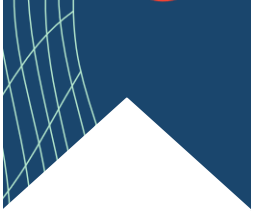


**АНАЛІЗ ПОХИБОК МАРКШЕЙДЕРСЬКИХ
ВИМІРЮВАНЬ:**

навчальні теоретичні матеріали

Запоріжжя, 2024



**УДК 622.1 (075)
Н19**

Рекомендовано Науково-методичною радою
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол № 3 від 22.11.2024 р.)

Укладачі:

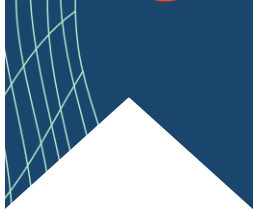
Назаренко В.О., д-р техн. наук, професор
Бруй Г.В., канд. техн. наук, доцент

Н19 Аналіз похибок маркшейдерських вимірювань : навчальні теоретичні матеріали / уклад.: Назаренко В. О., Бруй Г. В. Запоріжжя : ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2024. 51 с.

В навчальному посібнику наведені загальні уявлення про вимірювання і їх точність, види вимірювань і їх похибки, розглянуті джерела виникнення похибок маркшейдерських кутових та лінійних вимірювань у полігонометричних і нівелірних ходах і способи їх розрахунку залежно від методики вимірювань.

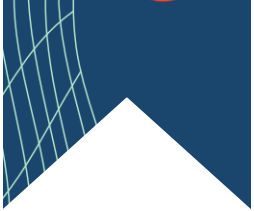
Для студентів за напрямом підготовки 184 Гірництво.

УДК 622.1 (075)



ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 КЛАСИФІКАЦІЯ ВИМІРЮВАНЬ.....	5
2 ПОМИЛКИ ВИМІРЮВАНЬ.....	7
3 КЛАСИФІКАЦІЯ ПОМИЛОК ВИМІРЮВАНЬ.....	9
4 ТОЧНІСТЬ ПОБУДОВИ МАРКШЕЙДЕРСЬКИХ МЕРЕЖ.....	10
5 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ АНАЛІЗУ ТОЧНОСТІ МАРКШЕЙДЕРСЬКИХ МЕРЕЖ.....	13
6 НОРМАТИВНІ ВИМОГИ ДО ВИМІРЮВАНЬ В ПОЛІГОНОМЕТРИЧНИХ ХОДАХ.....	17
7 ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ПОГРІШНОСТІ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ КУТІВ, ЩО ВИМІРЮЮТЬСЯ СПОСОБАМИ ПРИЙОМІВ І ПОВТОРЕНЬ.....	20
8 ПОГРІШНІСТЬ ВІЗУВАННЯ.....	22
9 ПОГРІШНІСТЬ ВІДЛІКУ.....	23
10 ПОРІВНЯННЯ СПОСОБІВ ПРИЙОМІВ І ПОВТОРЕНЬ.....	25
11 ПОГРІШНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КУТА, ОБУМОВЛЕНА НЕТОЧНІСТЮ ЦЕНТРУВАННЯ ТЕОДОЛІТА І СИГНАЛІВ.....	26
12 ЗАГАЛЬНА СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КУТА.....	30
13. ПОХИБКА ВИЗНАЧЕННЯ ДИРЕКЦІЙНОГО КУТА ГІРОПРИЛАДАМИ.....	32
14 ПОХИБКА ВИМІРЮВАННЯ ДОВЖИН СТОРІН ПІДЗЕМНИХ ПОЛІГОНІВ.....	33
15 ЗАКОН НАКОПИЧУВАННЯ ПОГРІШНОСТЕЙ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ДОВЖИНИ СТОРІН ПІДЗЕМНИХ ПОЛІГОНОМЕТРИЧНИХ ХОДІВ.....	42
16 СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ.....	44
17 СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ВІДЛІКУ ПО РЕЙЦІ.....	45
18 СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ.....	47
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	45

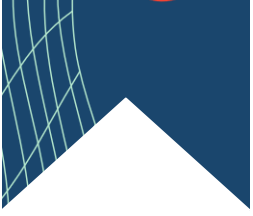


ВСТУП

Відомо, що будь-які вимірювання, як би ретельно вони ні виконувалися, завжди супроводжуються помилками, тобто відхиленнями обмірюваних значень від дійсних. Удосконалювання методики вимірювань і конструкцій вимірювальних інструментів і приладів, підвищення кваліфікації спостерігача може підвищити точність вимірювань, тобто зменшити відхилення одержуваних результатів від їхніх істинних значень. Одержати безпомилкові результати вимірювань неможливо. Тому в практиці вимірювання роблять таким чином, щоб результати вийшли з деякою заданою точністю. Поняття "задана точність" повинне супроводжуватися певними чисельними критеріями, що являють собою ймовірнісну характеристику можливих відхилень отриманих результатів обробки вимірювань від їхніх дійсних значень.

Установлення зазначених критеріїв, розробка способів їхнього одержання й оцінки входять у число задач теорії помилок вимірювань.

Навчальний посібник буде корисним студентам, що навчаються за освітніми програмами «Маркшейдерський супровід розробки родовищ корисних копалин» та «Сучасні методи маркшейдерського забезпечення процесів видобування корисних копалин» під час оволодіння освітніми компонентами: Геодезія; Маркшейдерські роботи при розробці вугільних родовищ; Маркшейдерські роботи при відкритій розробці родовищ; Маркшейдерські роботи при будівництві шахт і підземних споруд; Проектування та дослідження точності підземних маркшейдерських мереж; Новітні маркшейдерсько-геодезичні технології та прилади.



1 КЛАСИФІКАЦІЯ ВИМІРЮВАНЬ

Усі величини, з якими мають справу в маркшейдерській справі, можна розділити на обмірювані, наближені значення яких одержують у результаті вимірювань, і обчислені, тобто знайдені шляхом обчислень як функції обмірюваних величин.

Під вимірюванням якої-небудь величини розуміють порівняння її з однорідною з нею величиною, прийнятою як одиниця міри. Це порівняння зазвичай здійснюється шляхом виконання ряду операцій, найчастіше досить складних. До такого ряду операцій відносяться: еталонування мірного приладу, візування, сполучення індексів, виконання відліків і т.д. Під результатом вимірювання розуміють кінцевий результат, отриманий в результаті всіх операцій.

Для виявлення промахів, а також підвищення точності результатів, вимірювання в маркшейдерській справі завжди бувають багаторазовими.

За точністю результати вимірювань розділяють на рівноточні і нерівноточні.

Під рівноточними розуміють однорідні результати, отримані при вимірюваннях тим самим інструментом (або різними інструментами, але того самого класу точності), тим самим або рівноцінними методами, однакоvim числом прийомів і в однакових умовах.

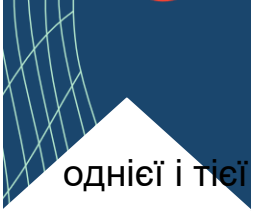
Нерівноточними називають результати вимірювань, якщо зазначені умови рівноточності не дотримані.

Приклади рівноточних вимірювань:

1) вимірювання горизонтальних або вертикальних кутів теодолітами однакової точності, однакоvim способом і тим самим числом прийомів; рівноточно вимірюють кути в полігонометричних ходах того самого класу;

2) вимір довжини лінії тим самим мірним приладом, однакоvim способом;

3) вимір температури повітря або мірного приладу термометром



однієї і тієї ж конструкції і точності.

Приклади нерівноточних вимірювань:

- 1) вимірювання кутів тим самим способом і числом прийомів, але інструментами різної точності;
- 2) вимірювання кутів однаковим способом, однаковими інструментами, але різним числом прийомів;
- 3) вимірювання довжини лінії мірними приладами різної точності, наприклад, 10-тиметровою тесьмяною рулеткою і 30-тиметровою сталевую рулеткою.

Очевидно, у відношенні точності порівнювати між собою можна вимірювання тільки однорідних величин, тобто однаково іменованих.

Важливе значення в питаннях математичної обробки вимірювань мають поняття необхідних і надлишкових обмірюваних величин.

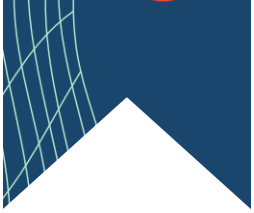
Для вирішення маркшейдерських завдань зазвичай необхідно вимірювати кілька величин. Наприклад, для рішення задачі з виносу в натуру осей ствола або іншої інженерної споруди на місцевості потрібно вимірювати деякий мінімум величин.

Число мінімально необхідних для рішення поставленої задачі обмірюваних величин будемо називати числом необхідних величин; часто його називають числом необхідних вимірювань.

Різниця числа всіх обмірюваних і числа необхідних величин називають числом надлишкових величин або числом надлишкових вимірювань.

У маркшейдерських роботах надлишкові обмірювані величини обов'язкові: вони дозволяють виявляти промахи у вимірах і обчисленнях і підвищують точність результатів визначень шуканих величин.

При визначенні однієї величини необхідно один вимір, інші – надлишкові.



2 ПОМИЛКИ ВИМІРЮВАНЬ

Як зазначено вище, будь-які вимірювання супроводжуються помилками, тобто відхиленнями результатів вимірювань від дійсних значень обмірюваних величин.

У чому причина появи цих помилок?

У процесі вимірювання, крім об'єкта вимірювання, беруть участь спостерігач, інструменти і прилади, зовнішнє середовище. Весь цей комплекс умов безперестанно змінюється і врахувати ці зміни безпомилково не представляється можливим. Тому результати вимірювань відрізняються від дійсних значень, причому щораз по-різному.

Називаючи сукупність факторів, що впливають на результати вимірювань, тобто об'єкт вимірювань, спостерігача, інструменти і прилади, зовнішнє середовище, умовами вимірювань, можна сказати, що коливання результатів вимірювань відбивають безперестанні зміни умов вимірювань.

Для вивчення властивостей (закономірностей появи) помилок вимірювань доцільніше за все скористатися істинними значеннями вимірюваних величин. У якості істинного можемо прийняти відоме нам з високою точністю значення вимірюваної величини, тобто з такою малою помилкою, якою в порівнянні з помилками самих вимірі можна знехтувати. Деякі функції обмірюваних величин можуть бути нам відомі і безпомилково визначені (наприклад, сума кутів у трикутнику). Позначимо дійсне значення вимірюваної величини через X , результат вимірювання через x_i . Різниця результатів вимірювань і дійсних значень, у розумінні "обмірюване мінус істинне" або "те, що є, мінус те, що повинно бути", називають істинними помилками вимірювань Δ , тобто

$$\Delta = x_i - X.$$

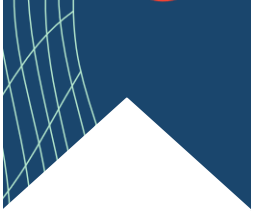


Маючи істинні помилки у великій кількості, можна вивчати закономірності їхнього виникнення. Однак у практиці у більшості випадків, якщо не вважати рідких випадків спеціальних досліджень, істинне значення вимірюваної величини, а, отже, і істинні помилки залишаються невідомими. Тому для вивчення властивостей помилок вимірювань частіше застосовують непрямі методи досліджень, наприклад, вивчення законів розподілу результатів вимірювань і законів розподілу нев'язок.

Кожний окремий впливовий фактор мало впливає на результат вимірювання в порівнянні із сумарним впливом усіх факторів. Так, наприклад, на результат вимірювання горизонтального напрямку в гірничий виробці діють наступні джерела помилок: багаторазове переломлення променів, що йдуть від візирного сигналу до ока спостерігача, недостатнє і нерівномірне освітлення об'єкта візування, нестійкість сигналу, нестійкість теодоліта на штативі й у піднімальних гвинтах, температурні й інші зміни в інструменті, помилки юстировки інструмента, помилки поділу горизонтального кола, помилки відлікового пристрою, особисті помилки спостерігача при візуванні і відлічуванні по колу та ін. Кожне із зазначених джерел помилок, як правило, незначно впливає на остаточний результат у порівнянні із сумарним впливом усіх джерел і змінює свою дію від прийому до прийому.

У свою чергу, кожне з перелічених джерел помилок може бути підрозділено на ряд більш дрібних джерел. Наприклад, помилка юстировки інструмента підрозділяється на колімаційну помилку, помилку нахилу горизонтальної осі, помилку нахилу вертикальної осі, помилку нівелювання інструмента та ін.

Таким чином, відхилення обмірюваного значення від істинного є результат впливу великого числа причин, кожна з яких, якщо мати на увазі високоточні вимірювання, позначається так мало на результаті окремого вимірювання, що нею можна знехтувати в порівнянні із сумарним впливом усіх причин.



3 КЛАСИФІКАЦІЯ ПОМИЛОК ВИМІРЮВАНЬ

Залежно від джерела виникнення помилки вимірювань підрозділяють на інструментальні, зовнішні, або помилки середовища, і особисті.

Ця класифікація має велике значення для дисциплін, що вивчають прилади і методи вимірювань. Для теорії помилок вона має другорядне значення. Значна ж роль у теорії помилок належить класифікації помилок по закономірностях їхньої появи.

Грубі помилки. Теорія математичної обробки вимірювань не розглядає грубих помилок, що викликані промахами або прорахунками спостерігача, несправностями інструментів і приладів, різким погіршенням зовнішніх умов і ін. Результати вимірювань, що містять грубі помилки, необхідно виявляти і відкидати.

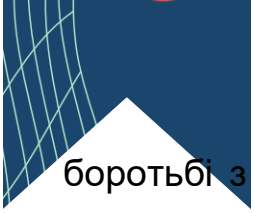
Випадкові і систематичні помилки. З безлічі елементарних помилок, що складають у сумі загальну помилку вимірювання, виділяють дві основні категорії помилок: випадкові і систематичні. Елементарні помилки при повторенні вимірювань, як правило, змінюють свою величину, тому їх можна розглядати як значення випадкових величин.

Випадковими називають елементарні помилки, що представляють собою значення випадкових величин з математичним очікуванням, яке нехтовно мало відрізняється від нуля.

Систематичними називають елементарні помилки, що представляють собою значення випадкових величин, що мають математичні очікування, яке помітно відрізняється від нуля.

Систематичні помилки можуть бути постійними, тобто такими, що зберігають при вимірюваннях і знак (напрямок), і величину.

Джерел випадкових помилок завжди значно більше, ніж систематичних, але дія кожного з них, як правило, незначна. При високоточних вимірюваннях головна увага повинна бути приділена



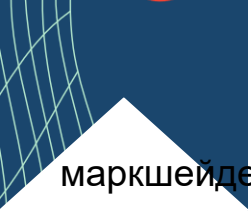
боротьбі з впливом систематичних помилок. Приведемо для ілюстрації кілька прикладів систематичних помилок.

1. Помилки в обмірюваному значенні довжини лінії на місцевості через відхилення мірної стрічки від створу.
2. Помилка у визначенні довжини мірної стрічки (помилка компарування). Ця помилка постійна і діє пропорційно обмірюваній відстані.
3. Систематичні помилки нанесення штрихів лімба теодоліта. При перестановках лімба ці помилки здобувають періодичний характер і їхній вплив на середнє значення з прийомів вимірювання кута значною мірою послабляється.
4. Помилки визначення поправок за температуру мірної сталевोї стрічки, розташованої на землі. Звичайно вимірюють температуру повітря і приймають її за температуру стрічки, при цьому виникає систематична за знаком помилка у поправці за температуру стрічки. Такі помилки називають однобічними.

Як приклад випадкових помилок можна привести помилку відліку по кутомірному колу теодоліта; частка помилки візування, що обумовлена коливаннями зображення; випадкові помилки нанесення штрихів лімба; вплив вібрації сигналу; помилки відлічування по нівелірній рейці; помилки за округлення чисел при обчисленнях і при відлічуванні по шкалах і т. п.

4 ТОЧНІСТЬ ПОБУДОВИ МАРКШЕЙДЕРСЬКИХ МЕРЕЖ

Маркшейдерські мережі – планові і висотні являють собою сукупність закріплених на земній поверхні і в гірничих виробках пунктів, просторове положення яких визначається координатами X , Y , Z в системі прямокутних координат. На території економічної зацікавленості гірничого підприємства це пункти державної геодезичної мережі і пункти згущення. В підземних гірничих виробках це пункти полігонометричних ходів. Пункти



маркшейдерських висотних мереж, як правило, співпадають з пунктами планових мереж. Їх висоти визначаються геометричним або тригонометричним нівелюванням.

Значна частина маркшейдерських мереж створюється в гірничих виробках. Маркшейдерські мережі в підземних виробках суттєво відрізняються від геодезичних мереж формою, технологією побудови і обробки результатів вимірювань, їх використанням при вирішенні задач гірничого виробництва.

До особливостей побудови маркшейдерських мереж в підземних виробках в порівнянні з геодезичними необхідно віднести:

- значно менший вибір форми мереж, так як форма підземних мереж залежить від розміщення, розмірів і конфігурації підземних виробок;
- зміна форми і стану мереж на протязі всього часу розробки родовища, що обумовлено безперервним посуванням фронту гірничих робіт;
- менш сприятливими умовами виконання кутових і лінійних вимірювань: тіснота, слабе освітлення, запиленість повітря, обводненість, вплив вентиляційного потоку, перешкоди від працюючого транспорту і механізмів;
- наявність невеликої кількості вихідних даних;
- виконання особливого виду робіт – з'єднувальні зйомки, які зв'язують в єдину систему координати планово-висотної мережі на поверхні і в гірничих виробках, а також мережі різних горизонтів між собою;
- вплив геомеханічних процесів, які створюють на поверхні і в гірничих виробках нестійкі зони, в яких порушується стабільність пунктів мереж.

Вказані особливості характерні для маркшейдерських мереж, які розвиваються як на поверхні, так і в підземних виробках.

Через обмежені можливості вибору форма мереж буває не завжди оптимальна по накопиченню похибок. Часто в мережах відсутні додаткові



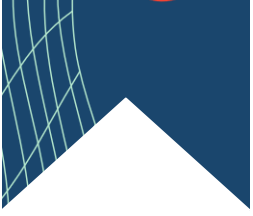
зв'язки, які забезпечують контроль вимірювань і підвищення точності положення пунктів, спостерігаються значні коливання похибок лінійних і кутових вимірів, які обумовлені вимушеним чергуванням коротких і довгих сторін, наявністю похилих ділянок мережі і несприятливими умовами виконання вимірювань.

Внаслідок безперервного посування фронту гірничих робіт окремі ділянки мереж втрачають своє функціональне значення, частина пунктів знищується. Разом з тим з'являються нові ділянки з новими зв'язками, при обробці результатів вимірювань це створює певні труднощі. Для підтримання мереж в задовільному стані періодично здійснюється їх реконструкція і переурівнювання. Внаслідок малого числа надлишкових вихідних даних значно зростають похибки визначення положення пунктів і дирекційних кутів по мірі їх віддалення від вихідних. Для підвищення точності підземних мереж по можливості встановлюють додаткові зв'язки з мережами на поверхні – в основному примиканням до висків, які опускаються з поверхні через вертикальні виробки.

Значному підвищенню точності мереж сприяє також побудова гірсторін, на яких гіроскопічним орієнтуванням незалежно визначаються дирекційні кути.

При зміщенні пунктів в нестійких зонах будують локальні мережі за допомогою гіроскопічного орієнтування. Центрування таких мереж здійснюють не менше ніж по двом збереженим пунктам старої мережі або примиканням до висків, опущеним з поверхні.

При створенні маркшейдерських мереж і їх подальшому використанні повинні бути відомі похибки визначення окремих елементів мереж: пунктів, дирекційних кутів, відстаней. Для цього виконують аналіз точності мереж створених або тих, що проектується.



5 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ АНАЛІЗУ ТОЧНОСТІ МАРКШЕЙДЕРСЬКИХ МЕРЕЖ

Аналіз точності виконують на різних стадіях побудови і використання маркшейдерських мереж, а саме:

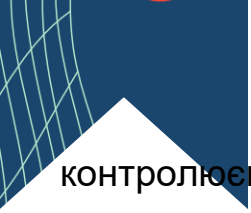
- при проектуванні мереж з метою вибору приладів і методів вимірювань;
- при створенні мереж або їх окремих ділянок для контролю якості виконаних вимірювань;
- в процесі експлуатації побудованих мереж для вирішення питань про можливість їх використання при виконанні інженерних робіт з заданою точністю.

На стадії проектування маркшейдерських мереж здійснюється попередній аналіз точності, на основі якого оцінюється правильність вибору приладів і методів для побудови мереж. Часто такий аналіз виконується одночасно з обґрунтуванням точності маркшейдерських робіт по забезпеченню проведення гірничих виробок зустрічними вибоями. Параметром, що контролюється, у даному випадку є вектор зміщення (незамикання) вісей зустрічних виробок після їх проходження. Фактичне значення цього параметра не повинно перевищувати деякого граничного значення заданого наперед з виробничої доцільності. Числове значення такої граничної величини прийнято називати граничною допустимою похибкою M_D .

Вибір приладів і методів вимірювання рахується оптимальним, якщо виконується нерівність

$$M_D \geq K \cdot M_{cp}, \quad (1)$$

де K – коефіцієнт нормального розподілу, який залежить від довірливої ймовірності p_o ; M_{cp} – очікувана середня похибка



контролюемого параметра мережі з заданою граничною допустимою похибкою M_D .

Значення середньої похибки M_{cp} визначається відомими з теорії математичної обробки вимірів способами, які ґрунтуються на використанні формули середньої похибки деякої функції $F=F(l_1, l_2...l_n)$ незалежних аргументів l_i , точність кожного з яких характеризується середньою похибкою m_i . В загальному вигляді формула похибки функції має вигляд

$$M_F^2 = f_1^2 m_1^2 + f_2^2 m_2^2 + \dots + f_n^2 m_n^2, \quad (2)$$

де f_i – похідні від функції F за аргументом l_i .

В свою чергу середні похибки m_i залежать від точності вибраних приладів і методів вимірювань.

Критерій (1) математичної статистики пов'язаний з аналізом статистичних похибок другого роду, при наявності яких помилкова гіпотеза може бути сприйнята як правильна. Наприклад у випадку проведення виробок зустрічними вибоями це може призвести до фактичного розходження вісей цих виробок, яке буде перевищувати встановлений допуск M_D , з усіма наслідками, які з цього випливають. При виборі коефіцієнта k необхідно враховувати, що перебільшене значення призведе до необхідності підвищення точності вимірювань, головним чином за рахунок використання більш складних приладів і трудомістких методів, а надто зменшене значення призведе до підвищення ступеню ризику. В маркшейдерській практиці при попередньому аналізі точності проектуємих мереж переважно приймають $k=3$, що відповідає довірливій ймовірності $p_o= 0,9972$. При такому значенні коефіцієнта ймовірність фактичного недотримання критерію (1) оцінюється одним випадком з 350



випробувань. Для особливо відповідальних робіт встановлюють $K=4$, що відповідає довірливій ймовірності $p_o = 0,99994$ або ступінь ризику – один несприятливий випадок з 15 тисяч випробувань.

Контроль якості виконаних вимірювань здійснюється шляхом аналізу нев'язок, отриманих за результатами вимірювань. При цьому перевіряється гіпотеза відсутності у вимірах грубих промахів. Ця гіпотеза приймається, якщо дотримується критерій

$$M_{\phi} \leq K M_{cp}, \quad (3)$$

де M_{ϕ} – фактичне значення оцінюваної нев'язки, отримане за результатами вимірювань; k – коефіцієнт нормального розподілу, який залежить від довірливої ймовірності p_o ; M_{cp} – очікуване середнє квадратичне значення оцінюваної нев'язки, обчислене за формулою (2) з використанням середніх похибок m_i , які характеризують точність виконаних вимірів. Переважно в якості похибок m_i приймають нормативне значення похибок вимірювань, яке відповідає класу точності створюваної мережі.

В математичній статистиці застосування критерію (3) супроводжується появою статистичних похибок першого роду, при наявності яких може бути відхилена вірна гіпотеза. При контролі якості вимірювань з використанням цього критерію у ряді випадків може бути зроблений висновок про необхідність повторення правильно виконаних без грубих похибок вимірювань, які приймали участь в утворенні нев'язки M_{ϕ} . Для зменшення таких випадків можна збільшити коефіцієнт K . Але при цьому буде зменшуватися чутливість критерію (3) до грубих промахів. В маркшейдерській практиці приймають коефіцієнт $K=2$, що відповідає довірливій ймовірності $p_o = \pm 0,954$. А значить, одночасно з нев'язками,



які містять грубі промахи, може бути забраковано до 5 % нев'язок, сформованих правильно виконаними вимірюваннями. В геодезичній практиці інколи приймають $K = 2,5$, що відповідає довірливій ймовірності $\rho_o = \pm 0,988$. У цьому випадку бракується тільки 1 % нев'язок, отриманих з використанням правильно виконаних вимірювань, але дещо підвищується ризик наявності грубих промахів.

Простішим, найбільш зручним і поширеним видом контролю є виконання кожного виміру мінімум два рази. У цьому випадку фактична нев'язка M_ϕ обчислюється за формулою

$$M_\phi = \ell' - \ell''$$

де ℓ' і ℓ'' – значення двох вимірів однієї і тієї ж величини. За формулою (2) для цього випадку знайдемо

$$M_\phi = m_\ell \sqrt{2}, \quad (4)$$

де m_ℓ – похибка одного вимірювання. Таким чином (3) при $K=2$ буде мати вигляд

$$M_\phi \leq 2m_\ell \sqrt{2} \approx 3m_\ell. \quad (5)$$

Таким чином в якості допустимого значення різниці двох любих вимірів деякої величини потрібно приймати потрійну середню похибку одного вимірювання.

При вирішенні питання про можливість використання існуючої мережі для виконання інженерних робіт з заданою точністю також використовують критерій (1), з тими ж значеннями коефіцієнту K . Але у цьому випадку значення M_{cp} повинно визначатися з урахуванням того, що

мережа урівняна.

Для цього контролюємий параметр виражають через урівнені елементи мережі і за відомими формулами оцінки точності функції урівнених величин отримують значення M_{cp} . Якщо в результаті аналізу точності існуючої мережі критерій (1) не виконується, створюють мережу підвищеної точності, призначену для вирішення даної задачі.

6 НОРМАТИВНІ ВИМОГИ ДО ВИМІРЮВАНЬ В ПОЛІГОНОМЕТРИЧНИХ ХОДАХ

Точність вимірювань у полігонометричних ходах, що прокладаються при побудові підземних опорних мереж, характеризується загальними показниками, приведеними в табл. 1.

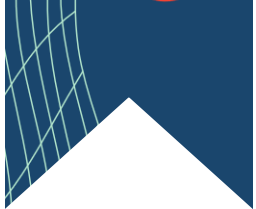
Таблиця 1

Середня квадратична погрішність вимірювання кутів		Середня квадратична погрішність гіроскопічного орієнтування	Коефіцієнти випадкового (μ) і систематичного (λ) впливу при лінійних вимірюваннях рулеткою у виробках з кутами нахилу			
			менш 15°		більш 15°	
горизонтальних	вертикальних		μ	λ	μ	λ
20"	30"	не більш 1'	0,0005	0,00005	0,0015	0,0001

Кутові вимірювання.

Вимірювання кутів у підземних полігонометричних ходах виконують теодолітами з точністю відлікового пристрою не менш 15".

Спосіб центрування теодоліта і сигналу вибирають у залежності від довжин сторін вимірюваного кута відповідно до табл. 2.



Таблиця 2

Горизонтальне прокладання меншої сторони кута, м	Спосіб центрування
до 10	Автоматичне центрування
10...20	Оптичне центрування або дворазове вимірювання кута з незалежним центруванням шнуровим виском перед кожним вимірюванням
понад 20	Однократне центрування шнуровим виском

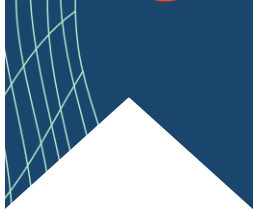
При використанні шнурового виска необхідно захищати висок від впливу повітряного струменя.

У полігонометричних ходах, що прокладаються у виробках з кутом нахилу менш 30° , кути вимірюють одним повторенням або прийомом. При вимірюванні кутів способом повторень різниця між одинарним і остаточним (середнім) значенням кута не повинна перевищувати $45''$. При вимірюванні кутів способом прийомів розбіжність кутів між напівприйомами не повинна перевищувати $1'$.

Вимірювання кутів у виробках з кутом нахилу більш 30° рекомендується виконувати способом прийомів (не менш двох) при умові дотримання наступних правил:

- перед кожним прийомом установлюють вертикальну вісь обертання теодоліта в прямовисне положення і повторно центрують прилад;
- перед повторним вимірюванням кута початковий відлік змінюють приблизно на 180° .

Розбіжність у кутах, отриманих з окремих прийомів, не повинна перевищувати $1'$; розбіжності кутів між напівприйомами не повинні перевищувати величин, що наведені у табл. 3.



Таблиця 3

Припустимі розбіжності кутів між напівприйомами

Кут нахилу виробки, град.	Припустимі розбіжності кутів між напівприйомами	
	на сполученні горизонтальних і похилих виробок	у похилій виробці
31–45	1'20"	2'
46–60	1'50"	2'30"

Перед використанням постійних пунктів мережі вимірюють контрольний кут; різниця між попереднім значенням кута і контрольним не повинна перевищувати 1'.

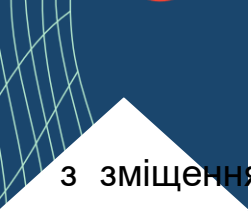
Лінійні вимірювання.

Довжину сторін у полігонометричних ходах вимірюють сталевими компарованими рулетками, світлодалекомірами й іншими приладами, що забезпечують необхідну точність. Сталеві рулетки (стрічки) повинні бути прокомпаровані з відносною погрішністю не більш 1:15000.

Лінійні вимірювання рулеткою виконують при постійному натягу мірного приладу, рівному натягові при компаруванні. Силу натягу фіксують динамометром. Температуру повітря враховують у тому випадку, якщо зміна її щодо температури компарування перевищує 5°. Кут нахилу лінії враховують, якщо він більш 1°.

При провішуванні ліній за допомогою проміжних висків варто утворювати інтервали довжиною не менш 10 м. Відхилення проміжних висків від створу і висотних міток від лінії візування не повинні перевищувати 10 см. Відліки беруть до міліметрів, кожен інтервал вимірюють не менш двох разів, друге вимірювання виконують при зміщенні рулетки. Розбіжність між результатами вимірювань повинна бути не більш 5 мм.

Сторони полігонометричних ходів вимірюють двічі в прямому і зворотному напрямках. Дозволяється вимірювати лінії в одному напрямку



з зміщенням проміжних висків, зі зміною кута нахилу сторони або з зміщенням рулетки при повторному вимірюванні.

У всяких ходах, що примикають до гірсторін, довжину сторін обов'язково вимірюють у прямому і зворотному напрямках.

Припустимі розбіжності між двома вимірами лінії світлодалекомірами – не більш 3 см, сталевими рулетками – 1:3000 довжини сторони.

7 ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ПОГРІШНОСТІ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ КУТІВ, ЩО ВИМІРЮЮТЬСЯ СПОСОБАМИ ПРИЙОМІВ І ПОВТОРЕНЬ

Спосіб прийомів. Значення кута β , обмірюваного n прийомами, визначають за формулою

$$\beta = \frac{\sum(b_{\text{л}} - a_{\text{л}}) + \sum(b_{\text{п}} - a_{\text{п}})}{2n},$$

де $a_{\text{л}}$ і $a_{\text{п}}$ – відліки по лімбу горизонтального кола теодоліта на задню точку кута при "коло ліворуч" і "коло праворуч"; $b_{\text{л}}$ і $b_{\text{п}}$ – те ж саме, на передню точку кута.

Кожне наведення і відлік супроводжуються погрішностями, що впливають на точність кінцевого результату.

Приймемо наступні позначення:

m_v – середня квадратична погрішність візування одного напрямку;

m_o – середня квадратична погрішність відліку одного напрямку;

m_i – середня квадратична погрішність вимірювання кута;

n – число прийомів.

Визначення кожного напрямку супроводжується середньою



$$m_h^2 = m_v^2 + m_o^2.$$

З огляду на, що при вимірюванні кута β n прийомами виконується спостереження $4n$ напрямків, знаходимо середню погрішність

$$m_i = \pm \sqrt{\frac{m_v^2}{n} + \frac{m_o^2}{n}}.$$

Спосіб повторень. Величину кута, що обмірюється способом повторень, визначають за формулою

$$\beta = \frac{a_3 - a_1 + k \cdot 360^\circ}{2n},$$

де a_1 – відлік по горизонтальному колу при першому наведенні на задню точку; a_3 – те ж саме, при останньому наведенні на передню точку; k – число повних кіл, що пройшов нульовий штрих відлікового пристрою відносно нульової поділки лімба; n – число повторень.

Позначимо через m'_i середню погрішність кута, що обумовлена погрішністю відліку m_o .

При вимірі кута n повтореннями береться два відліки. Звідси слідує

$$m'_i = \pm \sqrt{\frac{1}{4n^2} (m_o^2 + m_o^2)} = \pm \frac{m_o}{\sqrt{2n^2}}.$$

З огляду на те, що при n повтореннях робиться $4n$ візувань, знайдемо m''_i – середню погрішність вимірювання кута β , що обумовлена погрішністю візування m_v



$$m''_i = \pm \sqrt{\frac{4nm_v^2}{4n^2}} = \pm \frac{m_v}{\sqrt{n}}.$$

Загальна погрішність вимірювання горизонтального кута буде

$$m_i = \pm \sqrt{\frac{m_v^2}{n} + \frac{m_o^2}{2n^2}}.$$

8 ПОГРІШНІСТЬ ВІЗУВАННЯ

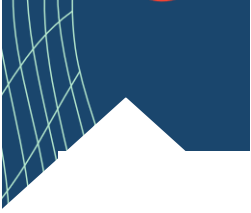
При наведенні труби на сигнал її візирна вісь не буде точно збігатися з вимірюваним напрямком, а складе з ним деякий малий кут m_v , що називається *погрішністю візування*. Величина погрішності візування залежить від трьох факторів: чутливості людського ока; оптичних властивостей труби і конструкції сітки ниток; зовнішніх умов – яскравості освітлення сигналу, прозорості атмосфери й ін. Середня погрішність візування може бути визначена двома способами.

Перший спосіб ґрунтується на понятті про найменший кут зору ока людини, що у різних людей коливається в межах від 50 до 124". Середнє значення кута $\alpha_{\min}$ складає 60".

При застосуванні труби, що має збільшення v , кут, що спостерігається, буде в v раз більше кута, який видно неозброєним оком. Будемо вважати, що середня погрішність візування дорівнює найменшому куту зору ока, озброєного трубою, тобто

$$m_v = \frac{\alpha_{\min}}{v}.$$

Так для теодоліта Т15, що має трубу з двадцятиразовим збільшенням, середня квадратична погрішність візування складе



$$m_v = \pm \frac{60''}{20} = \pm 3''.$$

Другий спосіб. В усіх сучасних теодолітах сітка ниток має дві вертикальні нитки або, як говорять, бісектор ниток.

При здійснюванні візування спостерігач прагне розміщати зображення сигналу посередині між нитками. Дослідженнями встановлено, що людське око уловлює несиметричність подібної установки тільки в тому випадку, якщо відстань від однієї нитки бісектора до сигналу вдвічі перевищує відстань до іншої нитки. Приймаючи таке співвідношення за межу несиметрії, що уловлюється оком, і зневажаючи шириною зображення сигналу, одержуємо таке значення погрішності візування

$$m_{v_{\max}} = \pm \frac{d}{6},$$

де d – кутова відстань між нитками бісектора.

Середню погрішність візування приймають у два рази меншою від максимальної, тобто

$$m_v = \pm \frac{d}{12}.$$

9 ПОГРІШНІСТЬ ВІДЛІКУ

Відлік по лімбу теодоліта виражає деякий центральний кут або дугу лімба, раховані від нульової поділки останнього. При обертанні алідади цей кут або дуга змінюються від 0° до 360° . Однак фіксувати візуально кут повороту алідади ми можемо тільки через визначені інтервали, що відповідають точності відлікового пристрою. Справді, якщо горизонтальний кут вимірюють тридцятисекундним теодолітом, те всі



відліки по лімбі будуть кратні 30". Дійсні ж кути повороту алідади можуть приймати інші значення, тому що при відліку по лімбі завжди допускається округлення значення кута до величини, кратної точності відлічування. Таким чином, погрішність відліку є погрішність округлення.

Середня погрішність округлення m_o визначається за формулою

$$m_o = \pm \frac{\alpha}{\sqrt{3}},$$

де α - гранична погрішність округлення.

Величина граничної погрішності округлення відліку по лімбі буде

$$\alpha = \pm \frac{t}{2},$$

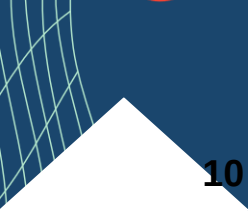
де t - точність узяття відліку по горизонтальному кругу.

Таким чином, формула для визначення середньої погрішності відліку буде мати вигляд

$$m_o = \pm \frac{t}{3,5}.$$

Для приклада, середня погрішність відліку по горизонтальному кругу теодоліта, що має $t = 15''$, буде

$$m_o = \pm \frac{15''}{3,5} = \pm 4,3''.$$



10 ПОРІВНЯННЯ СПОСОБІВ ПРИЙОМІВ І ПОВТОРЕНЬ

Для вибору способу вимірювання горизонтальних кутів підземних полігонометричних ходів варто зробити порівняння способів прийомів і повторень за кількістю праці, що затрачується на вимірювання, і точністю. Насамперед, установлюємо, що число візувань, які виконуються при вимірюванні кута прийомами і повтореннями однаково. В обох випадках необхідно зробити $4n$ наведень труби теодоліта. Однак при способі повторень необхідно зробити два відліки, а при способі прийомів $4n$. Таким чином, при способі повторень різко скорочується число відліків. Це особливо важливо для підземних зйомок, де зовнішні умови нерідко створюють значні труднощі для відлічування по горизонтальному колу теодоліта. Поряд з цим зменшення числа відліків приводить до зменшення середньої погрішності вимірювання кута.

Зазначені переваги способу повторень виступають ще різкіше, якщо врахувати, що погрішність візування складає $4-5''$, у той час як для тридцятисекундних теодолітів середня погрішність відліку дорівнює $\pm 8''$.

Переваги способу повторень зменшуються при вимірюванні кутів високоточними теодолітами ($t < 10''$), що наочно видно на графіку рис. 1, який побудований для $n=3$.

У зв'язку з цим при застосуванні теодолітів із точністю відлікового пристрою $20-30''$ у підземних полігонометричних ходах кути, у яких число вимірюваних напрямків не більш двох, слід вимірювати способом повторень.

При вимірюванні кутів оптичними теодолітами з точністю відліку по горизонтальному колу $t = 10-12''$ спосіб прийомів і спосіб повторень за точністю практично рівноцінні.

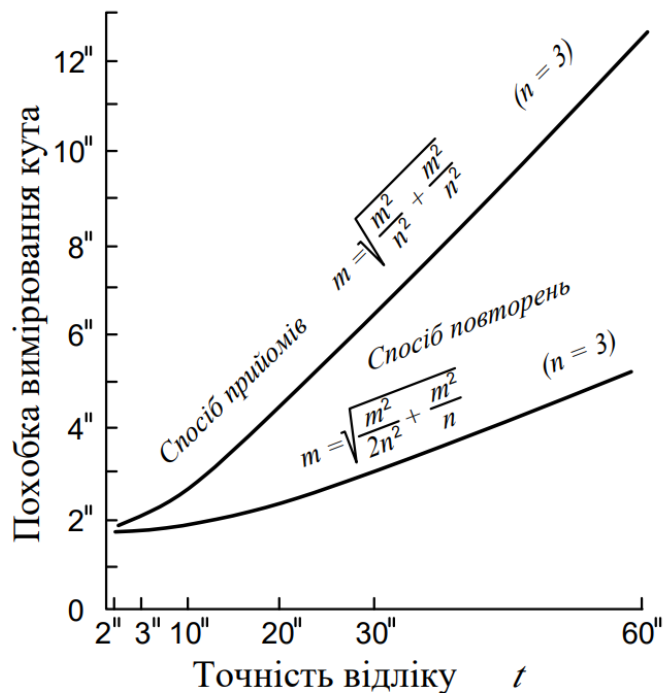


Рис. 1. Графік зміни середніх погрішностей вимірювання кута способами прийомів і повторень (при $n = 3$)

11 ПОГРІШНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КУТА, ОБУМОВЛЕНА НЕТОЧНІСТЮ ЦЕНТРУВАННЯ ТЕОДОЛІТА І СИГНАЛІВ

Середня погрішність вимірювання горизонтального кута, обумовлена неточністю центрування теодоліта і сигналів m_{ω_i} складається з трьох окремих погрішностей:

m_{c_A} - середньої погрішності вимірювання кута через неточність центрування сигналу A ;

m_{c_B} - середньої погрішності вимірювання кута через неточність центрування сигналу B ;

m_e - середньої погрішності вимірювання кута через неточність центрування теодоліта.

Загальна погрішність вимірювання кута

$$m_{\beta_i} = \pm \sqrt{m_{c_A}^2 + m_{c_B}^2 + m_e^2}.$$

Знайдемо формули, що дозволяють визначити кожен з трьох перерахованих погрішностей.

Нехай потрібно виміряти кут $A_0C_0B_0$, тобто β_0 (рис. 2). Покладемо, що сигнал B і теодоліт C відцентровані безпомилково відповідно в точках B_0 і C_0 , у той час як другий сигнал установлений не в точці A_0 , а в точці A . Відстань $AA_0 = e_A$ називається лінійною погрішністю центрування сигналу (e_c). Величина цієї погрішності залежить від прийнятого способу й умов центрування.

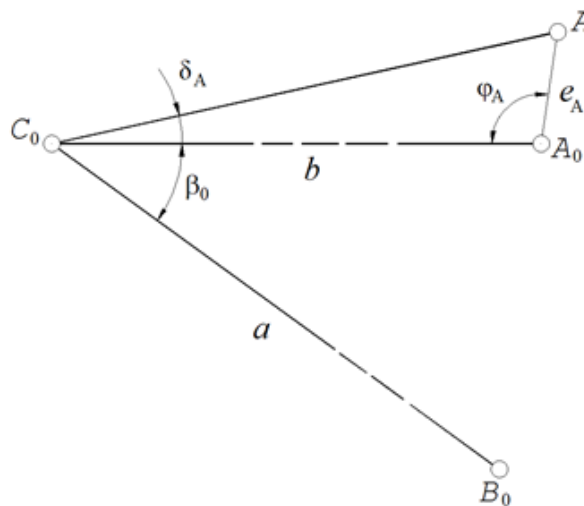


Рис. 2. Погрішність вимірювання горизонтального кута через погрішність центрування сигналу A

На погрішність вимірювання горизонтального кута впливає не тільки величина лінійної погрішності центрування сигналу, але і її напрямок, тобто кут φ_A . Так, якщо φ_A дорівнює нулеві або 180° , тобто, якщо лінійна погрішність центрування сигналу спрямована вздовж сторони вимірюваного кута, то неточність центрування сигналу ніяк не вплине на точність вимірювання горизонтального кута. При φ_A рівному 90° або 270° ,

погрішність вимірювання буде максимальною. З причини того, що лінійна погрішність центрування сигналу може бути спрямована в будь-яку сторону від точки, то кут φ_A може приймати будь-як значення від 0° до 360° . Геометричним місцем випадкових положень точки A буде коло радіуса e_A з центром у точці A_0 .

Оскільки випадкових положень точки A може бути нескінченно багато і кожне з них буде особливо впливати на погрішність вимірювання горизонтального кута, необхідно знайти її середнє квадратичне значення. З рис. 2 випливає

$$\sin \delta_A = \frac{e_A}{b} \sin \varphi_A.$$

З огляду на мале значення кута δ_A можна записати

$$\delta_A'' = \rho'' \frac{e_A}{b} \sin \varphi_A.$$

Після відповідних перетворень одержимо

$$m_{c_A}^2 = \rho^2 \frac{e_A^2}{2b^2}.$$

Аналогічно можна знайти вираз погрішності вимірювання горизонтального кута через неточність центрування сигналу в точці B :

$$m_{c_B}^2 = \rho^2 \frac{e_B^2}{2a^2}.$$

Знайдемо вираз погрішності m_e . Для цього припустимо, що сигнали A і B (рис. 3) відцентровані безпомилково відповідно в точках A_0 і B_0 , а теодоліт відцентрований не в точці C_0 , а в точці C . У даному випадку має місце лінійна погрішність центрування теодоліта e , що складає зі

стороною C_0A_0 кут θ . Очевидно, що при цьому буде обмірюваний не шуканий кут β_0 , а якийсь інший, тобто β .

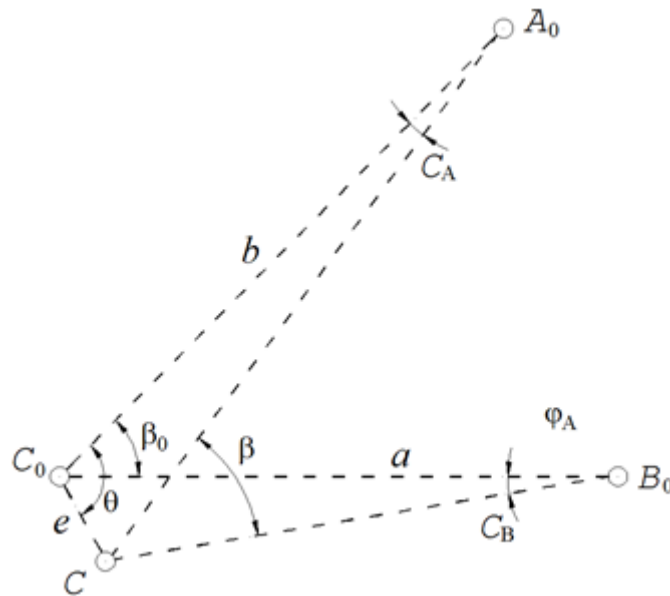


Рис. 3. Погрішність вимірювання горизонтального кута через погрішність центрування теодоліта

Формула для обчислення погрішності m_e буде мати вигляд

$$m_e^2 = \frac{\rho^2 e^2}{2a^2 b^2} (a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta).$$

В остаточному виді з огляду на те, що способи, а, отже, і погрішності центрування обох сигналів однакові, погрішність вимірювання горизонтального кута, обумовлена неточністю центрування теодоліта і сигналів може бути обчислена за формулою

$$m_{\alpha_i} = \pm \sqrt{\frac{\rho^2}{2a^2 b^2} [e_C^2 (a^2 + b^2) + e^2 (a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta)]}$$

Аналіз приведеної формули дозволяє зробити такі основні висновки:

1. Вплив погрішності центрування сигналів на погрішність



вимірювання кута не залежить від його величини і обернено пропорційний довжині сторін, що утворюють кут.

2. Вплив погрішності центрування теодоліта на погрішність вимірювання кута залежить від його величини. Найбільший вплив погрішність центрування теодоліта (за інших рівних умов) буде мати при вимірюванні кутів, близьких до 180° .

3. Вплив погрішності центрування теодоліта обернено пропорційний довжині сторін, що утворюють кут.

4. Вплив погрішності центрування теодоліта і сигналів тим більше, чим більше відрізняються між собою довжини сторін вимірюваного кута.

У підземних зйомках мають місце несприятливі умови вимірювання горизонтального кута, тому що більшість кутів підземних полігонів близькі до 180° , а сторони кутів не великі і часто різко відрізняються між собою за довжиною. Це вимагає відноситися до центрування теодолітів і сигналів з особливою увагою.

12 ЗАГАЛЬНА СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КУТА

Загальна середня квадратична погрішність вимірювання горизонтального кута визначається за формулою

$$m_{\beta} = \pm \sqrt{m_i^2 + m_{\alpha_i}^2}.$$

У формулу середньої погрішності горизонтального кута входять погрішності m_i , e_c і e , що називають елементарними погрішностями вимірювання горизонтального кута.

За результатами багатьох досліджень отримані оцінки лінійних погрішностей центрування теодоліта і сигналу (e і e_c), що використовують

для оцінки результатів кутових вимірювань:

- однократне центрування шнуровим виском..... 1,2-2,0 мм;
- оптичне центрування..... 0,8-1,2 мм;
- автоматичне центрування..... 0,5-0,8 мм.

Для пояснення порядку визначення погрішності вимірювання горизонтального кута вирішимо наступний приклад.

Приклад.

У шахті горизонтальний кут обмірюваний теодолітом Т30 одним повторенням. Визначити середню погрішність вимірювання кута, якщо відомо: $a = 21$ м, $b = 28$ м, $\beta = 175^\circ$, $e_c = 0,001$ м, $e = 0,002$ м.

Рішення. Визначаємо величини погрішності відліку m_o і погрішності візування m_v :

$$m_o = \pm \frac{t}{3,5} = \pm \frac{30''}{3,5} \approx \pm 9'' ;$$

$$m_v = \pm \frac{60''}{v} = \pm \frac{60''}{18} \approx \pm 3''$$

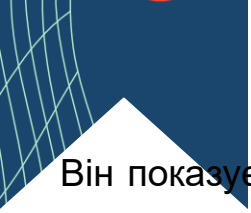
Знаходимо величину інструментальної погрішності

$$m_i = \pm \sqrt{\frac{m_o^2}{2n^2} + \frac{m_v^2}{n}} = \pm \sqrt{\frac{81}{2} + 9} \approx \pm 7''$$

Підраховуємо загальну середню квадратичну погрішність вимірювання горизонтального кута

$$m_\beta = \sqrt{7^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{206265}{21 \cdot 28} \right)^2 \left[0,001^2 (21^2 + 28^2) + 0,002^2 (21^2 + 28^2 - 2 \cdot 21 \cdot 28 \cos 175^\circ) \right]} \approx \pm 27''$$

Наведений приклад відповідає звичайним умовам підземної зйомки.



Він показує, що розглянута погрішність досягає значної величини ($\pm 27''$), це ще раз підкреслює велике значення точності центрування теодоліта і сигналів.

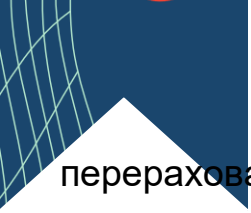
13 ПОХИБКА ВИЗНАЧЕННЯ ДИРЕКЦІЙНОГО КУТА ГІРОПРИЛАДАМИ

Маркшейдерські гіроприлади являють собою складні пристрої з великою кількістю взаємопов'язаних оптичних і механічних вісей. Порушення зв'язків між цими вісями призводить до похибок дирекційних кутів гіросторін, тобто до похибок гіроскопічного орієнтування. Крім звичайних для кутомірних геодезичних приладів похибок, таких як похибки відліків, візирування, центрування на точність визначення дирекційного кута впливають специфічні похибки, джерелами основних з яких слугують:

- тертя в підшипниках гіромотора;
- зовнішні сили, які виникають в системі підвішування;
- неточність балансування гіромотору і коливання його вісі обертання;
- неточність центрування чутливого елемента (ЧЕ);
- температурні зміни в процесі роботи, які приводять до порушення оптико-механічних зв'язків;
- нестабільність режиму електроживлення;
- вплив магнітних полів;
- зміна взаємного співвідношення оптико-механічних вісей в часі, неunikних при транспортуванні, ремонтних та юстировочних роботах.

Остання обставина є принципово важливою, яка суттєво впливає на методику гіровимірювань, так як необхідно ретельно слідкувати за зміною поправки приладу шляхом періодичного еталонування приладу на стороні мережі з відомим дирекційним кутом.

Сумарний вплив на точність гіроскопічного орієнтування



перерахованих факторів внаслідок їх складної взаємозалежності не піддається суворому математичному опису. А тому, як і в інших випадках, приходится застосовувати емпіричне визначення загальної середньої похибки гіроскопічного орієнтування. Так багаточисельними дослідженнями, виконаними різними авторами, встановлено, що точність гіроскопічного орієнтування найбільш поширеними маркшейдерськими гірокомпасами MBT2 та MBT4 в залежності від конкретного приладу змінюється в межах від 10" до 25".

Для попереднього аналізу планових мереж середню похибку гіроскопічного орієнтування можна прийняти 20". Експериментальними роботами встановлено, що точність малогабаритного маркшейдерського гіроприладу – гіробусолі МВБ4 характеризується похибкою $m_{\alpha} = 45''$. Необхідно також враховувати, що якщо при визначенні дирекційних кутів декількох гіросторін одним приладом, в них введена одна і та ж поправка гірокомпаса, то величини цих кутів залежні, а дія похибок набуває систематичного характеру. Це потрібно враховувати при урівнюванні і оцінці точності мереж з гіросторонами, особливо підвищеної точності.

14 ПОХИБКА ВИМІРЮВАННЯ ДОВЖИН СТОРІН ПІДЗЕМНИХ ПОЛІГОНІВ

Частіше всього лінійні вимірювання в підземних ходах здійснюють стальними рулетками. Але у ряді випадків, особливо при створенні мереж підвищеної точності, для цих цілей використовуються світловіддалеміри. А тому необхідно оцінювати похибки вимірювання довжин сторін обома способами.

Основними джерелами похибок вимірювань довжин сторін підземних полігонів рулетками слугують:

- неточність компарування рулетки;



- неспівпадання сили натягу рулетки при компаруванні і вимірюванні;
- відмінність фактичного провисання полотна рулетки від значення, яке приймається при обчисленні поправки за провисання;
- неточність визначення температури;
- відхилення рулетки від вимірюваної лінії;
- похибка вимірювання кута нахилу лінії;
- похибка відліку;
- вплив зовнішніх умов вимірювань.

Перераховані джерела можуть бути причиною випадкових і систематичних похибок вимірювання довжини лінії.

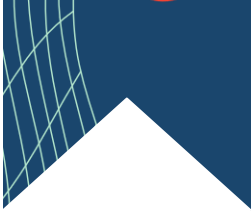
Неточність компарування є систематичною похибкою. Після введення поправки за компарування отримане значення довжини буде відрізнятися від дійсного на величину похибки компарування ε_k . Якщо рулетку укладають n разів, то загальна похибка компарування буде дорівнювати $n \cdot \varepsilon_k$. Відносна похибка компарування рулетки не повинна перевищувати 1:15000 її довжини. У цьому випадку систематичний зсув точки, віддаленої від вихідних пунктів на 5 км, не перевищить 0,33 м.

Неспівпадання сили натягу рулетки при компаруванні і вимірюваннях обумовить у відповідності з законом Гука зміну довжини рулетки l на величину, яку можна визначити за формулою

$$\Delta_1 = \frac{\ell}{EF} \Delta P,$$

в якій E – модуль Юнга (для сталі $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па); F – площа поперечного перерізу полотна рулетки, м²; ΔP – різниця між силою натягу рулетки при компаруванні і вимірюванні, Н.

Якщо перейти до відносної похибки, то отримаємо



$$\frac{\Delta_1}{\ell} = \frac{\Delta P}{EF} .$$

Якщо в якості граничної випадкової допустимої похибки одного фактору прийняти 1/20000 (5 мм на 100 м), то з цієї формули отримаємо умову

$$\Delta \leq \frac{1}{20000} \cdot EF ,$$

за допомогою якої можна встановити максимально допустиму похибку натягу рулетки ΔP (в н). Для тонкої рулетки ($F = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$) отримаємо

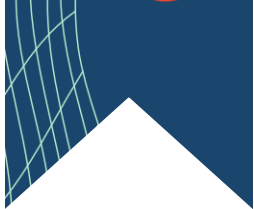
$$\Delta p \leq \frac{2 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2}{2 \cdot 10^4 \text{ м}^2} = 30 \text{ Н} .$$

Для рулеток з великим перерізом цей допуск буде зростати пропорційно площі поперечного перерізу. Таким чином, це практично не надає суттєвого впливу на точність вимірювання довжини.

Поправка за провисання рулетки деякої довжини ℓ залежить від сили її натягу P і ваги полотна рулетки Q . Цей зв'язок виражається формулою

$$\Delta \ell = \frac{Q^2 \ell}{24 P^2} .$$

В процесі вимірювання може бути допущена похибка в натязі рулетки. Крім того, вага її полотна внаслідок забруднення буде відрізнятися від ваги чистої рулетки. Похибку вимірювання довжини m_{ℓ_1} , пов'язану зі зміною натягу ΔP , знайдемо, продиференціювавши вказану формулу за аргументом P . Внаслідок цього отримаємо відносну похибку:



$$\frac{m_{\ell_1}}{\ell} = \frac{Q^2}{12P^3} \cdot \Delta P.$$

Відповідно, умова, при якій відносна похибка, вимірювання довжини, що обумовлена різницею натягів ΔP , не перевершить допустимої відносної похибки 1:20000, буде мати вигляд:

$$\Delta P \leq \frac{12P^3}{20000Q^2}.$$

До точності натягу рулетки при визначенні стріли провисання пред'являються високі вимоги. Наприклад, при похибці в натязі рулетки довжиною 50 м ($Q = 14,4 \text{ Н} = 1,5 \text{ кгс}$), що дорівнює $\Delta p = 9,8 \text{ Н}$ (1 кгс), похибка вимірювання одного прольоту складає $m_{\ell_1} = 9,4 \text{ мм}$.

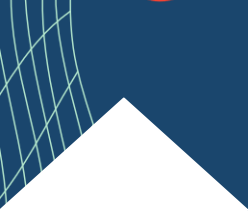
Забруднення полотна рулетки збільшує її вагу, що відбивається на величині похибки за провисання. Результати досліджень підтверджують, що доцільним є використання коротких рулеток. Оптимальними з практичних позицій слід рахувати рулетки довжиною 30 м.

Похибка за неточного обліку температури рулетки може бути отримана диференціюванням формули поправки за температуру, що має вигляд:

$$\Delta l = \alpha l(t - t_0)$$

де α – коефіцієнт лінійного розширення полотна рулетки, 1°C^{-1} (для сталі $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$); l – виміряна довжина, в яку уводиться поправка; t – температура полотна рулетки при вимірюванні; t_0 – температура полотна рулетки при компаруванні.

За результатами диференціювання отримаємо відносну похибку, обумовлену неточністю врахування температури Δt у вигляді:



$$\frac{m_{lt}}{l} = \alpha \Delta t$$

Таким чином, для забезпечення точності вимірювання довжини з відносною похибкою 1:20000, похибка врахування температури Δt (в °C) повинна задовольняти умові:

$$\Delta t \leq \frac{1}{20000\alpha} \leq 4.4$$

При цьому температура повітря повинна враховуватись з похибкою не більше 5 °C.

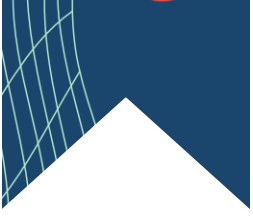
Похибка внаслідок відхилення рулетки від створу вимірюваної лінії має систематичний характер. В горизонтальних виробках незалежно від того, в яку сторону (в плані чи по висоті) відхиляється проміжна (створна) точка, похибка вимірювання довжини завжди плюсова. Якщо один кінець рулетки суміщений зі створом вимірюваної лінії, а другий відхилений від створу на величину p то похибка вимірювання прольоту довжиною l буде дорівнювати:

$$m_{lp} = \frac{p^2}{2l}$$

Якщо обидва кінці рулетки відхиляються в різні сторони від створу, то похибка m_{lp} максимальна:

$$m_{lp} = \frac{(p_1 + p_2)^2}{2l}$$

При $p_1 = p_2 = p$



$$m_{lp} = \frac{2p^2}{l},$$

відповідно, відносна похибка:

$$\frac{m_{lp}}{l} = \frac{2p^2}{l^2}.$$

Щоб забезпечити відносну похибку вимірювання довжини, що дорівнює 1:20000, повинна виконуватись умова

$$\frac{p}{l} \leq \frac{1}{200} \quad \text{або} \quad p \leq \frac{l}{200}.$$

А тому при вимірюванні коротких ліній потрібно точніше встановлювати в створі проміжні точки. Наприклад, при $l = 10$ м $p \leq 0,05$ м.

Похибка внаслідок неточності вимірювання кута нахилу.

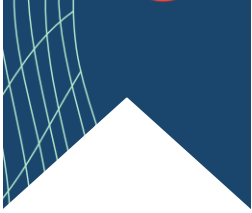
Горизонтальне прокладення ℓ виміряної похилої довжини ℓ_n обчислюють за формулою:

$$\ell = \ell_n \cos \delta,$$

де δ – кут нахилу лінії. Звідси похибку $m_{\ell\delta}$ горизонтального прокладення за неточність вимірювання кута нахилу δ можна визначити наступним чином:

$$m_{\ell\delta} = \frac{\ell_n \sin \delta m_\delta}{\rho}.$$

Після переходу до відносної похибки, отримаємо:



$$\frac{m_{\ell\delta}}{\ell} = \operatorname{tg} \frac{m_{\delta}}{\rho} .$$

Для забезпечення граничної відносної похибки 1:20000 повинна витримуватись нерівність:

$$m_{\delta} \leq \frac{10''}{\operatorname{tg} \delta}$$

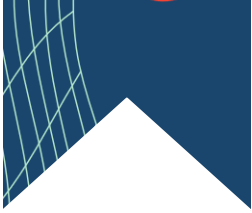
Відповідно, зі збільшенням кута нахилу δ точність його вимірювання повинна підвищуватись, тобто зменшуватись похибка m_{δ} вимірюного вертикального кута, як це показано в таблиці 4.

Таблиця 4

Залежність похибок вимірювання довжин від кута нахилу

Кут нахилу δ , градуси	Допустима похибка m_{δ} , кутові секунди	Похибка m_l , мм	Кут нахилу δ , градуси	Допустима похибка m_{δ} , кутові секунди	Похибка m_l , мм
0	∞	0,0	45	10	5,0
10	57	1,7	60	6	4,3
20	27	3,2	70	4	3,2
30	17	4,3	80	2	1,7
40	12	4,9	90	0	0

В похилих виробках похибка вимірювання довжини m_l обумовлюється неспівпаданням вимірюного кута δ' з кутом δ лінії АВ (рис. 4), що обумовлює зміщення точки по висоті на деяку величину Δh . З трикутника BCD знаходимо



$$m_i = \Delta h \sin \delta \cos \delta$$

Якщо прийняти $\Delta h = 10$ мм, то можна обчислити похибку горизонтального прокладення m_i для різних кутів нахилу δ .

Таким чином, необхідно ретельно суміщувати рулетку з лінією візирування, зафіксованою при вимірюванні вертикального кута, особливо у виробках, нахил яких близький до 45° .

Вказані вище причини приводять також до виникнення похибки визначення перевищень m_h при тригонометричному нівелюванні. В цьому випадку

$$m_h = \Delta h \sin^2 \delta$$

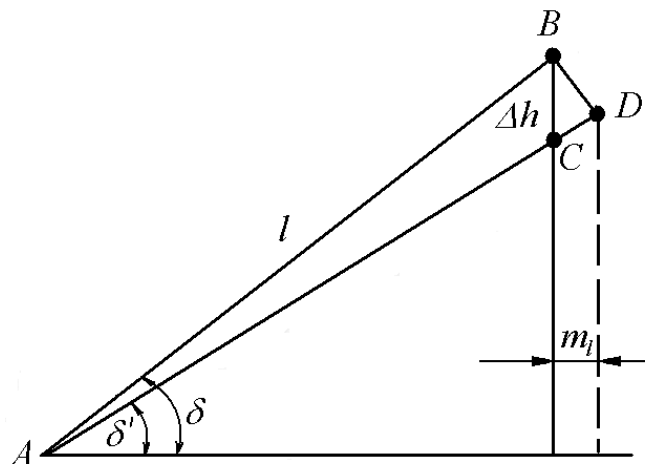


Рис. 4. Кут нахилу δ вимірюваної лінії

Похибку відліку складають похибки відліку по рулетці і похибки, обумовлені проектуванням висками, закріпленими в поточині точок на рівень рулетки. Останні є превалюючими, особливо у випадках довгих висків і при сильному русі повітря. Величина похибки для одного прольоту в залежності від умов вимірювання може значно коливатися (від 1 до 5 мм). При вимірюванні n інтервалів похибка всієї довжини, яка залежить від



неточності відліку визначається з виразу

$$m\ell_0 = m_0 \sqrt{n},$$

де m_0 – похибка відліку при вимірюванні одного інтервалу.

Для зменшення впливу цього джерела похибок довжини вимірюють по штативам, встановленим на проміжних точках. Вплив похибок відліку можна зменшити багатократними вимірюваннями кожного інтервалу.

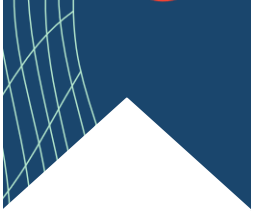
Вплив зовнішніх умов вимірювання. Несприятливі умови (капання воді, забруднення полотна рулетки, погане освітлення, рух транспорту і перешкоди працюючих механізмів, вимушена поспішність в роботі тощо) знижують точність вимірювання і є основою причиною грубих промахів. Для їх усунення сторони маркшейдерських мереж повинні вимірюватися два рази, як правило, в прямому і зворотному напрямках.

У відповідності з інструкцією по виконанню маркшейдерських робіт лінії можуть вимірюватися два рази і в одному напрямку наступними способами:

- 1) зі зміщенням проміжних висків;
- 2) при різних кутах нахилу вимірюваної лінії;
- 3) зі зміщенням рулетки при повторному вимірюванні.

Найбільш надійним є перший спосіб. А тому якщо при вимірюванні довжини сторони використовують проміжні виски, то при повторних вимірюваннях їх доцільно зміщувати на 2-3 м по створу. Якщо довжина ходу менша довжини рулетки необхідно застосовувати другий спосіб з вимірюванням вертикального кута два рази .

Проміжні виски при цьому розміщують по можливості в середині вимірюваної сторони. При створенні опорних мереж розходження між двома значеннями не повинні перевищувати 1/3000 вимірюваної довжини.



15 ЗАКОН НАКОПИЧУВАННЯ ПОГРІШНОСТЕЙ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ДОВЖИНИ СТОРІН ПІДЗЕМНИХ ПОЛІГОНОМЕТРИЧНИХ ХОДІВ

Для визначення вигляду загальної формули середньої погрішності вимірювання довжини, обумовленої впливом випадкових, систематичних погрішностей і погрішностей, що є випадковими за величиною, але постійними за знаком, скористаємося положеннями, відомими з теорії погрішностей.

Позначимо: L – довжина вимірюваної лінії; l – довжина рулетки; n – число укладень рулетки у вимірюваній відстані; m – випадкова погрішність одного відкладання рулетки; m'_L – середня квадратична погрішність вимірюваної довжини, обумовлена впливом випадкових погрішностей.

Зробивши вимірювання, одержуємо

$$L = l + l + \dots + l \text{ (} n \text{ разів)}.$$

Середня квадратична погрішність вимірюваної довжини

$$M'_L = \pm \sqrt{m^2 + m^2 + \dots + m^2 (n \text{ раз})}$$

або

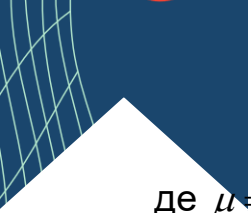
$$M'_L = \pm m \sqrt{n}.$$

Однак

$$n = \frac{L}{l}.$$

Тоді

$$m'_L = \frac{m}{\sqrt{l}} \sqrt{L} = \mu \sqrt{L},$$



де $\mu = \frac{m}{\sqrt{L}}$ – коефіцієнт, що виражає вплив випадкових погрешностей на одиницю вимірюваної довжини.

Таким чином, вплив випадкових погрешностей при вимірюванні довжин зростає пропорційно кореневі квадратному з величини цих довжин.

Тепер розглянемо вплив систематичних погрешностей на погрешність вимірювання довжини L .

Нехай σ – систематична погрешність одного відкладання рулетки, а m_L'' – систематична погрешність вимірюваної довжини. Тоді

$$m_L'' = \sigma + \sigma + \dots + \sigma (n \text{ раз})$$

або

$$m_L'' = n\sigma.$$

Прийнявши $n = \frac{L}{l}$, одержимо

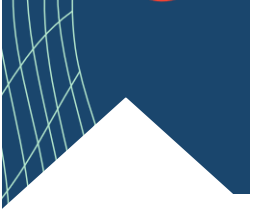
$$m_L'' = \frac{\sigma}{l} L = \lambda L,$$

де $\lambda = \frac{\sigma}{l}$ – коефіцієнт, що виражає вплив систематичних погрешностей на одиницю довжини.

Отримана формула показує, що вплив систематичних погрешностей при вимірюванні довжин пропорційний величині цих довжин.

Що стосується третьої категорії погрешностей, випадкових за величиною, але постійних за знаком, то вона цілком враховується при визначенні систематичних погрешностей.

Сумарна погрешність вимірювання довжини, що обумовлена впливом випадкових і систематичних погрешностей



$$m_L = \pm \sqrt{\mu^2 L + \lambda^2 L^2}.$$

Ця формула є емпіричною, тому що коефіцієнти μ , λ , що входять у неї, визначаються дослідним шляхом.

Рекомендується середні погрішності вимірювання довжин сторін підземних опорних полігонометричних ходів визначати за приведеною формулою, використовуючи наступні значення коефіцієнтів μ і λ :

- у виробках з кутом нахилу $<15^\circ$ $\mu = 0,001$; $\lambda = 0,00005$;
- у виробках з кутом нахилу $>15^\circ$ $\mu = 0,0015$; $\lambda = 0,0001$.

16 СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ

Загальна формула погрішності геометричного нівелювання.

Координата z кінцевого пункту вільного ходу геометричного нівелювання обчислюється за формулою

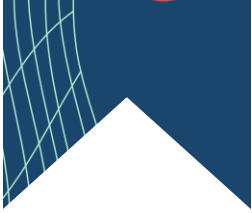
$$z_B = z_A + \sum_{i=1}^{i-n} \Delta z_i,$$

де Δz_i – перевищення; $\Delta z_i = a_i - b_i$; a_i і b_i – відліки по задній і передній рейкам.

Якщо через $m_1, m_2, \dots, m_n$ позначити середні погрішності визначення перевищень, то

$$m_B^2 = m_A^2 + m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2.$$

При рівності відстаней між пунктами можна покласти



$$m_1 = m_2 = \dots = m_n = m_{\Delta z}.$$

Тоді

$$m_B^2 = m_A^2 + nm_{\Delta z}^2.$$

Середня погрішність перевищення за умови рівності середніх погрішностей відліку по кожній з рейок складає

$$m_{\Delta z}^2 = m_o^2 + m_o^2 = 2m_o^2.$$

З огляду, що погрішність m не залежить від погрішностей ходу, то маючи у нас у разі тільки їх, одержуємо

$$m_B = \pm\sqrt{2n}.$$

17 СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ВІДЛІКУ ПО РЕЙЦІ

Середня погрішність відліку по рейці залежить від чотирьох факторів:

- якості нівеліра (розв'язувальної здатності і збільшення труби, ціни розподілу рівня);
- зовнішніх умов нівелювання (прозорості повітря, яскравості освітлення рейки);
- відстані рейки від нівеліра;
- правильності нанесення поділок на рейці.

Через високу точність сучасного виготовлення і перевірки нівелірних рейок у практиці маркшейдерських робіт варто враховувати лише перші три фактори. Їхній вплив виражається у виникненні:

- 1) погрішності відліку по рейці через погрішність візування m_v ;
- 2) погрішності відліку по рейці через неточну установку осі рівня в



горизонтальне положення m_τ .

Отже

$$m_o = \pm \sqrt{m_v^2 + m_\tau^2}.$$

Кутова погрішність візування для шахти виражається формулою $\frac{100''}{v}$, де v – збільшення труби нівеліра.

Звідси погрішність відліку по рейці, що відстоїть від нівеліра на відстані l , складе

$$m_v = \frac{100''}{\rho'' v} l.$$

Якщо через τ позначити ціну поділки рівня і вважати, що його вісь устанавлюється із середньою погрішністю $\pm 0,1\tau$, то

$$m_\tau = \frac{0,1\tau}{\rho''} l.$$

Підставимо отримані значення m_v і m_τ у формулу для m_o

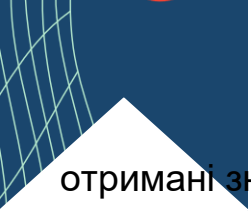
$$m_o = \pm \frac{l}{2060} \sqrt{\frac{1000000}{v^2} + \tau^2},$$

де l виражено в метрах, а m_o – у міліметрах.

Відомо, що в кожному нівелірі повинна бути дотримана відповідність між ціною поділки рівня і збільшенням труби, тобто

$$0,1\tau \leq \frac{100''}{v}.$$

Якщо замінити останню нерівність відповідною рівністю і підставити



отримані значення τ і v у формулу для m_o , одержимо два вирази:

$$m_o = \pm 0,7 \frac{l}{v};$$

$$m_o = \pm 0,0007 \cdot l \cdot \tau.$$

У цих формулах m_o виражено в міліметрах, l – у метрах, τ – у секундах.

Обчислена за наведеними формулами середня погрішність відліку по рейці має зменшене значення, тому що тут не враховується вплив умов нівелювання.

18 СЕРЕДНЯ КВАДРАТИЧНА ПОГРІШНІСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ

У тригонометричному нівелюванні перевищення одного пункту над іншим визначається за формулою

$$\Delta z = L \sin \delta + i - v.$$

Середня погрішність одного визначення Δz складе

$$m_{\Delta z} = \pm \sqrt{\left(\frac{m_{\delta}}{\rho} L \cos \delta \right)^2 + (m_L \sin \delta)^2 + m_i^2 + m_v^2}.$$

Перевищення кінцевого пункту над початковим знаходять як суму перевищень проміжних точок:

$$\Delta z_{AB} = \Delta z_1 + \Delta z_2 + \dots + \Delta z_n.$$

Звідси погрішність усього ходу тригонометричного нівелювання

$$M_{\Delta z}^2 = m_{\Delta z_1}^2 + m_{\Delta z_2}^2 + \dots + m_{\Delta z_n}^2.$$

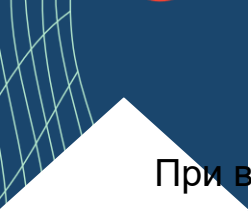


У випадку приблизної рівності довжин і кутів нахилу сторін ходу тригонометричного нівелювання при підставленні значення $m_{\Delta z}$ до останньої формули маємо

$$m_L^2 = \mu^2 L + \lambda^2 L^2,$$

звідси

$$M_{\Delta z} = \pm m_{\Delta z} \sqrt{n}.$$



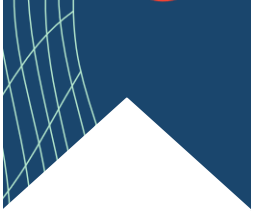
При визначенні кожного перевищення двічі (вперед і назад)

$$M'_{\Delta z} = \pm m_{\Delta z} \sqrt{\frac{n}{2}}.$$

Середні погрішності вимірювання довжини сторін і кутів нахилу визначають за відповідними формулами, що розглянуті вище. Відносно погрішностей m_v і m_i слід прийняти

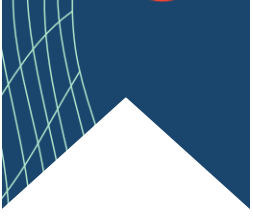
$$m_v = m_i = \pm (2 \div 3) \text{ мм.}$$

Погрішності вимірювання відрізків i та v цілком входять у погрішність перевищення і складають значну її частину. Небезпечний вплив погрішностей m_i і m_v часто враховується недостатньо. Вимірюючи достатньо точно кути нахилу і довжину сторін, маркшейдери нерідко обмежуються грубим вимірюванням відрізків i і v , що зовсім неприпустимо.



ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бакка М. Т., Назаренко В. О. Аналіз точності маркшейдерських мереж : навчальний посібник. Житомир : ЖДТУ, 2007. 147 с.
2. Войтенко С. П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів : навчальний посібник. Київ : КНУБА, 2003. 216 с.
3. Зазуляк П. М., Гавриш В. І., Євсєєва Е. М., Йосипчук М. Д. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірів : підручник / Львів : Растр7, 2007. 408 с.
4. НПАОН 74.2-1.07-21. Правила виконання маркшейдерських робіт під час розробки родовищ рудних та нерудних корисних копалин. [На заміну НПАОН 74.2-5.01-85, НПАОН 74.2-5.03-85, НПАОН 74.2-5.06-85 ; чинний від 2022-07-27]. Вид. офіц. Київ, 2021. 260 с.
5. Маркшейдерські роботи на вугільних шахтах та розрізах. Інструкція / редкоміс.: М. Є. Капланець (голова) та ін. Вид. офіц. Донецьк : ТОВ "АЛАН", 2001. 264 с.
6. Walker J., Awange J. Surveying for Civil and Mine Engineers. Acquire the Skills in Weeks. Springer. 2020. 411 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-45803-4>.



Навчально-методичне видання

**Назаренко Валентин Олексійович,
Бруй Ганна Валеріївна**

АНАЛІЗ ПОХИБОК МАРКШЕЙДЕРСЬКИХ ВИМІРЮВАНЬ

Навчальний посібник

Самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції