

УДК : 622.7, 622.778

№ держреєстрації 0124U004163

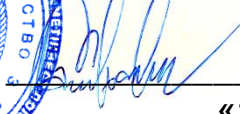
Товариство з обмеженою відповідальністю  
«ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»  
69008, м. Запоріжжя вул. Південне шосе 80

ЗАТВЕРДЖУЮ

проректор з науково-дослідної  
роботи

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»




  
Володимир КУХАР  
«12» червня 2025 року

### ЗВІТ

### ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

«Підвищення ефективності розділових процесів шляхом  
математичного моделювання з урахуванням властивості сировини»  
(проміжний)

Етап 1. Аналіз та узагальнення теоретичних основ і досвіду  
сепараційних процесів. Вплив показників початкової сировини на якісні  
характеристики кінцевого продукту.

Науковий керівник, д.т.н., професор  Ігор МЛАДЕЦЬКИЙ  
«31» травня 2025 року

2025

Рукопис закінчено «31» травня 2025 року

Результати роботи розглянуто Науково-технічною радою  
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»,  
протокол № 11 від «12» червня 2025 року

## СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР,  
д-р техн. наук, професор



Ігор МЛАДЕЦЬКИЙ  
(вступ, розділ 1,2, висновки)

Відповідальний виконавець,  
канд. техн. наук, доцент



Костянтин ЛЕВЧЕНКО  
(розділ 1)

Виконавець,  
канд техн. наук, доцент



Наталія КУШНІРУК  
(розділ 2)

## РЕФЕРАТ

**ЗВІТ про НДР: 52 с., 14 джерел.**

**Об'єкт дослідження** – технологічні процеси переробки та збагачення корисних копалин

**Мета роботи** – підвищення ефективності процесів розділення твердих корисних копалин.

**Предмет дослідження:** сепараційні характеристики процесів розділення та переробки корисних копалин та їх вплив на кінцеві показники збагачення.

**Результати та їх новизна:** виконано аналіз та узагальнення теорії визначення сепараційних характеристик, як окремого апарату, так і схеми загалом, досліджено аналітичну модель розкриття рудного мінералу при дробленні та подрібненні.

**Інформація щодо впровадження** – на першому етапі впровадження не передбачене.

**Рекомендації щодо використання** – результати використовуватимуться при виконанні другого етапу роботи та у навчальному процесі.

**Сфера застосування:** підприємства гірничозбагачувальної галузі та навчальний процес в Університеті.

**Економічна та соціально-економічна ефективність роботи:** по завершенні розробки доцільно використання у гірничозбагачувальній галузі.

**Значимість роботи:** робота значима для гірничозбагачувальної галузі.

**Висновки, пропозиції щодо розвитку об'єкта дослідження й доцільності продовження досліджень:** об'єкт дослідження актуальний, доцільно продовжити дослідження.

**Умови одержання ЗВІТУ:** за договором (для заключного звіту).

СЕПАРАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕСІВ РОЗДІЛЕННЯ, ЗМІШУВАННЯ, ДРОБЛЕННЯ, ПОДРІБНЕННЯ, СХЕМИ З'ЄДНАННЯ АПАРАТІВ; ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ РОЗКРИТТЯ КОРИСНОЇ КОПАЛИНИ

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| ВСТУП .....  | 5  |
| 1. РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЇ ЗБАГАЧЕННЯ КОРИСНИХ<br>КОПАЛИН .....                                      | 7  |
| 1.1. Математичні моделі для технологій.....  | 7  |
| 1.2. Характеристики подрібнення.....   | 11 |
| 1.3. Замкнутий цикл подрібнення.....   | 13 |
| 1.4. Збагачувальні ознаки корисних копалин.....  | 16 |
| 1.5. Аналіз, як спосіб пошуку технологічної схеми.....   | 17 |
| 2. АНАЛІТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ.....   | 22 |
| 2.1. Розкриття рудного мінералу при дробленні.....   | 22 |
| 2.2. Розкриття рудного мінералу при подрібненні .....  | 23 |
| 2.3. Перетворення якісних показників у характеристику<br>розмірів.....                           | 24 |
| 2.4. Визначення середнього вмісту цінного компоненту у<br>продуктах розділення за крупністю..... | 28 |
| 2.5. Розкриття цінного мінералу у другій та наступних<br>стадіях подрібнення.....                | 30 |
| 2.6. Показник розкриття рудного мінералу.....  | 39 |
| 2.7. Класифікація у спіральних класифікаторах.....   | 45 |
| 2.8. Ідентифікація сепараційної характеристики у<br>відповідності з параметрами сировини.....    | 46 |
| ВИСНОВКИ.....  | 50 |
| ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....  | 51 |

## ВСТУП

У сфері збагачення корисних копалин і переробки матеріалів технології створюються за певною послідовністю: дослідження властивостей вихідної сировини, відокремлення цінної складової від пустої породи, їх подальше розділення та приведення продуктів до товарного вигляду. Ці етапи частково стандартизовані та мають математичне відображення, що стимулює прагнення до формалізації всього процесу добору переробної технології.

З цією метою було розроблено багато критеріїв вибору апаратів та їх режимів з урахуванням типу мінеральної сировини й способу її підготовки до розділення. Створено моделі різної природи, які дозволяють надійно описати ступінь розкриття мінералів. Також сформовано підхід до моделювання процесу подрібнення. Це стало основою для побудови повних алгоритмів технологічного розрахунку збагачувальних вузлів, які були запропоновані науковій спільноті.

Проектування технології переробки передбачає пошук оптимальної структури технологічної схеми, способів поєднання апаратів та підбір технологічних режимів, які забезпечать досягнення поставлених цілей. Але довгий час розв'язання цих завдань здійснювалося одразу на детальному рівні – шляхом вибору параметрів процесів методом прямого перебору, що призводило до величезної кількості можливих варіантів. Навіть застосування комп'ютерного моделювання лише частково вирішувало цю проблему, адже завдання залишалось неформалізованим.

Одним із ключових аспектів переробки є подрібнення до необхідної крупності, що є передумовою ефективного подальшого перетворення. Надмірне подрібнення недоцільне через високу енерговитратність. При цьому важливо враховувати, що під час подрібнення відбувається часткове розкриття цінного компонента, який має бути вилучений. Звідси виникає необхідність одночасного застосування процесів подрібнення і розділення – тобто, поєднання подрібнення з сепарацією. Цей підхід був узагальнений Четом у вигляді принципу «не подрібнювати зайвого», що є одним із базових у синтезі схем: спочатку – підготовка, потім – розділення. У формулюванні Чета – «виділення і розділення».

Процес переробки матеріалів полягає в поетапному наближенні показників якості до встановлених нормативів,  $\beta_K \rightarrow \beta_{K\_зад}$ . Оскільки технологічна схема передбачає послідовне з'єднання окремих блоків, кожен із них має на виході певний рівень якості продукту, який повинен поступово наближатися до заданого значення якості концентрату  $\beta_{K_i} < \beta_{K_{(i+1)}} < \dots < \beta_{K_n} \geq \beta_{K\_зад}$ .

Із практики відомо, що бажаного результату за один цикл переробки досягти неможливо, тому застосовують послідовні операції одного типу, які наближають продукт до необхідних показників – це і є основа  $\beta_{ki}$  або  $\beta_{kit}$ .

Оцінка ефективності переробки має здійснюватися за певним критерієм досягнення цільового рівня якості. Наразі такого універсального критерію не існує, тому на підприємствах використовують орієнтовні значення, які оцінюють за результатами роботи суб'єктивно. Визначення чіткого критерію ефективності є важливим завданням при синтезі технологічних схем.

Технологічна схема є визначеним поєднанням апаратів, де кожен характеризується специфічними параметрами перетворення початкових властивостей матеріалу. Якість перетворення залежить від узгодженості характеристик сировини з параметрами апарата. Відповідно, узгодження параметрів підготовки та характеристик обладнання є важливою умовою ефективної роботи.

На початковому етапі проведено аналіз методів визначення сепараційних характеристик та узагальнено теоретичні засади побудови структури процесів розділення.

# 1. РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЇ ЗБАГАЧЕННЯ КОРИСНИХ КОПАЛИН

## 1.1. Математичні моделі для технологій

Під час пошуку оптимальних технологічних рішень характеристики апаратів або окремих технологічних блоків мають встановлювати зв'язок між вхідними та вихідними параметрами за допомогою певного оператора [2], наприклад:

$$y = f(x) \quad \text{або} \quad \bar{Y} = A(\bar{X}),$$
$$A = \frac{Y}{X}, \quad \text{тобто.} \quad Y = A \cdot X.$$

Таким чином, оператор  $A$  визначає, які перетворення необхідно застосувати до початкових параметрів, щоб отримати відповідні вихідні значення (тобто алгоритм обчислення). Бажано, щоб такий оператор мав просту форму, що полегшує аналіз і відстеження змін технологічного показника в процесі його перетворення. Задля наочності подання матеріалу та чіткості аналізу у дослідженні застосовуватимуться системні характеристики процесів розділення, а самі розрахунки виконуватимуться за допомогою чисельного моделювання.

До таких характеристик належать:

– для апаратів розділення – сепараційні характеристики, які описують ймовірність переходу частинок певного розміру або класу до збагаченого продукту (у разі двопродуктового розділення). Якщо ж передбачено багатодуктове розділення, кожен потік виходу має свою сепараційну характеристику. Основним показником оцінки ефективності сепарації є вилучення. Баланс вузьких фракцій при багатодуктовому розділенні характерний тим, що сума значень усіх сепараційних характеристик, при заданому значенні аргументу, для них дорівнює одиниці;

– для подрібнювального обладнання використовуються подрібнювальні характеристики, які показують співвідношення вмісту однакових вузьких фракцій за крупністю на вході й виході з подрібнювального апарата, агрегату або технологічного блоку.

Сепараційна характеристика (СХ) для всієї схеми розділення формується на основі сепараційних характеристик окремих стадій, їх кількості та послідовного поєднання. Головна особливість СХ полягає в наявності закономірності, притаманної будь-якому розділовому апарату: чим більша концентрація цінного мінералу в частинці, тим вища ймовірність її потрапляння до збагаченого продукту. Це співвідношення описується монотонною функцією. Уявімо, що до змішування, кількість частинок із заданою ознакою розділення  $X$  у

вихідному потоці становила  $P_i - 1$ , а після змішування  $P_i$  тобто сумарну кількість частинок до змішування та тих, що потрапили в цю операцію з циркуляційним навантаженням:

$$P_i = P_{i-1} + \sum_{j=1}^m P_j,$$

де  $j$  – порядковий номер циркуляційного навантаження.

Циркуляція після послідовного з'єднання апаратів, дорівнює:

$$P_j = P_i \prod_{i=i+1}^{n_i} E_i,$$

де  $E_i$  – вилучення вузької фракції.

Тоді:

$$P_i = P_{i-1} + P_i \sum_{j=1}^m \prod_{i=i+1}^{n_i} E_i.$$

Звідки:

$$P_{i-1} = P_i \cdot \left( 1 - \sum_{j=1}^m \prod_{i=i+1}^{n_i} E_i \right),$$

Отже, СХ операції змішування дорівнює:

$$P_{3Mi} = \frac{P_i}{P_{i-1}} = \frac{1}{1 - \sum_{j=1}^m \prod_{i=i+1}^{n_i} E_i}. \quad (1.1)$$

Технологічна схема збагачення корисних копалин має певну послідовність операцій змішування та розділення. Тому одним із головних етапів розрахунків є визначення ступеня вилучення вузьких фракцій у продукти, що утворюються на кожному етапі переробки за всіма операціями схеми. Розглянемо, як на практиці застосовуються отримані розрахункові співвідношення, проілюструвавши це на прикладі окремого фрагмента схеми розділення. (рис. 1.1).

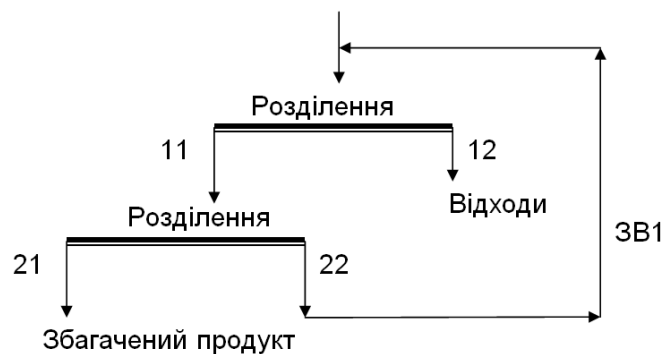


Рисунок 1.1 – Схема технологічного блоку розділення

Вихідних точок умовно позначаються наступним чином: перша значення це – номер апарату, а друге – номер продукту. Рецикл (зворотний зв'язок, циркуляція) це – ЗВ1.

Відповідно до законів послідовного з'єднання [3] сепараційна характеристика наведеної схеми визначається, як:

$$P_{\beta} = P_1 \cdot P_{ЗВ1} \cdot P_2 ,$$

де  $P_{\beta}$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_{ЗВ1}$  – сепараційна характеристика відповідно схеми розділення, операцій та зворотного зв'язку.

Для рециклу СХ (оператор)  $P_{ЗВ1}$  дорівнює:

$$P_{ЗВ1} = \frac{1}{1 - P_1 \cdot P_2^1} .$$

де  $P_2^1$  – ймовірність вилучення частинок у другій операції у збіднений продукт (відходи), визначається як:  $P_2^1 = 1 - P_2$ , ( $P_1^1 = 1 - P_1$ ).

Виконуємо певні перетворення та отримуємо СХ технологічного блоку розділення:

$$P_{\beta} = P_1 \cdot P_{ЗВ1} \cdot P_2 = \frac{P_1 \cdot P_2}{1 - P_1 \cdot P_2^1} = \frac{P_1 \cdot P_2}{1 - P_1 \cdot (1 - P_2)} = \frac{P_1 \cdot P_2}{1 - P_1 + P_1 \cdot P_2} .$$

Загальний вигляд СХ при розділенні за масовою часткою цінного компонента має вигляд неспадної кривої (рис. 1.2).

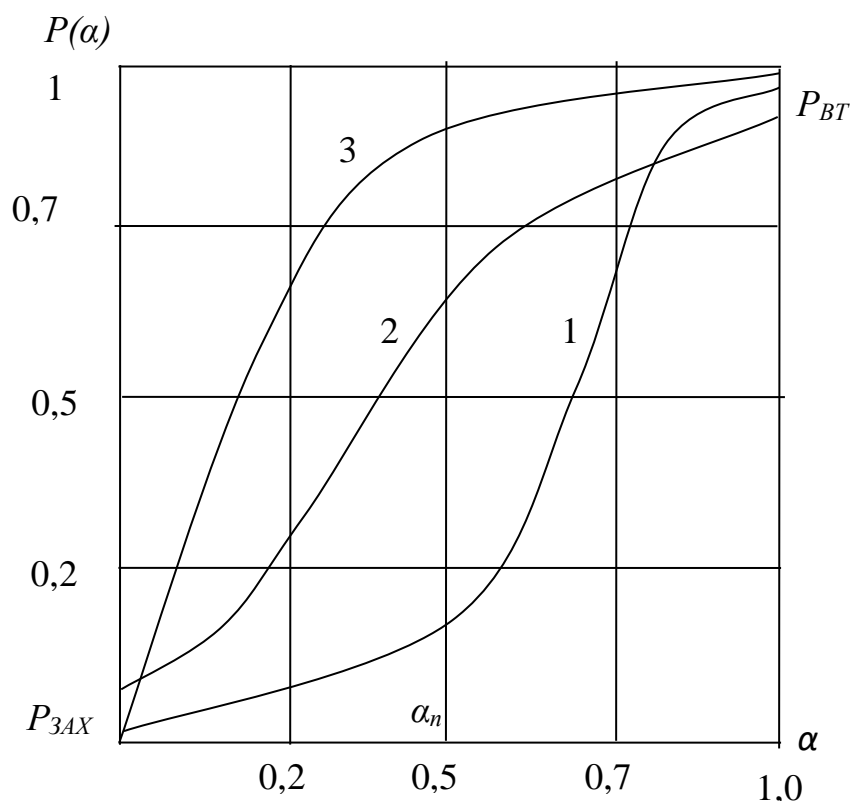


Рисунок 1.2 – Сепараційні характеристики для розділення за вмістом цінного мінералу: 1 – для виділення багаті фракції; 2 – типова сепараційна характеристика; 3 – для виділення бідної фракції;  $P_{ЗАХ}$  – імовірність захоплення нерудної фракції в збагачений продукт;  $P_{ВТ}$  – імовірність втрат рудної фракції в збіднений продукт.

Користуватися сепараційними характеристиками будемо у графічному вигляді, оскільки аналітичний опис є досить складним і не дозволяє наочно оцінити її поведінку. Ці характеристик отримуються за допомогою експериментальним даних. Для цього необхідно провести опробування процесу розділення в трьох технологічних точках: продукт живлення, збагачений продукт та продукт, що направляється у відходи. Отримані проби готують та направляють на хімічний аналіз задля визначення середнього значення масової частки цінного компонента.

Визначають вихід збагаченого продукту за виразом:

$$\gamma = \frac{\alpha - \nu}{\beta - \nu},$$

де  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\nu$  – масова частка цінного компонента у вхідному продукті (живлення) і продуктах розділення (збагаченому та збідненому).

Наступний етап це фракційне розділення вхідного продукту й продукту збагачення за фракціями  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ . Зважують проби, що були відібрані, та кожену фракцію. Отримують відповідні виходи фракцій:  $\gamma_{\alpha 1}, \gamma_{\alpha 2}, \dots, \gamma_{\alpha n}$ , та  $\gamma_{\beta 1}, \gamma_{\beta 2}, \dots, \gamma_{\beta n}$ . Обчислюють значення ймовірності вилучення для кожної вузької фракції за виразом:

$$P_i = \gamma \cdot \frac{\gamma_{\beta i}}{\gamma_{\alpha i}} .$$

Множина цих значень і є сепараційна характеристика [3]. Отримані результати подають у вигляді графіка  $P_i = f(\alpha_i)$ .

Для ідентифікації процесу класифікації також користуються сепараційною характеристикою, яку отримують аналогічно.

Відбирають проби на вході апарату, у зливі та пісках. Проби піддають ситовому аналізу за деяким заданим класом крупності  $d_3$ . Далі фіксують продукти, що менші заданого класу крупності ( $-d_3$ ), і отримують  $p_B(-d_3), p_3(-d_3), p_{\Pi}(-d_3)$  (Аналогія з сепарацією: піски – збіднений продукт, злив – збагачений продукт). Визначають вихід зливу за формулою:

$$\gamma_3 = \frac{p_B(-d_3) - p_{\Pi}(-d_3)}{p_3(-d_3) - p_{\Pi}(-d_3)} .$$

Проби початкового продукту та зливу піддають ситовому аналізу за класами крупності  $d_1, d_2, \dots, d_n$ . Зважують надрешітні продукти. Отримують:  $p_{31}, p_{32}, \dots, p_{3n}$  та  $p_{\Pi 1}, p_{\Pi 2}, \dots, p_{\Pi n}$ .

Обчислюють значення сепараційної характеристики:

$$P_i = \gamma \cdot \frac{p_{3i}}{p_{\Pi i}} .$$

Подають результати у вигляді графіка  $P_i = f(d_i)$

## 1.2. Характеристики подрібнення

Прогнозування вихідних показників подрібнення пов'язане з визначенням функції розподілу частинок за крупністю. Це досить складне завдання, і зазвичай обмежуються прогнозуванням одного показника – середньої крупності подрібнення. Потім необхідно прийняти деякий закон розподілу і таким чином спиратися на отримані значення вмісту вузьких класів крупності.

Відомо, що млини, що працюють у певних стадіях підготовки сировини до розділення, характеризуються відносно стабільними

значеннями відношення вмісту класів крупності на вході та виході млинів. Це так звані характеристики подрібнення виду:

$$A(d_i) = \frac{\Delta F_{вих}(d_i)}{\Delta F_{вх}(d_i)}.$$

На базі цього виразу можливе прогнозування вихідної функції розподілу частинок за крупністю:

$$\Delta F_{вих}(d_i) = A(d_i) \cdot \Delta F_{вх}(d_i).$$

Функції входу і виходу подрібнення співвідносяться між собою відповідно до рис. 1.3.

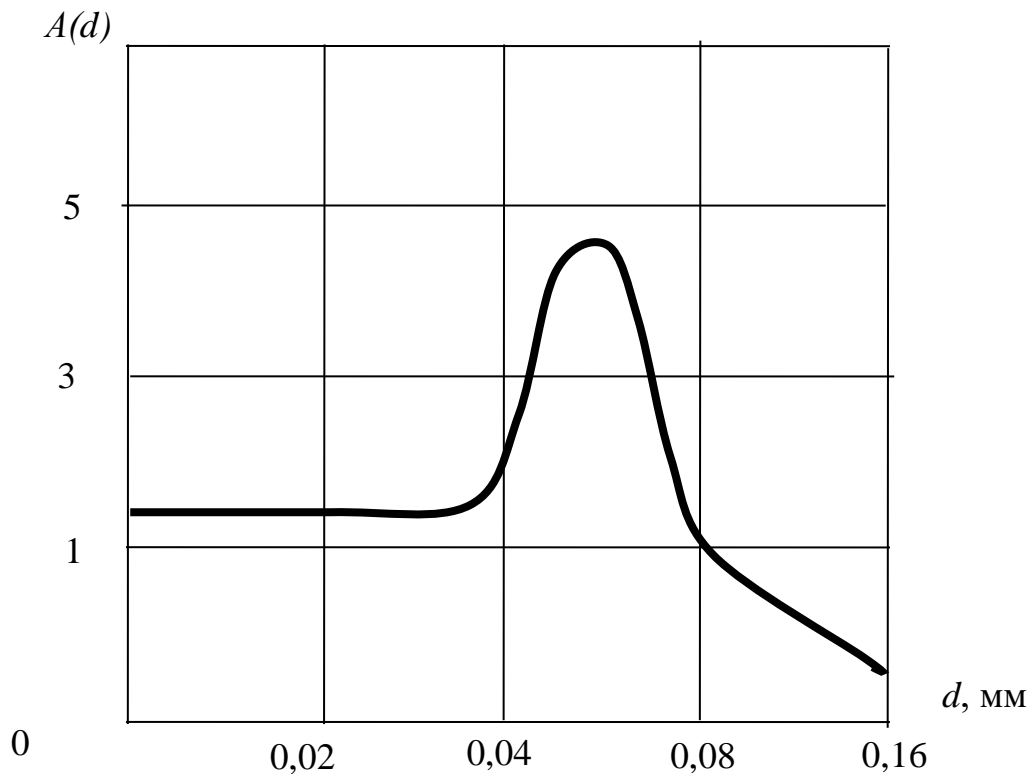


Рисунок 1.3 – Характеристика подрібнення

Вона відображає напрямок, у якому змінюється вміст відповідного класу крупності: якщо  $A(d) < 1$ , то зменшується, якщо  $A(d) > 1$ , то збільшується. Коли  $A(d) = 1$ , цей клас перебуває у динамічній рівновазі, тобто: яка частина даного класу пішла з нього, така ж і прийшла [5].

### 1.3. Замкнутий цикл подрібнення

Для збільшення коефіцієнта статичного перетворення крупності матеріалу подрібненням застосовують рецикли, в яких подрібнений матеріал розділяється за крупністю, а потім крупні частинки (піски) спрямовуються на додрібнення назад в цей самий млин, а дрібний клас вважається досить підготовленим для подальшого розділення за якоюсь іншою фізичною властивістю. Як апарат для розділення за крупністю застосовують поверхні для просіювання (грохоти) і гідравлічну класифікацію. Розглянемо такого типу з'єднання. Розрахувати таке сполучення – отже визначити функцію гранулометричного складу зливу класифікатора, тобто на його виході.

Поява піскового навантаження діє на функцію  $F(d)$  двояко. З одного боку, крупність пісків нижче, ніж початкової (вхідної) руди, і тому у вхідному потоці (живлення) крупність знижується, що впливає на зменшення крупності у зливі.

Припустимо, що на вході та виході млина відома функція розподілу частинок за крупністю.

Класифікація має розділову характеристику  $P_K$  і перетворює вихідну функцію розподілу за крупністю відповідно до залежностей:

- перехід частинок вузької фракції в злив  $p_3 = P_K \cdot p_1$ ;
- перехід частинок фракції в піски, відповідно  $p_{II} = (1 - P_K) \cdot p_1$ ,

де  $p_1$  – вміст фракції крупності на вході класифікатора (злив млина).

Розглянемо замкнутий цикл подрібнення (ЗЦП) (рис. 1.4).

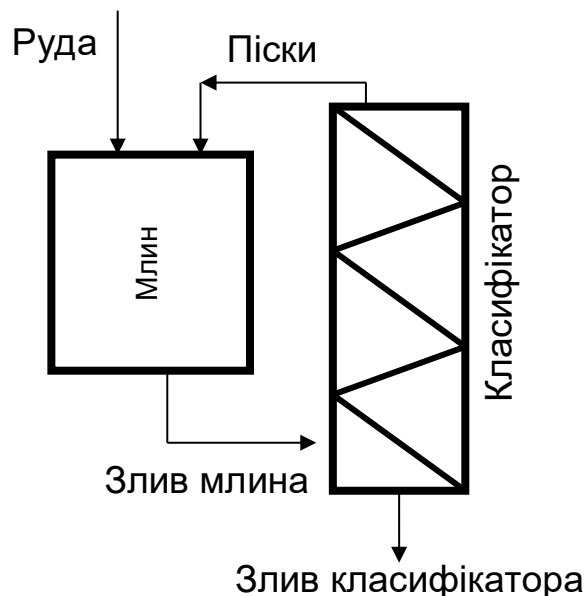


Рисунок 1.4 – Схема замкнутого циклу подрібнення з класифікатором

Запишемо для цього циклу рівняння балансу вузьких фракцій крупності:

$$p_3 = P_K \cdot p_1; \quad p_1 = A \cdot (p_0 + p_{II}); \quad p_1 = p_3 + p_{II}.$$

Необхідно ідентифікувати три продукти, тому маємо три рівняння. Розв'язання єдине. Шляхом підстановки знайдемо залежність  $p_3 = f(p_0)$ , де  $f$  включає дії з операторами елементів системи  $A$  і  $P_K$ . Спочатку отримуємо рівняння:

$$p_3 = P_K \cdot A \cdot \left( p_0 + p_3 \cdot \frac{1 - P_K}{P_K} \right),$$

з якого знаходимо залежність  $p_3$ :

$$p_3 = \frac{P_K \cdot A}{1 - A \cdot (1 - P_K)} \cdot p_0.$$

Тоді оператор замкнутого циклу подрібнення знаходиться, як:

$$P_{зцп} = \frac{p_3}{p_0} = \frac{P_K \cdot A}{1 \pm A \cdot (1 - P_K)}. \quad (1.2)$$

Величина  $P_{зцп}$  може бути від'ємною, оскільки в знаменнику стоїть різницю і від'ємне може виявитися більше зменшеного. Це говорить про те, що за цим класом крупності зворотний зв'язок від'ємний і кількість цього класу зменшується в системі. Якщо ж оператор більше одиниці, то за даним класом крупності зворотний зв'язок додатній і кількість такого класу збільшується. Коли знаменник стає від'ємним, слід змінити знак після одиниці в знаменнику на плюс. Коли характеристика  $A(d) = 1$ , це означає, що клас крупності, що відповідає такому значенню функції знаходиться в динамічній рівновазі: скільки продукту пішло з цього класу, стільки ж і прийшло. Зміна параметрів циклу подрібнення призводить до зміни значення цієї крупності [6].

Після цього визначаємо оператор подрібнення, як відношення вмісту вузьких класів однойменних класів крупності на виході і вході подрібнення:

$$A(d_j) = \frac{\Delta F(d_j)}{\Delta F_{BX}(d_j)}.$$

Виконаємо розрахунок замкнутого циклу подрібнення (ЗЦП) за запропонованою методикою.

Припустимо, що на вхід млина надходить руда з відомою функцією розподілу частинок  $\Delta F_{BX}(d_j)$  і з функцією розподілу частинок на виході млина  $\Delta F(d_j)$  (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Первісні дані для визначення оператора ЗЦП

|                      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $d$ мм               | 0,01 | 0,02 | 0,04 | 0,08 | 0,16 | 0,32 | 0,64 | 1,28 | 2,56 | 5,12 | 10,24 |
| $\Delta F_{BX}(d_j)$ | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,02 | 0,03 | 0,12 | 0,25 | 0,37 | 0,12  |
| $\Delta F(d_j)$      | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,1  | 0,2  | 0,25 | 0,2  | 0,02 | 0     |

Виконаємо далі всі необхідні розрахунки щодо визначення оператора замкнутого циклу подрібнення та його вихідної характеристики  $\Delta F_{ЗК}(d_j)$ . Усі розрахунки зведемо у табл. 1.2.

Таблиця 1.2 – Розрахунки для отримання оператора ЗЦП

|                          |        |        |       |      |      |       |       |        |      |      |       |
|--------------------------|--------|--------|-------|------|------|-------|-------|--------|------|------|-------|
| $d$ мм                   | 0,01   | 0,02   | 0,04  | 0,08 | 0,16 | 0,32  | 0,64  | 1,28   | 2,56 | 5,12 | 10,24 |
| $\Delta F_{BX}(d_j)$     | 0,01   | 0,02   | 0,02  | 0,02 | 0,02 | 0,02  | 0,03  | 0,12   | 0,25 | 0,37 | 0,12  |
| $\Delta F(d_j)$          | 0,02   | 0,03   | 0,04  | 0,06 | 0,08 | 0,1   | 0,2   | 0,25   | 0,2  | 0,02 |       |
| $A_j$                    | 2      | 1,5    | 2     | 3    | 4    | 5     | 6,7   | 2,08   | 0,8  | 0,05 |       |
| $P$                      | 0,96   | 0,95   | 0,92  | 0,87 | 0,85 | 0,6   | 0,3   | 0,01   | 0    | 0    | 0     |
| $1-P$                    | 0,04   | 0,05   | 0,08  | 0,13 | 0,15 | 0,4   | 0,7   | 0,99   | 1    | 1    | 0     |
| $A \cdot (1-P)$          | 0,08   | 0,075  | 0,16  | 0,39 | 0,6  | 2     | 4,7   | 2,06   | 0,8  | 0,05 | 0     |
| $AP$                     | 1,92   | 1,42   | 1,84  | 2,61 | 3,4  | 3     | 2,01  | 0,02   | 0    | 0    | 0     |
| $1-A \cdot (1-P)$        | 0,92   | 0,925  | 0,84  | 0,61 | 0,4  | -1    | -3,7  | -1,06  | 0,2  | 0,95 | 1     |
| $1-A \cdot (1-P)_{ИСПР}$ | 0,92   | 0,925  | 0,84  | 0,61 | 0,4  | 4     | 5,7   | 3,06   | 0,2  | 0,95 | 1     |
| $P_3$                    | 2,13   | 1,53   | 2,19  | 3,5  | 8,5  | 0,75  | 0,35  | 0,0065 | 0    | 0    | 0     |
| $\Delta F_{ЗК}(d_j)$     | 0,0212 | 0,0306 | 0,044 | 0,07 | 0,17 | 0,015 | 0,007 | 0,0008 | 0    | 0    | 0     |

Загальний вихід продукту у злив (сума останнього рядка)  $\gamma_{ЗК} = 0,3788$ . Кількість пісового навантаження  $\gamma_{П} = 1/\gamma_{ЗК} = 2,64$ . А гранулометричний склад пісків неважко обчислити, якщо нормувати останній рядок табл. 1.2.

Таким чином, методика розрахунку вихідних показників замкнутого циклу подрібнення буде наступною:

- ідентифікуємо технологічну характеристику подрібнення;
- на базі сепараційної характеристики класифікатора визначаємо оператор замкнутого циклу подрібнення;
- обчислюємо функцію гранулометричного складу на виході замкнутого циклу.

Фракція, що відповідає  $A = 1$  є частинки, з яких інтенсивно утворюються дрібні класи, і на місце яких приходять новоутворені частинки з великих класів. Це протиріччя можна вирішити за умови: якщо крива характеристики подрібнення досягає першого екстремуму, то знак у знаменнику після одиниці слід замінити на плюс.

#### 1.4. Збагачувальні ознаки корисних копалин

Технологи характеризують корисні копалини, що направляються на збагачення, деякими фізичними параметрами, які впливають на показники технологічних процесів. Це насамперед вміст цінного мінералу ( $\alpha_n$ ). Чим більше цей параметр, тим показники технологічної переробки вищі. Оскільки потрібно спочатку відділити цінний мінерал від породи (нецінного), то необхідно знати параметри розташування цінного мінералу в руді. Зазвичай це прошарки, у яких зосереджуються вкраплення мінералу. Рудні різновиди відрізняються один від одного потужностями рудних прошарків  $l_P$ , які ще поділяються на малорудні  $l_{MP}$  та нерудні  $l_H$ . Кожен із цих прошарків характеризується вмістом у них цінного мінералу, відповідно:  $\alpha_P$ ,  $\alpha_{MP}$ ,  $\alpha_H$  [1]. При цьому баланс вмісту регламентується співвідношенням:

$$\alpha_n = \frac{\alpha_P \cdot l_P + \alpha_{MP} \cdot l_{MP} + \alpha_H \cdot l_H}{l_P + l_{MP} + l_H} .$$

Вкраплення цінного мінералу характеризується функцією розподілу розмірів цих вкраплень  $f(d_{BK})$ . Зазвичай ця функція однопараметрична і тому її можна ідентифікувати одним числом - середнім значенням крупності вкраплення ( $d_{BK}$ ).

Руди, в залежності від співвідношення у них цінного мінералу і породи, а також умов утворення родовища характеризуються міцністю, твердістю, крихкістю. Збагачувачі об'єднують ці фізичні показники одним, який називають подрібнюваністю. Визначають цей показник шляхом випробування у лабораторних млинах, а потім виконують ситовий аналіз подрібненого матеріалу і за його результатами будують функцію розподілу частинок за крупністю. Зазвичай це експонентна функція, та її апроксимують виразом:

$$F(d) = \exp(-K \cdot d).$$

Коефіцієнт  $K$  – показник експоненти, який служить оцінкою подрібнюваності.

Якщо експонента спадає повільно, то руда важко подрібнюється, коефіцієнт при цьому  $K$  має мале значення (рис. 1.5).

Якщо експонента спадає досить швидко, то руда добре подрібнюється, коефіцієнт  $K$  при цьому має велике значення (рис 1.5).

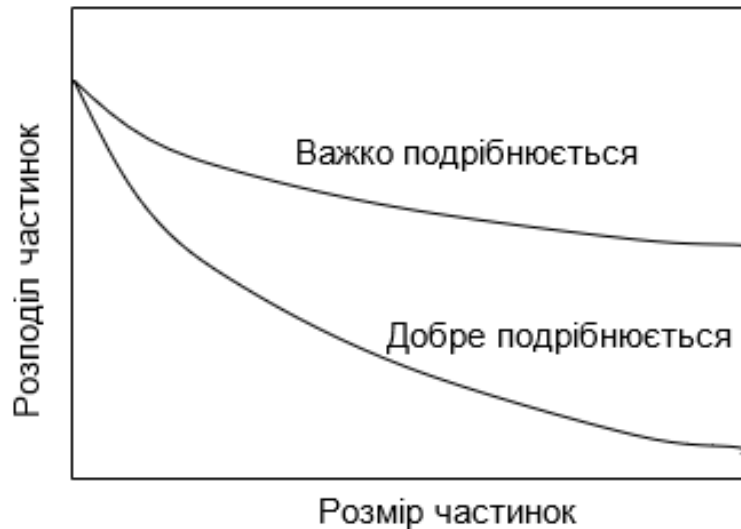


Рисунок 1.5 – Характеристики подрібнюваності корисної копалини

### 1.5. Аналіз, як спосіб пошуку технологічної схеми

Будь-який процес пошуку проводиться методом «проб і помилок». Це єдиний спосіб, який винайшло людство, коли починається шлях у невідоме. Тобто висувається гіпотеза, виконуються дії відповідно до неї та отримують результат. Якщо отриманий результат задовольняє висунутим вимогам, то ця гіпотеза приймається. Якщо ж результат незадовільний, то виконується коригування умов – висувається нова гіпотеза і процес випробовування триває. Народне формулювання такого шляху каже: якщо не знаєш з чого починати, починай, справа покаже. Більш пізня мудрість така: «Не навчишся поки по кишені не вдарить».

Перевірка працездатності гіпотези здійснюється шляхом аналізу. Аналіз це інструмент, коли відомі вхідні показники процесу  $\bar{X}$ , відомий алгоритм перетворення їх у вихідні показники  $A(\bar{X})$ ; обчислюються вихідні показники  $\bar{Y} = A(\bar{X})$  та отримані результати порівнюють з прийнятими критеріями вибору.

Наприклад. Виконати аналіз найпростішого процесу розділення (рис. 1.6).

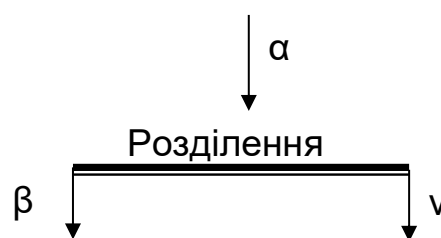


Рисунок 1.6 – Схема найпростішого розділового процесу

Відомі показники сировини: функція розподілу частинок за фракційним складом –  $F(\alpha)$ . Розділення відбувається за якісною ознакою  $\alpha$  – вміст цінного компоненту. Розділовий апарат повністю характеризується сепараційною характеристикою  $P(\alpha)$ . Вона відображає всі властивості апарату з перетворення початкової (вхідної) величини  $F(\alpha)$  у вихідні – вміст цінного компоненту у збагаченому ( $\beta$ ) і збідненому ( $\nu$ ) продукті.

Оператор такого перетворення складається з наступних математичних співвідношень [2]:

– перехід вузької фракції з вмістом цінного компоненту ( $\alpha_i$ ) у збагачений продукт:

$$\Delta\gamma_{\beta}(\alpha_i) = P(\alpha_i) \cdot \Delta F(\alpha_i);$$

– вихід збагаченого продукту:

$$\gamma_{\beta} = \sum_{i=1}^k \Delta\gamma_{\beta}(\alpha_i);$$

– кількість вузької фракції з вмістом цінного компоненту ( $\alpha_i$ ) у збагаченому продукті:

$$\Delta F_{\beta}(\alpha_i) = \frac{\Delta\gamma_{\beta}(\alpha_i)}{\gamma_{\beta}} .;$$

– вміст цінного компоненту у збагаченому продукті:

$$\beta = \frac{1}{\gamma_{\beta}} \cdot \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot \Delta\gamma_{\beta}(\alpha_i)$$

Для іншого збідненого продукту оператори аналогічні:

$$\Delta\gamma_{\nu}(\alpha_i) = (1 - P(\alpha_i)) \cdot \Delta F(\alpha_i);$$

$$\gamma_{\nu} = \sum_{i=1}^k \Delta\gamma_{\nu}(\alpha_i);$$

$$\Delta F_{\nu}(\alpha_i) = \frac{\Delta\gamma_{\nu}(\alpha_i)}{\gamma_{\nu}};$$

$$\nu = \frac{1}{\gamma_{\nu}} \cdot \sum_{i=1}^k \alpha_i \cdot \Delta\gamma_{\nu}(\alpha_i)$$

Наприклад. Необхідно виконати аналіз фрагменту технології збагачення магнетитової залізної руди (рис. 1.7).

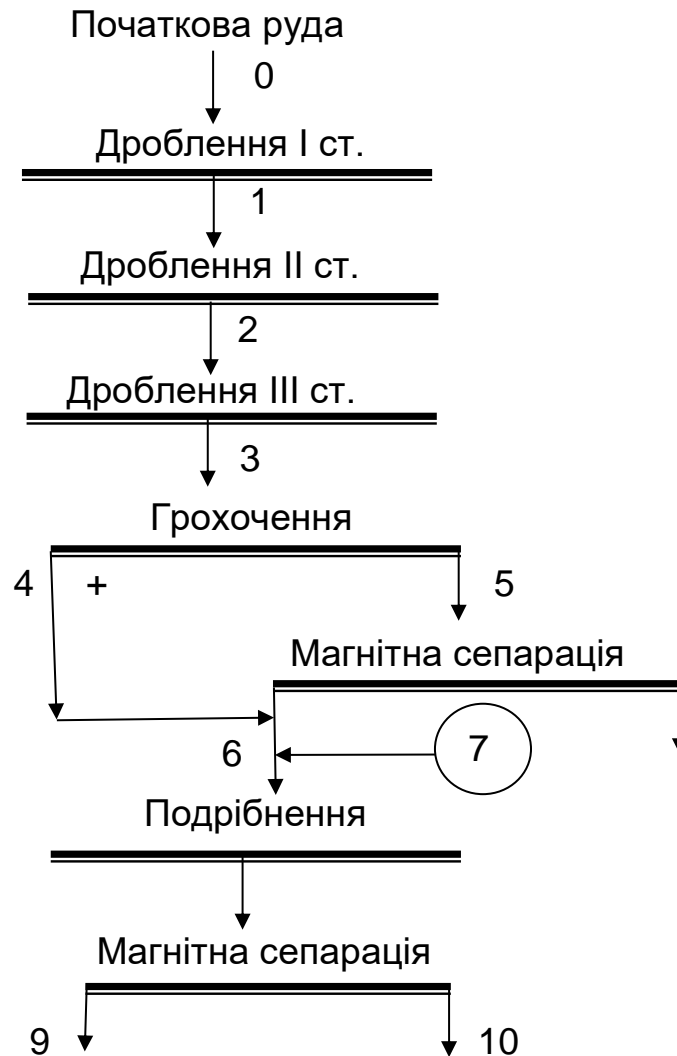


Рисунок 1.7 – Схема фрагменту технології збагачення магнетитової залізної руди

Проаналізувати технологічну схему – це визначити значення вихідних показників на базі відомих вхідних показників і відомого алгоритму такого перетворення, який є відображенням технологічних зв'язків та математичних моделей технологічних апаратів.

Вхід цієї схеми – потік руди з кар'єру. Достатнім описом такого потоку служить функція розподілу частинок за крупністю  $F_0(d)$  та показник руди  $\sigma$ , що залежить від твердості.

Дроблення перетворює функцію розподілу частинок за крупністю на таку саму на виході (точка 1)  $F_1(d)$ . Для розрахунку такої операції необхідний оператор подрібнення  $A_1(d)$ . В результаті стане можливою наступна процедура розрахунку:

$$F_1(d) = A_1(d) \cdot F_0(d).$$

Аналогічні перетворення відбуваються і у наступних стадіях дроблення:

$$F_2(d) = A_2(d) \cdot F_1(d);$$

$$F_3(d) = A_3(d) \cdot F_2(d).$$

Для аналізу грохочення потрібна сепараційна характеристика  $P_1(d)$  грохоту, і тоді вихідні показники грохочення можуть бути розраховані:

$$F_4(d) = (1 - P_1(d)) \cdot F_3(d);$$

$$F_5(d) = P_1(d) \cdot F_3(d).$$

П'ятий потік спрямований на сепарацію за вмістом цінного компоненту, тому необхідно виконати перетворення для отримання функції розподілу за вмістом цінного компоненту  $F_5(d) \rightarrow F_1(\alpha)$ , тобто потрібно визначити розкриття. Допустимо, що воно розраховується за наступним виразом:

$$F_1(\alpha) = R(F_5(d)).$$

За допомогою сепараційної характеристики  $P_1(\alpha)$  знаходимо:

$$F_9(\alpha) = P_1(\alpha) \cdot F_1(\alpha);$$

$$F_6(\alpha) = (1 - P_1(\alpha)) \cdot F_1(\alpha).$$

Розраховуються також показники розділення  $\beta$  (т.6) та  $\nu$  (т.11).

Потік 6 прямує на наступне подрібнення, тому необхідно визначати функцію розподілу за крупністю. Потік 7 змішується з двох потоків і для його аналізу необхідні дві функції  $F_4(d)$ ,  $F_6(d)$ . Щоб отримати їх, потрібно виконати перетворення  $F_6(\alpha) \rightarrow F_6(d)$ . Припустимо, що це відбувається так:

$$F_6(d) = R^{-1}(F_6(\alpha)).$$

Сьомий потік має характеристику:

$$F_7(d) = F_6(d) + F_4(d).$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_0 \cdot F_4(d) + \beta \cdot F_6(d)}{F_4(d) + F_6(d)}.$$

Наступні перетворення виконуються так:

$$F_8(d) = A_4(d) \cdot F_7(d);$$

$$F_8(\alpha) = R_1(F_8(d), \alpha_2);$$

$$F_9(\alpha) = P_2(\alpha) \cdot F_8(\alpha);$$

$$F_{10}(\alpha) = (1 - P_2(\alpha)) \cdot F_8(\alpha).$$

Остаточні вихідні показники визначаються за виразами:  
 – вміст цінного компонента (якість) у збагаченому продукті:

$$\beta = \int_0^1 \alpha \cdot \frac{dF_9(\alpha)}{d\alpha} d\alpha;$$

– втрати (вміст цінного компонента) в збідненому продукті:

$$\nu = \int_0^1 \alpha \cdot \frac{dF_{10}(\alpha)}{d\alpha} d\alpha.$$

Таким чином, для розв'язання задачі аналізу технології необхідні наступні моделі:

- дроблення –  $A_i$
- грохочення –  $P_i(d)$ ;
- визначення функції розкриття при дробленні;
- сепарації;
- перетворення функції розкриття на функцію крупності;
- розкриття при подрібненні;
- алгоритми змішування потоків та інших технологічних зв'язків.

Як видно з аналізу технологічного процесу вихідною характеристикою попереднього апарату є функція розподілу показника, який є вхідним наступного. Тому обов'язковим етапом синтезу схеми переробки будь-якого цінного мінералу є взаємне перетворення функцій гранулометричного складу на функцію фракційного складу та – навпаки.

## 2. АНАЛІТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

### 2.1. Розкриття рудного мінералу при дробленні

При дробленні розкриваються рудні прошарки, потужність яких  $l_P$ . Масова частка цінного компонента в них  $\alpha_P$ . Потужність нерудних прошарків  $l_H$  із масовою часткою цінних компонентів у них  $\alpha_H$ . При цьому середнє значення масової частки цінного компонента в продукті:

$$\alpha_n = \frac{\alpha_P \cdot l_P + \alpha_H \cdot l_H}{l_P + l_H}.$$

Тому при розкритті рудного мінералу дробленням  $f(d)$  (диференціальна функція гранулометричного складу) максимальний вміст цінного компонента в частинках становить тільки  $\alpha_P$ . При врахуванні вказаних умов, показники розкриття будуть наступними [1]:

– вміст відкритих рудних частинок:

$$P_P = \frac{l_P}{l_P + l_H} \cdot \int_0^{l_P} \left(1 - \frac{d}{l_P}\right) \cdot f(d) \partial d;$$

– вміст відкритих нерудних частинок

$$P_H = \frac{l_H}{l_P + l_H} \cdot \int_0^{l_H} \left(1 - \frac{d}{l_H}\right) \cdot f(d) \partial d;$$

– вміст багатих (рудних) зростків:

$$P_{P3} = \frac{l_P}{l_P + l_H} \cdot \left( \int_0^{l_P} \frac{d}{l_P} \cdot f(d) \partial d + \int_{l_P}^{\infty} f(d) \partial d \right);$$

– вміст бідних (нерудних) зростків:

$$P_{H3} = \frac{l_H}{l_P + l_H} \cdot \int_0^{l_H} \frac{d}{l_H} \cdot f(d) \partial d$$

де  $f(d)$  – диференціальна функція розподілу частинок за крупністю на виході дроблення.

## 2.2. Розкриття рудного мінералу при подрібненні

При подрібненні розкриваються вкраплення цінного мінералу розмір яких  $d_{BK}$ . Нерудна фаза має розмір [7]:

$$r_{BK} = d_{BK} \cdot \left( \sqrt[3]{\frac{0,65}{\alpha_n}} - 1 \right),$$

де  $d_{BK}$  – розмір вкраплення цінного мінералу;  $r_{BK}$  – відстань між сусідніми вкрапленнями цінного мінералу;  $L_{BK}$  – розмір блока руди ( $L_{BK} = d_{BK} + r_{BK}$ ).

Якщо  $\alpha_n > 0,65$ , то рудна фаза стає суцільною, а нерудна – вкрапленою і тоді має сенс говорити про розкриття нерудної фази. Показники розкриття, а саме вміст рудних ( $P_P$ ) та нерудних (породних) ( $P_H$ ) зерен, багатих ( $P_{P3}$ ) та бідних ( $P_{H3}$ ) зростків, наступні [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_P = \alpha_n \cdot \int_0^{d_{BK}} \left( 1 - \frac{d}{d_{BK}} \right) \cdot f(d) \partial d; \\ P_H = (1 - \alpha_n) \cdot \int_0^{r_{BK}} \left( 1 - \frac{d}{r_{BK}} \right) \cdot f(d) \partial d; \\ P_{H3} = (1 - \alpha_n) \cdot \left( \int_0^{r_{BK}} \frac{d}{r_{BK}} \cdot f(d) \partial d + \int_{r_{BK}}^{10L_{BK}} f(d) \partial d \right); \\ P_{P3} = \alpha_n \cdot \left( \int_0^{d_{BK}} \frac{d}{d_{BK}} \cdot f(d) \partial d + \int_{d_{BK}}^{10L_{BK}} f(d) \partial d \right) + \int_{10L_{BK}}^{\infty} f(d) \partial d; \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Відповідно до цих даних, загальний вигляд функції розподілу зростків представлено на рис. 2.1.

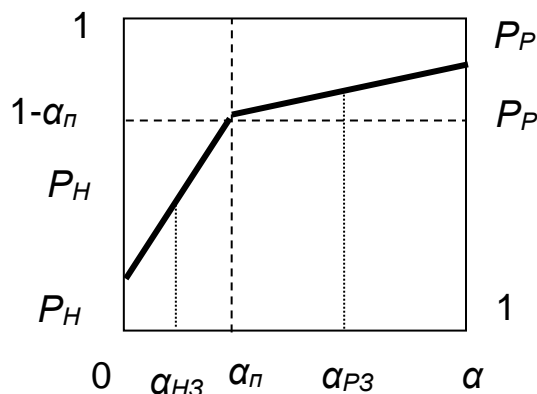


Рисунок 2.1 – Функція розподілу зростків після подрібнення

Коли розподіл частинок за крупністю однопараметричний, то інтеграли будуть табличними та їх вирази набувають вигляду:

$$P_H = (1 - \alpha_n) \cdot \left( 1 - \exp\left(-\frac{r_{BK}}{d}\right) - \frac{\bar{d}}{r_{BK}} \cdot \left( 1 - \left( 1 + \frac{r_{BK}}{d} \right) \cdot \exp\left(-\frac{r_{BK}}{d}\right) \right) \right);$$

$$P_{H3} = (1 - \alpha_n) \cdot \left( \frac{\bar{d}}{r_{BK}} \cdot \left( 1 + \frac{r_{BK}}{d} \right) \cdot \exp\left(-\frac{r_{BK}}{d}\right) + \left( \exp\left(-\frac{r_{BK}}{d}\right) - \exp\left(-\frac{10 \cdot L_{BK}}{\bar{d}}\right) \right) \right);$$

$$P_{P3} = \alpha_n \cdot \left( \frac{\bar{d}}{d_{BK}} \cdot \left( 1 + \frac{d_{BK}}{d} \right) \cdot \exp\left(-\frac{d_{BK}}{d}\right) + \left( \exp\left(-\frac{d_{BK}}{d}\right) - \exp\left(-\frac{10 \cdot L_{BK}}{d}\right) \right) + \exp\left(\frac{10 \cdot L_{BK}}{d}\right) \right);$$

де  $\bar{d}$  – середня крупність частинок.

### 2.3. Перетворення якісних показників у характеристику розмірів

Вже давно стало аксіомою, що розмір вкраплення цінного компонента в руді та крупність подрібнення цієї руди мають бути порівняними. Виходячи з цього були отримані залежності показників розкриття залежно від крупності частинок. Відомо, що для оцінки збагачуваності руд необхідно мати функції гранулометричного та фракційного складу. Здавалося, що цієї інформації достатньо для математичного моделювання будь-якої збагачувальної технології. Однак, сепарація у водному середовищі залежить від розміру частинок та їх питомої ваги. Крім того, в тонких класах крупності більше відкритих рудних та нерудних зерен. У результаті сепарація за крупністю супроводжується сепарацією за щільністю, що призводить до зміни вмісту корисного компонента в продуктах, що отримуються [8].

Таким чином, при моделюванні будь-якого процесу сепарації необхідно застосовувати перетворювання двох функцій: розподіл за якісним показником і розподіл за крупністю. Для такого перетворення додатково повинна бути задана функція зв'язку крупності частинок із вмістом цінного мінералу, тобто:  $d = f(\alpha)$ .

Показники розкриття це вміст розкритих фракцій: рудних ( $P_P$ ) та нерудних ( $P_H$ ) зерен; багатих ( $P_{P3}$ ) та бідних ( $P_{H3}$ ) зростків. Багаті та бідні зростки розділені природною межею – середнім вмістом цінного компонента в корисній копалині ( $\alpha_n$ ), яка підготовлена до розділення у цьому технологічному блоці. Це означає, що вміст цінного компонента в багатих зростках змінюється в межах  $\alpha_n \leq \alpha_{P3} < 1$ , а в бідних –  $0 \leq \alpha_{H3} < \alpha_n$ . Така природна межа прийнята тому, що мають бути отримані продукти у яких вміст цінних компонентів відрізняється: збагачений ( $\alpha_n < \beta$ ) та збіднений ( $\alpha_n > \nu$ ). Неважко бачити із системи (2.1), що крупність частинок у явному вигляді впливає на показники розкриття. Оскільки

зерна різної крупності мають різний вміст корисного компонента, то середні крупності будуть визначатися за виразом 2.2.

При використанні зв'язку вміст цінного компонента у фракціях  $\alpha$  із крупністю  $d$ , отримуємо потрібну функцію.

Наприклад, для наступних вихідних даних:  $\alpha_n = 0,3$ ;  $d_{BK} = 0,2$  мм;

$f(d) = \frac{1}{d} \cdot \exp\left(-\frac{d}{\bar{d}}\right)$ ;  $\bar{d} = 0,2$  мм; ці величини становлять:

$d_P = 0,041$  мм;  $d_H = 0,0137$  мм;  $d_{P31} = 0,133$  мм;  $d_{P32} = 0,25$  мм;  $d_{P3} = 0,16$  мм;  $d_{H31} = 0,065$  мм;  $d_{H32} = 0,25$  мм;  $d_{H3} = 0,128$  мм;

$$\left\{ \begin{array}{l} d_P = \frac{\alpha_n}{P_P} \cdot \int_0^{d_{BK}} d \cdot \left(1 - \frac{d}{d_{BK}}\right) \cdot f(d) \partial d; \\ d_H = \frac{(1 - \alpha_n)}{P_H} \cdot \int_0^{r_{BK}} d \cdot \left(1 - \frac{d}{r_{BK}}\right) \cdot f(d) \partial d; \\ d_{H3} = \frac{(1 - \alpha_n)}{P_{H3}} \cdot \left( \int_0^{r_{BK}} \frac{d^2}{r_{BK}} \cdot f(d) \partial d + \int_{r_{BK}}^{10L_{BK}} d \cdot f(d) \partial d \right); \\ d_{P3} = \frac{1}{P_{P3}} \left( \alpha_n \cdot \left( \int_0^{d_{BK}} \frac{d^2}{d_{BK}} \cdot f(d) \partial d + \int_{d_{BK}}^{10L_{BK}} d \cdot f(d) \partial d \right) + \int_{10L_{BK}}^{\infty} d \cdot f(d) \partial d \right). \end{array} \right. \quad (2.2)$$

Залежність між крупністю та вмістом цінного компонента зображена на рис. 2.2.

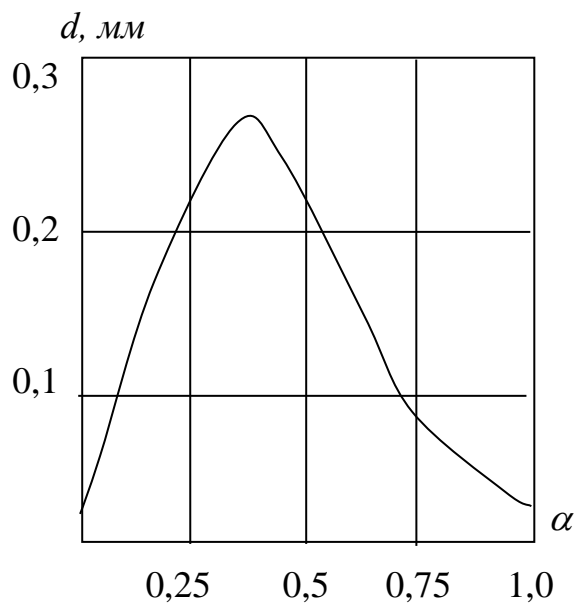


Рисунок 2.2 – Залежність крупності частинок у фракціях розкриття від вмісту цінного мінералу

Тепер визначимо середню крупність частинок в збагаченому та збідненому продуктах, якщо сепараційна характеристика має вигляд кривої 1, а функція розкриття, що відповідає обчисленим величинам, – кривої 2 (рис. 2.3).

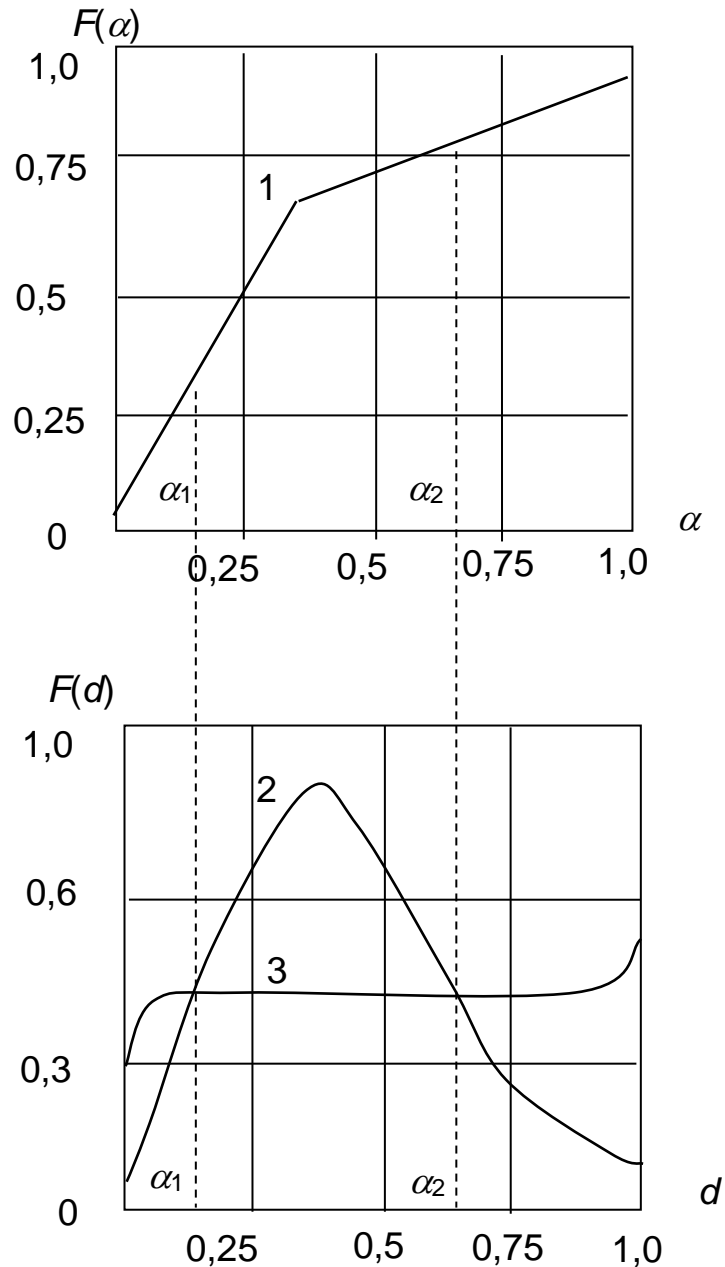


Рисунок 2.3 – Графіки зв'язку розмірів частинок із вмістом цінного мінералу в них

Розрахунок дає наступні значення крупностей продуктів:  $d_\beta = 0,18$ ;  $d_v = 0,18$ . Оскільки точка перегину сепараційної характеристики збігається з максимальною крупністю частинок, то цей клас крупності переходить у багатий і бідний продукти і питома вага його в будь-якому

з них стає меншою, ніж у наявному, а продукти розділення мають відповідно крупність дещо меншу за вхідну.

Коли сепараційна характеристика близька до ідеальної, крупності продуктів сепарації істотно відрізняються. Наприклад, якщо сепараційна характеристика має кут нахилу в точці перегину близько  $85^\circ$  і немає захоплення нерудної фази в концентрат і втрат рудної в хвостах, то  $d_\beta = 0,25$ ;  $d_v = 0,16$ . Характеристика отримана шляхом усереднення на широкому інтервалі вмісту цінного компонента і тому не має значень максимальної крупності частинок.

Зменшивши інтервали усереднення або навіть звести їх до точки, отримуємо функціональну відповідність  $d = f(\alpha)$ .

Максимальний розмір частинок буде відповідати вихідному вмісту цінного компонента. За допомогою такої функції легко визначати якісні показники гранулометричного складу.

Допустимо, є підготовлений продукт із розподілом зростків відповідно до кривої 1 (рис. 2.3). Сепараційна характеристика процесу розсіву відповідає кривій 2, а функція  $d = f(\alpha)$  – кривій 3. Припустимо також, що відома функція розподілу частинок за крупністю  $F(d)$ . Виходи надрешітного ( $H$ ) та підрешітного ( $\Pi$ ) продуктів становлять:

$$\gamma^H = \int_0^{d_{\max}} P(d) \cdot \frac{F(d)}{\partial d} \partial \alpha; \quad \gamma^\Pi = \int_0^{d_{\max}} (1 - P(d)) \cdot \frac{F(d)}{\partial d} \partial \alpha.$$

Середні крупності цих продуктів:

$$d^H = \frac{1}{\gamma^H} \cdot \int_0^{d_{\max}} d \cdot P(d) \cdot \frac{F(d)}{\partial d} \partial \alpha; \quad d^\Pi = \frac{1}{\gamma^\Pi} \cdot \int_0^{d_{\max}} d \cdot (1 - P(d)) \cdot \frac{F(d)}{\partial d} \partial \alpha.$$

Розподіл частинок за крупністю у цих продуктах:

$$F^H(d) = \frac{1}{\gamma^H} \cdot \int_0^d (1 - P(d)) \cdot \frac{F(d)}{\partial d} \partial \alpha; \quad F^\Pi(d) = \frac{1}{\gamma^\Pi} \cdot \int_0^d P(d) \cdot \frac{F(d)}{\partial d} \partial \alpha.$$

Вміст цінного компонента:

$$\alpha^H = \frac{1}{\gamma^H} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \alpha \cdot \frac{dF(\alpha)}{d\alpha} d\alpha;$$

$$\alpha^\Pi = \frac{1}{\gamma^\Pi} \cdot \left( \int_0^{\alpha_1} \alpha \cdot \frac{dF(\alpha)}{d\alpha} d\alpha + \int_{\alpha_2}^1 \alpha \cdot \frac{dF(\alpha)}{d\alpha} d\alpha \right).$$

Таким чином, для моделювання технології збагачувальних процесів необхідно і достатньо мати три функції, що характеризують початковий (вхідний) потік на будь-який технологічний апарат. Це функції розподілу частинок за крупністю (гранулометричний склад) та вмісту цінного компонента (фракційний склад), а також функція зв'язку крупності частинок із вмістом цінного компоненту за класами крупності.

## 2.4. Визначення середнього вмісту цінного компоненту у продуктах розділення за крупністю

Вивчення характеру розкриття вкрапленого цінного мінералу показало, що тонкі частинки містять більше розкритого мінералу. Отримані залежності, які дозволяють визначити функцію розподілу зростків  $F(\alpha)$ . Якщо виконати гранулометричний аналіз фракцій розкриття, то можна отримати функцію зв'язку крупності і вмісту цінного мінералу (рис. 2.4). Така залежність дозволяє виконувати моделювання розділових технологій без припущення, що розділення здійснюється лише за однією ознакою.

Припустимо, що розділення за крупністю проводиться на ситі. У цьому разі процес практично можна характеризувати одним значенням крупності розділення, що дорівнює розміру отвору сита,  $d = d_0$ . Уведемо рівень  $d_{TP}$  у графіку  $d = f(\alpha)$  (рис. 2.4).

Це вже одразу дозволить визначити інтегральні показники в надрешітних та підрешітних продуктах за очевидними співвідношеннями:

$$\bar{\alpha}_{PP} = \frac{\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_1} \alpha \cdot P(\alpha) \cdot f(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_2}^{\alpha_{\max}} \alpha \cdot P(\alpha) \cdot f(\alpha) d\alpha}{\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_1} P(\alpha) \cdot f(\alpha) d\alpha + \int_{\alpha_2}^{\alpha_{\max}} P(\alpha) \cdot f(\alpha) d\alpha};$$

$$\bar{\alpha}_{HP} = \frac{\int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \alpha \cdot P(\alpha) \cdot f(\alpha) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} P(\alpha) \cdot f(\alpha) d\alpha};$$

де  $P(\alpha)$  – сепараційна характеристика розділового апарату за крупністю.

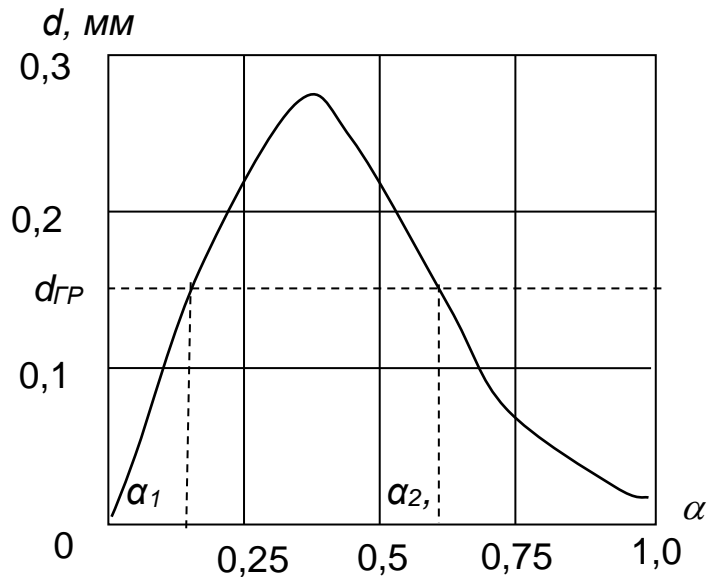


Рисунок 2.4 – Залежність крупності частинок у фракціях розкриття від вмісту цінного мінералу

Для отримання функцій розподілу зростків у продуктах розділення необхідно змінити межі інтегрування у виразах для  $P_P$ ,  $P_{P3}$ ,  $P_H$ ,  $P_{H3}$ .

Припустимо, що  $d_{Г} = 2d_{БК}$ . Тоді, порівнюючи значення границь з цим числом, розрахуємо кількість зростків, що перейшли в над- та підрешітний продукти:

$$P_{H3}^H = (1 - \alpha_n) \cdot \int_{0_{Г}}^{\infty} f(d) \partial d; \quad P_{H3}^{\Pi} = (1 - \alpha_n) \cdot \left( \int_0^{r_{БК}} \frac{d}{d_{БК}} \cdot f(d) \partial d + \int_{r_{БК}}^{d_{Г}} f(d) \partial d \right);$$

$$P_{P3}^H = \alpha_n \cdot \int_{d_{Г}}^{\infty} f(d) \partial d; \quad P_{P3}^{\Pi} = \alpha_n \cdot \left( \int_0^{d_{БК}} \frac{d}{d_{БК}} \cdot f(d) \partial d + \int_{d_{БК}}^{d_{Г}} f(d) \partial d \right).$$

Така подія типова для дроблення і, якщо припустити, що  $d_{Г} = 2l_p$ , і підставити замість крупності вкраплення довжину прошарку, то отримаємо необхідні величини. Вміст цінного компонента в продуктах розділення наступний:

$$\alpha^{\Pi} = \frac{P_P \cdot \alpha_{P\Pi} + P_{P3}^{\Pi} \cdot \alpha_{P3} + P_{H3}^{\Pi} \cdot \alpha_{H3} + P_H \cdot \alpha_{H\Pi}}{P_P + P_{P3}^{\Pi} + P_{H3}^{\Pi} + P_H};$$

$$\alpha^H = \frac{P_{P3}^E \cdot \alpha_{P3} + P_{H3}^H \cdot \alpha_{H3}}{P_{P3}^{\Pi} + P_{H3}^{\Pi}}.$$

## 2.5. Розкриття цінного мінералу у другій та наступних стадіях подрібнення

Після первинного подрібнення структура руди порушується і про природне вкраплення говорити не має сенсу. Вкраплення утворюється з рудних включень у зростках. Вторинне подрібнення сприяє подальшому розкриттю цих зростків.

Так з багатих зростків утворюються:

відкриті рудні зерна –  $P_{P3}$ ;

відкриті нерудні зерна –  $H_{P3}$ ;

багаті зростки –  $P_{3P3}$ ;

бідні зростки –  $H_{3P3}$ .

З бідних зростків утворюються такі ж фракції:  $P_{H3}$ ,  $H_{H3}$ ,  $P_{3H3}$ ,  $H_{3H3}$ .

Відмінність одного типу зростків від іншого полягає в середньому (об'ємному) вмісті в них цінного мінералу: у багатих –  $\alpha_{P3}$ ; у бідних –  $\alpha_{H3}$ . Розмір вкраплення залежить від розмірів частинки  $d_{\text{ч}}$ . Тоді:

$$d_{BKHZ} = d_{\text{ч}} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{H3}}; \quad d_{BKP3} = d_{\text{ч}} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{P3}}.$$

Відмінність між багатими та бідними зростками була визначена початковим вмістом цінного мінералу, що становить 0,35...0,4. Коли з підготовленого продукту видаляється відкрита фракція, тоді проміжним продуктом є зростки, а вміст у ньому цінного мінералу буде таким самим, як у вихідній руді, тобто  $\alpha_n$ .

Коли технологія збагачення будується за принципом видалення відкритих фракцій після кожної підготовчої операції, тоді можна припустити, що вихідна інформація для розрахунків показників розкриття наступна:

$$\alpha_{ni} = \alpha_n = \text{const}$$

$$P_{Pi} = 0;$$

$$P_{Hi} = 0;$$

$$P_{P3i} = \alpha_n;$$

$$P_{H3i} = 1 - \alpha_n;$$

$$\alpha_{P3i} = \frac{1 + \alpha_n}{2};$$

$$P_{H3i} = \frac{\alpha_n}{2};$$

$$d_{BKP3i} = d_{\text{ч}} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{P3i}};$$

$$d_{BKHZi} = d_{\text{ч}} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{H3i}}.$$

Розрахункові співвідношення мають вигляд:

$$P_{PP3} = \alpha_{P3i} \cdot \int_0^{d_{BKP3i}} \left(1 - \frac{d}{d_{BKP3i}}\right) \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{HP3} = (1 - \alpha_{P3i}) \cdot \int_0^{d-d_{BKP3i}} \left(1 - \frac{d}{d_u - d_{BKP3i}}\right) \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{P3P3} = \alpha_{P3i} \cdot \int_0^{d_{BKP3i}} \frac{d}{d_{BKP3i}} \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{H3P3} = (1 - \alpha_{P3i}) \cdot \int_0^{d-d_{BKP3i}} \frac{d}{d_u - d_{BKP3i}} \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{PH3} = \alpha_{H3i} \cdot \int_0^{d_{BKH3i}} \left(1 - \frac{d}{d_{BKH3i}}\right) \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{HH3} = (1 - \alpha_{H3i}) \cdot \int_0^{d-d_{BKH3i}} \left(1 - \frac{d}{d_u - d_{BKH3i}}\right) \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{P3H3} = \alpha_{H3i} \cdot \int_0^{d_{BKH3i}} \frac{d}{d_{BKH3i}} \cdot f(d) \partial d ;$$

$$P_{H3H3} = (1 - \alpha_{H3i}) \cdot \int_0^{d-d_{BKH3i}} \frac{d}{d_u - d_{BKH3i}} \cdot f(d) \partial d .$$

Тоді кінцеві показники будуть наступними:

$$P_{Pi} = P_{Pex} + P_{PP3} + P_{PH3} ;$$

$$P_{Hi} = P_{Hex} + P_{HP3} + P_{HH3} ;$$

$$P_{P3i} = P_{P3P3} + P_{P3H3} ;$$

$$P_{H3i} = P_{H3P3} + P_{H3H3} .$$

Коли відкрита нерудна фракція не видаляється з наступної технологічної переробки, тоді необхідно вводити штучне обмеження. Припустимо що у деякій стадії збагачення розподіл зростків має вигляд, як на рис.2.5.

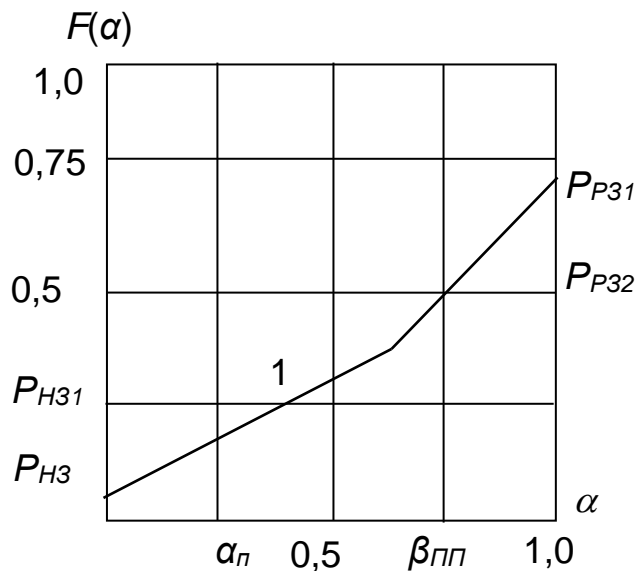


Рисунок 2.5 – Функція розкриття цінного мінералу

В цьому випадку середній вміст цінного мінералу у зростках становитиме:

у багатих зростках, вміст яких дорівнює:

$$P_{P3} = P_{P31} + P_{P32};$$

$$\alpha_{P3} = \frac{P_{P31} \cdot 0,5 \cdot (1 + \beta_{ПП}) + P_{P32} \cdot 0,5 \cdot (\alpha_n + \beta_{ПП})}{P_{P31} + P_{P32}}$$

у бідних зростках, вміст яких:

$$P_{H3} = P_{H31} + P_{H32};$$

$$\alpha_{H3} = 0,5 \cdot \alpha_n.$$

Якщо ж припустити, що кожен клас крупності подрібнюється незалежно один від одного і розподіл уламків при подрібненні залежить від розміру частинок – чим дрібніше клас крупності, тим твердіше стає тіло, тоді розрахунок розкриття стає досить громіздким [9]. Крім того, необхідно мати можливість у будь-який спосіб оцінювати такі розподіли. Поки що це можна зробити експериментально.

Для цього необхідно мати безліч функцій розподілу частинок за крупністю, що виходять після подрібнення кожного вузького класу. Залежно від виду подрібнення ці функції змінюються. Проте головним залишається те, що функції  $f(d/d_0)$  існують. Ці функції представлені на рис. 2.6, а їх приріст зведено в табл. 2.1 (рядки).

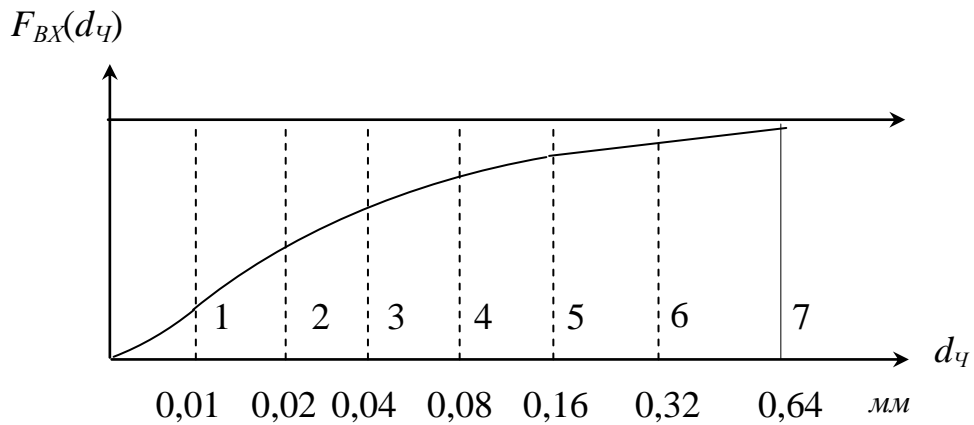


Рисунок 2.6 – Функція розподілу частинок на вході подрібнення

На вхід апарату для подрібнення надходить продукт з функцією розподілу за крупністю  $\Delta F_{BX}$ .

Виконаємо розрахунок розкриття при таких початкових даних:

$$\alpha_{H3} = 0,15; \quad \alpha_{P3} = 0,65; \quad \sqrt[3]{0,15} = 0,53; \quad \sqrt[3]{0,65} = 0,866; \quad r_{BK} = d_{\psi} - d_{BK};$$

$$P_{P3} = 0,45; \quad P_{H3} = 0,3; \quad P_P = 0,15; \quad P_H = 0,1.$$

Розрахунки представимо у вигляді таблиць. Початкові дані наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Початкові дані до розрахунків розкриття у другій стадії подрібнення

|                 | Функції розподілу частинок, що отримані після подрібнення окремих класів крупності |      |      |      |      |      | Розмір вкраплення рудної фази у зростках |            |            |            |      |
|-----------------|--|------|------|------|------|------|--|------------|------------|------------|------|
|                 |  |      |      |      |      |      | $d_{BKP3}$                               | $d_{BKH3}$ | $r_{BKP3}$ | $r_{BKH3}$ |      |
| $\Delta F_1$    | 1  |      |      |      |      |      | 0,0086                                   | 0,0053     | 0,0015     | 0,0047     |      |
| $\Delta F_2$    | 0,3  | 0,7  |      |      |      |      | 0,017                                    | 0,01       | 0,003      | 0,01       |      |
| $\Delta F_3$    | 0,2  | 0,3  | 0,5  |      |      |      | 0,034                                    | 0,02       | 0,006      | 0,02       |      |
| $\Delta F_4$    | 0,25   | 0,25 | 0,25 | 0,25 |      |      | 0,069                                    | 0,04       | 0,011      | 0,04       |      |
| $\Delta F_5$    | 0,2  | 0,2  | 0,2  | 0,2  | 0,2  |      | 0,137                                    | 0,08       | 0,023      | 0,08       |      |
| $\Delta F_6$    | 0,3  | 0,25 | 0,2  | 0,2  | 0,15 | 0    | 0,27                                     | 0,16       | 0,05       | 0,16       |      |
| $\Delta F_7$    | 0,35   | 0,25 | 0,2  | 0,15 | 0,05 | 0    | 0  | 0,54       | 0,32       | 0,1        | 0,32 |
| $\Delta F_{BX}$ | 0,12   | 0,28 | 0,22 | 0,15 | 0,08 | 0,08 | 0,07                                     |            |            |            |      |
| $d, \text{мм}$  | 0,01   | 0,02 | 0,04 | 0,08 | 0,16 | 0,32 | 0,64                                     |            |            |            |      |

У табл.2.1 записуємо добутки збільшення функцій розподілу уламків на збільшення вхідної функції розподілу частинок, т.т.

$$P_{PP3} = \alpha_{P3} \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left( 1 - \frac{d_j}{d_{BK_i}} \right) \cdot \Delta F_i(d_j^{\circ}) \cdot \Delta F_i(d_{\psi});$$

$$P_{P3P3} = \alpha_{P3} \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{d_j}{d_{BK_i}} \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u);$$

$$P_{HP3} = (1 - \alpha_{P3}) \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{d_j}{r_{BK_i}}\right) \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u);$$

$$P_{H3P3} = (1 - \alpha_{P3}) \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{d_j}{r_{BK_i}} \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u);$$

$$P_{PH3} = \alpha_{H3} \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{d_j}{d_{BK_{H3}}}\right) \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u);$$

$$P_{P3H3} = \alpha_{H3} \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{d_j}{d_{BK_{H3}}} \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u);$$

$$P_{HH3} = (1 - \alpha_{H3}) \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{d_j}{r_{BK_{H3}}}\right) \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u);$$

$$P_{H3H3} = (1 - \alpha_{H3}) \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{d_j}{r_{BK_{H3}}} \cdot \Delta F_i(d^\circ_j) \cdot \Delta F_i(d_u).$$

У табл. 2.2 запишемо проміжні дані.

Останній рядок табл. 2.2 включає суми елементів стовбців.

Надалі складаємо таблиці, де записуємо ймовірності появи відкритих зерен або зростків і відповідні їм виходи продуктів, частинки яких можуть містити ці фази.

Таблиця 2.2 – Проміжні дані до розрахунків розкриття у другій стадії подрібнення

| $d$  | 0,01  | 0,02  | 0,04  | 0,08  | 0,16   | 0,32 | 0,64 |
|--|-------|-------|-------|-------|--------|------|------|
| Добутки $\Delta F_i \Delta F_{Bx} = G_{i,j}$ ,<br>$i$ – номер рядка<br>$j$ - номер стовпця | 0,12  |       |       |       |        |      |      |
|  | 0,084 | 0,196 |       |       |        |      |      |
|  | 0,044 | 0,066 | 0,11  |       |        |      |      |
|  | 0,037 | 0,038 | 0,038 | 0,038 |        |      |      |
|  | 0,024 | 0,016 | 0,016 | 0,016 | 0,016  |      |      |
|  | 0,016 | 0,02  | 0,016 | 0,016 | 0,012  | 0,0  |      |
|  | 0,024 | 0,017 | 0,014 | 0,01  | 0,0035 | 0,0  | 0,0  |
| Інтегральна функція розподілу всіх уламків   | 0,349 | 0,35  | 0,19  | 0,08  | 0,03   | 0,0  | 0,0  |

Складаємо різниці  $V = 1 - d/d_{BK_{P3}}$  та значення заносимо в табл. 2.3 (перші елементи у клітинках). Другі елементи клітинок цієї таблиці – це добуток елементів табл. 2.2 на верхні елементи табл. 2.3, тобто вихід відповідної фази продукту, що відповідає ймовірності виходу відкритого рудного зерна з багатого зростка.

Таблиця 2.3 – Розрахунок кількості відкритих рудних зерен, що утворилися із багатих зростків

|                               |                          |                |                |               |                |               |           |                          |
|-------------------------------|--------------------------|----------------|----------------|---------------|----------------|---------------|-----------|--------------------------|
| $d$                           |                          | 0              |                |               |                |               |           |                          |
| 0,01                          | $V$<br>$V \cdot G_{i,j}$ | 0,42<br>0,035  | 0              |               |                |               |           |                          |
| 0,02                          | $V$<br>$V \cdot G_{i,j}$ | 0,72<br>0,032  | 0,42<br>0,028  | 0             |                |               |           |                          |
| 0,04                          | $V$<br>$V \cdot G_{i,j}$ | 0,86<br>0,032  | 0,72<br>0,027  | 0,42<br>0,016 | 0              |               |           |                          |
| 0,08                          | $V$<br>$V \cdot G_{i,j}$ | 0,93<br>0,022  | 0,86<br>0,014  | 0,72<br>0,011 | 0,42<br>0,006  | 0             |           |                          |
| 0,16                          | $V$<br>$V \cdot G_{i,j}$ | 0,963<br>0,015 | 0,93<br>0,018  | 0,86<br>0,014 | 0,72<br>0,011  | 0,42<br>0,005 | 0         |                          |
| 0,32                          | $V$<br>$V \cdot G_{i,j}$ | 0,972<br>0,023 | 0,963<br>0,016 | 0,93<br>0,013 | 0,86<br>0,0086 | 0,72<br>0,002 | 0,42<br>0 | 0                        |
| Інтегральна функція розподілу |                          | 0,159          | 0,103          | 0,054         | 0,025          | 0,007         |           | $\Sigma_{PP3}=$<br>0,348 |

Складемо відношення крупностей до вкраплення  $d/d_{BKP3}$ , і значення записуємо в табл. 2.4 (перші елементи у клітинах), що відповідає утворенню багатого зростка з багатого зростка. Другі елементи є добуток елементів відповідних клітин на елементи табл. 2.3.

Усі наступні табл. 2.5–2.10 складаються за таким же правилом, як і табл. 2.3.

Таблиця 2.4 – Розрахунок кількості багатих зростків, що утворилися із багатих зростків

|        |        |       |        |       |      |                       |
|--------|--------|-------|--------|-------|------|-----------------------|
| 1      |        |       |        |       |      |                       |
| 0,12   |        |       |        |       |      |                       |
| 0,58   | 1      |       |        |       |      |                       |
| 0,05   | 0,196  |       |        |       |      |                       |
| 0,29   | 0,58   | 1     |        |       |      |                       |
| 0,013  | 0,038  | 0,11  |        |       |      |                       |
| 0,14   | 0,29   | 0,58  | 1      |       |      |                       |
| 0,005  | 0,01   | 0,019 | 0,038  |       |      |                       |
| 0,07   | 0,14   | 0,29  | 0,58   | 1     |      |                       |
| 0,0015 | 0,002  | 0,005 | 0,008  | 0,016 |      |                       |
| 0,037  | 0,07   | 0,14  | 0,29   | 0,58  | 1    |                       |
| 0,0006 | 0,0014 | 0,002 | 0,005  | 0,006 | 0    |                       |
| 0,018  | 0,037  | 0,07  | 0,14   | 0,29  | 0,58 | 1                     |
| 0,0004 | 0,0006 | 0,001 | 0,0014 | 0,001 | 0    | 0                     |
| 0,19   | 0,25   | 0,137 | 0,05   | 0,023 |      | $\Sigma_{P3P3}=$ 0,65 |

Складаємо різниці  $1 - d/d_{BKHZ}$  та їх значення заносимо в табл. 2.5, що відповідає утворенню відкритого рудного зерна з бідного зростка.

Таблиця 2.5 – Розрахунок кількості відкритих рудних зерен, що утворилися із бідних зростків

|                |                 |                |                |               |   |                         |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|---------------|---|-------------------------|
| 0              |                 |                |                |               |   |                         |
| 0              | 0               |                |                |               |   |                         |
| 0,5<br>0,022   | 0               | 0              |                |               |   |                         |
| 0,75<br>0,028  | 0,5<br>0,019    | 0              | 0              |               |   |                         |
| 0,875<br>0,021 | 0,75<br>0,012   | 0,5<br>0,008   | 0              | 0             |   |                         |
| 0,938<br>0,015 | 0,875<br>0,0175 | 0,75<br>0,012  | 0,5<br>0,008   | 0             | 0 |                         |
| 0,97<br>0,023  | 0,938<br>0,016  | 0,875<br>0,012 | 0,75<br>0,0075 | 0,5<br>0,0017 | 0 | 0                       |
| 0,109          | 0,064           | 0,032          | 0,015          | 0,0017        |   | $\Sigma_{PH3} = 0,1934$ |

Складаємо відношення  $d/d_{BKHZ}$  та їх значення записуємо у табл. 2.6, що відповідає утворенню багатого зростка з бідного.

Таблиця 2.6 – Розрахунок кількості багатих зростків, що утворилися із бідних зростків

|                 |                 |                 |               |               |        |                         |
|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|--------|-------------------------|
| 1<br>0,12       |                 |                 |               |               |        |                         |
|                 | 1<br>0,196      |                 |               |               |        |                         |
| 0,5<br>0,022    | 1<br>0,066      | 1<br>0,11       |               |               |        |                         |
| 0,25<br>0,009   | 0,5<br>0,018    | 1<br>0,038      | 1<br>0,038    |               |        |                         |
| 0,125<br>0,003  | 0,25<br>0,004   | 0,5<br>0,008    | 1<br>0,016    | 10,016        |        |                         |
| 0,0625<br>0,001 | 0,125<br>0,0025 | 0,25<br>0,004   | 0,5<br>0,008  | 1<br>0,012    | 1<br>0 |                         |
| 0,031<br>0,0007 | 0,0625<br>0,001 | 0,125<br>0,0017 | 0,25<br>0,002 | 0,5<br>0,0017 | 1<br>0 | 1<br>0                  |
| 0,24            | 0,287           | 0,16            | 0,06          | 0,03          |        | $\Sigma_{P3H3} = 0,778$ |

Складаємо різниці  $1 - d/r_{BKPH3}$  та їх значення заносимо в табл. 2.7, що відповідає утворенню бідних зростків із багатих зростків.

Таблиця 2.7 – Розрахунок кількості відкритих нерудних зерен, що утворилися із багатих зростків

|                |               |               |              |   |   |                         |
|----------------|---------------|---------------|--------------|---|---|-------------------------|
| 0              |               |               |              |   |   |                         |
| 0              | 0             |               |              |   |   |                         |
| 0              | 0             | 0             |              |   |   |                         |
| 0,1<br>0,0037  | 0             | 0             | 0            |   |   |                         |
| 0,57<br>0,0137 | 0,1<br>0,0016 | 0             | 0            | 0 |   |                         |
| 0,8<br>0,013   | 0,57<br>0,01  | 0,1<br>0,0016 | 0            | 0 | 0 |                         |
| 0,9<br>0,021   | 0,8<br>0,011  | 0,57<br>0,008 | 0,1<br>0,001 | 0 | 0 | 0                       |
| 0,051          | 0,022         | 0,0096        | 0,001        |   |   | $\Sigma_{HPЗ} = 0,0836$ |

Складаємо відношення  $d/r_{BKPЗ}$  та їх значення заносимо до табл. 2.8, що відповідає утворенню бідних зростків із багатих.

Таблиця 2.8 – Розрахунок кількості бідних зростків, що утворилися із багатих зростків

|               |               |                |              |             |        |                         |
|---------------|---------------|----------------|--------------|-------------|--------|-------------------------|
| 1<br>0,12     |               |                |              |             |        |                         |
| 1<br>0,084    | 1<br>0,196    |                |              |             |        |                         |
| 1<br>0,044    | 1<br>0,066    | 1<br>0,11      |              |             |        |                         |
| 0,9<br>0,033  | 1<br>0,038    | 1<br>0,038     | 1<br>0,038   |             |        |                         |
| 0,43<br>0,01  | 0,9<br>0,014  | 1<br>0,016     | 1<br>0,016   | 1<br>0,016  |        |                         |
| 0,2<br>0,003  | 0,43<br>0,008 | 0,9<br>0,014   | 1<br>0,016   | 1<br>0,012  | 1<br>0 |                         |
| 0,1<br>0,0024 | 0,2<br>0,003  | 0,43<br>0,0065 | 0,9<br>0,009 | 1<br>0,0035 | 1<br>0 | 1<br>0                  |
| 0,257         | 0,32          | 0,18           | 0,08         | 0,03        |        | $\Sigma_{HЗPЗ} = 0,868$ |

Складаємо різниці  $1 - d/r_{BKHZ}$  та їх значення заносимо в табл. 2.9, що відповідає утворенню відкритих нерудних зерен із бідних зростків.

Таблиця 2.9 – Розрахунок кількості відкритих нерудних зерен, що утворилися із бідних зростків

|                |                |                |                |               |   |                        |
|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---|------------------------|
| 0              |                |                |                |               |   |                        |
| 0              | 0              |                |                |               |   |                        |
| 0,5<br>0,022   | 0              | 0              |                |               |   |                        |
| 0,75<br>0,028  | 0,5<br>0,019   | 0              | 0              |               |   |                        |
| 0,875<br>0,02  | 0,75<br>0,012  | 0,5<br>0,008   | 0              | 0             |   |                        |
| 0,918<br>0,015 | 0,875<br>0,015 | 0,75<br>0,012  | 0,5<br>0,008   | 0             | 0 |                        |
| 0,97<br>0,023  | 0,918<br>0,016 | 0,875<br>0,015 | 0,75<br>0,0075 | 0,5<br>0,0017 | 0 | 0                      |
| 0,108          | 0,062          | 0,035          | 0,015          | 0,0017        |   | $\Sigma_{HHЗ} = 0,227$ |

Складаємо відношення  $d/r_{BKHZ}$  та їх значення записуємо у табл. 2.10, що відповідає утворенню бідних зростків із бідних зростків.

Таблиця 2.10 – Розрахунок кількості бідних зростків, що утворилися із бідних зростків.

|                 |                 |                 |                |                   |        |                        |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-------------------|--------|------------------------|
| 0,12<br>1       |                 |                 |                |                   |        |                        |
| 0,084<br>1      | 0,196<br>1      |                 |                |                   |        |                        |
| 0,022<br>0,5    | 0,066<br>1      | 0,11<br>1       |                |                   |        |                        |
| 0,009<br>0,25   | 0,019<br>0,5    | 0,038<br>1      | 0,038<br>1     |                   |        |                        |
| 0,003<br>0,125  | 0,004<br>0,25   | 0,008<br>0,5    | 0,016<br>1     | 0,016<br>1        |        |                        |
| 0,001<br>0,0625 | 0,0025<br>0,125 | 0,004<br>0,25   | 0,008<br>0,5   | 0,012<br>1        | 0<br>1 |                        |
| 0,0007<br>0,031 | 0,001<br>0,0625 | 0,0017<br>0,125 | 0,0025<br>0,25 | 0,001<br>7<br>0,5 | 0<br>1 | 0<br>1                 |
| 0,24            | 0,29            | 0,16            | 0,065          | 0,03              |        | $\Sigma_{HHЗ} = 0,785$ |

Записуємо остаточні співвідношення для отримання показників розкриття.

$$P_p = 0,3 \cdot 0,348 \cdot 0,15 + 0,1934 \cdot 0,45 \cdot 0,65 = 0,071;$$

$$P_H = 0,0836 \cdot 0,45 \cdot (1 - 0,15) + 0,227 \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,65) = 0,056;$$

$$P_{HЗ} = 0,868 \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,15) + 0,785 \cdot 0,45 \cdot (1 - 0,65) = 0,387;$$

$$P_{P3} = 0,776 \cdot 0,3 \cdot 0,15 + 0,45 \cdot 0,65 \cdot 0,65 = 0,218;$$

$$P_{ВОбр} = 0,071 + 0,056 + 0,387 + 0,218 = 0,74 \approx 0,75;$$

$$P_H = 0,071 + 0,15 = 0,22;$$

$$P_P = 0,056 + 0,1 = 0,156.$$

Похибка розрахунку становила 2%. Тому для наступних розрахунків можна виконати нормування з метою виключення накопичення похибок та уникнення суперечливих результатів.

## 2.6. Показник розкриття рудного мінералу

Переважає більшість хімічних елементів знаходиться в природі у вигляді сполук, які утворюють мінерали (фр. *minéral*, від, пізно-лат. *minera* – руда). Мінерали – це хімічні сполуки елементів один або декілька з яких є цінними. Вони зосереджуються у вигляді вкраплень різної крупності, що в збагаченні корисних копалин прийнято називати вкрапленістю. Вкрапленість характеризується функцією розподілу за крупністю  $f(d_{BK})$ . Об'єднання мінералів більш-менш постійного мінералогічного складу, що утворюють самостійне тіло в земній корі, складають гірські породи. Ті з гірських порід, хімічний склад і фізичні властивості яких, дозволяють їх ефективно використовувати у сфері матеріального виробництва, відносяться до корисних копалин.

Збагачення корисних копалин має предметом виділення мінералів з необхідним хімічним елементом, що входить у поняття – цінний мінерал, а продукт виділення – цільовий продукт (концентрат). Для вилучення цінного мінералу його попередньо необхідно відокремити від інших мінералів, що утворюють цю гірську породу. Це досягається дробленням і подрібненням. У результаті подрібнення утворюються частинки різного розміру які характеризуються функцією розподілу частинок за крупністю  $f(d)$  (інтегральна функція  $F(d_{BK})$ ). Оскільки руйнування гірської породи здійснюється як за границею вкраплення цінного мінералу так і за межами спаяності мінералів, то в результаті утворюються відкриті частинки цінного мінералу – відкриті рудні зерна (Р); відкриті частинки інших мінералів гірської породи – відкриті нерудні зерна (Н), а також частинки з поєднанням цінного мінералу та інших мінералів – зростки. У зростках може переважати цінний мінерал – багаті зростки (РЗ); або нецінні мінерали – бідні зростки (НЗ). Залежно від об'ємів відкритої фракції та зростків досягається певне розкриття цінного мінералу, яке в загальному випадку характеризується функцією розподілу зростків за вмістом у них цінного мінералу  $\alpha$  при деякій середній крупності подрібнення (диференціальна функція –  $\bar{d} \rightarrow f(\alpha|d)$ , або інтегральна  $\bar{d} \rightarrow F(\alpha|d)$ ), рис. 2.7. Вигляд цієї функції залежить від збагачувальних властивостей сировини: вкрапленості  $d_{BK}$ ,

подрібнюваності (міцності), вмісту цінного мінералу  $\alpha_n$ . Результати подрібнення - функції розподілу частинок за крупністю, параметри якої залежать від подрібнюваності, але в результаті подрібнення проявляються всі показники міцності корисних копалин. Перші показники – те, що закладено природою при створенні родовища і вони можуть бути змінними, тобто. є некерованими параметрами сировини. Останнім є розподіл частинок за крупністю, який є керованим чинником і один із основних показників підготовки сировини до розділення. Головним завданням операції розділення є отримання частинок лише двох видів – відкритих рудних та нерудних зерен. Зростків не має бути. Це буде ідеальним розділенням, яке може бути реалізовано за умови, що середня крупність частинок прагне до нуля ( $d \rightarrow 0$ ). У великих кусках руди вміст цінного мінералу однаковий, тобто коли середня крупність частинок  $\bar{d} \rightarrow \infty$ , зростки мають вміст цінного мінералу, який рівний його початковому вмісту  $\alpha_n$ . При зменшенні крупності частинок (кусків) завдяки дробленню чи подрібненню, з'являються такі частинки у яких вміст цінного мінералу більше, або менше від початкового. Це багаті ( $\alpha_{PЗ}$ ), або бідні ( $\alpha_{HЗ}$ ) зростки.

При подальшому зменшенні значення середньої крупності подрібнення вміст цінного мінералу в багатих і бідних зростках змінюється в залежності від розкриття і прагне, відповідно:  $\alpha_{PЗ} \rightarrow 1$ , а  $\alpha_{HЗ} \rightarrow 0$ ; коли  $\bar{d} \rightarrow 0$ .

Для того, щоб виділити частинки із заданим вмістом цінного мінералу, необхідно функцію розподілу зростків певним чином «розрізати». Гіпотетично це досягається проведенням вертикалі на графіку функції  $F(\alpha)$  в бажаній точці розділення. Тоді фракції, що розташовуються праворуч від вертикалі, утворюватимуть збагачену фракцію, а ті, що ліворуч від вертикалі - збіднену.

Завдання збагачення корисних копалин у тому, щоб збагачений продукт мав вміст цінного мінералу більший за вміст у початковому продукті  $\beta > \alpha_n$ , а збіднений продукт –  $\alpha_n > v$ . Тобто основним критерієм відмінності продуктів розділення є початковий вміст цінного мінералу.

У промисловості таке розділення здійснюється за допомогою апаратів, у яких розділові властивості характеризуються не вертикаллю, а похилою, складнішою кривою, що називається сепараційною характеристикою. Сепараційна характеристика відображає ймовірність переходу вузьких фракцій продукту в збагачений продукт. Чим більше сепараційна характеристика відрізняється від ступінчастої функції, тим гірші розділові властивості апарату. Збагачувачі називають ступінчасту функцію ідеальною сепараційною характеристикою.

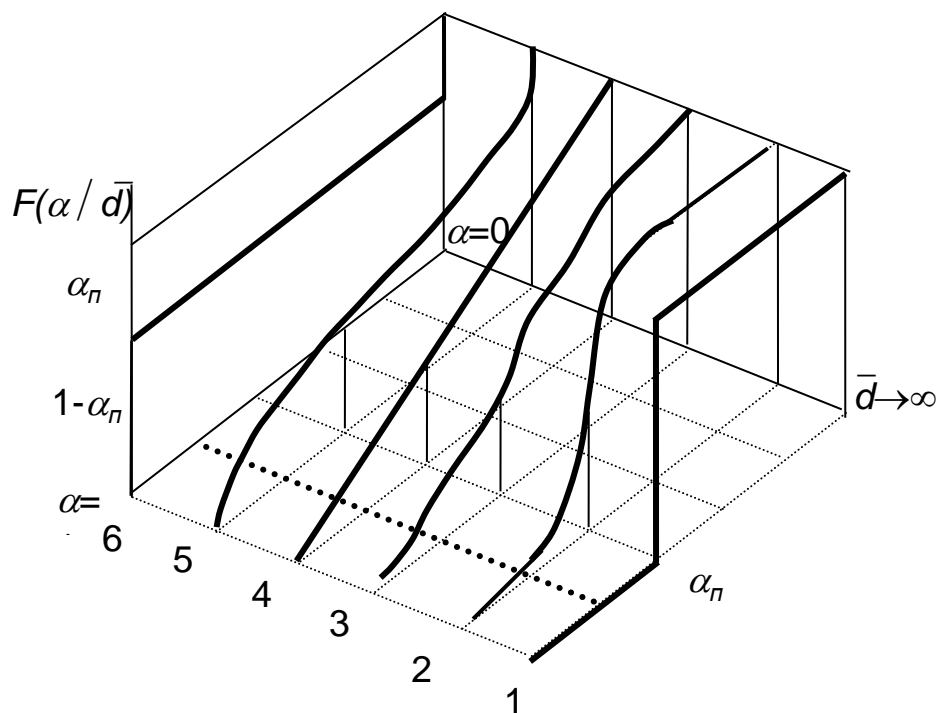
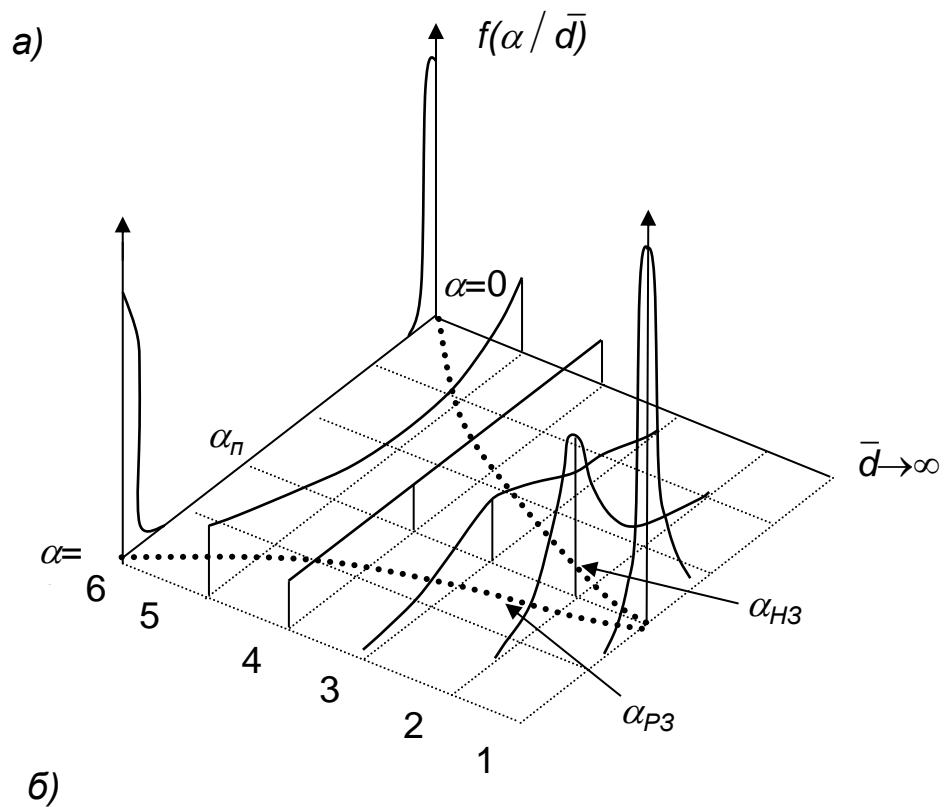


Рисунок 2. – Загальний вигляд функцій розподілу зростків при різних середніх розмірах частини 7к корисної копалини

а) – диференційної функції

б) – інтегральної функції

З викладеного виходить, що оцінка якості розділення може бути виконана не враховуючи показників підготовки сировини. Отже, розглянемо загальні аспекти оцінки якості процесів розділення.

Технологічні критерії дозволяють незалежно від показників підготовки сировини за показниками розділення оцінити його якість. Чим вище значення критерію, тим краще поєднуються показники підготовленої сировини та розділові властивості сепараційного процесу.

При подрібненні розкриваються вкраплення цінного мінералу розмір яких  $d_{BK}$ . Нерудна фаза має розмір  $r_{BK} = d_{BK} \cdot \left( \sqrt[3]{0,65/\alpha_n} - 1 \right)$ , якщо вміст цінного мінералу у матеріалі подрібнення  $\alpha_n \leq 0,65$ .

Збільшення крупності подрібнення може призвести до такої ситуації, коли відкритих фракцій нічого очікувати (рис. 2.7, 2.8, графік 3), а наступне збільшення крупності призведе до того, що функція розподілу прийме вид графіку 2 (рис.2.7, 2.8) та графіку 1.

Граничні значення вмісту цінного мінералу в частинках залежно від їх крупності визначимо на підставі деякої моделі будови руди. Припустимо це буде матрична будова. Існують функції, що пов'язують розмір частинок  $d$  з граничним вмістом у них цінного мінералу, якщо відомі текстурно-структурні ознаки руди і вміст цінного мінералу. Ці залежності мають вигляд:

– для максимального значення:

$$\alpha_{MAX} = \left( \frac{n+1}{n \cdot \sqrt[3]{\frac{0,65}{\alpha_n}} + 1} \right);$$

– для мінімального значення:

$$\alpha_{MIN} = \left( \frac{n}{(n+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{0,65}{\alpha_n}} - 1} \right);$$

$$n = \text{int} \left( \frac{d}{L_{BK}} \right),$$

де  $d_{BK}$  – розмір вкраплення цінного мінералу;  $\alpha_n$  – вміст цінного мінералу в моноліті руди;  $n$  – ціла частина кількості вимірів  $L_{BK}$ , що укладаються в діаметрі частинки (2.1).

Розкриттям можна характеризувати підготовлений до розділення матеріал, для чого необхідно певним чином провести його аналіз. Спробуємо виконати такий аналіз на мінімальній кількості вихідної інформації.

Нехай функція розподілу зростків  $F(\alpha)$  подрібненої мінеральної сировини має вигляд, що показано на рис. 2.8, а.

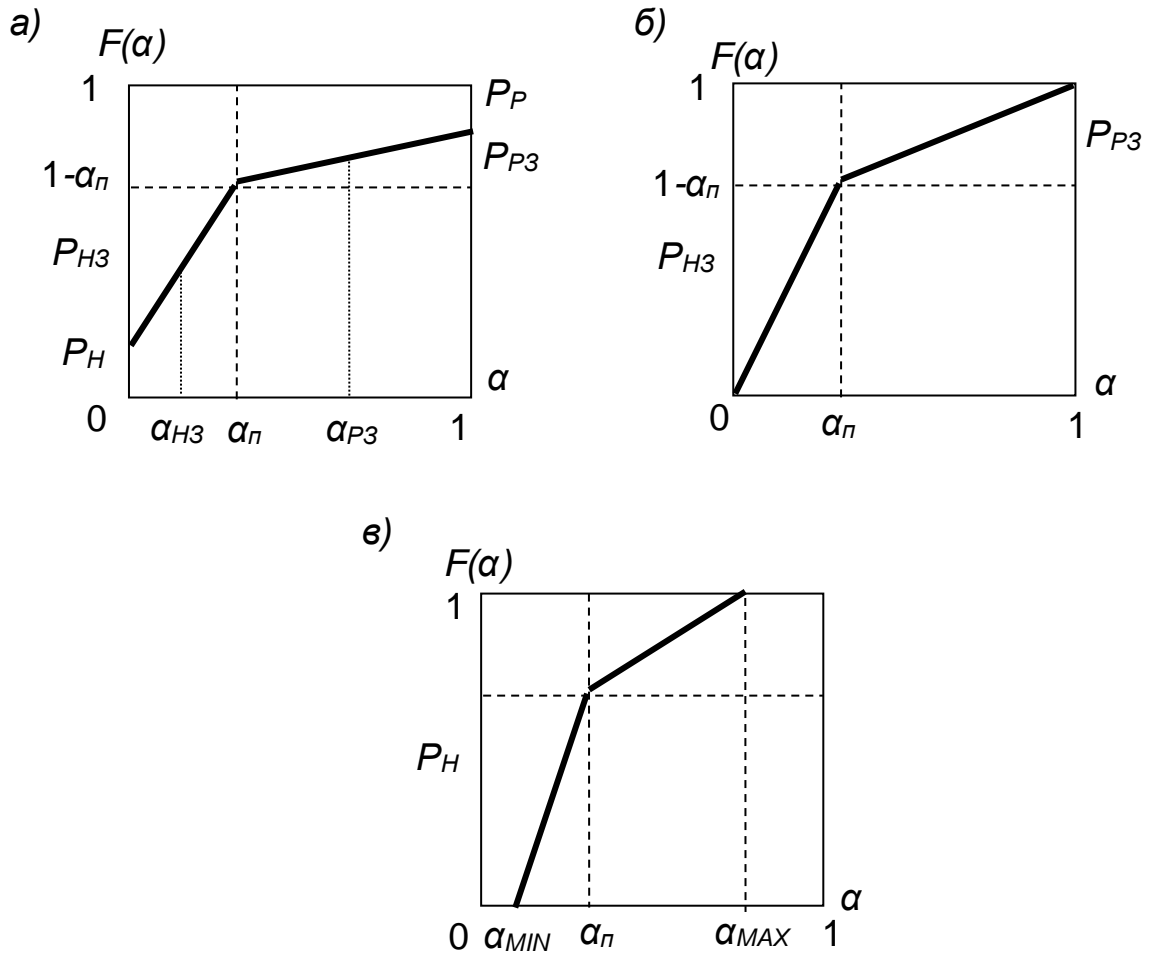


Рисунок 2.8 – Функції розподілу зростків у залежності від крупності подрібнення: а) –  $R > 0,5$ ; б) –  $R = 0,5$ ; в) –  $R < 0,5$

Таким чином, щоб характеризувати розкриття цінного мінералу необхідно використовувати всю функцію розподілу зростків, що одержана в результаті підготовки матеріалу до розділення. На цій базі отримуємо [9]:

$$R = \frac{P_P + P_{P3} \cdot \alpha_{P3}}{P_P + P_{P3}} - \frac{P_{H3} \cdot \alpha_{H3}}{P_H + P_{H3}}$$

Відповідно до гіпотез про ймовірний вид функції розподілу зростків можна записати такі співвідношення:

$$P_P + P_{P3} = \alpha_n; \quad P_H + P_{H3} = 1 - \alpha_n; \quad P_P = \alpha_n - P_{P3};$$

$$\alpha_{P3} = \frac{\alpha_n + \alpha_{MAX}}{2}; \quad \alpha_{H3} = \frac{\alpha_n + \alpha_{MIN}}{2}$$

Коли розмір частинок, порівняльний із розміром вкраплення, а функція розподілу фракцій включає всі можливі фракції, тоді:

$$R = 1 - \frac{P_{P3}}{2 \cdot \alpha_n} \cdot (2 - (\alpha_n + \alpha_{MAX})) - \frac{P_{H3}}{2 \cdot (1 - \alpha_n)} \cdot (\alpha_n + \alpha_{MIN}).$$

Отже, що більше зростків, то менше розкриття і якщо припустити, що відкритих фракцій немає, але вміст цінного мінералу в зростках коливається  $0 \leq \alpha \leq 1$  (рис. 2.8, б), тоді:

$$P_{P3} = \alpha_n; \quad P_{H3} = 1 - \alpha_n; \quad \alpha_{MAX} = 1; \quad \alpha_{MIN} = 0;$$

$$R = 1 - \frac{1}{2} \cdot (2 - (\alpha_n + 1)) - \frac{1}{2} \cdot \alpha_n = 0,5$$

Якщо у функції розподілу фракцій немає зростків, а в наявності лише відкриті рудні та нерудні зерна, то розкриття відповідає 1 (одиниці).

Таким чином, при тонкому подрібненні та у відсутності відкритих фракцій розкриття становить  $R = 0,5$ .

Якщо  $R < 0,5$ , це означає, що немає відкритої фракції і сепарація продукту недоцільна: багаті фракції не отримуємо, а придатної у відході немає (рис. 2.8, в).

Максимальне розкриття ( $R = 1$ ) буде лише у тому випадку, якщо вміст будь-якого виду зростків буде нульовим. (рис. 2.7, поз.6).

При крупному подрібненні, коли зростки містять кілька елементарних циклів вкраплення  $L_{BK}$  і в наступному зростанні крупності (рис. 2.7, поз.1):

$$\alpha_{MAX} = \alpha_{MIN} = \alpha_n;$$

тоді, розкриття складає:

$$R = 1 - \frac{\alpha_n}{2 \cdot \alpha_n} \cdot (2 - (\alpha_n + \alpha_n)) - \frac{(1 - \alpha_n)}{2 \cdot (1 - \alpha_n)} \cdot (\alpha_n + \alpha_n) = 0.$$

Отже, критерій задовольняє основним принципам побудови критеріїв, позитивний, змінюється в межах  $0 \leq R \leq 1$ , чутливий до зміни будь-якої із збагачувальних ознак сировини.

## 2.7. Класифікація у спіральних класифікаторах

Для ідентифікації технологічних апаратів будь-якого типу достатньо зробити одиночне випробування в типовому режимі роботи: взяти проби на вході та виходах, а потім, після їх обробки, провести математичні дії з отримання необхідних кривих.

Для розділення в гідроциклонах операція ідентифікації нічим не відрізняється від викладеного раніше алгоритму.

Якщо немає можливості експериментально отримати сепараційну характеристику, то її необхідно орієнтовно визначити за довідковими даними, що можна зробити, за наступним алгоритмом.

Згідно довідника зі збагачення руд знаходимо усереднені функції розподілу частинок за крупністю у початковому потоку класифікатора  $F_{ПК}(d)$ , та в його продуктах розділення: зливі  $F_{ЗК}(d)$  і пісках  $F_{ПСК}(d)$ . Всі ці функції складаються у вигляді зростаючих кривих в інтервалі.

$$F_i(0) = 0; \quad 0 < F_i(d) \leq F_i(d_{MAX}); \quad F_i(d_{MAX}) = 1.$$

Розбиваємо весь діапазон зміни крупності  $0 < d \leq d_{MAX}$  на інтервали  $\Delta d$ . Оскільки зміна крупності в збагаченні нерівномірна, а збільшується від нуля з коефіцієнтом  $\sqrt{3}$ , то шкалу крупностей приймаємо стандартну табл. 2.11.

Таблиця 2.11 – Стандартна шкала крупностей

|     |   |      |      |      |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|---|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $d$ | 1 | 2    | 3    | 4    | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | ... |
| мм  | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 5,0 |     |

При цих значеннях аргументу відмічаємо відповідні значення функції, та отримуємо (табл. 2.12).

Таблиця 2.12 – Значення аргументу за стандартною шкалою крупностей

|              |   |            |            |            |           |           |           |           |           |
|--------------|---|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $d$          | 0 | 0,01       | 0,02       | 0,05       | 0,1       | 0,2       | 0,5       | 1,0       | 2,0       |
| $F_{ПК}(d)$  | 0 | $F_{ПК1}$  | $F_{ПК2}$  | $F_{ПК3}$  | $F_{ПК4}$ | $F_{ПК5}$ | $F_{ПК6}$ | $F_{ПК7}$ | $F_{ПК8}$ |
| $F_{ЗК}(d)$  | 0 | $F_{ЗК1}$  | $F_{ЗК2}$  | $F_{ЗК3}$  | $F_{ЗК4}$ | ...       | ...       | ...       | ...       |
| $F_{ПСК}(d)$ | 0 | $F_{ПСК1}$ | $F_{ПСК2}$ | $F_{ПСК3}$ | ...       | ...       | ...       | ...       | ...       |

Розраховуємо збільшення  $\Delta F_i = F_{i(j+1)} - F_{ij}$  кожної функції, та отримуємо таблицю збільшень (табл. 2.13).

Таблиця 2.13 – Таблиця збільшення

| №         | 0 | 1                 | 2                 | 3                 | 4                | 5   | 6   | 7                    | 8   |
|-----------|---|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-----|-----|----------------------|-----|
| $d$       | 0 | 0,01              | 0,02              | 0,05              | 0,1              | 0,2 | 0,5 | 1,0                  | 2,0 |
| $F_{ПК}$  | 0 | $\Delta F_{ПК1}$  | $\Delta F_{ПК2}$  | $\Delta F_{ПК3}$  | $\Delta F_{ПК4}$ | ... | ... | $\Delta F_{ПК(p-1)}$ |     |
| $F_{ЗК}$  | 0 | $\Delta F_{ЗК1}$  | $\Delta F_{ЗК2}$  | $\Delta F_{ЗК3}$  | ...              | ... | ... | ...                  |     |
| $F_{ПСК}$ | 0 | $\Delta F_{ПСК1}$ | $\Delta F_{ПСК2}$ | $\Delta F_{ПСК3}$ | ...              | ... | ... | ...                  |     |

Складаємо між собою, наприклад, п'ять перших значень кожної функції та маємо вміст класу, у даному разі:

$$p_{i(-0,2)} = \sum_{j=1}^5 \Delta F_i(d),$$

тобто  $p_{ПК(-0,2)}$ ,  $p_{ЗК(-0,2)}$ ,  $p_{ПСК(-0,2)}$ , на підставі яких визначаємо вихід у злив:

$$\gamma_{ЗК} = \frac{P_{ПК(-0,2)} - P_{ПСК(-0,2)}}{P_{ЗК(-0,2)} - P_{ПСК(-0,2)}};$$

та визначаємо сепараційну характеристику:

$$P_{ЗК}(d_j) = \gamma_{ЗК} \frac{\Delta F_{ЗК}(d_j)}{\Delta F_{ПК}(d_j)}.$$

Аналогічні дії проводяться і для подрібнення, сепарації, розділення в будь-якому технологічному апараті.

## 2.8. Ідентифікація сепараційної характеристики у відповідності з параметрами сировини

Відомо, що при розробці технології збагачення корисної копалини не користуються типовими схемами: кожна сировина має свої особливості, від яких залежать технологічні рішення.

Модель структури рудного вкраплення можна розглядати як деяку просторову решітку, у вузлах якої перебувають зерна рудного мінералу. Руду розглянемо як двокомпонентну систему цінного мінералу і порожньої породи, співвідношення між якими визначається вмістом одного з них  $\alpha_n$ . Характер розподілу цінного мінералу залежить від крупності вкраплення  $d_{БК}$ . Середня відстань між частинками рудного вкраплення за умови матричної будови руди, становить:

$$r_{БК} = d_{БК} \cdot \left( \sqrt[3]{\frac{0,65}{\alpha_n}} - 1 \right).$$

Тут у чисельнику стоїть максимальний вміст цінного мінералу, при якому рудна фаза стає безперервною, а нерудна вкрапленою.

Найкраще розділення у сепараторі отримується в тому випадку, якщо між розкриттям цінного компоненту і сепараційною характеристикою спостерігається певна відповідність. Вона полягає в тому, що похідна від сепараційної характеристики  $P'(\alpha)$  у точці її перегину  $\alpha_n$  і показник розкриття  $R$  пов'язані співвідношенням:

$$P'(\alpha) = \frac{K}{R}.$$

Однак, це відношення при великих показниках розкриття обмежене і тому доцільно скористатися деякою корекцією його як:

$$P'(\alpha) = \frac{1}{R} - 1.$$

Тут перекривається весь діапазон зміни вмісту цінного компоненту.

Відповідно до графіків на рис. 2.9 можна побудувати сепараційну характеристику, яка буде відповідати заданим вимогам і передбачати найкраще розділення підготовленої руди з відомими параметрами.

Для цього графіки на рис. 2.9 розташуємо вертикально і під ними підготуємо поле для побудови сепараційної характеристики.

З точок перетину графіків функцій  $\alpha_{min}$  і  $\alpha_{max}$  з горизонталями при вибраних значеннях класів крупності  $d_i = 1, 1', 2, 2', 3, 3', \dots$  проводимо вертикалі на підготовлене поле для характеристики  $P(\alpha)$ .

Відправним пунктом побудови сепараційної характеристики є горизонталь  $0 - 1$  для графіків  $\alpha_{min}$  і  $\alpha_{max}$ . Ця горизонталь характеризує крупність де розкриття цінного мінералу повне, тобто.  $R = 1$ .

Мінімальне значення вмісту цінного мінералу у цьому класі крупності становить  $0$ , а максимальне –  $1$ . Показник розкриття становить:

$$R_0 = \alpha_{max 0} - \alpha_{min 0} = 1 - 0 = 1.$$

Відповідно до цього показника, похідна сепараційної характеристики в цій точці складе:

$$P'(\alpha) = \frac{1}{R} - 1 = \frac{1}{1} - 1 = 0.$$

Похідна в цьому інтервалі нульова, отже, проводимо горизонтальний відрізок  $0 - 1$  (рис. 2.9).

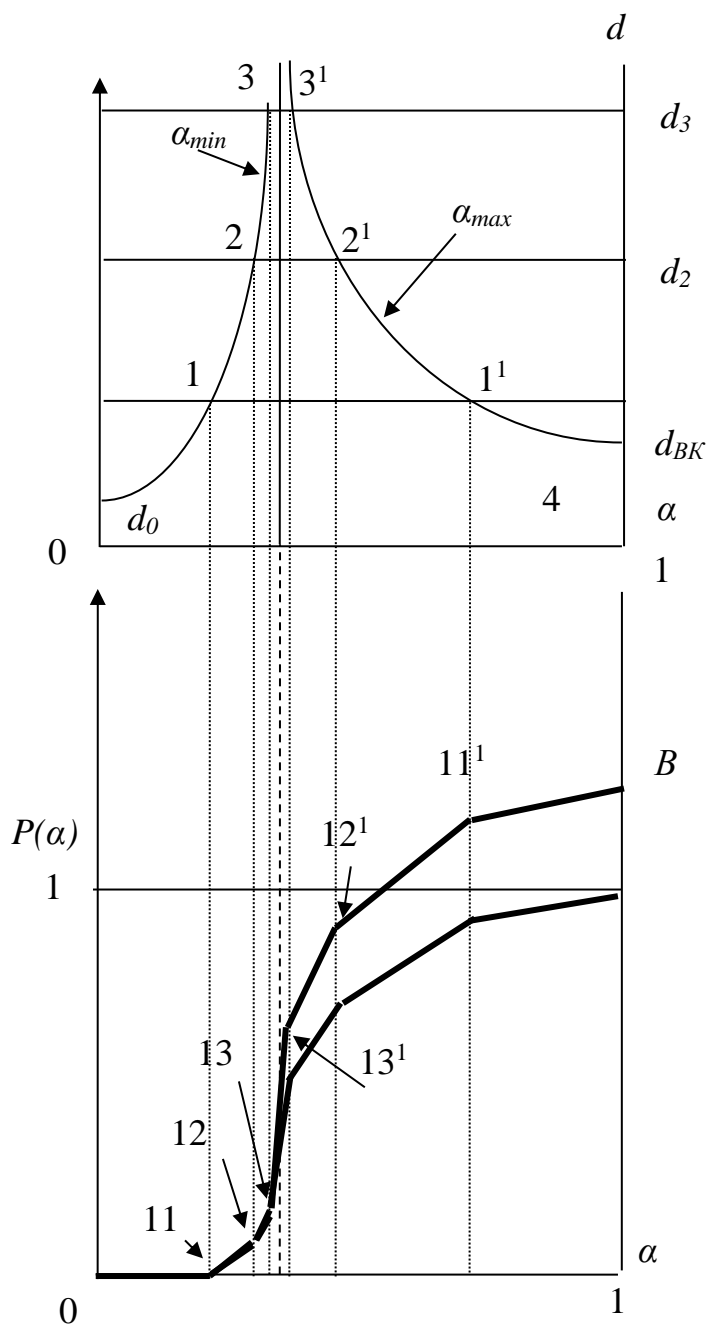


Рисунок 2.9 – Схема до побудови сепараційної характеристики

Переходимо до класу крупності  $d_1$  на рис. 2.9. Точки 1 і 1' визначають значення,  $\alpha_{min1}$  і  $\alpha_{max1}$  на підставі яких знаходимо  $R_1 = \alpha_{MAX} - \alpha_{MIN}$ , а потім  $P_1^1(\alpha) = \frac{1}{R_1} - 1 = tg \varphi$ . Відповідно до значення

похідної визначаємо кут нахилу дотичної  $\varphi_1$  на цьому відрізку і проводимо відрізок 11-12 під кутом  $\varphi_1$ .

Переходимо до класу крупності  $d_2$ . Виконуємо всі дії з визначення кута нахилу дотичної і проводимо відрізок 12-13. Так чинимо до тих пір, поки ламана лінія досягне ділянки, що відповідає середньому вмісту цінного мінералу в продукті, що розділяється.

Наступну побудову ведемо виходячи з вже існуючих значень кутів нахилу дотичних. Так відрізок  $13^1-12^1$  проводиться під таким же кутом як відрізок 12-13; відрізок  $12^1-11^1$  – під кутом відрізка 11-12.

Останній відрізок  $11^1-B$  проводиться під кутом, який обчислюють на підставі показників, які знаходять для класу  $d_{BK}$  крупності.

У результаті виходить ламана лінія з нульовими початковими умовами, а кінцеве значення відповідатиме деякому значенню  $B \neq 1$ . Тож після побудови нормуємо отриману характеристику, тобто. поділимо всі ординати ламаної лінії на кінцеве значення  $B$ . Отримуємо сепараційну характеристику, яка наближена до найкращих умов розділення.

## ВИСНОВКИ

Проведений аналіз дослідження сучасних технологічних схем збагачення та переробки корисних копалин показав, що використовуються системні характеристики процесів розділення та перетворення вхідної величини у вихідну. До таких характеристик належать для апаратів розділення та змішування сепараційні характеристики, які описують ймовірність переходу частинок певного розміру або класу до збагаченого продукту, а для подрібнювального устаткування використовуються подрібнювальні характеристики, які показують співвідношення вмісту однакових вузьких фракцій за крупністю на вході й виході з подрібнювального апарата, агрегату або технологічного блоку.

Наведені методики: практичного визначення сепараційної характеристики процесу розділення, аналітичного визначення сепараційної характеристики операції змішування, методика розрахунку вихідних показників замкнутого циклу подрібнення.

Отже аналіз технологічної схеми це визначення значення вихідних показників на базі відомих вхідних показників сировини, процесів розділення та складання такого алгоритму перетворення, який є відображенням технологічних зв'язків та математичних моделей технологічних апаратів.

Основа такого алгоритму є використання взаємного перетворення функцій гранулометричного складу на функцію фракційного складу та – навпаки. Таким чином, для моделювання технології збагачувальних процесів необхідно і достатньо мати три функції, що характеризують початковий (вхідний) потік на будь-який технологічний апарат. Це функції розподілу частинок за крупністю (гранулометричний склад) та вмісту цінного компонента (фракційний склад), а також функція зв'язку крупності частинок із вмістом цінного компоненту за класами крупності.

В результаті проведених досліджень встановлено, що основними шляхами підвищення ефективності розділових процесів полягає в наступному:

- розробці алгоритму математичного дослідження впливу зміни сепараційної характеристики окремого апарату розділення, переробки на загальні кінцеві показники технологій збагачення корисних копалин з урахуванням властивості сировини;

- розробити та сформулювати критерій вибору апаратів і їх параметрів залежно від типу сировини та способу її підготовки до розділення.

Результати роботи опубліковані [10 - 14].

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Младецкий И.К., Мостыка Ю.С. Аналитическое определение показателей раскрытия руд. Днепропетровск: Системные технологии, 1999. 106 с.
2. Младецький І.К., Пілов П.І. Технологічні розрахунки показників збагачення корисних копалин: навч. посіб. Дніпропетровськ: НГУ, 2005. 156 с.
3. Младецкий И.К. Синтез технологий обогащения полезных ископаемых: монография. Днепропетровск: НГУ, 2006. 153 с.
4. Младецкий И.К., Лысенко А.А., Пилов П.И. Определение требуемой точности измерения показателей технологических процессов на ВДГМК. *Збагачення корисних копалин*. 2013. – Вип. 54(95). С. 167-175.
5. Младецкий И.К. Расчет замкнутых циклов измельчения с классификаторами. *Збагачення корисних копалин*. 2001. Вип. 12 (53). С. 49-53.
6. Пилов П.И. Научное обоснование топологии технологических схем обогащения полезных ископаемых. *Горн. информ.-аналит. бюл.* 1999. № 7. С. 143-146.
7. Младецкий И.К., Пилов П.І., Левченко К.А., Куваев Я.Г. Випробування і контроль процесів збагачення корисних копалин: навч. посіб. Дніпро: Журфонд, 2019. 204 с.
8. Пілов П.І. Гравітаційні методи збагачення корисних копалин: навч. підручник. Дніпро: Пороги, 2021. 152 с.
9. Младецкий И.К., Павленко А.А. Определение требуемой крупности помола руды. *Збагачення корисних копалин*. 2008. Вип. 35(76). С. 53–57.
10. Младецький І.К., Левченко К.А. (2024) Вплив узгодженості характеристики сировини та сепаратора при створенні блоків розділення мінеральної сировини. *Науковий Журнал Метінвест Політехніки*. Серія: Технічні науки №2 С. 111-116. <https://doi.org/10.32782/3041-2080/2024-2-17>
11. Младецький, І.К., Левченко К.А., & Кушнірук Н.В. (2025). Визначення необхідної похибки вимірювання показників збагачення. *Збірник наукових праць НГУ*, 80, 74–80. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/80.074>
12. Младецький І.К., Левченко К.А., Агудина А.Є. (2025) Погрішність при вимірюванні показників збагачення. 1st International Scientific and Practical Conference «Science and Information Technologies in the Modern World» (26-28.02.2025, Athens, Greece). С. 506-507.
13. Младецький, І.К., Левченко К.А., & Кушнірук Н.В. (2025). Визначення необхідної похибки вимірювання показників збагачення.

Збірник наукових праць НГУ, 80, 74–80.  
<https://doi.org/10.33271/crpnmu/80.074>

14. Levchenko K., Mladetskyi I. Improving the technology of extracting coal concentrate from fly ash from thermal power plants. 67-мата Міжнародна науко-на конференція на «Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“ (18.10.2024, Софія). 2024. С.77-82