарату, що є основою для подальшого вивчення більш складних методів дослідження операцій та комп'ютерного моделювання.

Розглянемо задачу знаходження найкоротших шляхів і відповідних відстаней від заданої вершини графа (припустимо, що це вершина з номером 1) до всіх інших. Для виконання такого пошуку необхідно, щоб існував принаймні один шлях від вершини 1 до кожної іншої – тобто граф має бути зв'язним.

Спочатку зосередимося на найпоширенішому випадку, коли всі ваги ребер графа невід'ємні. У такій ситуації найбільш ефективним і відомим методом розв'язання є алгоритм Дейкстри. Його основна ідея полягає в тому, щоб спочатку задати нескінченні значення відстаней до всіх вершин, окрім вихідної, а потім поетапно оновлювати ці значення шляхом поступового уточнення мінімальних відстаней $d(v)$ та відповідних шляхів $p(v)$ до кожної вершини v . Далі наведемо покроковий опис алгоритму Дейкстри.



На початку всі вершини вважаються непоміченими; відстань до вершини 1 встановлюється рівною 0, до решти вершин $+\infty$, а маршрути до всіх вершин – порожні.

Крок 1. Вибираємо серед непомічених вершину v з найменшою відстанню та позначаємо її як помічену.

Крок 2. Перераховуємо відстані до усіх інших непомічених вершин v' за формулою $d(v') = \min\{d(v'); d(v) + \text{вага}(v, v')\}$. Якщо при перерахуванні відстань до вершини v' змінилась, тобто її нова відстань дорівнює сумі відстані до вершини v та ваги ребра (v, v') , то також змінюється шлях до вершини v' : $p(v') = p(v) + "v"$ (під знаком + розуміємо дописування до шляху $p(v)$ вершини v). Після перерахування повертаємося до кроку 1.

Алгоритм завершується тоді, коли всі вершини вже помічені, тобто більше не залишилось жодної вершини для виконання кроку 1.

Процес виконання алгоритму Дейкстри доцільно представляти у формі таблиці, де для кожної вершини фіксуються її поточна найкоротша відстань і відповідний шлях. Окремо зазначається номер щойно поміченої вершини. Задля стислості таблиця не містить початкової інформації про відстань 0 та порожній шлях для вершини 1, а також про нескінченні початкові значення для решти вершин. При оновленні даних згідно з другим кроком алгоритму до таблиці вносяться лише ті зміни, які покращують поточне значення відстані. Після завершення всіх кроків у таблиці залишаються остаточні значення найкоротших відстаней і шляхів. Для наочності отримані шляхи доцільно представити у вигляді дерева.

Розглянемо приклад, що демонструє поетапне виконання алгоритму Дейкстри

Приклад: Необхідно визначити оптимальний маршрут транспортування від пункту 1 до пункту 4 з урахуванням вартостей перевезення між пунктами призначення (вершини графа). На рисунку 2.1



подано можливі шляхи між пунктами та відповідні витрати на перевезення. Потрібно знайти маршрут із мінімальними сумарними витратами.

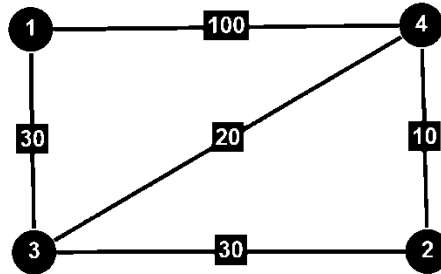


Рисунок 2.1 - Граф який відображає можливі шляхи між пунктами та відповідні витрати на перевезення

Зважений граф $G = (V, E)$, у якого $V = \{1,2,3,4\}$ задано матрицею ваг:

$$E = \begin{pmatrix} - & - & 30 & 100 \\ - & - & 30 & 10 \\ 30 & 30 & - & 20 \\ 100 & 10 & 20 & - \end{pmatrix}$$

Розв’язання: Застосуємо алгоритм Дейкстри для знаходження найкоротших відстаней та маршрутів від вершини 1 до всіх інших вершин заданого графа. Послідовність виконання алгоритму буде представлена у вигляді таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

2	3	4
- 60	30	100 50
- 1,3,2	1,3	1,4 1,3,4

При виконанні алгоритму Дейкстри поточними були вершини у такому порядку: 3,2,4. Таким чином, найкоротша відстань до вершини 2

$d(2) = 60$; до вершини 3 $d(3) = 30$; до вершини 4 $d(4) = 50$.

Найкоротшим до вершини 2 є шлях $p(2) = 1,3,2$; до вершини 3 є шлях $p(3) = 1,3$; до вершини 4 є шлях $p(4) = 1,3,4$

Далі перевіримо наш розв'язок за допомогою симуляцій.

2. Перейти за посиланням <https://phet.colorado.edu>



Рисунок 2.2 - Стартова сторінка phet.colorado.edu

У PhET реалізовано можливість модифікації вхідних даних у реальному часі, візуалізація результатів змін відбувається негайно, що дозволяє моделювати причинно-наслідкові зв'язки. Це особливо ефективно у вивченні абстрактних математичних понять: векторів, функцій, графів, ймовірнісних моделей. Наприклад, симуляції з теми «[Лабораторія електрики: Постійний струм](#)» можуть бути використані для ілюстрації задач на потоки в графах, де струм відображає величину потоку, опір – вагу ребра, а електричне коло – шлях.

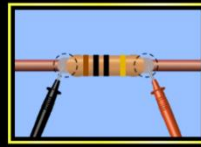
Використання PhET стимулює розвиток самостійного мислення, навичок експериментального аналізу, логічного узагальнення та прийняття рішень.

3. Запустити симуляцію «[Лабораторія електрики: Постійний струм](#)» та опрацювати можливі функції цієї симуляції. Додайте до звіту скріни, що підтверджують виконання завдання.

Лабораторія електрики: Постійний струм



Вступ



Лабораторія



Рисунок 2.3 - Сторінка симуляцію «[Лабораторія електрики: Постійний струм](#)»

Для нашого прикладу буде реалізована наступна схема:

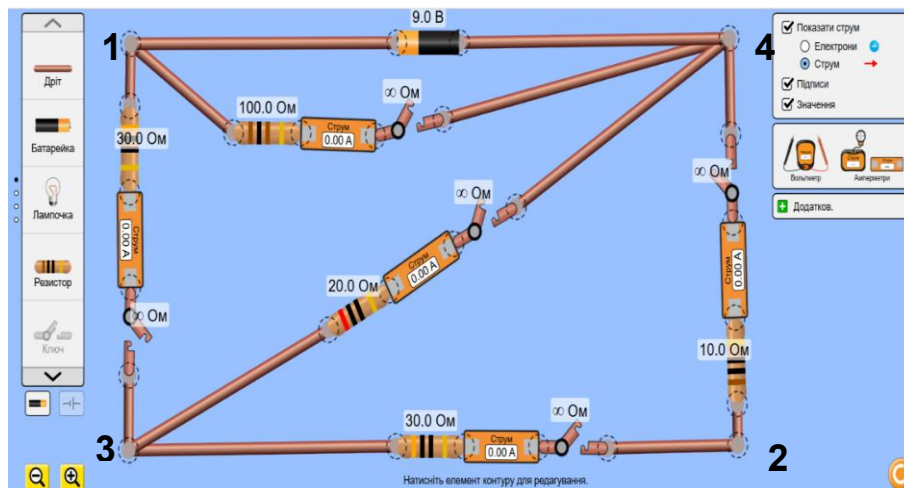



Рисунок 2.4 - Сторінка симуляцію з реалізацією прикладу (схема)

У симуляції PhET транспортну задачу можна реалізувати через аналогію з електричним колом. Кожен пункт маршруту подається як вузол схеми, а можливі шляхи перевезення між ними – у вигляді провідників. Вартість перевезення задається опором: чим більша вартість, тим вищий опір елемента. Джерело струму розташовується в точці відправлення, а



кінцевий споживач під'єднується в точці призначення. Увімкнене коло дозволяє візуалізувати, як «тече струм», тобто як рухається потік вантажу згідно з вибраним маршрутом. Оптимальний шлях проявляється як той, де опір найменший (тобто буде найбільша сила струму, яку показує амперметр), адже струм у схемі обирає саме такий напрямок. Таким чином, симуляція дозволяє дослідити варіанти перевезень, оцінити ефективність маршрутів і наочно продемонструвати принцип мінімізації витрат.

Для побудови цієї електричної схеми у симуляції PhET «[Лабораторія електрики: Постійний струм](#)» знадобляться наступні елементи:

1. Батарейка – у прикладі одна.
2. 5 резисторів з такими опорами:
 - 100 Ом
 - 30 Ом (×2)
 - 20 Ом
 - 10 Ом
3. Дроти – для з'єднання всіх елементів у відповідній конфігурації.
4. Амперметри (вбудовані у схему) – для вимірювання сили струму на гілках.
5. Ключи (вбудовані у схему) – для замикання/розмикання кола.
6. Увімкнене відображення струмів або електронів – увімкнути в правому меню «Показати струм».
7. Позначення вузлів 1, 2, 3, 4 – їх додаєш вручну як умовні номери (для логіки задачі, наприклад, потоки в графі).

Додатково: Треба увімкнути режим «значення», щоб бачити показники напруги, сили струму, опору.

4. Виходячи із умови треба заповнити таблицю 2.2, яка містить показники амперметра при різних варіантах з'єднання елементів електричного кола.

Кращий варіант шляху буде відповідати найбільшій силі струму.

Таблиця 2.2

1-4	1-3-4	1-3-2-4
	0,18	

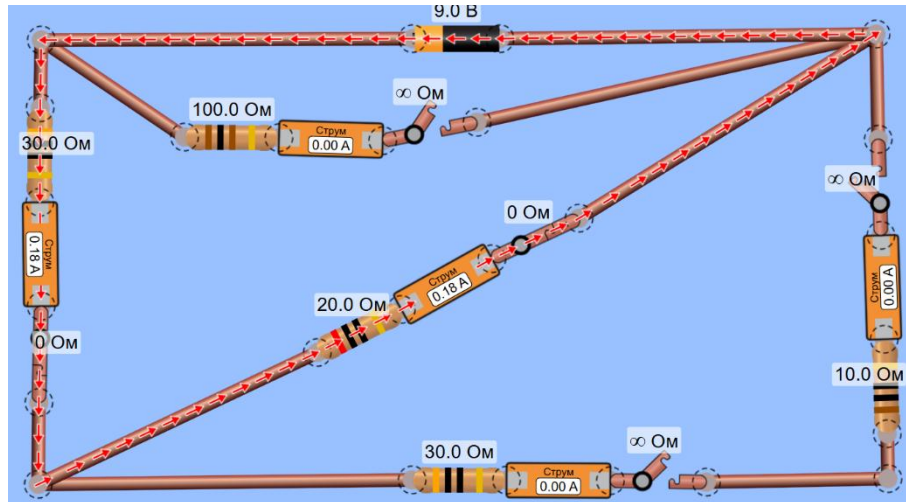


Рисунок 2.5 - Сторінка симуляцію з реалізацією приклада (коло 1-3-4 з силою струму 0,18 А)

5. Перевірити за допомогою симуляції результати аналітичних розрахунків та підтвердити це за допомогою скріншотів екрану (один скріншот на один дослід).
6. Поміняти опір на різних резисторах та підтвердити це за допомогою скріншотів екрану (один скріншот на один дослід). Зробіть висновок.
7. Підготувати звіт та надати його для перевірки.



ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Kaidan N., Fedorenko E., Velychko V., Soloviev V. Gamification in the process of studying logical operators on the Minecraft EDU platform. Proceedings of the 4rd International Workshop on Augmented Reality in Education (AREdu 2021), Kryvyi Rih, Ukraine, May 11, 2021, P. 107-118. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2898/paper05.pdf>
2. Бондаренко М. Ф., Білоус Н. В., Руткас А. Г. Комп'ютерна дискретна математика : підручник. Харків : «Компанія СМІТ», 2004. 480 с.
3. Інтерактивні симуляції для природничих наук і математики : веб-сайт. URL: <https://phet.colorado.edu/uk/>.
4. Кайдан В. П., Кайдан Н. В., Колесников С. О. Інтерактивні симуляції як елемент комп'ютерного моделювання при викладанні природничо-математичних дисциплін. *Педагогічна Академія: наукові записки*. 2024. № 11. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.14177740>
5. Катренко А. В. Дослідження операцій: Підручник 3-тє вид., стер. Львів: «Магнолія – 2006», 2024. 350 с.
6. Математичні методи дослідження операцій : підручник / Є. А. Лавров та ін. Суми : Сумський державний університет, 2017. 212 с.
7. Прокопович С. В., Панасенко О. В., Чаговець Л. О. Дослідження операцій та методи оптимізації: методичні рекомендації до практичних завдань для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня. Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. 64 с.



Навчально-методичне видання

Кайдан Наталія Володимирівна

Кайдан Вадим Петрович

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ:

методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт

Самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції