

РОЗРАХУНКИ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ТА СИСТЕМ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ

методичні рекомендації до самостійної роботи
та виконання індивідуальних завдань
з дисциплін «Надійність, монтаж та ремонт металургійного обладнання», «Обслуговування та ремонт технологічного обладнання процесів обробки металів», «Діагностика та методи аналізу обладнання»

Запоріжжя 2025



УДК 669:621.3(072)
Р64

Рекомендовано Науково-методичною радою
ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»
(протокол №7 від 30.05.2025 р.)

Укладач

Кулік Т. О., канд. техн. наук, доцент.

Р64

Розрахунки надійності елементів та систем технологічного обладнання : методичні рекомендації до самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань з дисциплін НМтаРМО, ОіРТОПОМ, ДіМАО (для студентів усіх форм навчання першого (бакалаврського) та другого (магістерського) рівнів вищої освіти) / уклад. Т. О. Кулік. Запоріжжя: ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА». 2025. 54 с.

Методичні вказівки включають ключові теоретичні відомості про надійність елементів металургійного обладнання та обладнання для обробки металів, а також аналіз надійності складних багатоелементних систем. Розглядаються основні показники надійності, методи розрахунку систем із резервуванням та без нього. Наведено приклади вирішення типових завдань, а також запропоновано завдання для самостійної роботи, включаючи вихідні дані та методику їх виконання.

Представлений матеріал буде корисним студентам при освоєнні таких дисциплін, як "Надійність, монтаж та ремонт металургійного обладнання", "Обслуговування та ремонт технологічного обладнання процесів обробки металів", "Діагностика та методи аналізу обладнання" та інших, пов'язаних з оцінкою надійності машин. Навчальний посібник спрямований на підвищення якості виконання робіт, ознайомлення студентів із ключовими методами розрахунку надійності та набуття ними практичних навичок.

Рекомендовано для студентів усіх форм навчання першого (бакалаврського) та другого (магістерського) рівнів освіти.

УДК 669:621.3(072)

© ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА», 2025



ЗМІСТ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ	4
ВСТУП	5
1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ	6
1.1 Способи забезпечення надійності	6
1.2 Надійність об'єктів як комплексна властивість	7
1.3 Стани об'єкту	10
1.4 Показники надійності	15
1.5 Функціональні залежності та числові характеристики, що використовуються в розрахунках надійності	18
1.6 Надійність об'єкта, що відновлюється	23
1.7 Розрахунок надійності систем	28
2 ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ	34
2.1 Приклади розв'язування задач	34
2.2 Завдання для самостійного розв'язку	39
3 ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ	41
3.1 Приклади розв'язку індивідуальних завдань	41
3.1.1 Завдання 1. Надійність об'єктів, що не відновлюються	41
3.1.2 Завдання 2. Надійність складних систем	47
3.2 Індивідуальне завдання для самостійного виконання	48
3.2.1 Завдання 1. Надійність об'єктів, що не відновлюються	48
3.2.2 Завдання 2. Надійність складних систем	51
ЛІТЕРАТУРА	53



МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Вивчення будь-якої дисципліни стає більш ефективним, якщо студент не тільки прослухає курс лекцій і опанує матеріал підручника, а й самостійно виконає практичні завдання, пов'язані з експлуатацією та ремонтом обладнання.

Опанування термінів і визначень у теорії надійності, а також розуміння фізичного змісту основних показників надійності є вкрай важливим. Некоректне трактування цих понять може значно ускладнити подальше засвоєння матеріалу.

Для закріплення теоретичних знань необхідно розв'язати кілька задач і вправ. Аналіз отриманих результатів допоможе усвідомити взаємозв'язки між різними показниками надійності та приймати обґрунтовані рішення під час експлуатації й ремонту металургійних машин.

У цьому методичному посібнику подано матеріал, що стосується надійності об'єктів, які підлягають відновленню. Після засвоєння теоретичних основ слід переходити до розв'язування задач і вправ. Якщо вони не викликають труднощів, можна приступити до виконання індивідуального завдання. У разі виникнення складнощів варто ще раз уважно переглянути теоретичний матеріал і методику розв'язання запропонованих задач.

Самостійне виконання завдань і вправ сприятиме розвитку впевненості у власних силах у розв'язанні питань, пов'язаних із надійністю, експлуатацією та ремонтом механічного обладнання металургійного комплексу.



ВСТУП

Надійність – це прикладний науковий напрям, що вивчає та вдосконалює методи аналізу систем в умовах виникнення та усунення випадкових подій, зокрема відмов їхніх компонентів. Основні дослідницькі підходи та висновки теорії надійності мають універсальний характер і можуть застосовуватися в будь-якій сфері техніки. Однак забезпечення надійності механічного обладнання в металургійному комплексі має свої особливості. Це пояснюється тим, що металургійні машини є складними технічними системами безперервної дії з великою одиничною продуктивністю, які працюють в умовах високих навантажень і несприятливого середовища.

До складу агрегатів входять десятки машин, сотні вузлів і тисячі деталей, кожна з яких має певний, але заздалегідь невідомий термін експлуатації. Тому час, протягом якого обладнання зберігає працездатність, є випадковою величиною, а його відмова рано чи пізно неминуча.

Для підтримання обладнання в робочому стані на металургійних підприємствах діє система технічного обслуговування та ремонтів машин і агрегатів, мета якої – забезпечити їхню безперебійну роботу між ремонтами. Під час планових зупинок устаткування виконується значний обсяг ремонтно-відновлювальних робіт, проте повністю уникнути відмов не вдається. Це спричиняє виробничі втрати та додаткові витрати на відновлення.

Ще однією проблемою є відсутність об'єктивної інформації про технічний стан обладнання через недосконалість системи обліку його відмов. Це призводить до суб'єктивного підходу у визначенні необхідності та обсягу ремонтних робіт. Оптимальне планування ремонтів можливе лише за умов наявності точної інформації про технічний стан машин, яка може бути оброблена цифровими методами із застосуванням моделей, запропонованих теорією надійності.

Без цього теорія надійності залишається лише концептуальним інструментом, який пояснює закономірності відмов, взаємозв'язок елементів системи та їхню поведінку з часом, але не дає змоги здійснювати прогнози чи формувати практичні рекомендації для прийняття рішень. Відсутність інформації про працездатність машини в певний момент означає відсутність даних про її ключову характеристику – надійність. Ця властивість є досить абстрактною, але вкрай важливою для оцінки стану будь-якого технічного об'єкта.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ

1.1 Способи забезпечення надійності

За даними ряду джерел, після Другої світової війни близько 70% усієї морської радіоелектронної апаратури США знаходилося в стані ремонту, близько 60% літакового обладнання, перекинутого на схід, виявилось несправним, при цьому близько 50% запасних комплектів та елементів вийшли з ладу внаслідок зберігання. У той період радіозв'язкове обладнання знаходилося в непрацездатному стані 1/7 частину всього часу експлуатації, радіолокаційне - 5/6, гідроакустичне - близько 1/2 часу. Зважаючи на таку ситуацію, в США почалися щорічні «симпозіуми надійності» і цей напрям увійшов в моду [1].

В даний час у складі Міжнародної організації зі стандартизації (International Organization for Standardization, ISO) діє Міжнародний технічний комітет «Надійність» (ТК-56), який займається питаннями регламентування практичного використання теорії надійності: менеджментом надійності, менеджментом ризику, ремонтпридатністю обладнання, людським фактором у надійності тощо [2, 3].

Головною метою цієї діяльності є підвищення надійності устаткування на всіх етапах життєвого циклу устаткування [3].

Узагальнено життєвий цикл виробу включає такі етапи:

Етап розробки:

- розробка та узгодження технічного завдання;
- ескізне/технічне проектування;
- робоче проектування. Розробка документації для виготовлення та експлуатації;
- виготовлення дослідних зразків, приймальні випробування;

Етап виготовлення:

- виробництво, приймально-здавальні, періодичні, типові випробування;
- транспортування до місця експлуатації, монтаж на місці;
- введення в експлуатацію;

Етап експлуатації:

- експлуатація;
- зберігання та транспортування;
- технічне обслуговування, поточний, середній, капітальний ремонт);
- припинення експлуатації, списання, утилізація.

Перерахуємо відомі способи забезпечення та підвищення надійності технічних об'єктів на різних етапах життєвого циклу.

На етапі розробки:



- використання матеріалів та елементів з покращеними характеристиками;
- Полегшені робочі режими;
- Нові конструктивні рішення;
- Резервування, у тому числі апаратурне, тимчасове та інформаційне;
- впровадження перешкодозахищених, стійких програм та кодування інформації;
- захист від несприятливих зовнішніх впливів;
- розробка оптимальної стратегії ремонту, техобслуговування та комплекту запасних частин, інструментів та приладдя (ЗІП);
- Розробка ефективних методів діагностики, що дозволяють знизити вимоги до кваліфікації персоналу.

На етапі виготовлення:

- Використання прогресивної технології виготовлення виробів;
- технологічне тренування виробів, що виявляє приховані дефекти;
- Випробування на стійкість до зовнішніх впливів (температура, вологість, вібрація та ін);

На етапі експлуатації:

- Проведення профілактичних (регламентних) робіт;
- забезпечення виробів запасними елементами, інструментом та матеріалами;
- Навчання персоналу.

На всіх етапах: – випробування на надійність, що відповідають етапу, виявлення та ліквідація слабких місць.

1.2 Надійність об'єктів як комплексна властивість [2, 3]

Наука про надійність вивчає загальні питання зміни якості – природного та фізичного, без урахування морального старіння. Стосовно механічного обладнання показники надійності оцінюють фізику відмов машин та вузлів. Головним критерієм надійності у разі є економічна довговічність машин.

Теорія надійності -це теорія, яка встановлює закономірності виникнення відмов об'єктів та методи їх прогнозування; вишукує способи підвищення надійності виробів при конструюванні, виготовленні та підтримці їх працездатного стану під час експлуатації; розробляє методи контролю за надійністю виробів.

Надійність виробу залежить від надійності його елементів, і що вища їх надійність, то вища надійність виробу. Через різноманітність виконуваних функцій кожен виріб характеризується вихідними параметрами, які визначають його якість та надійність. Вихідними параметрами можуть



бути параметри, що характеризують точність спрацьовування, механічну міцність, динамічну стійкість, час роботи та інші параметри. Зміна вихідних параметрів виробу у допустимих межах забезпечує його працездатний стан. У свою чергу зміна вихідних параметрів деталей, вузлів, механізмів та інших елементів виробу безпосередньо впливає на вихідні параметри самого виробу, і відповідно, на його працездатний стан. Розглянемо основні терміни та визначення з галузі надійності.

До кожного поняття стандартом визначено один термін, застосування термінів-синонімів заборонена.

Надійність (*Reliability, dependability*) – це властивість об'єкта зберігати у часі у встановлених межах значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції у заданих режимах та умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання та транспортування.

Таким чином, надійність – це властивість **ЗБЕРІГАТИ ЗДАТНІСТЬ** виконувати роботу, але не **ВИКОНАВАТИ** її. Особливо ця відмінність важлива для військової техніки.

Під час вивчення надійності технічних систем розглядаються найрізноманітніші об'єкти. Термін "об'єкт" може відноситися до конкретного об'єкта, і до одного з представників, зокрема до вигаданого представника із серії, партії або статистичної вибірки однотипних об'єктів.

На стадії розробки термін "об'єкт" застосовується навмання обраному представнику з генеральної сукупності об'єктів.

В рамках цього курсу під об'єктом будемо розуміти технічну систему або виріб. У свою чергу, залежно від призначення та виконуваних функцій виріб може бути представлений у вигляді деталі, вузла, механізму.

Для об'єктів, які є потенційним джерелом небезпеки, важливими поняттями є "безпека" та "живучість".

Безпека -властивість об'єкта при виготовленні та експлуатації та у разі порушення працездатного стану не створювати загрози для життя та здоров'я людей, а також для довкілля. Хоча безпека не входить у загальне поняття надійності, однак за певних умов тісно пов'язана з цим поняттям, наприклад, якщо відмови можуть призвести до умов, шкідливих для людей та навколишнього середовища понад гранично допустимі норми.

Поняття "живучість" займає прикордонне місце між поняттями "надійність" та "безпека".

Під живучістю (*fail-safe concept*) розуміють властивість об'єкта, що полягає в його здатності протистояти розвитку критичних відмов з дефектів і пошкоджень при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту, або властивість об'єкта зберігати обмежену працездатність при впливах, не передбачених умовами експлуатації або властивість об'єкта



зберігати обмежену працездатність при наявності. Прикладом служить збереження несучої здатності елементами конструкції у разі виникнення в них втомних тріщин, розміри яких не перевищують заданих значень.

Надійність виробу залежить від надійності складових частин, і що вища їх надійність, то вища надійність виробу.

Надійність об'єкта має комплексну властивість і оцінюється чотирма показниками: безвідмовністю, довговічністю, ремонторигідністю та збереженням або певні поєднання цих властивостей залежно від призначення об'єкта та умов його застосування.

Безвідмовність (*reliability, failure-free operation*) - властивість об'єкта зберігати працездатність безперервно протягом деякого часу або деякого напрацювання.

Безвідмовність у тому чи іншій мірою властива об'єкту у кожному з можливих режимів існування. В основному безвідмовність розглядається стосовно його використання за призначенням, але в багатьох випадках необхідна оцінка безвідмовності при зберіганні та транспортуванні об'єкта.

Довговічність (*durability, longevity*) – властивість об'єкта зберігати працездатність до переходу до граничного стану з можливими перервами для технічного обслуговування та ремонтів.

Граничний стан виробу характеризується неможливістю подальшої експлуатації.

Об'єкт може перейти в граничний стан, залишаючись працездатним, якщо, наприклад, його подальше застосування за призначенням стане неприпустимим щодо вимог безпеки, економічності та ефективності.

Ремонтопридатність (*maintainability*) – властивість об'єкта, що полягає у його пристосованості до попередження та виявлення відмов, відновлення працездатності шляхом проведення технічного обслуговування та ремонту.

Термін ремонтпридатність еквівалентний міжнародному терміну "пристосованість до підтримки працездатного стану" або, коротше, "підтримуваність" (*maintainability*). Це поняття включає:

- обслуговуваність - пристосованість об'єкта до технічного обслуговування;
- контролепридатність;
- пристосованість до діагностування - можливість виявлення відмов та ушкоджень, а також їх викликаючих причин;
- експлуатаційна технологічність (*supportability*) - ряд техніко-економічних та організаційних факторів, наприклад, якість підготовки обслуговуючого персоналу.

Збереженість (*storability*) – властивість об'єкта зберігати значення показників безвідмовності, довговічності та ремонтпридатності після зберігання та транспортування.

Слід розрізняти збереження об'єкта до введення в експлуатацію та збереження об'єкта під час експлуатації (при перервах у роботі). У другому випадку термін зберігання входить складовою в термін служби.

1.3 Стан об'єкту

Надійність технічної системи характеризується такими станами: справне, несправне, працездатне, непрацездатне [4].

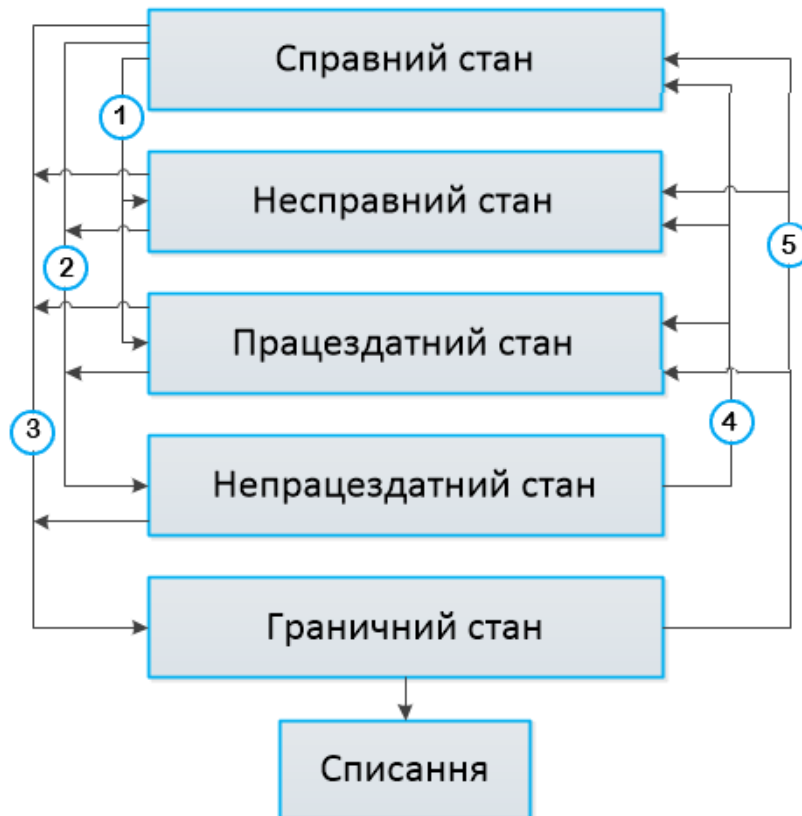


Рисунок 1 - Можливі стани машини під час експлуатації: 1 - пошкодження; 2 - відмова; 3 - перехід об'єкта в граничний стан; 4 - відновлення; 5 - ремонт

Справний стан (*good state*) - стан об'єкта, при якому він відповідає всім вимогам нормативно-технічної та (або) конструкторської (проектної) документації.

Справний виріб обов'язково працездатний.

Несправний стан (*fault, faulty state*) - стан об'єкта, при якому він не відповідає хоча б одному із заявок нормативно-технічної та (або) конс-



трукторської (проектної) документації.

Розрізняють несправності, що не призводять до відмови та несправності, що призводять до відмови. Наприклад, пошкодження фарбування робочої кліті прокатного стану означає його несправний стан, але такий автомобіль працездатний.

Під працездатним (*up state*) станом об'єкта розуміється такий стан, у якому значення всіх параметрів, характеризуючих здатність виконувати задані функції, відповідають вимогам нормативно-технічної та (чи) конструкторської документації.

Непрацездатним називається такий стан виробу, у якому він здатний виконувати задані функції. Такий виріб є одночасно несправним.

Перелічені поняття охоплюють основні технічні стани об'єкта. Кожне з них характеризується сукупністю значень параметрів, що описують стан об'єкта, і навіть якісних ознак, до яких не застосовують кількісні оцінки. Номенклатуру цих параметрів та ознак, а також межі їх допустимих змін, встановлюють у нормативно-технічній та (або) конструкторській (проектній) документації.

Перехід об'єкта з одного стану до іншого зазвичай відбувається внаслідок пошкодження чи відмови.

Перехід об'єкта зі справного стану до несправного працездатного стану відбувається через пошкодження.

У міжнародних документах ISO, MEK запроваджено більш детальну класифікацію станів [3].

Так, у працездатному стані розрізняють:

- робочий стан (*operating state*);
- неробочий стан (*nonoperating state*), у якому об'єкт не застосовується за призначенням.

У свою чергу воно поділяється на:

- стан чергування (*standby state*)
- стан планового простою (*idle, free state*).

Крім того, розрізняють:

- внутрішньо непрацездатний стан (*internal disabled state*), обумовлений відмовою або незавершеністю планового технічного обслуговування (ремонт),
- зовні непрацездатний стан (*external disabled state*), зумовлений організаційними причинами.

Порушення працездатного стану об'єкта є подією, яка отримала назву відмова.

Відмова (*failure*) - подія, що полягає у порушенні працездатного стану об'єкта.

Критерієм відмови (*failure criterion*) є ознака чи сукупність ознак по-



рушення працездатного стану об'єкта, встановлених у нормативно-технічній та (або) конструкторській (проєктній) документації.

Якщо працездатність об'єкта характеризують сукупністю значень деяких технічних параметрів, ознакою виникнення відмови є вихід значень будь-якого з цих параметрів межі допусків. Крім того, критерії відмов можуть входити також якісні ознаки, що вказують на порушення нормальної роботи об'єкта.

Критерії відмов слід відрізнити від критеріїв ушкоджень. Під критеріями ушкоджень розуміють ознаки чи сукупність ознак несправного, але працездатного стану об'єкта.

Тому вводиться ще поняття *критичність відмови (failure criticality)* - сукупності ознак, що характеризують наслідки відмови.

Поняття критичності відмови введено для того, щоб проводити класифікацію відмов щодо їх наслідків. Подібна класифікація міститься у міжнародних документах ISO, МЕК. Критерієм для класифікації можуть служити прямі і непрямі втрати, викликані відмовими, витрати праці і часу на усунення наслідків відмов, можливість і доцільність ремонту силами споживача або необхідність ремонту виробником або третьою стороною, тривалість простоїв через виникнення відмов, ступінь зниження продуктивності при відмові, приводячи. Для простих об'єктів ця класифікація не використовується.

Відмови щодо характеру виникнення діляться на випадкові та не-випадкові, або систематичні.

Випадкові відмови викликані непередбаченими навантаженнями, прихованими дефектами матеріалів, похибками виготовлення, помилками персоналу, що обслуговує.

Невипадкові (систематичні) відмови - це закономірні явища, що викликають поступове накопичення пошкоджень, пов'язані з впливом середовища, часу, температури, опромінення тощо. У зв'язку з цими причинами та характером розвитку їх прояви ділять на раптові (поломки, заїдання, відключення) і поступові (знос, старіння, корозія).

За причинами виникнення відмови класифікуються на конструкційні, спричинені недоліком конструкцій, виробничі, спричинені порушенням технології виготовлення, та експлуатаційні, спричинені неправильною експлуатацією.

Відмови можуть бути і є наслідком помилок або недостатнього рівня знань конструктора, або порушення встановлених правил і норм проєктування та конструювання. Такі відмови зводяться до конструктивних відмов (*design failure*).

Відмова, що виникла з причини, пов'язаної з недосконалістю або порушенням встановленого процесу виготовлення або ремонту, що виконується на ремонтному підприємстві, отримала назву виробнича від-

мова (*manufacturing failure*).

Якщо порушення встановлених правил та (або) умов експлуатації призводять до виникнення відмови, то така відмова називається експлуатаційною відмовою (*misuse failure, mishandling failure*).

Відмови за характером свого прояву, Поділяються на:

Раптова відмова (*sudden failure*) - відмова, що характеризується стрибкоподібною зміною значень одного або кількох параметрів об'єкта.

Поступова відмова (*gradual failure*) - відмова, що виникає внаслідок поступової зміни значень одного або кількох параметрів об'єкта. Як правило, зумовлений природними процесами старіння, зношування, корозії та втоми при дотриманні всіх встановлених правил та (або) норм проектування, виготовлення та експлуатації.

Для металургійних машин при пуску в експлуатацію найбільш характерними є раптові конструктивні відмови.

При процесі експлуатації найбільш часто виникають раптові експлуатаційні відмови.

Якщо властивості міцності деталі не змінюються, то раптова відмова пов'язана з перевантаженням. Якщо ж у результаті багаторазового впливу граничних навантажень відбувається зниження властивостей міцності, то відбувається раптова відмова, пов'язана з розвитком втомних тріщин.

Але раптові відмови можуть бути і наслідком розкиду механічних властивостей матеріалу, з якого виготовлена деталь, та рівня навантажень, що діють на неї (рис.2).

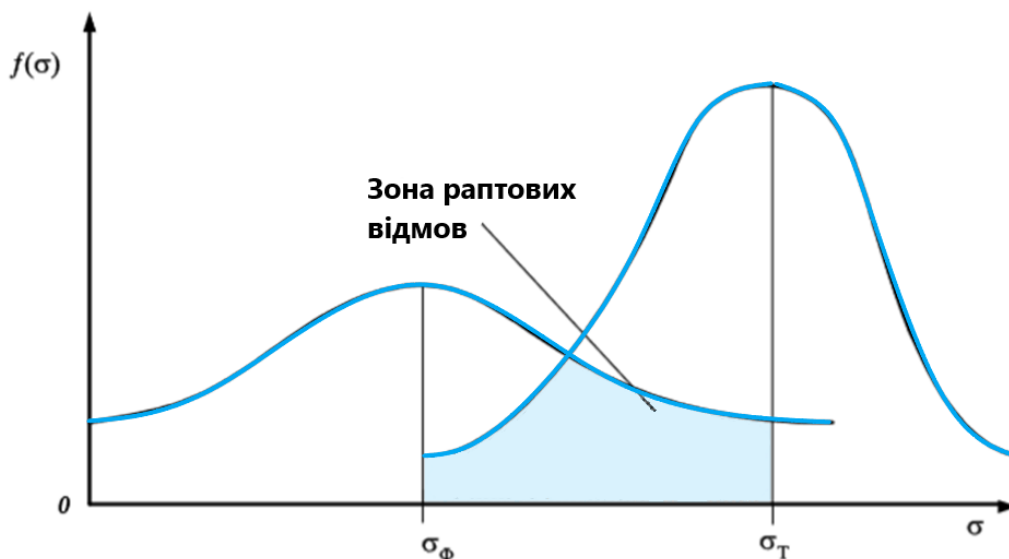
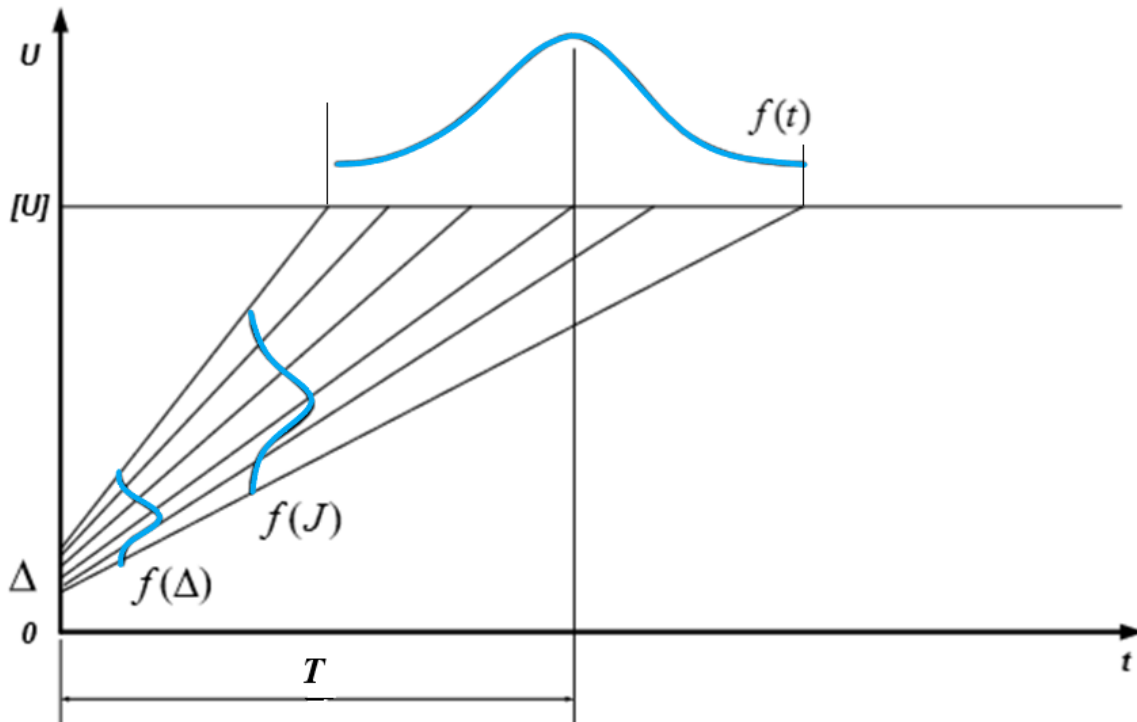


Рисунок 2 - Схема відмови при розкиданні навантаження та міцностних властивостей деталей

Якщо прийняти, що величини навантаження та міцності підпорядковуються нормальному розподілу (що у багатьох випадках відповідає дійсності), існує зона раптових відмов (рис. 2) при розрахунковому коефіцієнті запасу міцності. Виникнення поступових відмов у вузлах тертя внаслідок розвитку зношування протікає за схемою, представленої на рис. 3.



$[U] = U_{max}$ -максимально допустима величина зношування (відмова);
 Δ -вихідний зазор у з'єднанні; $f(\Delta)$ -щільність розподілу зазору у поєднанні;
 $f(J)$ -щільність швидкості зношування; $f(t)$ -щільність ймовірності відмов;
 T -середнє напрацювання

Рисунок 3 - Схема виникнення поступових відмов

Початковий розкид величини зазору внаслідок допуску виготовлення в процесі зношування збільшується.

Збільшення зазору визначається швидкістю зношування, величина якої має нормальний розподіл, тому і напрацювання до відмови в цьому випадку мають нормальний розподіл.

Теоретично надійності під час розгляду надійності об'єктів запроваджено поняття "система" і "елемент".

Під системою розумітимемо безліч елементів і зв'язок між ними, що утворюють деяку цілісність.

Під елементом розуміють частину системи, призначену до вико-



нання певних функцій і неподільну на складові при цьому рівні розгляду.

Тобто лише рівень розгляду визначає віднесення того чи іншого об'єкта, що утворює певну цілісність, до системи чи елемента.

Наприклад, лінія приводу горизонтальних валків може розглядатися як елемент, що входить до системи робоча кліть. У той же час лінія приводу горизонтальних валків може розглядатися як система з елементами, що входять до неї: вузол валків, вузол шпindelного з'єднання, вузол шестерінної кліті, електропривод. Усе залежить від цього, які завдання ми ставимо щодо надійності тієї чи іншої об'єкта.

Як правило, при дослідженні надійності металургійних машин у процесі експлуатації як елементи приймаються деталі або вузли, які піддаються заміні або відновленню в процесі технічного обслуговування або ремонту металургійних агрегатів.

Елементи та системи, які у разі відмови замінюються новими, називаються невідновлюваними.

Невідновлюваний об'єкт (*nonrestorable item*) - об'єкт, для якого в даній ситуації проведення відновлення працездатного стану не передбачено у нормативно-технічній та (або) конструкторській (проектній) документації.

Елементи та системи, які у разі відмови піддаються відновленню, називаються відновлюваними.

Відновлюваний об'єкт (*restorable item*) - об'єкт, для якого в даній ситуації проведення відновлення працездатного стану передбачено у нормативно-технічній та (або) конструкторській (проектній) документації.

При розробці об'єкта передбачають виконання (або невиконання) технічного обслуговування об'єктів протягом терміну їхньої служби, тобто об'єкти ділять на технічно обслуговуються та технічно необслуговуються. При цьому деякі об'єкти, що не ремонтуються, є технічно обслуговуваними.

Об'єкт може бути технічно ремонтується (ремонт якого технічно можливий), але не відновлюється в конкретній ситуації.

1.4 Показники надійності

Для характеристики властивостей надійності введено показники надійності, які поділяються на одиничні, що характеризують одну з властивостей, що становлять надійність об'єкта, і комплексні, що характеризують кілька властивостей, що становлять надійність об'єкта [2 - 4].



1.4.1 До показників, що характеризують безвідмовність об'єкта, належать

Можливість безвідмовної роботи - це ймовірність того, що в межах заданого напрацювання відмова виробу не виникає.

Показники:

- ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$;
- ймовірність відмови $Q(t)$;
- інтенсивність відмов $\lambda(t)$.

Середнє напрацювання до відмови - математичне очікування напрацювання виробу до першої відмови.

Середнє напрацювання на відмову - відношення напрацювання виробу, що відновлюється, до математичного очікування числа його відмов протягом цього напрацювання.

Середнє напрацювання між відмовими - відношення сумарного напрацювання між відмовими виробу, що відновлюється, до сумарного числа відмов протягом цього напрацювання.

Параметри:

- середнє напрацювання до відмови T ;
- гамма-відсотковий наробіток до відмови T_γ ;
- середнє напрацювання на відмову T .

Інтенсивність відмов - це відношення середньої кількості виробів, що відмовили в одиницю часу, до виробів, що залишилися працездатними до цього моменту часу. Цей показник відноситься до виробів, що не відновлюються.

Параметр:

- параметр потоку відмов $\omega(t)$.

1.4.2 Для характеристики довговічності об'єкта введено показники:

Технічний ресурс - напрацювання виробу від початку експлуатації після ремонту до граничного стану.

Параметр:

- середній ресурс T_p .

Гамма-відсотковий ресурс - це напрацювання, протягом якого виріб не досягне граничного стану із заданою ймовірністю, вираженою у відсотках. γ



Параметр:

- гамма-відсотковий ресурс T_γ .

Термін служби - календарне напрацювання виробу до граничного стану. Виявляється зазвичай у роках.

Параметр:

- середній термін служби T_c .

Гамма-відсотковий термін служби - календарна тривалість експлуатації, протягом якої виріб не досягає граничного стану із заданою ймовірністю γ , вираженою у відсотках. Для виробів серійного та масового виробництва, зокрема для підшипників кочення, найчастіше використовують 90% ресурс. Для відповідальних агрегатів і машин прийнято (80 ... 95)%-ний ресурс.

Параметр:

- гамма-відсотковий термін служби T_γ .

1.4.3 Ремонтпридатність характеризується показниками:

Час відновлення характеризує календарну тривалість відновлення працездатності виробу.

Середній час відновлення - математичне очікування часу відновлення.

Параметр:

- середній час відновлення T_B .

Ймовірність відновлення працездатного стану виробу у заданий час.

Параметр:

- можливість відновлення $P(t_B)$;
- середня трудомісткість відновлення Q_B .

Призначений термін зберігання - календарна тривалість зберігання в заданих умовах, після якої застосування виробу за призначенням не допускається незалежно від його технічного стану.

Середній термін зберігання - математичне очікування терміну зберігання.

Гамма-відсотковий термін зберігання - календарна тривалість зберігання або транспортування, після якої показники безвідмовності, довговічності та ремонтпридатності виробу не вийдуть за встановлені межі з ймовірністю γ , вираженою у відсотках.



Для складних систем та комплексів спеціального призначення найчастіше використовують комплексні показники надійності. До них відносяться:

Коефіцієнт готовності - ймовірність того, що виріб виявиться працездатним у довільний момент часу, крім запланованих періодів, протягом яких застосування виробу за призначенням не передбачається.

Коефіцієнт готовності оцінює надійність виробу на певному етапі експлуатації та визначається як відношення математичних очікувань часу знаходження у працездатному стані до математичних очікувань суми цього часу та часу позапланових ремонтів.

Параметр:

- Коефіцієнт готовності K_r .

Коефіцієнт технічного використання - відношення математичного очікування часу працездатного стану за деякий період експлуатації до суми математичних очікувань часу працездатного стану та всіх простоїв для ремонтів та технічних обслуговувань.

Параметр:

- Коефіцієнт технічного використання $K_{ТВ}$.

Коефіцієнт оперативної готовності - ймовірність того, що виріб виявиться працездатним у довільний момент часу, крім запланованих періодів, протягом яких застосування виробу за призначенням не передбачається, і починаючи з цього моменту працюватиме безвідмовно протягом заданого інтервалу часу.

Параметр:

- Коефіцієнт оперативної готовності $K_{ог}$.

1.5 Функціональні залежності та числові характеристики, що використовуються в розрахунках надійності [5]

Відмови, що виникають у процесі випробувань або експлуатації, викликані несприятливим поєднанням різних факторів розглядаються у вигляді випадкових величин, які можуть набувати того чи іншого значення, не відомі заздалегідь. Розрізняють випадкові величини безперервного та перервного (дискретного) типів (рис. 4).

Випадкові величини позначаються великими літерами, які можливі значення - відповідними малими літерами.

До кожного числа x діапазоні зміни випадкової величини X існує пе-

вна ймовірність $P(X < x)$ у цьому, що X вбирається у величину x [5]. Імовірність цієї події називається **функцією розподілу** та позначається:

$$F(x) = P(X < x) \quad (1)$$

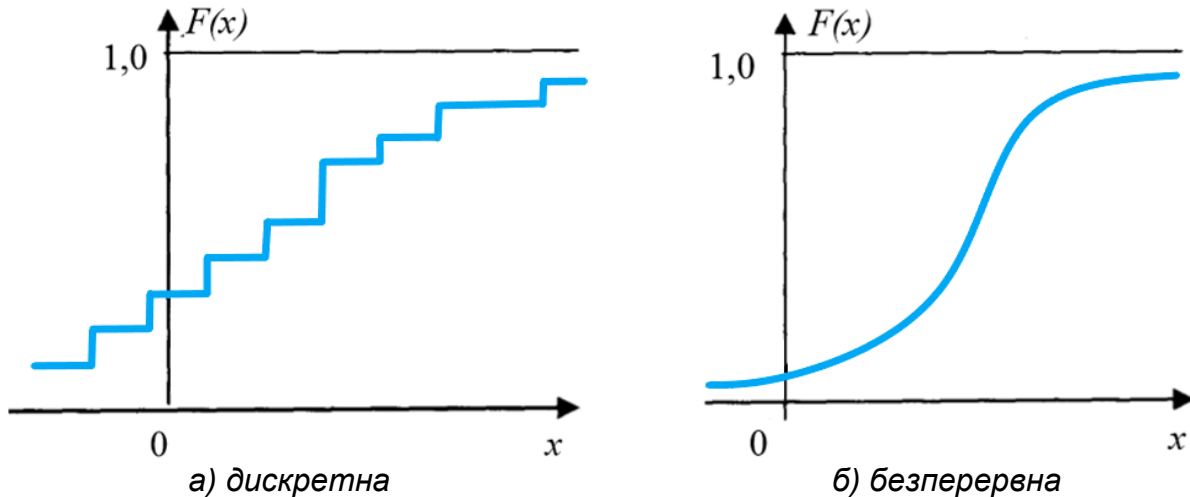


Рисунок 4 - Види функцій розподілу випадкових величин

Функція розподілу є універсальною характеристикою, оскільки вона існує як дискретних (рис. 4, а), так і безперервних (рис. 4, б) випадкових величин.

Функція $F(x)$ є незнищувальною функцією аргументу x (монотонно зростаючою для безперервних випадкових величин і поступово зростаючою для дискретних випадкових величин). У межах зміни випадкової величини вона змінюється від нуля до одиниці.

На мінус нескінченності функція розподілу дорівнює нулю:

$$F(-\infty) = 0.$$

На плюс нескінченності функція розподілу дорівнює одиниці:

$$F(+\infty) = 1.$$

Похідна від функції розподілу за поточною змінною називається **щільністю розподілу**:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (2)$$

Вона характеризує частоту повторень даного значення випадкової величини, а теорії надійності називається щільністю ймовірності. Щільність розподілу (рис. 5) є невід'ємною функцією свого аргументу:

$$f(x) \geq 0.$$

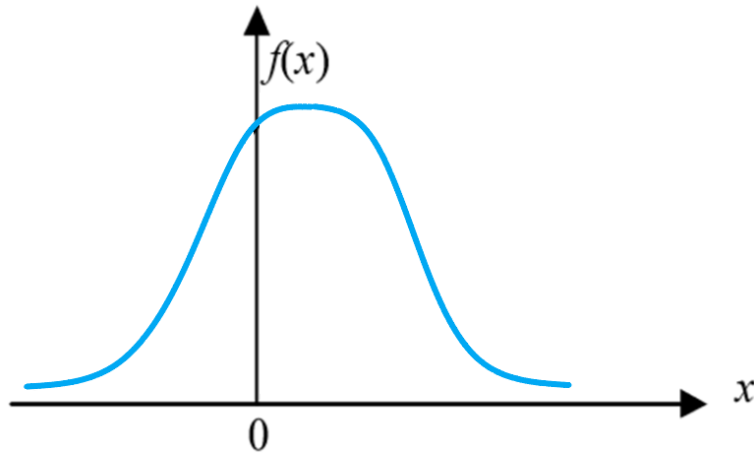


Рисунок 5 - Щільність розподілу

Інтеграл у нескінченних межах від щільності розподілу завжди дорівнює одиниці:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \quad (3)$$

Щільність розподілу існує лише для безперервних випадкових величин.

Розглядаючи випадки появи або відсутності події A у великій кількості випробувань, можна встановити певну закономірність настання цієї події. Якщо при проведенні n_1 випробувань подія A мала місце m_1 разів, відносна частота появи події визначається з формули [5]:

$$P(A) = \frac{m_1}{n_1}. \quad (4)$$

Якщо подія A мала місце у кожному з n_i випробувань, тобто $m_i = n_i$, то $P(A) = 1$. Якщо подія A не настала в жодному з n_i випробувань, тобто $m_i = 0$, то $P(A) = 0$. Під час проведення серії послідовних випробувань отримуємо співвідношення:

$$P_1 = \frac{m_1}{n_1}; P_2 = \frac{m_2}{n_2}; \dots; P_i = \frac{m_i}{n_i}$$

Відповідно до закону великих чисел відносна частота стає дедалі стійкішою зі збільшенням числа випробувань. Постійна величина, до якої наближається відносна частота випадкової події, називається ймовірністю події та позначається $P(A)$.

Ймовірність події $P(A)$ є число, укладене в інтервалі від нуля до одиниці, тобто справедлива нерівність:

$$0 \leq P(A) \leq 1. \quad (5)$$

Дві події називаються **несумісними**, якщо в результаті досвіду вони не можуть з'явитися одночасно

ТЕОРЕМА СКЛАДАННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ:

Ймовірність суми двох несумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

або для певної кількості (n) подій:

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

Наслідок 1. Якщо події A_1, A_2, \dots, A_n утворюють повну групу несумісних подій, то сума їх ймовірностей дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1. \quad (6)$$

Протилежними подіями називаються дві несумісні події, що утворюють повну групу.

Наслідок 2. Сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1, \quad (7)$$

де \bar{A} - подія, протилежна події A .

Дві події називаються **спільними**, якщо в результаті досвіду вони можуть з'явитися одночасно.

У випадку, коли події A та B спільні, ймовірність суми цих подій виражається формулою:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB). \quad (8)$$

Аналогічно, ймовірність суми будь-якої кількості спільних подій визначається виразом виду:

$$P(\sum_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) \dots (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n) \quad (9)$$

З формул (8) та (9) можна виразити формули для добутку подій:

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A + B) \quad (10)$$

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(\sum_{i=1}^n A_i). \quad (11)$$

Введемо поняття про незалежні та залежні події.

Подія A називається **незалежною** від події B , якщо ймовірність події A не залежить від того, чи відбулася подія B .

Подія A називається **залежною** від події B , якщо ймовірність події A змінюється залежно від того, чи відбулася подія B .

ТЕОРЕМА ДОБУТКУ ЙМОВІРНОСТЕЙ незалежних подій:

Ймовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій:

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

або для певної кількості (n) подій:

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i)$$

ТЕОРЕМА ДОБУТКУ ЙМОВІРНОСТЕЙ залежних подій:

Ймовірність добутку двох залежних подій дорівнює добутку ймовірності першої та умовній ймовірності другої, обчислену за умови, що перша подія відбулась:

$$P(AB) = P(A)P(B/A)$$

або для певної кількості (n) подій:

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2 / A_1)P(A_3 / (A_1 A_2)) \cdots P(A_n / (A_1 A_2 \cdots A_{n-1}))$$

Наслідком обох основних теорем – теорема складання ймовірностей та теорема множення ймовірностей є так звана формула повної ймовірності.

Нехай потрібно визначити ймовірність деякої події A , яка може статися разом з однією з подій H_1, H_2, \dots, H_n , що утворюють повну групу подій. Такі події ми називаємо **гіпотезами**. Ймовірність події A обчислюється як сума творів ймовірності кожної гіпотези на ймовірність події за цієї гіпотези:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i). \quad (12)$$

1.6 Надійність об'єкта, що відновлюється

Слід зазначити, що для елемента, що відновлюється, використовуються ті ж показники надійності, що і для невідновлюваного елемента. Розглянемо загальні для відновлюваних та невідновлюваних об'єктів показники надійності.

1.6.1 Загальні для відновлювальних та невідновлювальних об'єктів показники надійності

Нехай час роботи елемента до відмови є випадковою величиною τ . Причому у момент $t = 0$ елемент починає працювати, а в момент $t = \tau$ відбувається відмова, отже τ – це час життя елемента. Таким чином, час життя елемента носить випадковий характер і тоді в якості основного показника надійності можна назвати **функцію розподілу відмов**, яка виражається залежністю:

$$F(t) = P(\tau < t). \quad (13)$$

Функція $F(t)$ називається **ймовірністю відмови** елемента до моменту t .

Якщо елемент працює протягом часу t безперервно, існує безперервна щільність ймовірності відмови:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \quad (14)$$

Наступним показником надійності є можливість безвідмовної роботи за заданий час t або **функція надійності**:

$$P(t) = 1 - F(t). \quad (15)$$

Графічно функція надійності виглядає у вигляді спадної кривої, як показано на рис. 6.

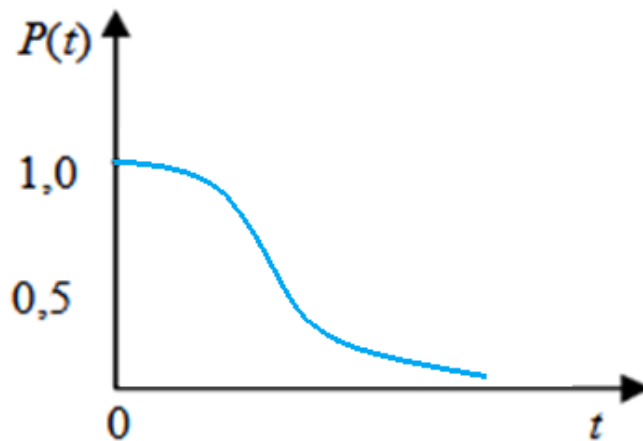


Рисунок 6 - Функція надійності

Ця функція монотонно зменшується:

$$P(t = 0) = 1; P(t \rightarrow \infty) = 0$$

Найважливішим показником невідновлюваного елемента є **середній час до відмови**, що визначається із співвідношення:

$$T_0 = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (16)$$

Іншою характеристикою надійності є **дисперсія часу життя**

$$D[\tau] = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T_0^2 = 2 \cdot \int_0^{\infty} t \cdot P(t) dt - T_0^2. \quad (17)$$

Якщо випробуванням піддається N елементів та $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ – відрізки часу їхнього життя, то статистична дисперсія знаходиться за виразом:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2, \quad (18)$$

де $\bar{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i$

У практиці оцінки надійності найчастіше використовується середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma[t] = \sqrt{(D[\tau])}. \quad (19)$$

Однією з найважливіших характеристик надійності елемента, що не відновлюється, є **інтенсивність відмов**, яка визначає надійність елемента в кожен даний момент часу. Інтенсивність відмов визначається за такою формулою [4]:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)/dt}{P(t)}. \quad (20)$$

З рівняння (20) можна легко висловити функцію надійності через інтенсивність відмов:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (21)$$

Можливість безвідмовної роботи на інтервалі (t_1, t_2) виражається залежністю:

$$P(t) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt}. \quad (22)$$

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ може бути визначена за результатами випробувань. Як і вище, досліджуємо N елементів та спостерігаємо їх відмови.

Нехай $n(t)$ – кількість елементів, які відмовили на момент t . Тоді при досить малому Δt і досить великому N отримаємо:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (23)$$

де Δn – кількість відмов на відрізці Δt .

Численні дослідні дані показують, що для багатьох елементів функція $\lambda(t)$ має вигляд, показаний на рис. 7.

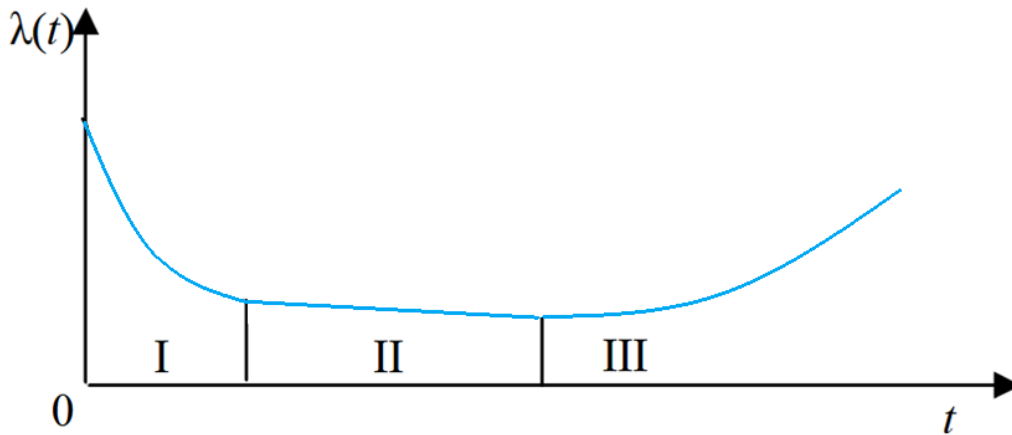


Рисунок 7 - Крива інтенсивності відмов у часі

З графіка видно, що весь час можна умовно розбити на три ділянки: У *першій* функція має тенденцію до падіння – це називається періодом приработки чи випалювання прихованих дефектів.

Другий період називається періодом нормальної роботи – цей період характеризується сталістю інтенсивності відмов $\lambda(t) \approx const$.

Третій період – це період старіння.

Так як період нормальної роботи є основним, і на то у розрахунках надійності приймається:

$$\lambda(t) = \lambda = const.$$

У цьому випадку для експоненційного закону функція надійності має вигляд:

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Середній час життя в такому випадку:

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Тому функцію надійності можна записати так:

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}. \quad (24)$$

Якщо час роботи елемента малий порівняно із середнім часом жит-



тя, можна користуватися наближеною формулою:

$$P(t) = 1 - \frac{t}{T_0}. \quad (25)$$

1.6.2 Показники надійності відновлювальних об'єктів

До показників надійності, властивих лише відновлюваним елементам, слід віднести середнє напрацювання на відмову, напрацювання між відмовами, ймовірність відновлення, середній час відновлення, коефіцієнт готовності, коефіцієнт технічного використання.

Термін **середнє напрацювання на відмову** означає напрацювання відновлюваного елемента, що припадає в середньому на одну відмову, в інтервалі сумарного напрацювання або певної тривалості експлуатації:

$$T_{cp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_i, \quad (26)$$

де t_i - напрацювання елемента до i -го відмови; m – кількість відмов у розглянутому інтервалі сумарного напрацювання.

Напрацювання між відмовами визначається обсягом роботи елемента від i -ї до $(i + 1)$ -ї відмови.

Ймовірність відновлення працездатного стану є значенням функції розподілу часу відновлення і визначається за формулою:

$$P_m(t) = \frac{(\lambda_b t_b)^m}{m!} e^{-\lambda_b t_b}, \quad (27)$$

де m - число відновлень (кількість відмов); λ_b - інтенсивність відновлення.

Середній час відновлення визначають за формулою:

$$\bar{t}_b = \int_0^{\infty} t_b f_b(t) dt = \int_0^{\infty} P_b(t) dt, \quad (28)$$

де $f_b(t)$ – щільність розподілу часу відновлення; $P_b(t)$ - можливість відновлення.

Середній час відновлення *однієї відмови* за долідними даними:

$$\bar{t}_b = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{bi}, \quad (29)$$

де t_{bi} - час відновлення i -ї відмови; m – кількість відмов у розглянутому інтервалі часу.



Коефіцієнт готовності характеризує готовність виробу до застосування за призначенням у довільний час, крім планованих періодів обслуговування.

Цей показник є комплексним, оскільки він кількісно характеризує одночасно два показники: безвідмовність та ремонтпридатність та визначається за формулою:

$$K_r = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + \bar{t}_b}, \quad (30)$$

де T_{cp} - середнє напрацювання на відмову; \bar{t}_b - Середній час відновлення однієї відмови.

Коефіцієнт технічного використання характеризує частку часу знаходження виробу у працездатному стані щодо аналізованої тривалості експлуатації та визначається із співвідношення:

$$\begin{aligned} K_{ТВ} &= 1 - K_{рем} - K_{ТО}; \\ K_{рем} &= \frac{1}{T_e} \sum_{i=1}^m \bar{t}_b; \\ K_{ТО} &= \frac{T_{ТО}}{T_e}, \end{aligned} \quad (31)$$

де T_e - період експлуатації; $T_{ТО}$ - сумарний час, витрачене проведення всіх видів обслуговування у період експлуатації.

В якості показників надійності системи, що складається з декількох елементів, можуть використовуватися показники як для відновлюваного, так і невідновлюваного елемента, в залежності від того, може бути система відновлена безпосередньо на об'єкті експлуатації чи ні.

1.7 Розрахунок надійності систем

Надійність систем визначається надійністю елементів, що входять до її складу.

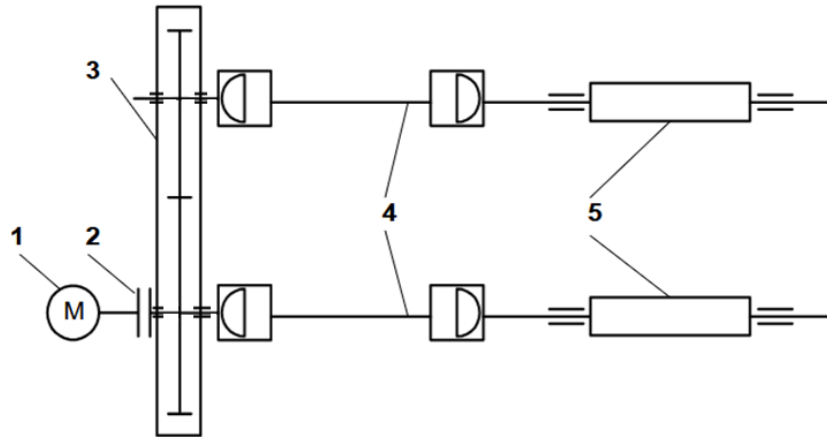
Оцінюючи надійності системи важливо з'ясувати вплив на ймовірність її безвідмовної роботи: кількості елементів, що до неї входять; можливість безвідмовної роботи цих елементів; способів з'єднання елементів у системі [6].

Елементи в системі можуть мати з'єднання:

- послідовне;
- паралельне;
- змішане.

При аналізі надійності системи розглядається її структура, зазвичай для наочності представлена у вигляді блок-схеми.

Як приклад, розглянемо лінію приводу валків прокатної кліти (рис. 8) [7].



1 – двигун; 2 – муфта; 3 - шестеренна кліть;
4 – шпинделі; 5 – робочі валки

Рисунок 8 - Кінематична схема лінії приводу валків

В цьому випадку блок-схема може бути представлена у вигляді послідовно з'єднаних елементів (рис. 9).



Рисунок 9 - Блок схема лінії приводу валків. Послідовне з'єднання

Якщо припустити, що можливе здійснення процесу прокатки через привід тільки одного валка, то блок-схема буде представлена у вигляді послідовно-паралельного з'єднання елементів (рис. 10).

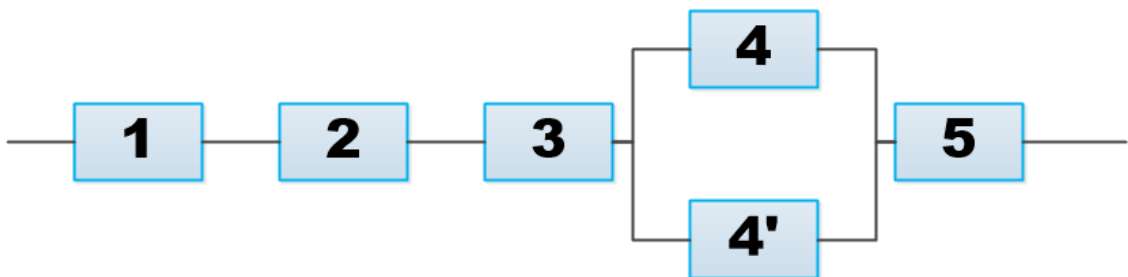


Рисунок 10 - Блок схема лінії приводу валків. Змішане з'єднання

1.7.1 Розрахунок надійності системи при послідовному з'єднанні елементів

Послідовним, у сенсі надійності, називають таке з'єднання елементів у системі, у якому відмова хоча б одного елемента призводить до відмови всієї системи.

Елементи послідовної системи можуть мати різне резервування (навантажувальне, структурне).

Послідовні системи можуть бути як невідновлюваними, так і відновлюваними.

Для послідовної системи, що не відновлюється, випадкове напрацювання до відмови системи, що складається з m послідовно з'єднаних невідновлюваних елементів, дорівнює мінімальному значенню випадкових напрацювань її елементів. Якщо відомі розподіли до відмови незалежних елементів, то надійність системи для будь-якого заданого часу t буде [4]:

$$P_s(t) = \prod_{i=1}^m P_i(t), \quad (32)$$

де $P_i(t)$ - можливість безвідмовної роботи i -го елемента.

Для відновлюваних елементів аналітичні вирази показників надійності отримані в припущенні, що розподіл часу напрацювання до відмови і часу відновлення окремих елементів є експоненціальними, тобто процес функціонування системи є однорідним, стаціонарним і без наслідку.

Інтенсивність відмов системи $\lambda_s(t)$ знаходять з залежності [4]:

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^m \lambda_i(t), \quad (33)$$

де $\lambda_i(t)$ – інтенсивність відмов i -го елемента.

Таким чином, при допущенні про незалежність відмов елементів, інтенсивність відмов системи дорівнює сумі інтенсивностей відмов окремих елементів за будь-якого розподілу напрацювання елементів до відмови.

1.7.2 Розрахунок надійності системи при паралельному з'єднанні елементів

У практиці проектування складних систем часто використовують схеми з паралельним з'єднанням елементів. Система з паралельним з'єднанням елементів побудована таким чином, що відмова її відбува-



ється лише у разі відмови всіх елементів, тобто система справна, якщо справний хоча б один елемент. Таке з'єднання елементів називають резервуванням.

При конструюванні технічних систем, залежно від виконуваного системою завдання, застосовують гаряче чи холодне резервування.

Гаряче резервування застосовують тоді, коли не допускається перерви на час для перемикання елемента, що відмовив, на резервний.

Холодне резервування застосовують тоді, коли потрібно збільшення ресурсу роботи елемента і допускається витрата часу на перемикання елемента, що відмовив, на резервний.

Існують технічні системи з частково паралельним резервуванням. Це такі системи, які виявляються працездатними у разі відмови кількох певних елементів.

Розглянемо систему, що має ряд паралельних елементів, надійність кожного з яких дорівнює $p(t)$, а ненадійність відповідно $q(t) = 1 - p(t)$.

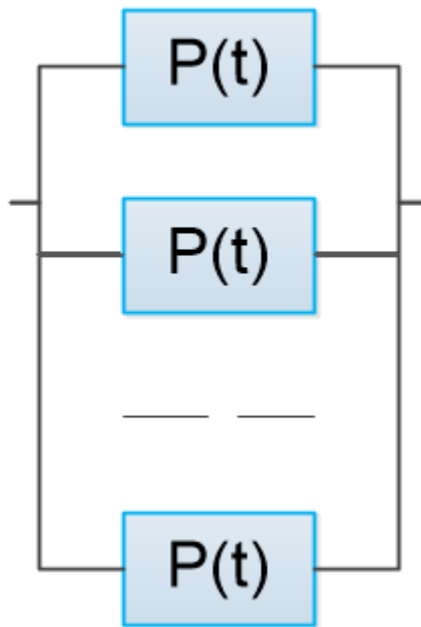



Рисунок 11 - Блок-схема системи з паралельним з'єднанням елементів

У випадку, якщо система містить n елементів, які з'єднані паралельно, то ймовірність відмови системи [4]:

$$Q_s(t) = \prod_{i=1}^n Q_i(t), \quad (34)$$

де $Q_i(t)$ - можливість відмови i -го елемента.

Оскільки безвідмовна робота та відмова це протилежні події, то су-



ма їх ймовірностей дорівнює 1. Звідси ймовірність безвідмовної роботи системи [4]:

$$P_s(t) = 1 - Q_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_i(t)). \quad (35)$$

При аналізі системи з паралельним з'єднанням елементів мається на увазі, що при включенні системи включаються всі елементи і відмови не впливають на надійність елементів, які продовжують працювати.

1.7.3 Розрахунок надійності системи із навантаженим резервом

Паралельне з'єднання виникає зазвичай тоді, коли всі елементи виконують ту саму функцію. Для її виконання достатньо одного елемента такий тип резервування називають **гарячим або навантаженим резервом**.

У такій ситуації елементи зазвичай бувають однаковими і мають рівну надійність. Ймовірність безвідмовної роботи такої системи [4]:

$$P_s(t) = 1 - [1 - P(t)]^n, \quad (36)$$

де n – число елементів у системі.

Середнє напрацювання системи у разі експоненційного розподілу [4]:

$$T_s = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right).$$

Якщо кожен елемент має експоненційний розподіл напрацювання і однакову інтенсивність відмов, то середнє напрацювання повністю системи [4]:

$$T_s = \frac{3}{2\lambda}. \quad (37)$$

1.7.4 Розрахунок надійності системи з ненавантаженим резервом

Система з ненавантаженим резервом представляє систему з паралельним з'єднанням елементів, у якій в кожен момент часу працює тільки один елемент. Якщо працюючий елемент виходить з ладу, то вмикається



резервний елемент. Блок-схема системи з ненавантаженим резервом показано на рис. 12.

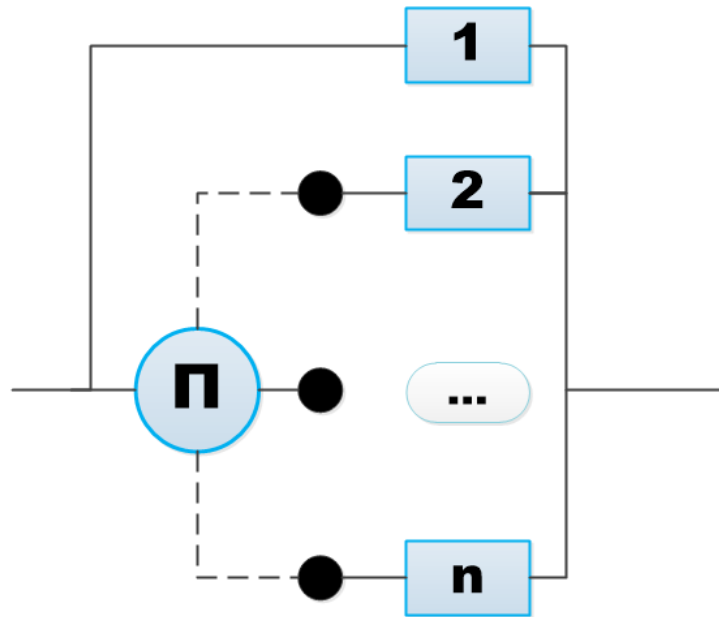


Рисунок 12 - Блок-схема системи з ненавантаженим резервом

Прикладом такої схеми є циркуляційні мастильні системи, в яких використовується резервна мастилонасосна станція, що підключається у момент відмови основної станції.

Розглянемо надійність таких систем при допущенні безвідмовної роботи перемикача та постійної інтенсивності відмов елементів.

У випадку для n резервних елементів:

$$P_s(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^n \frac{(\lambda t)^i}{i!}. \quad (38)$$

Для найпоширенішого випадку при дублюванні, коли $n = 1$ (один резервний елемент):

$$P_s(t) = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t). \quad (39)$$

Якщо ж можливі відмови перемикача з інтенсивністю відмов λ_{π} , то системи з $n = 2$ (дублюванням) і постійною інтенсивністю відмов елементів має ймовірність безвідмовної роботи:

$$P_s(t) = e^{-\lambda t} \left[1 + \frac{\lambda}{\lambda_{\pi}} (1 - e^{-\lambda_{\pi} t}) \right]. \quad (40)$$

2 ЗАВДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИРІШЕННЯ

2.1 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Здійснюється контроль температури кінця прокатки на стані ТЛС. В результаті зроблених $n = 500$ вимірювань температура довірнювала 930°C $m = 450$ разів. Знайти ймовірність того, що при 1 вимірі температура кінця прокатки виявиться 930°C і ймовірність того, вона такої не виявиться.

Розв'язок. Використовуючи формулу (4), ймовірність отримання температури кінця прокатки 930°C розрахуємо як:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{450}{500} = 0,9.$$

Кількість разів отримання температури, відмінної від 930°C було $m_1 = n - m = 500 - 450 = 50$. У такому випадку зворотньої події становить:

$$P(\bar{A}) = \frac{m_1}{n} = \frac{50}{500} = 0,1.$$

Приклад 2. Пристрій гідрозбиву окалини обладнано фільтрами A_1 , A_2 і B . Фільтри A_1 і A_2 встановлені послідовно, тобто дублюють один одного,. Це означає, що при відмові одного з них система продовжує працювати з другим. Фільтр B встановлено паралельно фільтру A і не дубльовано. Пристрій припиняє роботу в тому випадку, коли відмовляють: або обидва фільтри A_1 і A_2 , або відмовляє фільтр B . Знайти ймовірність відмови пристрою, якщо ймовірність відмови фільтрів дорівнюють, відповідно, $P(A_1) = 0,2$, $P(A_2) = 0,25$, $P(B) = 0,22$.

Розв'язок. Запишемо відмову пристрою у вигляді події $C = A_1 \cdot A_2 + B$. Тоді за формулою (9), але записаною для трьох подій, маємо:

$$P(C) = P(A_1A_2) + P(B) - P(A_1A_2B).$$

Використовуючи формулу (10), отримаємо:

$$P(A_1A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 + A_2).$$

Далі за формулою (11) визначимо (використовуючи теореми складання та добудку подій):

$$P(A_1 A_2 B) = P(A_1) + P(A_2) + P(B) - P(A_1 + A_2) - P(A_1 + B) - P(A_2 + B) + P(A_1 + A_2 + B).$$

Ми вважаємо відмови фільтрів подіями незалежними, тобто ймовірність добудку цих подій дорівнює добудку їх ймовірностей. Враховуючи це, підставимо наведені вище вирази в останню формулу, зробимо скорочення та отримаємо:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A_1 + B) + P(A_2 + B) - P(A_1 + A_2 + B) = \\ &= \{P(A_1) + P(B) - P(A_1)P(B)\} + \{P(A_2) + P(B) - P(A_2)P(B)\} - \\ &- \{(P(A_1) + P(A_2) + P(B) - P(A_1)P(A_2) - P(A_1)P(B) - P(A_2)P(B))\} = \\ &= \{0,2 + 0,22 - 0,2 \cdot 0,22\} + \{0,25 + 0,22 - 0,25 \cdot 0,22\} - \\ &- \{0,2 + 0,25 + 0,22 - 0,2 \cdot 0,25 - 0,2 \cdot 0,22 - 0,25 \cdot 0,22 + 0,2 \cdot 0,25 \cdot 0,2\} = \\ &= 0,259. \end{aligned}$$

Приклад 3. Пристрій складається з п'яти приладів, кожен з яких протягом часу t незалежно від інших може відмовити. Відмова хоч одного приладу призводить до відмови пристрою. За час t можливість безвідмовної роботи кожного з приладів відповідно виражається так: $P_1(t) = 0,95$; $P_2(t) = 0,99$; $P_3(t) = 0,98$; $P_4(t) = 0,90$; $P_5(t) = 0,93$. Знайти ймовірність безвідмовної роботи пристрою впродовж часу t .

Розв'язок.

Позначимо: подія A_1 – можливість безвідмовної роботи першого приладу. Аналогічно A_2, A_3, A_4, A_5 - ймовірності безвідмовної роботи 2, 3, 4 та 5 приладів. Оскільки відмова хоч одного приладу призводить до відмови пристрою, то ми маємо послідовне з'єднання незалежних подій, для яких:

$$A = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5.$$

Використовуючи теорему добудку для незалежних подій, отримаємо:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1) P(A_2) P(A_3) P(A_4) P(A_5) = \\ &= 0,95 \cdot 0,99 \cdot 0,98 \cdot 0,90 \cdot 0,93 = 0,76. \end{aligned}$$

Приклад 4. По рухливій цілі проводиться три постріли з гармати. Ймовірності влучення в ціль при 1, 2 і 3 пострілах відповідно дорівнюють $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2) = 0,7$; $P(A_3) = 0,8$. Для повного знищення цілі достатньо трьох влучень. При одному попаданні ціль виходить з ладу з ймовір-

ністю $P\left(\frac{A}{1 \text{ попадання}}\right) = 0,3$; при двох потрапляннях із ймовірністю $P\left(\frac{A}{2 \text{ попадання}}\right) = 0,9$. Знайти ймовірність того, що в результаті трьох пострілів ціль буде вражена.

Розв'язок.

Розглянемо чотири гіпотези:

H_0 - в ціль не потрапило жодного снаряда.

H_1 - у ціль потрапив один снаряд.

H_2 - у ціль потрапило два снаряди.

H_3 - у ціль потрапило три снаряди.

Використовуючи теореми складання та добутку, знайдемо ймовірності цих гіпотез:

$$P(H_0) = \prod_{i=1}^3 P(\bar{A}_i) = \prod_{i=1}^3 (1 - P(A_i)) = (1 - 0,5) \cdot (1 - 0,7) \cdot (1 - 0,8) = 0,03;$$

$$P(H_1) = P(A_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) =$$

$$= 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,22;$$

$$P(H_2) = P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3) =$$

$$= 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,47;$$

$$P(H_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,28.$$

Умовні ймовірності події A (вихід з ладу цілі) при цих гіпотезах:

$$P(A/H_0) = 0;$$

$$P(A/H_1) = 0,3;$$

$$P(A/H_2) = 0,9;$$

$$P(A/H_3) = 1,0.$$

Застосовуючи формулу повної ймовірності (12), отримаємо:

$$P(A) = P(H_0)P\left(\frac{A}{H_0}\right) + P(H_1)P\left(\frac{A}{H_1}\right) + P\left(\frac{A}{H_2}\right)P(H_2) +$$

$$+ P(H_3) \cdot P(A/H_3) = 0,3 \cdot 0 + 0,22 \cdot 0,3 + 0,47 \cdot 0.$$

Приклад 5. На випробування поставлено $N = 100$ елементів. Випробування проводилися протягом $t = 200$ год. У процесі випробувань відмовило $n = 5$ елементів, при цьому зафіксовані відмови в наступні моменти: $\tau_1 = 50$ год, $\tau_2 = 80$ год, $\tau_3 = 90$ год, $\tau_4 = 100$ год, $\tau_5 = 150$ год, інші не відмовили. Визначити середнє напрацювання до відмови.

Рішення. Для вирішення задачі скористаємося формулою, в якій час напрацювання до віднови $(N - n)$ елементів, що не відмовили буде дорівнювати часу випробування $\tau = t$:

$$T_0 = \frac{\sum \tau}{N} = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5 + (N - n) \cdot \tau}{N} =$$

$$= \frac{50+80+90+100+150+(100-5) \cdot 200}{100} = 194,7 \text{ год}$$

Приклад 6. Система складається з трьох послідовно з'єднаних елементів, для яких отримані оцінки $\lambda_1 = 0,005$, $\lambda_2 = 0,003$ та $\lambda_3 = 0,001$. Необхідна ймовірність безвідмовної роботи всієї системи протягом 20 годин становить 0,95. Визначити необхідні значення ймовірності безвідмовної роботи кожного з елементів.

Розв'язок.

Вагові коефіцієнти кожного елемента системи у відповідності з інтенсивностями відмов, визначають за формулою:

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i}$$

Сумарна інтенсивність відмов системи: $\sum \lambda_i = 0,005 + 0,003 + 0,001 = 0,009$.

Тоді:

$$\omega_1 = \frac{0,005}{0,009} = 0,555;$$

$$\omega_2 = \frac{0,003}{0,009} = 0,333;$$

$$\omega_3 = \frac{0,001}{0,009} = 0,111;$$

Якщо прийняти, що режим роботи системи вже усталений, тобто має сталу інтенсивність відмов, ймовірність безвідмовної роботи системи розрачується за формулою:

$$P_S(t) = e^{-t\lambda} = e^{-20\lambda} = 0,95.$$

Звідси:

$$\lambda_S = -\frac{\ln 0,95}{20} = 0,00256.$$

З врахуванням вагових коефіцієнтів:

$$\lambda_1 = \omega_1 \lambda_S = 0,555 \cdot 0,00256 = 0,00142;$$

$$\lambda_2 = \omega_2 \lambda_S = 0,333 \cdot 0,00256 = 0,00085;$$

$$\lambda_3 = \omega_3 \lambda_S = 0,111 \cdot 0,00256 = 0,00028.$$

Відповідно, необхідні ймовірності безвідмовної роботи елементів:

$$P_1(20) = e^{-t\lambda_1} = \exp(-20 \cdot 0,00142) = 0,97;$$

$$P_2(20) = e^{-t\lambda_2} = \exp(-20 \cdot 0,00085) = 0,98;$$

$$P_3(20) = e^{-t\lambda_3} = \exp(-20 \cdot 0,00028) = 0,99.$$



Приклад 7. Визначити надійність автотранспорту готових рулонів під час руху на задану відстань, якщо відомі надійності його систем:

- система запалення $P_1(t) = 0,99$;
- система живлення паливом та мастилом $P_2(t) = 0,999$;
- система охолодження $P_3(t) = 0,998$;
- двигун $P_4(t) = 0,995$;
- ходова частина $P_5(t) = 0,997$.

Розв'язок.

Проаналізувавши системи, приходим до висновку, що відмова будь-якої системи незалежно одна від одної призводить до відмови автотранспорту. Тому для визначення надійності можна скористаємося формулою (32):

$$P(t) = P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t) = 0,99 \cdot 0,999 \cdot 0,998 \cdot 0,985 \cdot 0,997 = 0,979.$$

Приклад 8. Необхідно проаналізувати надійність системи з 4-х елементів з різними схемами дублювання (резервування), якщо можливість безвідмовної роботи кожного елемента $P(t) = 0,9$ з інтенсивністю відмов $\lambda = 0,004$.

Розв'язок.

1 Аналіз послідовної схеми:

Система, що складається з чотирьох елементів з послідовним з'єднанням, має можливість безвідмовної роботи у відповідності з формулами (32) і (33):

$$P_s(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = 0,9^4 = 0,656;$$
$$\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i = 4\lambda = 4 \cdot 0,004 = 0,016.$$

2 Аналіз паралельної схеми:

Якщо кожен елемент має експоненційний розподіл напрацювання і однакову інтенсивність відмов, то середнє напрацювання повністю системи за формулою (37):

$$T_s = \frac{3}{2\lambda_s} = \frac{3}{2 \cdot 0,016} = 93,75 \text{ добу},$$

де інтенсивність відмов системи: $\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i = 4\lambda = 4 \cdot 0,004 = 0,016$

При резервуванні розглянемо два варіанти:

Гаряче резервування. Мається на увазі, що при включенні системи включаються всі елементи і відмови не впливають на надійність елементів, які продовжують працювати. Тоді, згідно з формулою (35):

$$P_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_i(t)) = 1 - (1 - P_i(t))^n = \\ = 1 - (1 - 0,9)^4 = 0,9999.$$

Холодне резервування. Введемо резервну систему з такими ж параметрами та показниками надійності, як і основної системи. Знайдемо момент часу, в якому елемент буде працездатним із ймовірністю 0,9:

$$P(t) = 1 - \lambda t,$$

звідки:

$$t = 1 - P(t)/\lambda = 1 - 0,9/0,004 = 25 \text{ діб.}$$

Тоді можливість безвідмовної роботи системи з навантаженим резервом:

$$P_s(t) = 2e^{-0,016 \cdot 25} - e^{-2 \cdot 0,016 \cdot 25} = 0,891.$$

Таким чином, паралельне підключення елементів чи систем є ефективним засобом підвищення надійності машин.

2.2 Завдачі для самостійного розв'язку

1. Двоклітьовий дресирувальний стан включає розмотувач і моталку. Інтенсивність відмов клітей $\lambda_{\text{кл}} = 0,02$, розмотувача $\lambda_p = 0,03$, моталки $\lambda_m = 0,01$. Визначити можливість відмови стану в міжремонтний період $t_p = 30$ сут.

2. Двоклітьовий дресирувальний стан включає розмотувач і моталку. Інтенсивність відмов клітей $\lambda_{\text{кл}} = 0,02$, розмотувача $\lambda_p = 0,03$, моталки $\lambda_m = 0,01$. Визначити показники безвідмовності стану (T та $P(30)$) при невантаженому резервуванні розмотувача.

3. Двоклітьовий дресирувальний стан включає розмотувач і моталку. Інтенсивність відмов клітей $\lambda_{\text{кл}} = 0,02$, розмотувача $\lambda_p = 0,03$, моталки $\lambda_m = 0,01$. Визначити показники безвідмовності стану (T та $P(30)$) при невантаженому резервуванні моталки.

4. Двоклітьовий дресирувальний стан включає розмотувач і моталку. Інтенсивність відмов клітей $\lambda_{\text{кл}} = 0,02$, розмотувача $\lambda_p = 0,03$, моталки



$\lambda_m = 0,01$. Визначити показники безвідмовності стану (T та $P(30)$) при не-навантаженому резервуванні розмотувача та моталки.

5. Секція транспортного рольгангу, що включає 20 рівнонадійних роликів, має інтенсивність відмови $\lambda = 0,02$. Відмова 1 ролика призводить до відмови всієї секції. Визначити середнє напрацювання роликів (у разі експоненційного розподілу).

6. Секція транспортного рольгангу, що включає 20 рівнонадійних роликів, має інтенсивність відмови $\lambda = 0,02$. Відмова 1 ролика призводить до відмови всієї секції. Визначити ймовірність знаходження ролика у працездатному стані через 180 діб та ймовірність безвідмовної роботи у 180-ту добу.

7. Двоклітьовий дресирувальний стан включає розмотувач і моталку. Інтенсивність відмов клітей $\lambda_{кл} = 0,02$, розмотувача $\lambda_p = 0,03$, моталки $\lambda_m = 0,01$. У систему запровадили ненавантажене резервування розмотувача. Як зміниться ймовірність безвідмовної роботи в міжремонтний період?

8. Двоклітьовий дресирувальний стан включає розмотувач і моталку. Інтенсивність відмов клітей $\lambda_{кл} = 0,02$, розмотувача $\lambda_p = 0,03$, моталки $\lambda_m = 0,01$. На стані було проведено роботи з підвищення середнього напрацювання на відмову розмотувача у 2 рази. Як зміниться у цьому випадку безвідмовної роботи табору в міжремонтний період?

9. Середнє напрацювання на відмову системи, що складається з 3-х рівнонадійних елементів, дорівнює 100 діб. Знайти міжремонтний період, якщо відомо, що ймовірність відмови за цей період дорівнює 0,2.

10. Середнє напрацювання на відмову системи, що складається з 3-х рівнонадійних елементів, дорівнює 100 діб. Як змінити середнє напрацювання на відмову системи, якщо один із елементів буде продубльовано?

11. Система, що складається з 4-х рівнонадійних елементів, в момент часу t буде перебувати у працездатному стані з ймовірністю 0,8. Визначити цей час, якщо інтенсивність відмов кожного елемента дорівнює 0,004.

12. Система, що складається з 4-х рівнонадійних елементів, в момент часу t буде перебувати у працездатному стані з ймовірністю 0,8. Інтенсивність відмов кожного елемента дорівнює 0,004. Як зміниться ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$, якщо один із елементів буде продубльовано.

3 ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

3.1 Приклади розв'язку індивідуальних завдань

3.1.1 Завдання 1. Надійність об'єктів, що не відновлюються

Задача 1. Спостереження за роботою 25 підшипників кочення, встановлених в опорах роликів рольгангу, дозволили зафіксувати наступні напрацювання до відмови, міс.:

14, 25, 36, 43, 10, 28, 35, 35, 16, 30, 40, 19, 27, 27, 26, 23, 5, 30, 43, 9, 22, 28, 30, 23, 9.

Визначити за даними вибірки показники надійності роботи підшипників кочення:

- ймовірність безвідмовної роботи протягом 2 років,
- середнє напрацювання до відмови,
- інтенсивність відмови у третє півріччя.

Розв'язок:

Формуємо варіаційний ряд, тобто розташовуємо напрацювання за зростанням:

5, 9, 9, 10, 14, 16, 19, 22, 23, 23, 23, 25, 26, 27, 28, 28, 30, 30, 30, 35, 35, 36, 40, 43, 43



Ймовірність безвідмовної роботи у інтервалі години від нуля до $t_1 = 2$ роки $= 24$ міс є ймовірність того, що виріб пропрацює безвідмовно протягом необхідного інтервалу часу ($0 \dots t_1$), розпочавши роботу в момент $t_0 = 0$, або ймовірність того, що випадковий час роботи виробу до відмови t виявиться більшим за необхідний час роботи виробу t_1 [6]:

$N(0)=25$

$N(24)=14$

5, 9, 9, 10, 14, 16, 19, 22, 23, 23, 23, 25, 26, 27, 28, 28, 30, 30, 30, 35, 35, 36, 40, 43, 43.

$t_i > t_1$

$$P(t) = P(24) = \frac{N(24)}{N(0)} = \frac{14}{25} = 0,56.$$

Середнє напрацювання до відмови T_0 для виробів, що не віднов-



люються, дорівнює середньому значенню напрацювання виробів даної партії до відмови [6]:

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N(0)} t_i}{N(0)},$$

де t_i - випадкова година роботи виробів до відмови.

Таким чином, середнє напрацювання до відмови підшипників дорівнює:

$$T_0 = \frac{1}{25} \cdot (5 + 9 + 9 + 10 + 14 + 16 + 19 + 22 + 23 + 23 + 23 + 25 + 26 + 27 + 28 + 28 + 30 + 30 + 30 + 35 + 35 + 36 + 40 + 43 + 43) = 25,16 \text{ міс.}$$

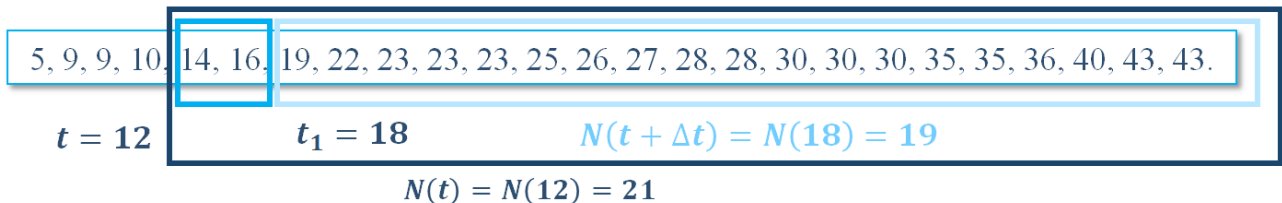
Інтенсивність відмови у проміжку часу від t до $t + \Delta t$ дорівнює числу виробів, що відмовляють в одну годину в досліджуваному інтервалі, і визначається за виразом [6]:

$$\lambda(t, t + \Delta t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t}.$$

Для розрахунку інтенсивності відмов в третє півріччя (яке починається при $t = 12$ міс. та закінчується при $t_1 = 18$ міс.):

$$\Delta t = 18 - 12 = 6$$

Кількість відмов в цей період:



Таким чином, інтенсивність відмови у досліджуваному інтервалі дорівнює:

$$\lambda(12, 18) = \frac{21 - 19}{21 \cdot 6} = 0,016 \frac{1}{\text{міс.}}$$

Задача 2 [6]. При спостереженні за роботою 3 однакових об'єктів (А, Б, В) в умовах експлуатації протягом тижня були зареєстровані напрацювання на відмову t_i (год.).

А – 14, 5, 17, 14, 13, 25, 22, 11, 31;
Б – 7, 10, 28, 27, 10, 3, 18, 16, 14, 18;
В – 31, 21, 19, 13, 28, 19, 22

та час відновлення працездатності цих же об'єктів τ_i (год.):

А - 2, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 1;
Б - 1, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 1;
В - 4, 1, 1, 3, 2, 1.

Визначити:

- ймовірність безвідмовної роботи об'єктів протягом години $t_0 = 20$ год.;
- середнє напрацювання на відмову;
- параметр потоку відмови у *третій* день;
- середній час відновлення;
- ймовірність відновлення протягом першої години;
- інтенсивність відновлення протягом другої години;
- коефіцієнт готовності;
- коефіцієнт технічного використання.

Норма години на технічне обслуговування об'єкта – 1 година кожні 2 дні (1 година на ТО після 47 годин експлуатації об'єкта).

Розв'язок.

Складаємо календарний графік роботи об'єктів, послідовно чергуючи напрацювання та час відновлення. Час на технічне обслуговування, згідно з умовою, проставляємо 1 год. на 2 доби (рис. 13).

Ймовірність безвідмовної роботи протягом 20 годин визначається так:

$$P(t) = N(20)/r,$$

де $N(20)$ - кількість напрацювань, протягом яких об'єкт працював безвідмовно $t_0 = 20$ годин і більше; r - загальна кількість напрацювань об'єктів.

Загальна кількість напрацювань об'єктів А, Б та В дорівнює:

$$r = r_A + r_B + r_B = 9 + 10 + 7 = 26$$

Кількість напрацювань протягом 20 годин і більше (рис. 14) об'єкта А $N_A = 3$; об'єкта Б $N_B = 2$; об'єкта В $N_B = 4$. Таким чином, ймовірність безвідмовної роботи протягом 20 годин трьох об'єктів дорівнює:

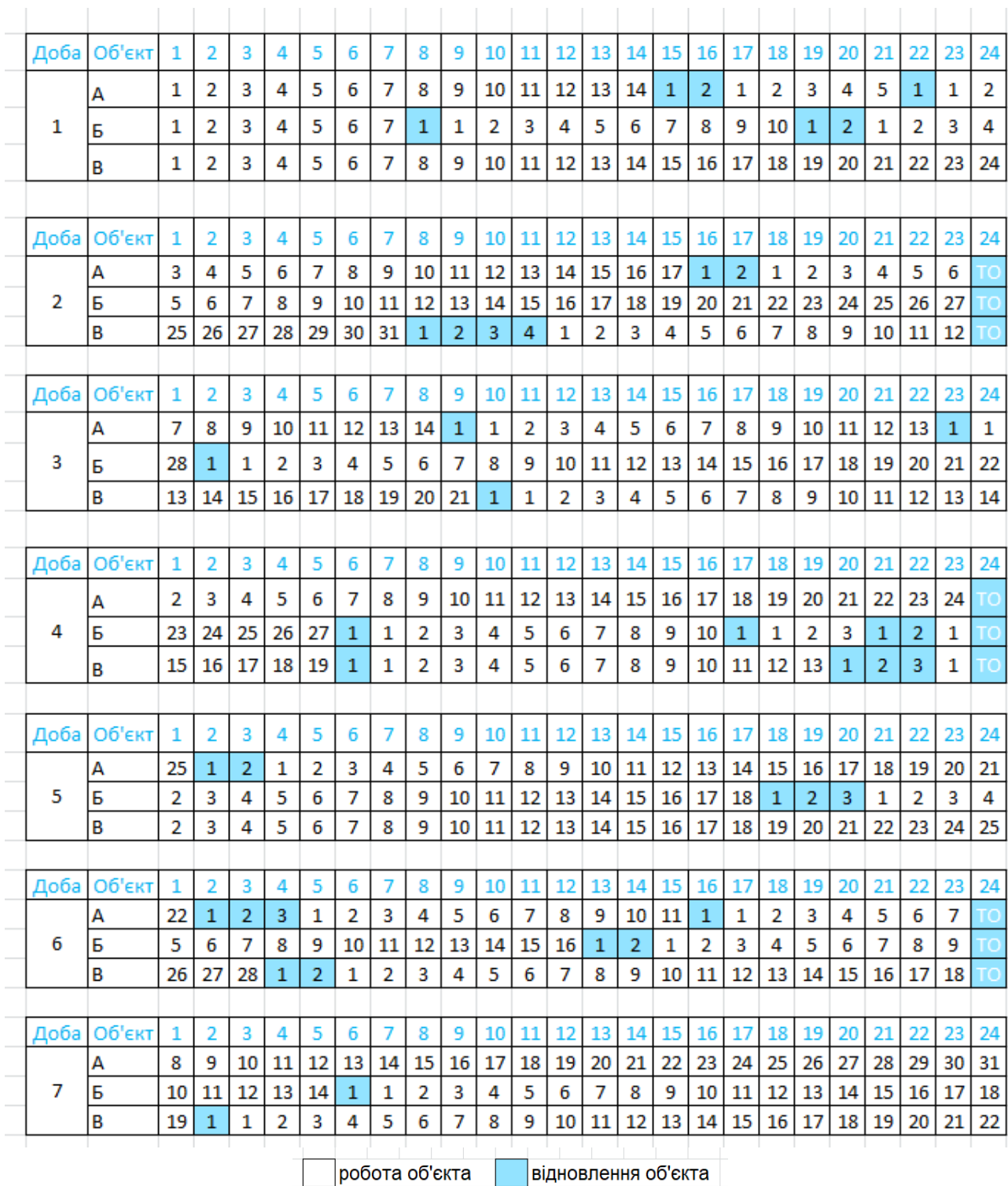


Рисунок 13 - Графік роботи об'єктів

$$P(20) = \frac{3 + 2 + 4}{26} = 0,35$$

Об'єкт		Варіаційний ряд									
		9	8	7	6	5	4	3	2	1	
А	Напрацювання	5	11	13	14	14	17	22	25	31	
	Відновлення	1	1	1	1	2	2	2	3		
Б	Напрацювання	3	7	10	10	14	16	18	18	27	28
	Відновлення	1	1	1	1	1	2	2	2	3	
В	Напрацювання	13	19	19	21	22	28	31			
	Відновлення	1	1	1	2	3	4				

Рисунок 14 – Варіаційні ряди напрацювань до відмови та часу відновлення об'єктів

Середнє напрацювання на відмову T для відновлюваних виробів дорівнює середньому значенню напрацювання виробів цієї партії:

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^r t_i}{r},$$

де t_i - випадкова година роботи виробів до відмови.

Таким чином, середнє напрацювання до відмови дорівнює:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^r t_i}{r} = ((14 + 5 + 17 + 14 + 13 + 25 + 22 + 11 + 31) + (7 + 10 + 28 + 27 + 10 + 3 + 18 + 16 + 14 + 18) + (31 + 21 + 19 + 13 + 28 + 19 + 22))/26 = 456/26 = 17,53 \text{ год.}$$

Параметр потоку відмови у проміжку часу від $t = 48$ год. до $t + \Delta t = 48 + 24 = 72$ год. (рис. 15, третя доба):

Доба	Об'єкт	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
3	А	7	8	9	10	11	12	13	14	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	1	1
	Б	28	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	В	13	14	15	16	17	18	19	20	21	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Рисунок 15 - Графік роботи об'єктів в 3 добу

$$\omega(48; 72) = \frac{\sum_{i=1}^N m_i(48; 72)}{N \cdot \Delta t};$$

де $m_i(t; t + \Delta t)$ - число відмов -го об'єкту в період з t до $t + \Delta t$; $N = 3$ - число об'єктів, що випробовуються.

$$m_A(48; 72) = 2; m_B(48; 72) = 1; m_C(48; 72) = 1.$$

Таким чином:

$$\omega(48; 72) = \frac{2+1+1}{3 \cdot 24} = 0,055 \text{ 1/год.}$$

Середній час відновлення визначається за залежністю:

$$T_B = \frac{\sum_{i=1}^k t_{B i}}{k},$$

де $t_{B i}$ - час виявлення та усунення i -ої відмови об'єкта; k - кількість усунених відмов об'єктів (рис. 14).

$$T_B = \frac{\sum_{i=1}^k t_{B i}}{k} = \frac{1}{23} \{ (2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1) + (1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 2 + 1) + (4 + 1 + 1 + 3 + 2 + 1) \} = \frac{39}{23} = 1,7 \text{ год} = 1 \text{ год } 42 \text{ хв.}$$

Ймовірність відновлення протягом $t_B = 1$ год:

$$P_B(t) = \frac{N_B(0;1)}{k} = \frac{4+5+3}{23} = 0,52.$$

де $N_B(0; 1)$ - кількість відновлення за час $t_B = 1$ або менше.

Інтенсивність відновлення протягом другої години визначається за залежністю (рис. 14):

$$\mu(1; 2) = \frac{m(1;2)}{(k-n) \cdot \Delta t_B} = \frac{3+3+1}{[23-(4+5+3)] \cdot 1} = 0,64 \frac{1}{\text{год}},$$

де $m(1; 2)$ - кількість відновлень, що тривали заданий інтервал від 1 до 2 год.; k - загальна кількість спостережуваних відновлень; n - кількість відновлень до заданого інтервалу, тобто тих, що тривали менше 1 год. (включно).



Коефіцієнт готовності відноситься до комплексних показників та оцінює ймовірність того, що виріб перебуває у працездатному стані. При визначенні за експериментальними даними:

$$K_r = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i + \sum_{j=1}^m t_{\epsilon j}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{N \cdot (T_{\Sigma} - \sum T_{\text{ТО}})} =$$

$$= \frac{(14 + 5 + \dots + 31) + (7 + 10 + \dots + 18) + (31 + 21 + \dots + 22)}{3 \cdot (24 \cdot 7 - 3)} =$$

$$= \frac{152 + 151 + 153}{495} = \frac{456}{495} = 0,92$$

де T_{Σ} – загальний час спостережень одного об'єкта; $T_{\text{ТО}}$ – загальний час технічного обслуговування одного об'єкту; N – кількість спостерігаємих об'єктів.

Коефіцієнт технічного використання:

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i + \sum_{j=1}^m t_j + \sum_{k=1}^L t_{\text{ТО}k}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{N \cdot T_{\Sigma}} = \frac{456}{24 \cdot 7 \cdot 3} = \frac{456}{504} = 0,90$$

3.1.2 Завдання 2. Надійність складних систем

Умова: Визначити надійність складної системи з невідновлюваними елементами, якщо відома надійність шкільного з них. Функціональні схеми відповідних складних систем наведено на рис. 16.

$$P_1 = 0,9; P_2 = 0,8; P_3 = 0,99; P_4 = 0,7; P_5 = 0,75.$$

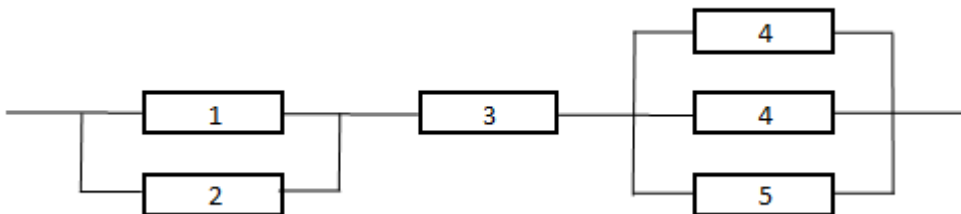


Рисунок 16

Розв'язок.

Визначимо надійність ланок системи з резервуванням:

$$P_{12} = 1 - Q_{12} = 1 - Q_1 Q_2 = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)$$

$$= 1 - (1 - 0,9)(1 - 0,8) = 0,98;$$

$$P_{445} = 1 - Q_4^2 Q_5 = 1 - (1 - P_4)^2 (1 - P_5) = 1 - (1 - 0,7)^2 (1 - 0,75) = 0,9775.$$

Ланки 12, 3 та 445 у системі з'єднані послідовно (рис. 17)



Рисунок 17

Надійність системи:

$$P_s = P_{12} P_3 P_{445} = 0,98 \cdot 0,99 \cdot 0,9775 = 0,9484.$$

3.2 Індивідуальне завдання для самостійного виконання

3.2.1 Завдання 1. Надійність об'єктів, що не відновлюються

Задача 1: Спостереження за роботою N підшипників кочення, встановлених в опорах роликів рольгангу, дозволили зафіксувати наступні напрацювання до відмови (табл. 1).

Визначити за даними вибірки показники надійності роботи підшипників кочення:

- ймовірність безвідмовної роботи протягом t_0 ,
- середнє напрацювання до відмови,
- інтенсивність відмови в період від t до $t + \Delta t$.

Задача 2. При спостереженні за роботою K однакових об'єктів в умовах експлуатації протягом тижня були зареєстровані напрацювання на відмову t_i та час відновлення працездатності цих же об'єктів t_{vi} (табл. 2).

Визначити:

- ймовірність безвідмовної роботи об'єктів протягом години t_0 ;
- середнє напрацювання на відмову;
- параметр потоку відмови в період від t до $t + \Delta t$;
- середній час відновлення;
- ймовірність відновлення протягом t_B ;

- інтенсивність відновлення протягом першої години;
- коефіцієнт готовності;
- коефіцієнт технічного використання.

Норма години на технічне обслуговування об'єкта – 1 година кожні 1 дні (1 година на ТО після 23 годин експлуатації об'єкта).

Таблиця 1 – Вихідні дані для задачі 1

№ варіанті	N	Значення t_i , місяць	t_0	Інтервал від t до $t + \Delta t$
1	25	4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 27; 28; 28; 20; 23; 5; 25; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 50; 29; 35	1 рік	10...16міс.
2	30	20; 23; 5; 25; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 50; 29; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 27; 28; 28; 20; 23; 5; 25; 26	1,5 року	20...26міс.
3	27	36; 26; 30; 7; 33; 34; 9; 12; 36; 52; 56; 18; 18; 31; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 26; 30; 7; 33; 34	2 роки	30...36міс.
4	28	14; 48; 50; 29; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 27; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 50; 29; 35; 4; 24; 8; 25	31 міс.	10...16міс.
5	32	56; 18; 18; 31; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 26; 33; 34; 9; 12; 36; 52; 56; 18; 18; 31; 10; 33; 12; 35; 39; 46; 40; 12; 20	37 міс.	20...26міс.
6	29	28; 20; 23; 5; 25; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 33; 34; 9; 12; 36; 52; 56; 18; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 27; 28	3 роки	30...36міс.
7	29	43; 14; 48; 50; 29; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 23; 5; 25; 26; 7; 9; 28; 40	1 рік	10...16міс.
8	28	52; 56; 18; 18; 31; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 26; 30; 7; 33; 34; 9; 12;	1,5 року	20...26міс.
9	29	9; 27; 30; 27; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 50; 25; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 50; 29; 35; 4; 24; 8; 25	2 роки	30...36міс.
10	28	35; 36; 36; 26; 33; 34; 9; 12; 36; 52; 56; 18; 18; 29; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 9; 12; 36; 52; 56; 18; 18	31 міс.	10...16міс.
11	25	50; 29; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 27; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 27; 30; 23; 5; 25; 26	37 міс.	20...26міс.
12	28	18; 31; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 26; 33; 34; 9; 12; 36; 52; 56; 18; 27; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30	3 роки	30...36міс.
13	27	12; 35; 39; 35; 36; 29; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 35; 4; 24; 8; 25; 9; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36	1 рік	10...16міс.
14	28	7; 9; 28; 40; 43; 31; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 10; 33; 12; 35; 39; 35; 25; 26; 7; 9; 28; 40; 43; 14	1,5 року	20...26міс.
15	29	4; 24; 8; 25; 9; 27; 30; 35; 4; 9; 28; 40; 43; 14; 48; 33; 12; 35; 39; 35; 36; 36; 26; 9; 28; 40; 43; 14 43	2 роки	30...36міс.

Таблиця 2 - Вихідні дані для задачі 2

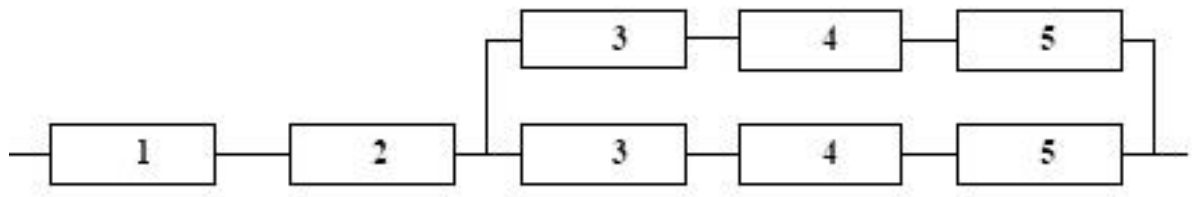
№ варіанта	Кількість об'єктів (К)	Об'єкт	Значення t_i	Значення t_{bi}	t_0	t_B	Від t до $t + \Delta t$ доба
1	1		20; 12; 17; 8; 6; 7; 18; 20; 26; 11	1,6; 2,8; 0,5; 0,7; 2; 1; 2; 3,6; 1,8	19	1	4...6
2	2	А	13; 6; 16; 15; 9; 15; 24; 25; 19	2; 1; 3; 5; 4; 2; 1; 1	20	2	5...8
		Б	29; 39; 40; 16; 33	2; 1; 0,5; 0,5			
3	1		29; 35; 25; 20; 28; 20	1; 0,6; 0,5; 0,7; 1,2	30	1	3...4
4	2	А	29; 39; 25; 20; 28; 13	1; 2; 2; 1; 1	24	1	0...2
		Б	23; 30; 22; 40; 22; 10; 11	0,5; 0,6; 0,3; 0,5; 0,6; 0,5			
5	1		8; 4; 9; 7; 9; 10; 3; 5; 10; 12; 15; 17; 10; 19; 5	1; 2; 1; 1; 1; 2; 3; 2; 1; 0,5; 1; 0,5; 1	8	1,5	2...5
6	2	А	5; 10; 36; 26; 10; 3; 18; 15; 14; 17	0,4; 0,5; 0,5; 1; 2; 0,8; 0,3; 1; 0,5	16	0,5	2...5
		Б	10; 21; 18; 21; 16; 17; 22; 23	1; 2; 3; 1; 2; 3; 1			
7	1		10; 21; 18; 21; 16; 17; 22; 36; 26; 37; 22; 37; 16	1; 2; 1; 2; 4; 3; 1; 2; 1; 2; 3; 1	20	2	1...4
8	2	А	25; 38; 45; 35; 46; 35; 24; 35; 24	2; 2; 1; 2; 3; 2; 1; 2	36	2	0...7
		Б	39; 37; 39; 35; 40; 54; 50; 18	2; 2; 1; 1; 2; 1; 1			
9	1		16; 17; 22; 36; 26; 37; 22; 37; 39; 51; 11	0,5; 0,6; 0,4; 0,6; 1; 2; 1; 0,5; 0,8; 0,6	48	1	7...14
10	2	А	40; 26; 48; 37; 53; 69; 34	2; 3; 3; 3; 3; 1	30	2	1...5
		Б	59; 48; 59; 60; 36; 38; 10	1; 3; 4; 1; 1; 2			
11	1		25; 26; 37; 48; 59; 16; 27; 48; 16	4; 3; 1; 3; 2; 3; 3; 1	30	2	10...14
12	2	А	25; 36; 28; 25; 15; 26; 20; 4; 26; 33; 38; 21	0,5; 0,5; 5; 4; 3; 2; 5; 2; 1; 1; 1	30	1	7...10
		Б	25; 25; 26; 26; 36; 50; 26; 49; 38	3; 4; 3; 3; 2; 2; 1; 3			
13	1		10; 21; 18; 21; 16; 17; 22; 36; 35; 24; 35; 24; 21	1; 3; 1; 1; 3; 1; 2; 1; 3; 2; 3; 1	20	2	12...14
14	2	А	20; 41; 36; 43; 36; 34; 40; 57	1; 2; 3; 3; 3; 2; 1	30	2	0...5
		Б	36; 34; 40; 62; 26; 36; 50; 28	1; 2; 1; 2; 1; 2; 1			
15	1		17; 22; 36; 35; 39; 35; 24; 20; 21; 18; 21; 16; 11	0,8; 0,4; 0,5; 0,2; 0,6; 1; 0,5; 0,3; 0,4; 0,3; 1; 1	30	0,9	3...6

3.2.2 Завдання 2. Надійність складних систем

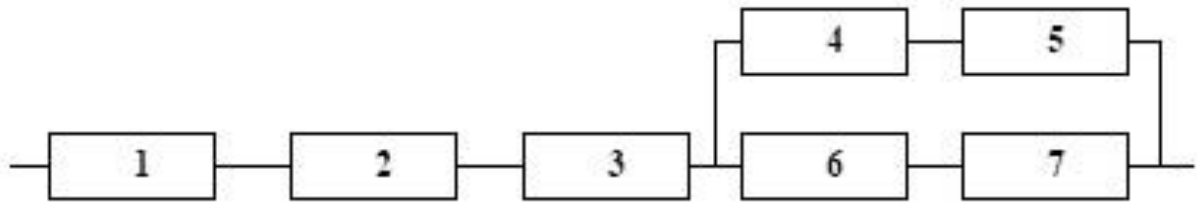
Визначити надійність складної системи з невідновлюваними елементами, якщо відома надійність кожного з них (таблиця 3). Функціональні блок-схеми відповідних складних систем наведено на рисунку 18.

Таблиця 3 – Значення надійності елементів складної системи (вихідні дані до індивідуального завдання)

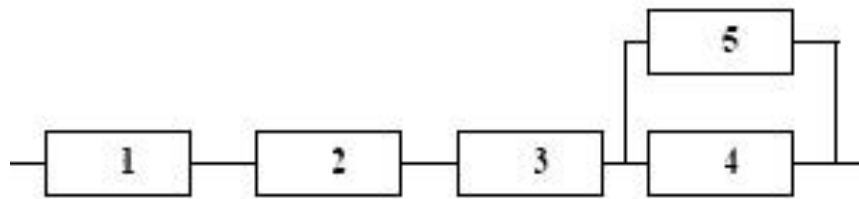
Варіант	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	Схема складної системи (рис. 18)
1	0,99	0,97	0,95	0,93	0,8			а
2	0,97	0,95	0,97	0,95	0,88	0,86	0,86	б
3	0,97	0,95	0,85	0,95	0,93			в
4	0,97	0,95	0,99	0,7	0,85			г
5	0,8	0,93	0,8	0,99	0,78			а
6	0,95	0,95	0,93	0,8	0,88	0,8	0,95	б
7	0,95	0,96	0,86	0,85	0,95			в
8	0,93	0,8	0,95	0,9	0,75			г
9	0,95	0,93	0,86	0,85	0,95			а
10	0,94	0,95	0,93	0,95	0,85	0,95	0,8	б
11	0,99	0,97	0,95	0,93	0,8			а
12	0,97	0,95	0,97	0,95	0,88	0,86	0,86	б
13	0,97	0,95	0,85	0,95	0,93			в
14	0,97	0,95	0,99	0,7	0,85			г
15	0,8	0,93	0,8	0,99	0,78			а



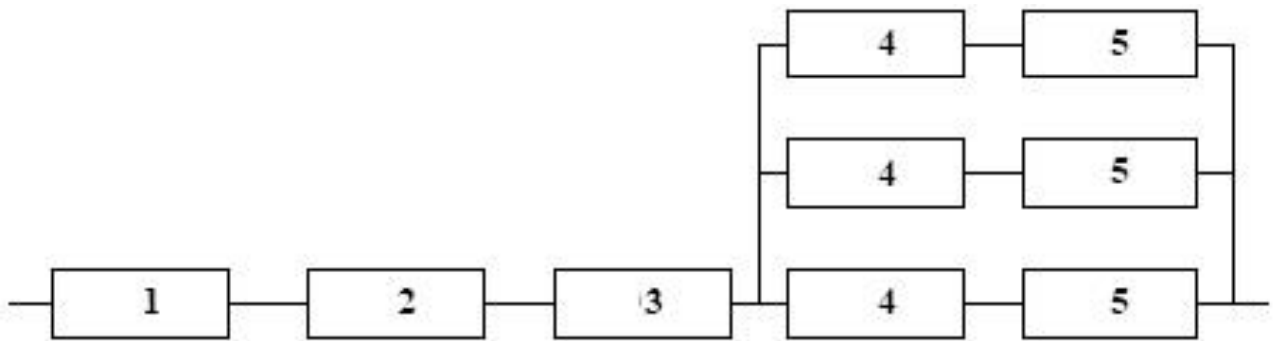
a



б



в



г

Рисунок 18 - Функціональні блок-схеми складних систем (табл. 3)



ЛІТЕРАТУРА

1. Nevius D. The History of the North American Electric Reliability Corporation. Second Edition. NERC, 2020. 178 p. URL: <https://www.nerc.com/news/Documents/NERCHistoryBook.pdf>

2. ДСТУ EN 62308:2022 (EN 62308:2006, IDT; IEC 62308:2006, IDT). Надійність обладнання. Методи оцінювання надійності. [Чинний від 2023-12-31]. Вид. офіц. Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2022.

3. ISO 8930:2021. General principles on reliability for structures. Vocabulary. Replaces ISO 8930:1987 ; effective from 2021-01-01. Official edition. Vernier, Geneva : ISO, 2021. 53 p.

4. O'Connor P. P., Kleyner A. Practical Reliability Engineering. Wiley, 2012. 512 p.

5. Blitzstein J. K., Hwang J. Introduction to Probability. 2nd ed. NW : CRC Press, 2019. 569 p.

6. Надійність, ремонт і монтаж металургійного обладнання : методичні вказівки до самостійної роботи над курсом / уклад. О. М. Кулік. Краматорськ : ДДМА, 2019. 48 с.

7. Жук А. Я., Малишев Г. П., Желябина Н. К., Таратута К. В. Технічне обслуговування обладнання : навчальний посібник. Київ : Видавництво «Кондор», 2017. 288 с.



Навчально-методичне видання

Кулик Тетяна Олександрівна

**РОЗРАХУНКИ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ
ТА СИСТЕМ ТЕХНОЛОГІЧНОГО
ОБЛАДНАННЯ :**

**методичні рекомендації
до самостійної роботи
та виконання індивідуальних завдань
з дисциплін**

«Надійність, монтаж та ремонт металургійного обладнання», «Обслуговування та ремонт технологічного обладнання процесів обробки металів», «Діагностика та методи аналізу обладнання»

Самостійне електронне мережеве видання

Публікується в авторській редакції